

水文資料に起因する水資源計画の信頼度について

ON RELIABILITY OF WATER RESOURCES DESIGN
CAUSED BY UNCERTAINTIES OF HYDROLOGIC DATA室田 明*・江藤 剛 治**・吉岡 正道***
By Akira Murota, Takeharu Eto and Masamichi Yoshioka

1. 緒 論

水資源計画において、関係するすべての要素を解析モデルに組み込むことは不可能であり、まして計画の基礎となる観測水文資料でさえ十分信頼することができない以上、現状ではむしろ、各計画に不可避の誤差・不確実性は積極的に肯定し、各計画担当者は自らの計画の信頼度を明確にしておくほうが合理的であろう。逆に信頼度のある水準に規定すれば、水文資料の測定から計画の決定にいたる全過程において精度上のバランスを保つことができる。このことによって解析モデルの精度の決定はもちろんのこと、数多い水文解析手法のうちから各計画に最適な手法の選択規準を定めることができるし、雨量計配置問題や流量測定法などの水文資料測定法の選択決定に必要な精度など、水工計画上重要なさまざまな基準が設定できるはずである。しかしながら、水資源計画の精度・信頼度に関する統一的な説明を可能にするような研究はいまのところほとんど皆無であるといつて過言ではない。このような状況を背景として、1972年2月にコロラド州立大学で開かれた第2回国際水文シンポジウム¹⁾や、引き続き行われたアリゾナ大学における国際シンポジウム²⁾においても、水文資料に起因する水資源計画の信頼度の問題がメイン・テーマの1つとして取り上げられた。しかし、これらのシンポジウムにおいても、一般的かつ実用的な解、あるいは手法が提示されたとは言い難い。

これらの研究がこれほどまでに重要性を指摘されながらいまだ十分な発展を見せていないのは、水資源計画の全過程が非常に複雑なシステムを構成し、その統一的・理論的解析が困難であったことに由来すると考えられ

* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 近畿大学講師 理工学部土木工学科

*** 学生会員 大阪大学大学院学生 工学研究科修士課程土木工学専攻

る。

水資源計画の信頼度におよぼす水文資料観測誤差の影響を評価するような場合を考えてみても、水文資料そのものにおける誤差の程度は直接的には問題とならず、貯水池そのほかによって次々に変換を受けた水文情報における誤差が、たとえば最終的に渇水の強度を代表するような量にどのような影響をおよぼすかが、真に我々の知りたい答であろう。この場合も、少なくとも貯水池システム、渇水評価過程といったサブ・システムの特性が十分把握されていなければならないことはいうまでもない。

このような見地より、本論文は大別して2つの部分から構成されている。第1の部分は渇水評価のプロセスのシステム工学的定式化にあてられている。第2の部分はすでに発表した等価線形貯水池システムの理論と、第1の部分における成果の適用により、水文資料のさまざまな性質に起因する水資源計画の信頼度の減少について検討したものである。解析の対象は、正規分布をなす時系列のごとき理想化された系列のみならず、琵琶湖および淀川支川木津川が瀬測水所（高山ダム計画の基礎資料）の1918～1965年の間の実測資料も含んでいる。この部分は、筆者らの行ってきた水資源計画におけるシステム工学的アプローチの一応用例であるが、これによりこの種の研究が実際の水資源計画における、種々の基礎的問題の解決のために非常に有効な手段となりうる事が示される。

2. 渇水評価の基準とその定式化

(1) 流量の損失関数による評価

わが国においては渇水や洪水のごとき自然災害に対しては、災害が起らないことによる利益を積極的に評価することは少なく、発電用水などの場合を除いては、計画の評価を消極的に災害による損失量で行う場合が多い。

洪水による損失は田畑の冠水による被害、住宅、工場、公共土木構造物の被害や、復旧費、水害による住民の精神的損失などの総和であり、渇水による損失もまたさまざまな形で現われる。しかしながら、これらの個々の損失を各ケースについて計算し、損失量を求めることは非常に煩雑であるばかりでなく、解析方法・結果の一般性を失うことにもなりかねない。よって既往の多くの研究においては、流量の関数としての損失関数を設定し被害の程度を代表させている例が多いが、それらの中にはいろいろな意味で不都合と考えられる損失関数も多い。筆者らはこの種の評価関数の具備すべき要件を次のように考えている。

- i) いうまでもなくまず第1には、実際の損失なり利益とできるだけ直接的な関係にあること、
- ii) 一般性を有すること（多くの流域においてその評価関数が仮定できること）、
- iii) 数学的取り扱いが容易であること。

以上3つの要件のすべてを十分に満す評価関数を見出すことは非常に困難である。なぜなら、たとえば最初の要件と後者の2つの要件は一般に相反する要求となっていることが多い。よって各計画担当者あるいは研究者は、計画の特性・研究目的を明確にした上で、上記3つの要件に照らしもっとも妥当な評価関数を設定し、かつまた自らの用いた評価関数がどのような長所・短所を持っているのかを常に照査しておく必要があろう。

(2) 渇水問題における損失関数の特性

筆者らの知るかぎりでは、これまで渇水現象による被害の生起パターンについて系統的に調べたものは少ない。しかし、たとえば都市用水のみの場合については藤吉の論文³⁾に引用された建設省関東地方建設局が行った上水道用水に対する東京都民の意識調査⁴⁾などがある。この調査は東京砂漠といわれた昭和38,39年の大渇水の直後に行われており、また質問の適確さから筆者らはこの調査結果を高く評価している。ここに引用するのは、「異常渇水があって給水制限を行うとすれば水道利用者はどこまでなら我慢できるか。」という質問に対する回答を整理したものであるが、すでに藤吉によって結論づけられたことはここでは省略し、より定量的に検討してみる。アンケート結果は Fig. 1 の各点で表わされるが、筆者らはこれに指数関数的減衰を仮定して、その定数の持つ特性を調べてみた。これが破線で記されているが、適合度は十分といえよう。この式は次のように表わされる。

$$L = A(1 - e^{-t/B}) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、

L: 我慢できないと答えた回答者の割合、

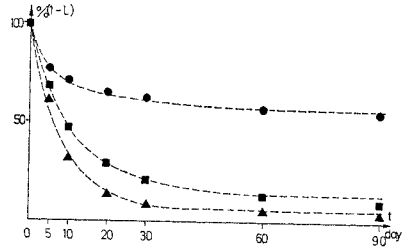


Fig. 1 Empirical Loss Function
 Circles: $(X_0 - X')/X_0 = 10\%$,
 Squares: $(X_0 - X')/X_0 = 30\%$,
 Triangles: $(X_0 - X')/X_0 = 50\%$,
 X' : Supplied Discharge, X_0 : Target Discharge

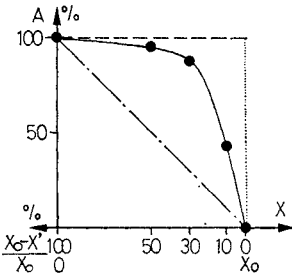


Fig. 2 Final Intensity of Drought

- A: 定数、ある強度の節水が無限時間続いたと考えたときの損失の終極強度に対応するといえよう、
- B: 定数、渇水評価におけるメモリーの長さを示している。

供給水量あるいは節水率を横軸にとって A, B をプロットしたものが Fig. 2, 3 である。これらの図より次のようなことが言える。

- i) 終極強度に漸近する早さは節水率が大きいほど早い (B が小さい)。この時定数 B は最大 13 日程度であり、終極強度の 90% 程度の被害は最大約 1 カ月以内におこる。
- ii) Fig. 2 において破線は渇水回数 $(X < X_0$ なるときはすべて等しい損失があると考えることと等価である) を損失関数とする場合、1 点鎖線は不足水量を損失関数とする場合の A~X 関係に相当しているが、アンケート結果は両者の中間的性質を示している。

よって以後の解析では主として、時間単位は月程度と考え、流量評価のシステムのメモリーは無視して渇水回数・不足水量がどのような性質を持つかを調べよう。ただ本

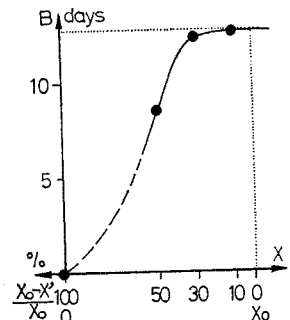


Fig. 3 Length of Memory of Loss Function

論文での解析が定量的な評価までは問題にしていないことも考慮すれば、以後の結果はBと同程度、すなわち旬流量程度を時間単位とする計画の策定に対しても十分適用性があるものと考えられる。

(3) 損失関数の定式化

前項で述べたごとく時間単位は旬以上とし、non-memory system による近似を許すものとする。これにより流量を input とし、損失量を output とする1種のシステムを定式化する。流量時系列がどのような確率分布を持ち、どのような従属性を持っていても、non linear system であれば現状のシステム工学の知識で解くことは可能であるが、実用的な解を得ることはなかなか難しい。ただ流量時系列が正規分布をなす場合については、古くは Davenport Root⁵⁾ の教科書の非線形解析の項にも書かれてあるごとく、比較的簡単に解が求まる。また流量時系列が独立な系列をなす場合には確率論的取り扱いが容易となろう。この場合は確率分布に制限は受けない。よってここでは次の2種類の解析法を用いた。

i) 流量時系列が独立な系列をなす場合について、渇水回数(Filter 1 とする)、不足水量(Filter 2 とする)の確率論的諸特性を導く、

ii) 流量の確率分布が正規分布をなす場合について、一例として損失が流量の指数関数として表わされる場合(Filter 3 とする)の解を示す。同様の手法により、より一般的な non-memory system についても解くことができることは Davenport-Root の教科書などにも書かれてあるとおりでである。

Filter 1, 2, 3 を Fig. 4 に示す。

i) まず渇水回数、不足水量を評価関数とする場合について述べる。ここでは流量時系列を表わす変数として $X_j (j=1, 2, \dots, N)$ を用いる。また目標供給量は X_0 とし、 N 期間における $X_j < X_0$ なる期間の総数すなわち渇水回数を n とし、 n および $S_n = \sum_{j=1}^n (X_0 - X_j)$, (for $X_j < X_0$) なる総不足水量 S_n の確率密度関数を求める (Fig. 5 参照)。

$X_j (j=1, 2, \dots, N)$ の時系列としては、 X_j は互いに独立かつ定常時系列とする。またその確率分布関数を $F(X)$ とし、 $X_j < X_0$ に対応する truncated distribution $F^*(X)$ を考える (Fig. 6 参照)。

$$F^*(X) \begin{cases} = F(X)/q, & (X < X_0) \\ = 0, & (X \geq X_0) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $q = 1 - p = \int_{-\infty}^{X_0} dF(X) = F(X_0)$

このとき n の確率密度関数はよく知られたように二項分布となる。

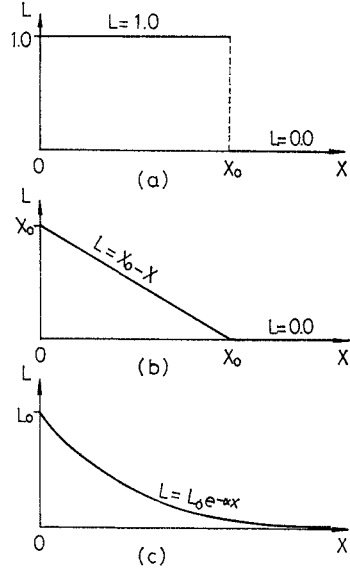


Fig. 4 Examples of Loss Functions
(a): Filter 1, Number of Drought,
(b): Filter 2, Sum of Deficit,
(c): Filter 3, Continuous Loss Function

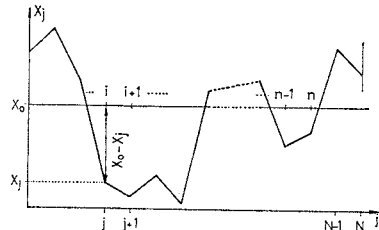


Fig. 5 Schematic Explanation of the Objective Sequence

$$P_r(n=k) = {}_N C_k q^k p^{N-k}, (k=0, 1, \dots, N) \dots (3)$$

$F^*(X)$ に対応するあらたな確率変数 X_j^* を考え、そのキュムラント母関数、モーメント母関数をそれぞれ $K^*(v)$, $M^*(v)$ とする。このとき、

$$M^*(v) = E(e^{vX_j^*}) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{vX} dF^*(X) \\ = \frac{1}{q} \int_{-\infty}^{X_0} e^{vX} dF(X) \dots\dots\dots (4)$$

$$K^*(v) = \log M^*(v) = \sum_{r=1}^{\infty} \kappa_r^* \cdot \frac{v^r}{r!}$$

ここに、 κ_r^* : X_j^* の r 次のキュムラント (半不偏係

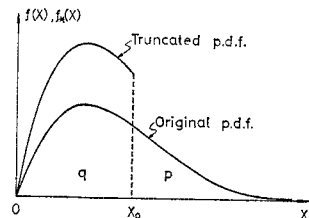


Fig. 6 Schematic Explanation of Truncated Distribution

数), たとえば $\kappa_1^* = E(X^*), \kappa_2^* = Var(X^*), \dots$

不足水量を Y と書くと, Y のモーメント母関数 $M_Y^*(v)$ は,

$$Y = X_0 - X_j^* \dots \dots \dots (5)$$

$$M_Y^*(v) = E(e^{vY}) = E(e^{vX_0 - vX_j^*})$$

$$= e^{vX_0} M^*(-v) = e^{vX_0} e^{K^*(-v)} \dots \dots (6)$$

$M(u, v), K(u, v)$ を n と S_n の結合積率母関数および結合キュムラント母関数とする。ここに u, v はそれぞれ n, S_n に対するパラメーターである。このとき, ※

$$E(n) = \frac{\partial K(u, v)}{\partial u} \Big|_{u=0, v=0} = Nq \dots \dots \dots (9)$$

$$Var(n) = \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial u^2} \Big|_{u=0, v=0} = Nq(1-q) \dots \dots \dots (10)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$E(S_n) = \frac{\partial K(u, v)}{\partial v} \Big|_{u=0, v=0} = Nq(X_0 - \kappa_1^*) \dots \dots \dots (11)$$

$$Var(S_n) = \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial v^2} \Big|_{u=0, v=0} = Nq[p(X_0 - \kappa_1^*)^2 + \kappa_2^*] \dots \dots \dots (12)$$

$$\vdots \quad \quad \quad \vdots$$

$$\rho(n, S_n) = \frac{C_{ov}(n, S_n)}{\sqrt{Var(n) \cdot Var(S_n)}} = \frac{\partial^2 K(u, v)}{\partial u \cdot \partial v} \Big|_{u=0, v=0} / \sqrt{Var(n) \cdot Var(S_n)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\kappa_2^*}{p(X_0 - \kappa_1^*)^2}}} \dots \dots \dots (13)$$

このようにして流量の確率密度関数, 目標放流量, サンプル・サイズがわかれば 渴水期間数 n , 不足水量 S_n の確率分布がわかる。前述のごとく, この場合は確率分布について適用上の制限は受けないが, 流量系列が独立な系列をなすという大きな制約条件がつく。

ii) 次に流量が正規分布をなす場合についての解析例を示す。簡単な例として Fig. 4 の Filter 3 の場合を考える。損失を Y , 流量を X とおくと,

$$Y = L_0 e^{-\alpha X}$$

X の確率密度関数を $f(X)$, X_1 と X_2 の結合確率密度関数を $f_{12}(X_1, X_2)$, かつ Y_1, Y_2 を X_1, X_2 に対応する出力(損失)とする。添字 '1', '2' はそれぞれ時間 τ だけ離れた量を意味するものとする。

$$f_Y(Y) = f(X) \cdot \left| \frac{\partial X}{\partial Y} \right| \dots \dots \dots (14)$$

$$\mu_Y = \int_{-\infty}^{\infty} Y(X) \cdot f(X) dX \dots \dots \dots (15)$$

$$\sigma_Y^2 = \int_{-\infty}^{\infty} Y^2(X) \cdot f(X) dX - \mu_Y^2 \dots \dots \dots (16)$$

$$R_Y(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} (Y_1 - \mu_Y)(Y_2 - \mu_Y) \cdot f_{12}(X_1, X_2) dX_1 \cdot dX_2 \dots \dots \dots (17)$$

ここに $f_Y(Y), \mu_Y, \sigma_Y, R_Y(\tau)$ は Y の確率密度関数, 平均, 標準偏差, 自己相関関数。

計算を進めるために X は $N(\mu_X, \sigma_X^2)$ なる正規分布に従うとし, かつ X の自己相関関数を $\rho_X(\tau)$ とする。このとき, ※※

$$\begin{aligned} \text{※} \quad M(u, v) &= E(e^{un+vS_n}) \\ &= \sum_{k=0}^N N C_k q^k p^{N-k} e^{uk} E(e^{vS_k}) \\ &= \sum_{k=0}^N N C_k q^k p^{N-k} e^{uk} \{M_Y^*(-v)\}^k \\ &= \{q \cdot e^{u+vX_0+K^*(-v)} + p\}^N \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

$$K(u, v) = N \cdot \log \{q \cdot e^{u+vX_0+K^*(-v)} + p\} \dots (8)$$

$K(u, v)$ を u あるいは v で偏微分し, u, v を '0' とおくことにより, 渴水期間の総数 n , 総不足水量 S_n の確率密度関数の各次のモーメントが得られる。たとえば

$$\begin{aligned} \text{※※} \quad f_Y(Y) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_X}} \exp \left\{ -\frac{(X - \mu_X)^2}{2\sigma_X^2} \right\} \left| -\frac{1}{\alpha Y} \right| \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_X\alpha}} \cdot \frac{1}{Y} \cdot \exp \left\{ -\frac{\left(\frac{1}{\alpha} \log \frac{Y}{L_0} + \mu_X \right)^2}{2\sigma_X^2} \right\} \dots \dots \dots (18) \end{aligned}$$

$$\mu_Y = L_0 \cdot \exp \left\{ \frac{\alpha(\alpha\sigma_X^2 - 2\mu_X)}{2} \right\} \dots \dots \dots (19)$$

同様に,

$$\sigma_Y^2 = L_0^2 \cdot \exp \{2\alpha(\alpha\sigma_X^2 - \mu_X)\} - \mu_Y^2 \dots \dots (20)$$

$$R_Y(\tau) = L_0^2 \cdot \exp \{ \alpha \{ \alpha\sigma_X^2(1 + \rho_X(\tau)) - 2\mu_X \} \} - \mu_Y^2 \dots \dots \dots (21)$$

以上の式より総損失は $T_* \cdot \mu_Y$ (ここに T_* は観測時間) で与えられ, そのときの分散 $V_Y(T_*)$ は,

$$V_Y(T_*) = \frac{2}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) \cdot R_Y(\tau) d\tau \dots \dots (22)$$

より計算できる。以後の計算を進めるために, 式 (21) を e に関して級数展開しておく。

$$\begin{aligned} R_Y(\tau) &= L_0^2 \cdot e^{\alpha(\alpha\sigma_X^2 - \mu_X)} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \{ \alpha^2 \sigma_X^2 \rho_X(\tau) \}^i / i! - \mu_Y^2 \\ &= \mu_Y^2 \sum_{i=1}^{\infty} \{ \lambda \rho_X(\tau) \}^i / i! \dots \dots \dots (23) \end{aligned}$$

ここに, $\lambda = \alpha^2 \sigma_X^2$

さらに計算を進めるためには $\rho_X(\tau)$ に具体的な関数を仮定する必要がある。たとえば, 指数関数を考えれば,

$$\rho_X(\tau) = e^{-\tau/k} \dots \dots \dots (24)$$

$$V_Y(T_*) = \frac{2}{T_*^2} \int_0^{T_*} (T_* - \tau) \cdot \mu_Y^2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i}{i!} e^{-i\tau/k} d\tau$$

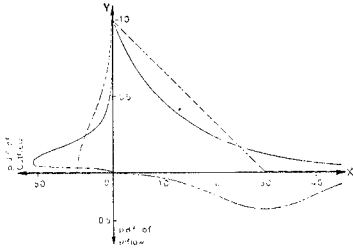


Fig. 7 Comparison of Loss Functions as Filters of Natural Discharge

$$= \frac{2 \mu \gamma^2}{T_*^2} \sum_{i=1}^{\infty} \frac{\lambda^i k^2}{i! i^2} \cdot \left(\frac{i}{k} T_* + e^{-iT_*/k} - 1 \right) \dots\dots\dots(25)$$

比較のための例として、Fig. 7 に $X \in N(3, 1)$ なる流量が次のような2種類の評価関数を通してのちの出力の確率密度関数を示す。

$$Y = \begin{cases} 3-X, & (X < 3) \\ 0, & (X \geq 3) \end{cases} \dots\dots\dots(26)$$

$$Y = 3 \cdot e^{-(2/3)X} \dots\dots\dots(27)$$

式(26)は破線に、式(27)は実線に対応する。

3. 水資源計画の信頼度

(1) 信頼度の規準

本章では水資源計画の信頼度について論じている。その目的は、前章あるいはすでに発表した貯水池システムに関する基礎的研究⁹⁾などの、筆者らが行ってきた水資源計画に対するシステム工学的アプローチの実際の計画における適用性・有効性の検証、および計画の基礎となる水文資料の性質に起因する水資源計画の信頼度の減少について解析的かつ一般的な議論を行うことである。

このような議論を解析的に取り扱うためには、まず信頼度という莫然とした言葉の意味を、適当な関数をもって具体的に表現しておく必要がある。筆者らはこの規準として次のようなものを選んだ。

前章に示したごとく、計画の評価は対象期間における総渇水回数 n 、不足水量 S_n を用いる。 n, S_n が安定した値であればその期待値 $E(n), E(S_n)$ のみによって計画は評価されよう。しかしながら、たとえば水文資料に起因するものに限ってみても、標本数の不足、時間単位の取り方、水文観測誤差などの原因により n, S_n には各種の誤差 $\epsilon_n, \epsilon_{S_n}$ が含まれる。よってここでは計画の信頼度評価の尺度として $\alpha = \epsilon_n / E(n), \alpha = \epsilon_{S_n} / E(S_n)$ を用いることにする。

(2) 正規分布をなす入力における標本数の効果

実際の水文資料を用いた解析を行う前に、正規分布を

なし、かつ一次マルコフ系列をなすとしてモデル化された流入量系列を用いた解析によって、筆者らのアプローチの実際的な問題への適用性を検討しておく。

ここで取り扱われるのは、単一の貯水池による水の貯留・調節を含むモデル的な水資源開発システムにおける計画の信頼度におよぼす水文資料数の影響である。

貯水池操作における非線形性、評価における従属性などの効果は近似的な理論解とシミュレーション結果の比較により補正することにして、まずは次のようないくつかの粗い仮定をおく。

i) 流入量の自己相関係数は ρ でその時定数は $k = \left(-\frac{1}{\log \rho} + \frac{1}{2} \right) dt$ で与えられ⁹⁾、確率分布は $N(\mu, \sigma^2)$ なる正規分布に従うものとする。

ii) ダム操作方式は一定量放流方式とし、等価線形貯留定数を a とするとき⁹⁾、放流量の自己相関関数は近似的に $R(\tau) = e^{-\tau/(a+k)}$ となり（すなわち時定数は $a+k$ ）。その確率分布は $N\left(\mu, \frac{k}{a+k} \sigma^2\right)$ なる正規分布で近似できるものとする。

iii) 評価関数としては、渇水回数・不足水量を用いるものとし、前章の理論を適用するために放流量時系列を時定数 $(a+k)$ ごとに区切って平均化したあらたな系列を考え、これを独立な系列とみなす。このとき試長変動曲線の理論より放流量系列の分散は、

$$Var|_{T_* = a+k} = \frac{2 \frac{k}{a+k} \sigma^2}{(a+k)^2} \int_0^{a+k} (a+k-\tau) \cdot e^{-\tau/(a+k)} d\tau = 0.737 \frac{k}{a+k} \sigma^2 \dots\dots\dots(28)$$

となる。よってこの独立変数は $N\left(\mu, \frac{0.737 k}{a+k} \sigma^2\right)$ に従うものとする。

iv) よってサンプル・サイズあるいは観測資料の長さ T_* とすれば、式(9)~(13)において、

$$N = \frac{T_*}{a+k} \dots\dots\dots(29)$$

$$F(X) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma \sqrt{\frac{0.737 k}{a+k}}} \cdot \int_{-\infty}^X \exp\left\{ -\frac{(X-\mu)^2}{2 \cdot \frac{0.737 k}{a+k} \sigma^2} \right\} dX \dots\dots(30)$$

とおくことにより渇水回数 n ・不足水量 S_n の確率分布を規定する各次のモーメントが求まる。

v) 計画の信頼度は、渇水回数・不足水量の変動係数、すなわち平均渇水回数・平均不足水量に対するその標準偏差の比によって測られるものとする。式で書けば、 $\sqrt{Var(n)}/E(n)$ あるいは $\sqrt{Var(S_n)}/E(S_n)$ 。

ところで正規分布に対して計算してみると、

$$\begin{aligned} & \{ \sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n) \} / \{ \sqrt{V_{ar}(n)} / E(n) \} \\ &= \sqrt{1 + \frac{\epsilon_2^*}{\rho(X_0 - \epsilon_1^*)^2}} = \frac{1}{\rho(n, S_n)} \\ &= 1.3 \sim 1.5 \approx 1.4 \dots \dots \dots (31) \end{aligned}$$

とほぼ一定であるから、この場合は湧水回数を用いても不足水量を用いても本質的な差はない。ここでは不足水量 S_n のみについて考えることにする。

シミュレーション・ケースは **Table 1** に示すとおりである。またシミュレーション手順は次のとおりである。

Table 1 Simulation Cases

ρ : Correlation Coefficient, V , X_0 : Capacity and Target Discharge of Reservoir, T : Sample Number, X : Inflow.

$V=1, 3, 15, 30$
$X_0=3.0, 2.5, 2.0$
$\rho=0.0, 0.8$
$T=10, 100, 1000$
$X \in N(3, 1)$

i) 各ケースについて 10 000 個のデータを発生させ⁷⁾、まず平均不足水量を求めた。

ii) 次にそれらを 10 個ずつ 1 000 組のデータに分け、各 10 個ずつについて不足水量を求め、得られる 1 000 個の不足水量についてその標準偏差を求めた。これはサンプル・サイズが 10 の場合の不足水量のばらつきを代表しているはずである。

iii) 同様に 100 個ずつ 100 組、1 000 個ずつ 10 組のデータについて標準偏差を求めた。

これらの値に貯水池操作の非線形性の補正を加えるために、 a/k と $E(S_n)$ 、 $\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)$ の関係をプロットしてみた。シミュレーションによる正確な解を $[E(S_n)]_{sim}$ 、 $[\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)]_{sim}$ 、筆者らの近似解を $[E(S_n)]_{Theo}$ 、 $[\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)]_{Theo}$ とすると、この補正により次のような関係式が得られた。

$$[E(S_n)]_{sim} \approx 0.46(a/k)^{-1/3} \cdot [E(S_n)]_{Theo} \dots \dots \dots (32)$$

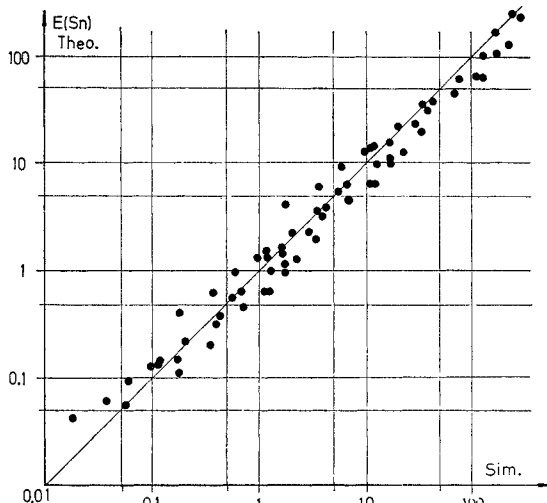


Fig. 8 Comparison of Theoretical Values with Simulated Values for $E(S_n)$

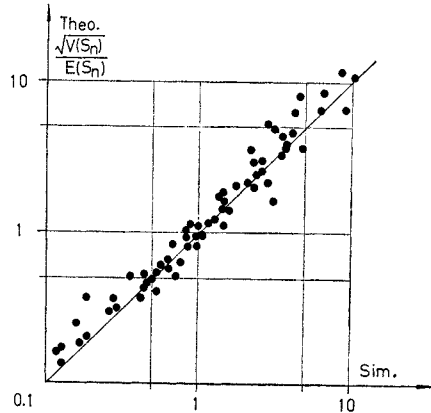


Fig. 9 Comparison of Theoretical Values with Simulated Values for $\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)$

$$\begin{aligned} & [\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)]_{sim} \approx 2.4(a/k)^{1/4} \\ & \cdot [\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)]_{Theo} \dots \dots \dots (33) \end{aligned}$$

式 (32)、式 (33) の右辺より求めた理論解と、シミュレーション値を比較したものが **Fig. 8, 9** である。これらの図の適合度より、筆者らのアプローチが実用上かなりな適用性を持っていることがわかる。

(3) 現実の水資源計画の信頼度

a) 標本数との関係

前節において求められた式 (32)、式 (33) を琵琶湖、木津川高山ダムに適用する。ケースは次のとおりである。

琵琶湖に対しては、貯水池容量 $V=134.0, 401.0, 534.0, 801.0 \times 30$ (m^3/sec)day, 木津川に対しては $V=8.7, 45.0, 95.0, 190 \times 30$ (m^3/sec)day である。この値は琵琶湖に対してはそれぞれ、0.5 m, 1.5 m, 2.0 m, 3.0 m 計画に相当し、木津川の場合は利用率 40%, 60

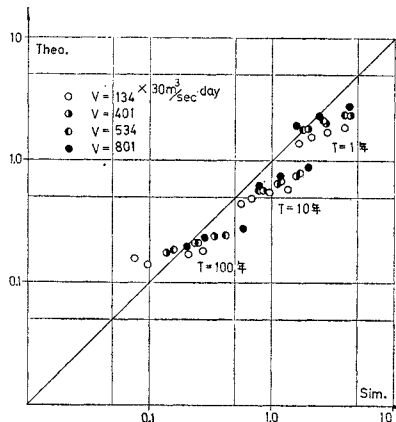


Fig. 10 Correlation between Theoretical Values and Simulated Values, $\sqrt{V_{ar}(S_n)} / E(S_n)$. An Example for Lake Biwa

%, 80%, 90% に対応している。目標放流量については渇水がほとんど生起しない場合から3年に1カ月程度生起するような範囲について選んだ。次に実測流量資料をもとに1000年分(12000)個の流量資料を模擬発生した。以下の手順は前説と同じである。

シミュレーション結果と式(33)の比較の例を Fig. 10 に示す。この図よりわかるようにサンプル・サイズ不足による信頼度の減少の尺度としての変動率 $\sqrt{Var(S_n)}/E(S_n)$ については、式(33)はある程度の適用性を有しているといえよう。ただ係数2.4についてはあきらかに検討の余地がある。

式(32)の適用性はあまりよくなかったが、渇水回数、不足水量の期待値については、筆者らによるより高精度の理論解があるので⁶⁾、それを用いることができる。

式(33)より、

$$\sqrt{Var(\bar{n})}/E(n) \sim \sqrt{Var(S_n)}/E(S_n) \sim (a/k)^{1/4} \sqrt{(a+k)/T_*} \sqrt{p/q} \dots\dots\dots (34)$$

ここに、 T_* : 観測時間あるいはサンプル・サイズ、であるから、たとえば信頼度は放流量の時定数の平方根に逆比例し、サンプル・サイズの平方根に比例する。

逆に計画の信頼度、あるいは許容誤差 α を規定すれば、Fig. 10、式(33)よりそれに必要な資料数は求まる。たとえば $\alpha=20\%$ 程度とすれば、琵琶湖の1.5m計画では約100年以上、木津川高山ダムの現状の操作方式では約50年の資料が必要となる。信頼度を2倍に上げて $\alpha=10\%$ とするためには、さらに4倍の資料が必要となる。

b) 時間単位との関係

水資源計画の策定に際し、どの程度の時間単位を用いるのが最適かという議論はかなり以前から繰り返されてきたにもかかわらず、いまだこれに関する一般的な理論展開はもとより、当面の計画に対する最適時間単位の選定法も確立されてはいない。たとえば、琵琶湖のごとき大貯水池を有する流域に対して日単位で計画を立てることなどは、直感的に考えてもナンセンスである。しかもそれはデータ数の増減により計算機の記憶容量・計算時間の短縮が計れるなどといった単純な問題ではない。た

とえば、計画の基礎となる水水量の確率分布についても、日雨量では降水・無降水の2つの事象があり、その取り扱いはいきわめて面倒となるが、旬以上を単位とする雨量ではその効果はほとんど無視できるし、時系列特性についてもいろいろな流出成分の存在などによる流域の非線形効果は、小さな時間単位を用いれば用いるほど卓越してくる。これらがすべて時間単位の選び方に関係してくるわけである。よってここでは水資源計画における時間単位の決定法とそれに対応する計画の信頼度の推定について述べる。

たとえば、時間単位を N 倍にするということは、もとの水文資料を N 個ずつ加えた新たな水水量時系列を用いて計画を策定することである。すなわち、 N 個の水水量の和の統計的諸特性がわかれば、その和に対する渇水回数・不足水量を求めて、原系列から求められるものと比較することにより時間単位の影響が一般的に議論できる。水水量の和の統計的特性については筆者らの文献9)、渇水回数・不足水量の期待値については同じく6)に詳しい。

しかしながら、これらの式はやや煩雑なので、実用的な見地からは放流量時系列の時定数の近似値 $(a+k)$ と最適時間単位 (Δt_{opt}) と書くことにするととの関係が与えられれば便利であろう。シミュレーションには次の2種類の資料を用いた。

- i) 正規分布・ガンマ分布について10000個のデータを発生させたもの、
- ii) 琵琶湖・木津川月が瀬の48年分の半月流量資料。

以後の手順は次のとおりである。

- i) まず最小時間単位の流量(実測資料の場合は半月)を用いたシミュレーションにより n, S_n を計算する。
- ii) 次にそれらの流量を2つずつ加えて作った流量資料(実測では旬流量)に対して同様の計算を行う。以下順次時間単位を大きくして同様の計算を続ける。
- iii) 時間単位を横軸に、不足水量 S_n ・渇水回数 n を縦軸に取って結果をプロットし、外挿により時間単位

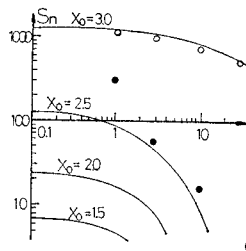


Fig. 11 Relation between S_n and Δt

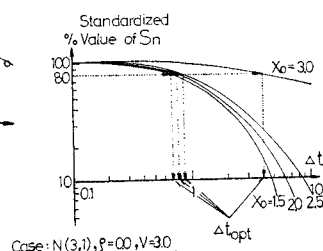


Fig. 12 Relation between S_n and Δt

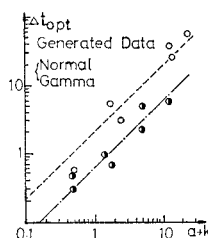


Fig. 13 Relation between Δt_{opt} and $(a+k)$

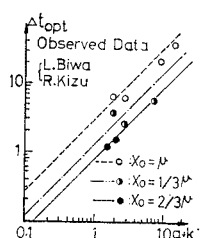


Fig. 14 Relation between Δt_{opt} and $(a+k)$

$\Delta t=0$ のときの n, S_n を求める。

iv) $\Delta t=0$ のときの値で除して規準化した不足水量・漏水回数を計算し、 $\Delta t=0$ のときの値に対するこれらの規準化量の誤差が $\pm\alpha\%$ (ここに $\alpha\%$ は許容誤差) となるときの時間単位を求め、これを最適時間単位 Δt_{opt} とする。

以上の手順は Fig. 11, 12 に示されている。

文献 6), 9) による理論解とシミュレーション結果を比較したものの例が Fig. 11 であり、その規準化量が Fig. 12 である。また図中の丸が理論値である。この図より、筆者らの理論がかなりの精度を有していることがわかる。よって Δt_{opt} 決定に対する各パラメーターの影響などをより詳細に調べるには、この式が有効であることがわかる。

前述のごとく、より実用的な見地から $(a+k)$ と Δt_{opt} の関係を示したものが Fig. 13, 14 である。水文量の観測精度を考慮して、ここではかりに $\alpha=20\%$ としている。これより、実際の計画においてもっともよく使われる $X_0/\mu=1/3\sim 2/3$ 付近に対して最適時間単位は、

$$\Delta t_{opt} \approx 0.7(a+k) \dots\dots\dots (35)$$

で近似できることがわかる。すなわち、 Δt_{opt} は放流量の定数に比例する。この値は琵琶湖で約1カ月、木津川高山ダムで5日~10日であるが、 $\alpha=10\%$ として許容誤差を1/2とすると、 Δt_{opt} の値もほぼ半分となる。

c) 水文量観測誤差の影響

水文量観測においては次の2種類の誤差の介入が予測される。

i) 正あるいは負の常に一定量の誤差、すなわち定誤差、

ii) ガウス分布をなすような、いわゆる偶然誤差。

定誤差 $\Delta\mu$ が加わる時は自然流量すなわちダムへの流入量の平均値 μ が、 $\Delta\mu$ だけ変化して $(\mu+\Delta\mu)$ となり、偶然誤差が介入するときは、その分散を $\Delta\sigma^2$ とすれ

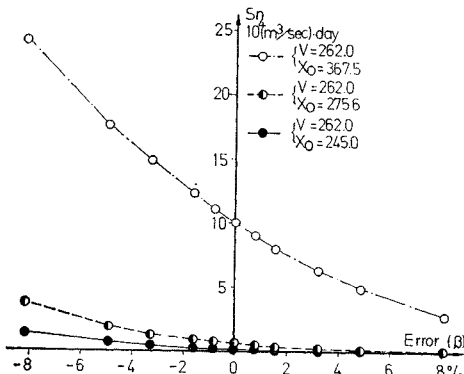


Fig. 15 Effect of Constant Error, Kizu River

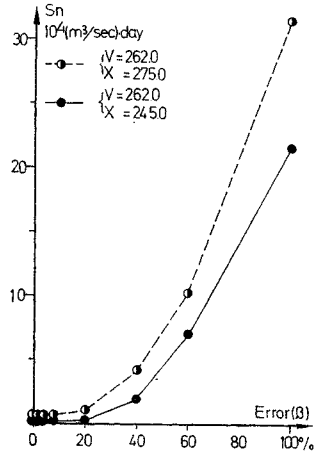


Fig. 16 Effect of Random Error, Kizu River

ば、流入量の分散が $(\sigma^2+\Delta\sigma^2)$ に変化すると考えられる。

よって計画の信頼度への影響は次式で定義できるであろう。

$$[4\mu \cdot \partial E/\partial\mu]/E, [4\sigma^2 \cdot \partial E/\partial\sigma^2]/E \dots\dots\dots (36)$$

ここに、 E は $E(n)$ あるいは $E(S_n)$ を意味している。 $\Delta\mu, \Delta\sigma$ が大きいときには、直接的に、

$$[E_{\mu+\Delta\mu}-E]/E, [E_{\sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}}-E]/E \dots\dots\dots (37)$$

を計算すればよい。ここに、 $E_{\mu+\Delta\mu}, E_{\sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}}$ は $E(n), E(S_n)$ の計算において誤差を含まない流量資料の μ, σ のかわりに、それぞれ $\mu+\Delta\mu, \sqrt{\sigma^2+\Delta\sigma^2}$ を入れて $E(n), E(S_n)$ を計算したものを意味する。

Fig. 15 に正あるいは負の定誤差を加えた場合の誤差の大きさ β と S_n の関係、Fig. 16 に偶然誤差を加えた場合の相対誤差の大きさ β と S_n の関係を示すグラフの例を示している。オーダー的に次のようなことがいえる。ここに漏水回数 n 、不足水量 S_n における誤差 α と区別するために流入量における相対誤差は β で表わしている。

i) 定誤差を加えたときは、 $\beta=\pm 5\%$ で S_n は約1/2あるいは2倍となる。このとき S_n における誤差の大きさは $\alpha=\pm 100\%$ となっている。 α を $\pm 20\%$ 以下に押えるためには β は少なくとも $\pm 2\%$ 以下に押えねばならない。

ii) 偶然誤差を加えた場合は、 $\beta=20\%$ で S_n は約2倍となり $\alpha \approx 100\%$ となる。 $\alpha < 20\%$ とするためには $\beta < 10\%$ 以下に押えねばならない。

iii) 比較的 S_n が大きいときは筆者らの解がよくあうから、この場合はこの式によって簡単に、測定誤差による水資源計画の信頼度の評価ができる。

$\alpha < 20\%$ の条件のもとにもう少し具体的に説明する。たとえば、流量観測において、年に何度も流量測定を行

って水位～流量曲線を作ったとすると、各測定値の、得られた水位～流量曲線のまわりでの許容できるばらつきの程度は、それらのばらつきの平均的な大きさ、すなわち標準偏差において 10% 程度であり、水位～流量曲線自身は、各測定点の真の中心を通る線から 2% 以上ズレてはいけない。また同様に流速測定装置が常に 2% 以上の定誤差を含むことも許されない。

以上の条件は現在の水文観測における最高度の測量技術水準に対応しているであろう。実は本節における $\alpha=20\%$ なる条件はこのような理由により定められたものである。

4. 結論と展望

筆者らが行ってきた水資源計画のシステム工学的研究の、実際の計画における適用性・有効性の検証を行うこと、また計画の基礎となる水文資料による水資源計画の信頼度の減少に関する統一的説明と実用的成果を得ることを目的に研究を行い、次のような成果を得た。

i) 計画評価の規準としての 渴水の被害強度について検討を行い、旬～月以上の時間単位による水資源計画に対しては、ある計画期間に対する総渴水回数あるいは総不足水量による計画評価がほぼ可能であることを指摘した。

ii) 独立な時系列、あるいは正規分布をなす時系列に対して総渴水回数・総不足水量の確率分布を導いた。

iii) 上記の成果およびすでに筆者らの提案した等価線形貯水池システムの理論を用いて、実際の計画における水文資料の時間単位の取り方、標本数、測定誤差などが水資源計画自身の信頼度におよぼす影響についての理論的考察と実用的な推算法を示した。

以上のごとくこれまで筆者らが行ってきた水資源計画におけるシステム工学的アプローチが、実際の水資源計画においても非常に有効な手段となりうることが示された。

本論文の成果が、より一般的な場合に対して拡張できるかどうかについては、筆者らは次のように考えている。これまでの議論は単一の貯水池、比較的簡単な評価

関数に対して行われたものであるが、多少、評価関数が変わっても、すでに得られた結果と比較して、定性的に見てそれほど異なる結果が得られるとは考えられない。またより多くの貯水池からなる複雑な貯留・調節システムに対しては、各貯水池に対して等価な線形貯水池を仮定することにより、線形であるがゆえに比較的簡単に重ね合せをすることが可能であり、議論の拡張にもそれほど困難さは伴わないであろう。

謝 辞：本研究を行うにあたり、熱心な助力をいただいた大成建設 田中 剛氏、ならびに昭和 47 年度特別研究として本研究の遂行に協力していただいた樋谷寿夫・藤黒邦博両氏に心からの感謝の意を表します。また本研究は昭和 47 年度文部省科学研究費「特定研究：水資源の貯留調節機能に関する研究(代表者：室田明)」の補助を受けて行った。記して謝意を表する次第である。

計算に用いた電子計算機は、大阪大学大型電子計算機センターの NEAC 2203-700、および京都大学大型電子計算機センターの FACOM 230-60 である。

参 考 文 献

- 1) Proc. of Second International Symposium in Hydrology, Fort Collins, Colorado, U.S.A., Sept., 1972.
- 2) Proc. of Symposium on Uncertainties in Hydrologic and Water Resources Systems, Arizona Univ., Arizona, U.S.A., Dec., 1972.
- 3) 藤吉三郎：利水計画の安全度に関する二、三の考察—利根川水系を例として—, 土木学会誌, Vol. 56, No. 11, pp. 23~29, 1971 年 11 月.
- 4) 建設省関東地方建設局：水道アンケート 調査報告書(集計編), 昭和 45 年.
- 5) Davenport, W.B.Jr. and W.L. Root: An Introduction to the Theory of Random Signals and Noise, McGraw-Hill, 1958, 日本語訳, 瀧保夫・宮川洋：不規則信号と雑音の理論, 好学社.
- 6) 室田 明・江藤剛治：利水を目的とした貯水池の貯留・調節機能に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 222 号, 1974 年 2 月.
- 7) 室田 明・江藤剛治・角湯正剛：広域的な月水文学の解析とそのシミュレーション, 土木学会論文報告集, 第 203 号, 1972 年 7 月.
- 8) 6) に同じ.
- 9) 室田 明・江藤剛治・田中 剛：水文学の和に関する統計的研究, 土木学会論文報告集, 第 223 号, 1974 年 3 月 予定.

(1973.6.27・受付)