

## 溶接H形鋼柱の座屈強度分布について

## ON THE BUCKLING STRENGTH DISTRIBUTION OF WELDED H-COLUMNS

青木 徹彦\*・福本 晴士\*\*  
By Tetsuhiko Aoki and Yuhshi Fukumoto

## 1. 緒 言

柱の座屈強度の研究には比較的古い歴史があり、そこで得られた研究成果は他の形式の構造部材の座屈に関する設計基準にも利用されている。鋼柱の中心軸座屈では実験値に大きなばらつきが現われることが特徴となっていて、実際の使用にあたっては設計式あるいは安全率でこれをカバーすることが行われる。

近年では構造物の設計を信頼性と安全性の観点から評価しようという動きに応じて、座屈荷重とそのばらつきについての研究<sup>1)~6)</sup>がいくつか行われている。とりわけヨーロッパでは域内各国の協力のもとに、長年にわたる座屈実験を多数本行い、その結果に基礎をおいて実用的な面からの設計式の提案を行っている<sup>7), 8)</sup>。それによると設計式は柱の使用板厚、断面形によって、あるいは圧延か溶接かによって、また強軸か弱軸まわりの支持で用いるかによって4系列に整理し、経済的効果を配慮しているようである。

ところで座屈荷重に対する設計基準を定めようとするとき、荷重のばらつきの性質について、それが何によって、どのように起こるかなどの知識があれば安全性を合理的に確保し、判断を下す際の参考として役立つであろう。一般に鋼柱座屈強度のばらつきは断面積、降伏点応力、ヤング係数、初期たわみ、初期偏心、残留応力、柱端支持条件などによることが従来までの研究で明らかにされている<sup>9), 10)</sup>が、その全容を知るためにはなお統計的見地から行われた多数の座屈実験および関連した実測データの蓄積が必要と思われる。

本研究は鋼柱のうち溶接組立てされたH形鋼柱が両端ピン支持された際の座屈荷重とそのばらつきの基本的性質について、実験的理論的に明らかにする目的で行われ

た。座屈実験では同一細長比に対し15~20本の試験柱を用い、載荷方法として幾何学的中心柱と力学中心柱の2つの異なった実験方法を採用し、結果に検討を加えた。また座屈荷重の変動におよぼす要因として初期たわみと残留応力を実測し、そのデータを用い、数値解析モデルによって座屈荷重の変動との関係を調べた。

## 2. 実験計画および方法

## (1) 実験計画

実験は柱の最大耐力を求めるための中心軸座屈実験、座屈荷重の推定と材料定数を定めるための短柱実験、座屈荷重のばらつきにおよぼす要因の大きさを調べる目的として残留応力の測定、初期たわみの測定、および引張り試験から成る。実験計画の詳細をTable 1に示す。

試験柱はあらかじめ材質SS41の板をH形断面(100×100×8×6mm)に溶接組立てし、10mの原材42本を用意する。それぞれの試験体は切出し位置が不規則となるよう、ラテン方格法に基づいて割付けを行った。個々の実験方法および測定要領は文献12)の圧延H形鋼

Table 1 Test Program

	Object	Length (mm)	Number
A	Stub Column	500	35
B	Tensile Test	500	30
C	Measurement of Residual Stress	900	18
		Total	83
D 1	Buckling Test (In Alignment)	$L/r=60$	1482
E 1		$L/r=80$	1976
F 1		$L/r=100$	2470
G 1		$L/r=120$	2964
D 2	Buckling Test (With Initial Curvature)	$L/r=60$	1482
E 2		$L/r=80$	1976
F 2		$L/r=100$	2470
G 2		$L/r=120$	2964
		Total	168

\* 正会員 工修 名古屋大学 助手 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 名古屋大学 助教授 工学部土木工学科

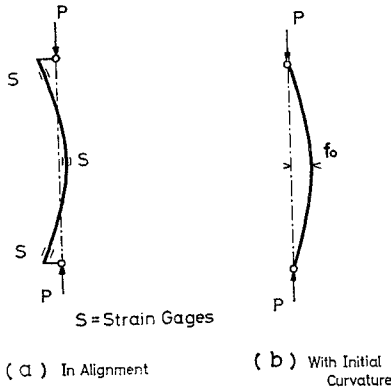


Fig. 1 Testing Column Set-up

について述べた方法とほとんど同様であり省略するが、座屈実験については異なった方法を含んでいるので以下これについて述べる。

(2) 座屈実験

座屈実験柱はいずれも両端ピン、弱軸まわりの回転支持であるが、座屈実験には異なった2つの方法を用いた。一方を力学中心柱、他方を幾何学中心柱と呼ぶことにする。

a) 力学中心柱

この方法は従来から一般に行われているもので、柱の両端で柱の初期たわみを打消す方向に微小偏心を与え、柱が力学的に中心軸となるよう調整を繰返してセットする方法である。この方法によれば座屈荷重におよぼす残留応力の影響を明らかにすることができるが、中心軸状態に整置 (alignment) するのにかなりの手間がかかる。

試験柱は細長比 60, 80, 100 および 120 に対し、それぞれ 15 本ずつ合計 60 本を用い、柱の中央および柱端から 10 cm の位置でフランジ端 4 個所に貼った合計 12 枚のひずみゲージにより上下端で等しい微小偏心を与えセットを行った。また柱中央の横方向のたわみを 1/100 mm 精度ダイヤルゲージを読みながら最高荷重で横たわみが最も少なくなるよう偏心量に補正を加えた。

b) 幾何学中心柱

セットの方法は柱両端の断面の幾何学的中心をピン支持装置の回転中心に一致させる方法で、実構造物中の柱ではたわみ曲線の変曲点間を一定長さのまま取出した形となる。こ

のようにセットされた柱の座屈荷重は残留応力と初期たわみとの影響を同時に含んだものとなり、どちらか一方の影響をみるには適当ではないが、実際に使用される柱の挙動に近い耐力が期待できるうえ、セットの手間がきわめて簡単になるという利点がある。

座屈実験には力学中心柱と同じ4種の細長比に対し、それぞれ 20, 20, 48, 20 本の柱を用いた。

Fig. 1 (a), (b) は力学中心柱と幾何学中心柱を模式的に図示したものである。

3. 実験結果

(1) 引張り試験

試験片はH形断面のフランジ部、ウェブ部から 15 本ずつ切出し、JIS 1 号試験片をつくり、 $E$  (ヤング率)、 $E_{st}$  (ひずみ硬化係数)、 $\sigma_y$  (降伏点応力)、 $\sigma_{ult}$  (最大応力)、 $\epsilon_{st}$  (硬化開始ひずみ)、 $\nu$  (ポアソン比) などの測定を行った。 $E$  および  $\sigma_y$  の値はウェブから切出した試験体のほうがフランジ部よりそれぞれ約 5% および 10% 高い値であった。測定値はウェブ部とフランジ部とをまとめ、各項目ごとに次式で定めた平均値  $M$ 、標本不偏分散の平方  $S'$ 、標本変動係数  $\omega'$  について整理すると Table 2 に示す結果が得られた。

$$\left. \begin{aligned} M &= \sum x_i / N \\ S' &= \sqrt{\sum (x_i - M)^2 / (N - 1)} \\ \omega' &= S' / M \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに  $x_i$  = データ、 $N$  = データ個数。上式 (1) の  $S'$ 、 $\omega'$  はベッセルの補正係数  $\sqrt{N/(N-1)}$  を用いれば、それぞれ一般に用いられる標準偏差、変動係数となるが、標本不偏分散のことを単に標本分散とよぶことがあるのにならって、ここでも以下式 (1) の  $S'$ 、 $\omega'$  を標本標準偏差、標本変動係数とよぶことにする。

(2) 短柱実験

測定値のうち  $E$ 、 $\sigma_y$ 、 $\sigma_{ult}$ 、 $\epsilon_{st}$ 、 $E_{st}$  について引張り試験と同様  $M$ 、 $S'$ 、 $\omega'$  の値を求めると Table 2 の結果

Table 2 Tensile and Stub Column Test Results

		$E$ ( $\times 10^6$ kg/cm $^2$ )	$E_{st}$ ( $\times 10^6$ kg/cm $^2$ )	$\sigma_y$ (kg/cm $^2$ )	$\sigma_{ult}$ (kg/cm $^2$ )	$\epsilon_{st}$ (%)	$\Delta l$
Tensile Test	$M$	2.123	0.0436	3 291	4 415	1.979	0.286
	$S'$	0.068	0.0051	185	205	2.515	0.011
	$\omega'$	0.032	0.234	0.056	0.046	0.1271	0.040
	$N$	30	30	30	28	30	29
Stub Column Test	$M$	2.123	0.0301	3 070	3 526	1.290	—
	$S'$	0.0625	0.0069	103	100	0.304	—
	$\omega'$	0.029	0.228	0.034	0.028	0.236	—
	$N$	33	33	33	33	33	—

$M$ : Mean,  $S'$ : Sample Standard Deviation,  $\omega'$ : Sample Coefficient of Variation,  $N$ : Number of Data

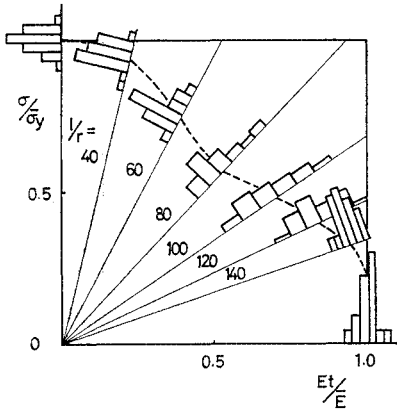


Fig. 2 Stress-Tangent Modulus Relationship from Stub Column Test

が得られた。測定値のうち  $\sigma_y$  と  $\sigma_{ult}$  の平均値と（標本変動係数）はそれぞれ  $\bar{\sigma}_y = 3101 \text{ kg/cm}^2 (0.034)$ ,  $\bar{\sigma}_{ult} = 3626 \text{ kg/cm}^2 (0.028)$  であった。

断面積の値は溶着部（脚長約 5 mm）を含めて実測した結果、平均値  $22.01 \text{ cm}^2 (\omega = 0.014)$  を得た。残留応

力や座屈荷重の無次元化などの整理にはこれらの平均値を用いた。

各試験体について荷重とひずみおよび変位の測定値から応力-ひずみ関係を求め、さらに応力-接線弾性係数 ( $\sigma-E_t$ ) 関係を求めると Fig. 2 が得られる。同図は縦軸を  $\sigma_y$  で、横軸をヤング係数の平均値  $\bar{E}$  で無次元化してある。図中のヒストグラムは供試体 33 本に対する  $\sigma/\bar{\sigma}_y - E_t/\bar{E}$  曲線と原点から引いた直線との交点の頻度を示している。この直線は無次元細長比を  $\lambda'$  とすると、傾きが  $1/\lambda'^2$  となるよう定めてあり、 $\sigma/\bar{\sigma}_y - E_t/\bar{E}$  曲線との交点がウェブを無視した強軸まわりの座屈荷重を与えるものである<sup>12)</sup>。

(3) 残留応力の測定結果

残留応力は測定用に用意した 90 cm の柱 18 本に対し、コンタクトゲージを使って測定した。測定点は上下フランジ外側表面に 10 mm 間隔で 11 点、ウェブは両面に 10 mm 間隔で 9+9 点である (Fig. 4 (a))。測定結果の例を Fig. 3 (a), (b), (c) に点線（ウェブ上は実線）で示す。なお、ウェブに示した値は両面の平均値で、両面の間の差はほとんどなかった。

なお、ウェブに示した値は両面の平均値で、両面の間の差はほとんどなかった。

a) 残留応力測定値の不つりあい量

残留応力は断面に外力による応力がないとき、本来、断面内で軸方向力、両軸に関する曲げモーメントに関して自己つりあいを保っている。今回の測定値に対し、次のような仮定、すなわち 1) フランジ、ウェブ、溶着部とも均一な材質で

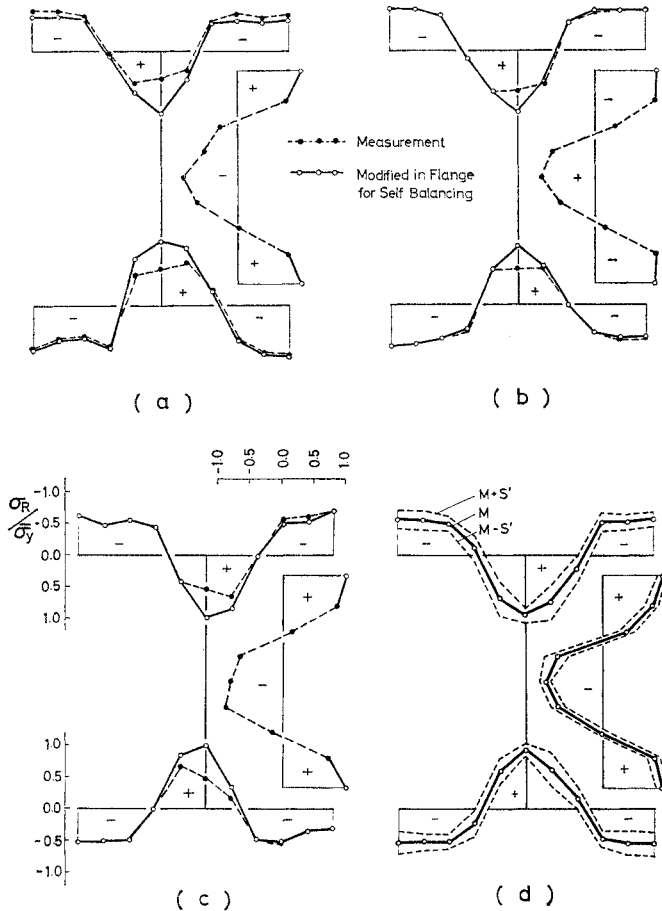


Fig. 3 Residual Stress Distributions

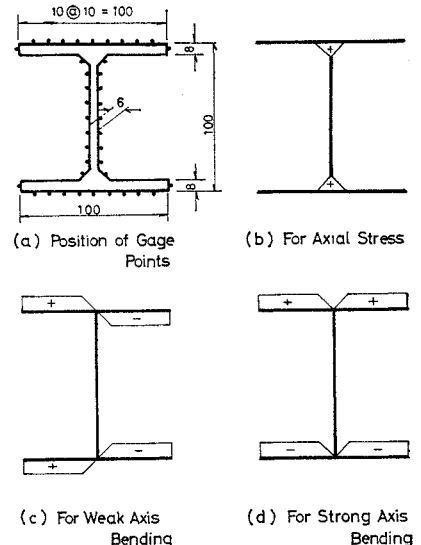


Fig. 4 Modification of Residual Stress for Self Balancing

ある。2) 板厚方向に残留応力は変化しない。  
 3) 測定点間の残留応力は直線的に変化する。  
 を用いてつりあい量を求めると軸方向力  
 で平均値 (標本変動係数) は  $\bar{F}_{rc}=0.097 P_y$   
 (0.37) となった。なお、曲げモーメントに  
 関する値は両軸とも微小であった。このつり  
 合いの原因は主にフランジ中央部、外側表面  
 上の測定点で溶着部残留応力を代表させたた  
 めと思われる。このことを考慮して残留応力  
 の自己つりあい形を推定してみよう。

**b) 残留応力の自己つりあい形**

前述の仮定に加え、次の仮定を考慮する。  
 4) 軸方向応力は中央点のみ (またはその隣  
 接点) で補正する (Fig. 4 (b))。5) 強、弱  
 軸まわりの曲げモーメントは Fig. 4 (c), (d)  
 に示すフランジ上で一定量を補正する。6)  
 溶着部はウェブの一部とし、ウェブ端にはフ  
 ランジ中央の残留応力の値を持たせる。な  
 お、ウェブは測定を両面で行い、両測定値に  
 差がほとんどなく、データの信頼度が高いの  
 で補正を省いた。補正後の残留応力の値は  
 Fig. 3(a), (b), (c) の実線に示すようにな  
 った。他の例も同様であり、補正は主にフラ  
 ンジ中央部、溶着部付近で引張り残留応力の増  
 大となって現われていることがわかる。Fig.  
 3 (d) は補正後の値を全断面について各測定  
 点ごとに平均した値  $M$  を実線で、 $M+S'$ 、  
 $M-S'$  を点線で示した。

c) 残留応力の大きさと分布形は座屈荷重  
 に大きな影響を与えるが、今回測定した溶接  
 H形断面の残留応力の特徴は次のようであ  
 る。引張り残留応力は溶着部でほぼ  $\bar{\sigma}_y$  に達  
 しており、圧縮残留応力はフランジ端部で平  
 均約  $0.56 \bar{\sigma}_y$  ( $\omega'=0.36$ ) であった。また、ウ  
 ェブの中央にフランジ端部より大きな圧縮残  
 留応力 (約  $0.9 \bar{\sigma}_y$ ) が存在していた。溶着部をウェブに  
 加え、フランジ上の残留応力とウェブ上のそれとを比べ  
 るとフランジのほうが圧縮残留応力で約  $0.09 \bar{\sigma}_y$  大きか  
 った。

**(4) 初期たわみの測定結果**

初期たわみは断面の強軸、弱軸まわりごとに全試験柱  
 に対して測定し、個々の柱の8等分点にダイヤルゲージ  
 を当て、たわみを求め次の3項からなるフーリエ級数で  
 最小二乗近似を行った。

$$y_i = \sum_{n=1}^3 a_n \sin \frac{n\pi x_i}{l} \quad (i=1\sim 7) \dots\dots\dots (2)$$

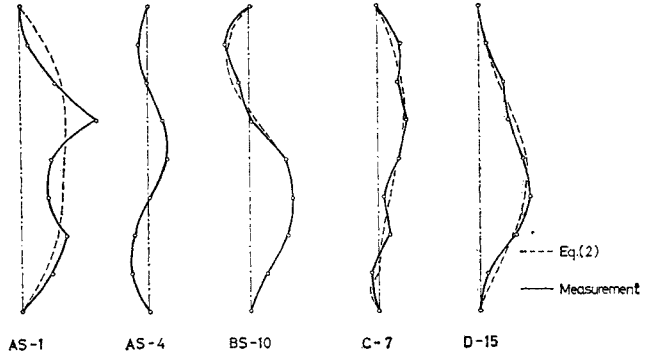


Fig. 5 Measured Initial Out-of-Straightness

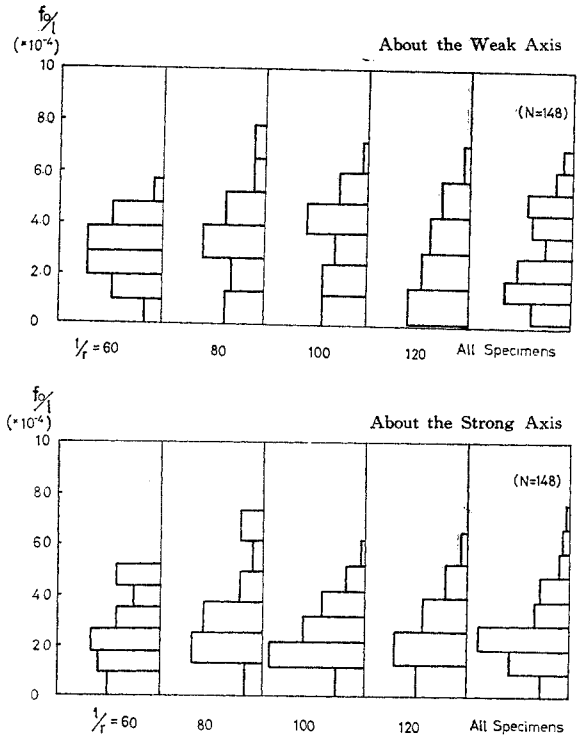


Fig. 6 Histogram of Initial Out-of-Straightness

上式によるたわみ近似を実測値と比較すると Fig. 5  
 に示す結果となる。図中、実線は実測値、破線は近似式  
 による曲線である。また柱長に対したわみは拡大されて  
 いる。

式 (2) によるたわみ曲線の最大たわみの分布状態を各  
 細長比ごとにヒストグラムを描くと Fig. 6 が得られ  
 る。各ヒストグラムは比較のため、度数の高さを変えて  
 面積を等しくしてある。

図からわかるように、初期たわみ  $f_0/l$  の分布形は各  
 細長比でやや異なっているが平均値はほぼ等しく、1万  
 分の3程度である。この値は一般に認められている値よ  
 り小さなものであるが、 $\omega'$  の値は約 50%、最大たわみ

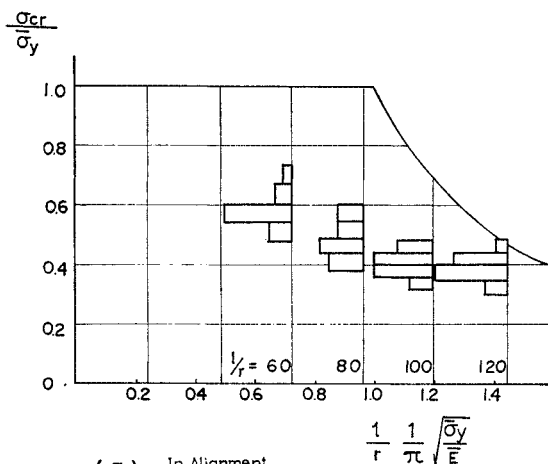
**Table 3** Initial out-of-Straightness ( $f_0/l$ )

$l/r$	About the Strong Axis					About the Weak Axis				
	60	80	100	120	All Specimens	60	80	100	120	All Specimens
$M (\times 10^{-4})$	2.388	3.215	2.417	2.308	2.645	2.815	3.155	2.980	2.721	3.003
$S' (\times 10^{-4})$	1.361	1.671	1.180	1.365	1.446	1.103	1.705	1.689	1.554	1.554
$\omega' (\%)$	57.0	52.0	48.8	59.2	54.7	39.2	54.1	56.6	57.1	51.7
Number	34	35	53	27	149	33	35	53	27	148

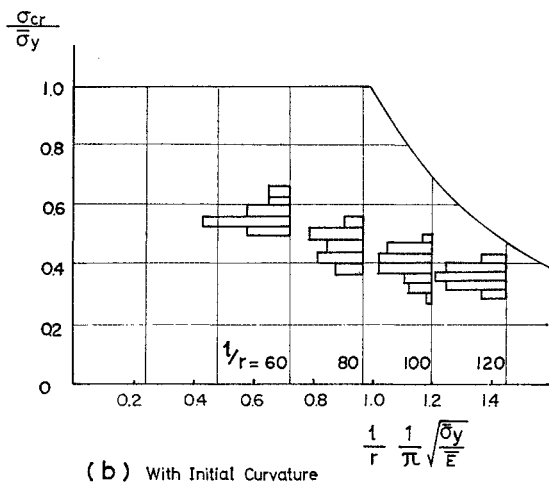
$M$ =Mean Value,  $S'$ =Sample's Standard Deviation,  $\omega'$ =Sample's Coefficient of Variation ( $S'/M'$ )

**Table 4** Statistical Results for the Column Buckling Tests ( $\sigma_{cr}/\bar{\sigma}_y$ )

$l/r$	In Alignment			With Initial Curvature			All Test Columns			
	$M$	$S'$	$\omega' (\%)$	$M$	$S'$	$\omega'$	$M$	$S'$	$\omega'$	$N$
60	0.589	0.049	8.3	0.572	0.040	6.9	0.579	0.044	7.6	35
80	0.491	0.049	12.2	0.476	0.053	11.2	0.482	0.056	11.6	35
100	0.410	0.036	8.8	0.408	0.051	12.4	0.408	0.047	11.6	63
120	0.386	0.034	8.9	0.367	0.034	9.4	0.375	0.035	9.4	35



(a) In Alignment



(b) With Initial Curvature

**Fig. 7** Buckling Test Results

量は各細長比とも柱長のほぼ 1/1500 とばらつきは大きい。

**Table 3** に各細長比、強軸、弱軸まわりごとの初期たわみの値を  $M$ ,  $S'$ ,  $\omega'$  に整理して示す。

(5) 座屈実験結果

a) 最高荷重

力学中心柱と幾何学中心柱に対して行った中心軸座屈実験結果のうち最高荷重を各細長比ごとに整理し、ヒス

トグラムに表わすと **Fig. 7** (a) および (b) が得られた。比較を容易にするため、ヒストグラムの面積は等しくしてある。両図とも実験値にはかなりのばらつきがみられ、標本変動係数は約 7~12% であった。詳細を **Table 4** に示す。

**Fig. 8** は両試験法による座屈荷重とそのばらつきについて差をみるために、各細長比ごとの平均値、標本変動係数を求め、図示したもので、○印は力学中心柱、△印は幾何学中心柱を表わしている。また各値の詳細を **Table 4** にまとめて示す。**Fig. 8** で興味あることは力学中心柱と幾何学中心柱の座屈荷重の平均値が4種の細長比にわたりよく一致しているということである。すなわち、平均値は幾何学中心柱のほうが 0.5~3% 低いにすぎず、変動係数の大きさも両者の間にほぼ類似の傾向がみられる。両方法による最高荷重の平均値が同一母集団から抽出された標本の値であるという仮説のもとに  $F$ -検定、 $t$ -検定を行ったところ、どの細長比でも 1% および 5% 信頼度で仮説を棄却することができないという結果が得られた。

**Fig. 7** (a), (b) が示すように個々の実験値のばらつきは相当大きくでているにもかかわらず、異なった2つのセット方法による最高荷重の平均値やばらつきの大さきの間大きな差が現われなかった点は注目すべきことと思われる。

これは今回実験で用いたような柱、すなわち溶接組立されたH形鋼柱では圧縮残留応力の大きさが約  $0.5\bar{\sigma}_y$  と大きく、その分布形もフランジ上でほぼ平坦な形をしていたこと、初期たわみが比較的小さい ( $f_0/l$  の平均値 = 0.0003) ことなどのためであろう。

このような場合には柱のセット方法として実験が簡単ならうえに座屈耐力に初期たわみと残留応力の影響を同時

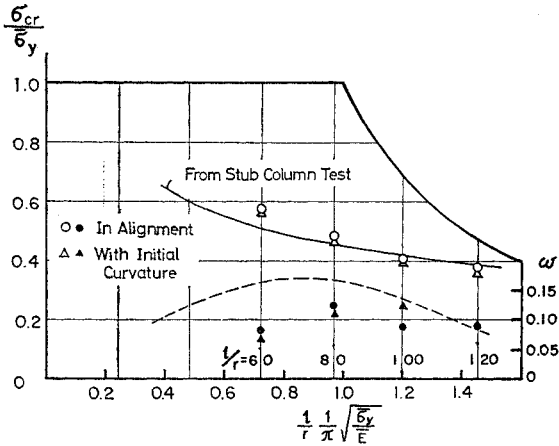


Fig. 8 Comparison of Mean Value and Coefficient of Variation in Fig. (a) and (b)

に含ませることができ、より実際の使用状態に近い柱の座屈耐力を予想することができる幾何学中心柱を用いたほうがよいであろう。

実験値にばらつきが大きく生じた原因は試験体が高さ×幅=100×100 mm と比較的小さな断面であり、溶接熱影響を受けやすかったためとも考えられるが、多くの実験データを包含した研究結果(たとえば文献 7))をみると柱の座屈耐力には一般に大きなばらつきが生じることがわかる。したがって、座屈耐力を統計的見地から解析しようとするなら、簡単な実験方法を用い、むしろ実験データの個数を適当な数だけ増加させるほうがより合理的といえるであろう。

Fig. 9 は Fig. 7 (a), (b) のデータを各細長比ごとに加え合わせて改めて描いたヒストグラムで、後述の数値解析との比較には同図を用いる。

b) 短柱実験による推定

Fig. 8 の実線は 3. (2) で述べた短柱実験の結果(Fig.

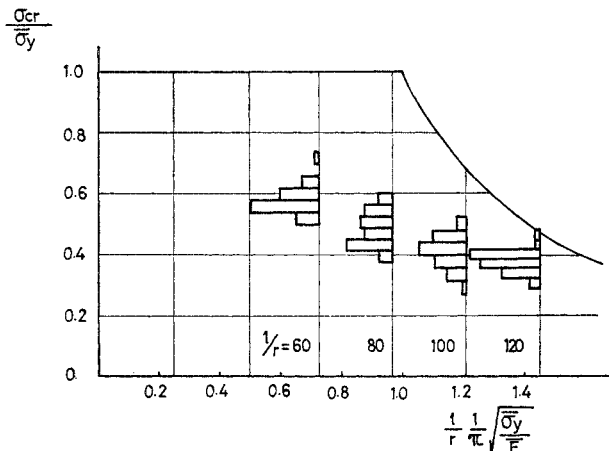


Fig. 9 Buckling Test Results for All Test Columns

2) を利用し、座屈荷重を推定<sup>12)</sup>してその平均値を示したもので、破線は標本変動係数の推定曲線である。平均値曲線のほうは座屈実験値のよい推定となっているが、変動係数曲線では細長比 100 以下の領域で座屈実験値よりかなり大きくなっている。従来の研究<sup>10)</sup>によって、多くの場合短柱実験によって柱の中心軸座屈荷重が精度よく推定できることが知られているが、今回のように座屈荷重を統計量としてみた場合、平均値では比較的よい推定となっているものの、ばらつきに関しては差が大きくなっている。これは圧縮残留応力の最大値がウェブ中央に現われ、比較的大きな残留応力量であったこと、そしてそのような断面に文献<sup>12)</sup>の Appendix で述べた方法を適用した結果によるものと考えられる。

4. 初期たわみと残留応力を有するモデル柱の座屈荷重とその変動

鋼柱の座屈荷重に対する設計式はさまざまな要因によって生ずるばらつきをも考慮して定める必要があるが、そのばらつきは細長比の変化に応じてまた変化する。ばらつきにおよぼす要因には残留応力の大きさ、材料の降伏応力の大きさ、断面積、初期たわみ、初期偏心などがあり、主なものは残留応力と初期たわみと考えてもよいであろう。これらの要因がばらつきにどのような、あるいはどれだけの影響を及ぼすかを知ることは柱の安全な使用に際して、時として重要な意味をもってくる。

この章では、柱のたわみ曲線を sin 半波形と仮定し、残留応力分布形を矩形で近似したモデルを考え、個々の要因あるいは座屈荷重とそのばらつきに関する基本的性質を数値計算により明らかにする。ここで考えた 2 つの要因はそれぞれ 1 つのパラメーターで制御できる最も簡単なモデルである。このような単純な仮定によって座屈荷重の推定精度が多少低下するかわりに、ばらつきの全体像を手短かに知ることができるであろう。

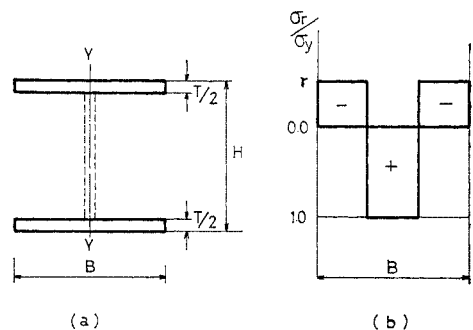


Fig. 10 Simplified Cross-Section and Residual Stress Pattern

(1) 近似モデル

解析に用いたモデルおよび計算手順を整理すれば次のようになる。

a) 柱の断面は Fig. 10 (a)に示すように幅  $B$ , 厚さ  $T/2$  の2枚のフランジのみからなるサンドウィッチ断面とし, 高さを  $H$  とする。

b) 溶接型残留応力分布を Fig. 10 (b)のように矩形で近似し, 引張り残留応力は常に降伏応力 ( $\sigma_y$ ) に等しく, また圧縮残留応力を  $r\sigma_y$  で与える。この残留応力分布は断面内で自己つりあいを保つよう, 残留応力の拡がり幅を定める。

c) 柱のたわみ曲線は初期たわみ形状も荷重による変形後の形状も  $\sin$  半波曲線とする。

$$y = d \sin \frac{\pi x}{L} \dots\dots\dots (3)$$

d) 数値計算手順は次のようである。まず初期たわみ  $f_0$  の大きさを与え, 荷重による付加たわみ  $f_a$  を仮定すると式 (3) で  $d = f_a + f_0$  より柱のたわみ形が求まる。柱の内外力のつりあいを柱の中央点のみで考えると, 初期曲率  $\phi_0$  と付加たわみに対応する曲率  $\phi_a$  を次式から求め, 仮定した残留応力の大きさ  $r$  に対する軸力-曲げ-曲率 ( $P-M-\phi$ ) 関係を計算し, つりあい式  $M = P \cdot d$  を満たす

$$\phi_a = \phi - \phi_0 = -f_0 \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 + d \left( \frac{\pi}{L} \right)^2 \dots\dots\dots (4)$$

と  $P$  を試索法で求める。 $P-d$  曲線より, 最大の  $P$  をほぼ 0.1% 精度で定める。

(2) 近似残留応力分布と接線係数座屈荷重

接線係数座屈荷重 (Tangent Modulus Load,  $P_T$ ) は中心軸座屈荷重の基準として広く利用されている。初期たわみを有する柱の座屈強度の計算に先立ち, 上述の断面および近似残留応力分布  $r$  を有する柱の  $P_T$  の値を調べてみよう。

$r = 0.3 \sim 0.6$  の値に対して応力-接線弾性係数関係を求めると Fig. 11 のようになる。図では  $r = 0.5$  に対しては実線で, そのほかは破線で示した。また同図で原点から傾き  $1/(\lambda')^2$  の直線を引き, 応力-接線係数曲線との交点を求め, 応力の値を読みとると強軸まわりの接線係数座屈応力となるが, それを図示すれば Fig. 12 のようになる。

仮定した  $r$  に対する応力-接線係数 ( $\sigma' - E_t'$ ) 関係と, 3. (2) で述べた短柱実験の結果と比較するため, Fig. 11 に Fig. 2 と同じ曲線を一点鎖線で記入した。もし, この短柱実験結果も2枚のフランジから成る断面か

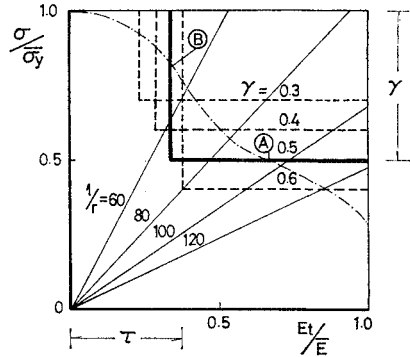


Fig. 11  $\sigma/\sigma_y - E_t'/E - L/l/r$  Relationship for Simplified Residual Stress

ら得られているものとすれば, 両者の交点 (たとえば, 図中  $r = 0.5$  に対する A, B 点) では, 対応する細長比に対するモデル柱と実際柱の接線係数座屈荷重は一致する。同図  $r = 0.5$  の例では  $l/r = 50$  と  $l/r = 100$  付近ではよい近似となっているが, ほかの  $l/r$  に対しては誤差が大きくなり,  $r = 0.5$  の仮定は適当ではない。

残留応力を有する構造部材の接線係数座屈強度を数値計算で求める場合, 実際の残留応力分布を適当な近似形に単純化することが多いが, その大きさを示す  $r$  などの値は, 一般に柱の断面に固有な一定値とし, 細長比に無関係にとることが行われているが, 近似精度を上げるためには各細長比に適した  $r$  の値をたとえば実測で求めた  $\sigma - E_t'$  曲線などから定めたほうがよいであろう。

(3) モデル柱の最高荷重

数値解析にあたってモデル柱の断面には座屈実験の供試体寸法の値に近似するものとして Fig. 10 (a) の記号に  $B = 100 \text{ mm}$ ,  $T = 8 \text{ mm}$ ,  $H = 100 \text{ mm}$  の各値を用い, また細長比  $l/r = 60, 80, 100$  および  $120$  に対し, 弱軸まわりに単純支持の条件で計算を行った。 $r$  の値は  $0.05$  きざみに  $20$  通り, また初期たわみ  $f_0/l (= f_0')$  の値を

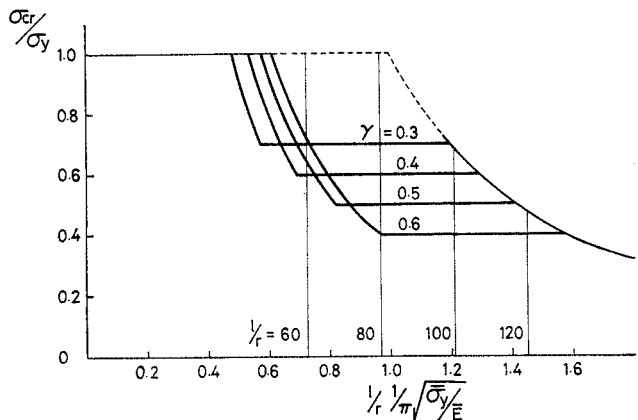


Fig. 12 Tangent Modulus Load for the Model Column

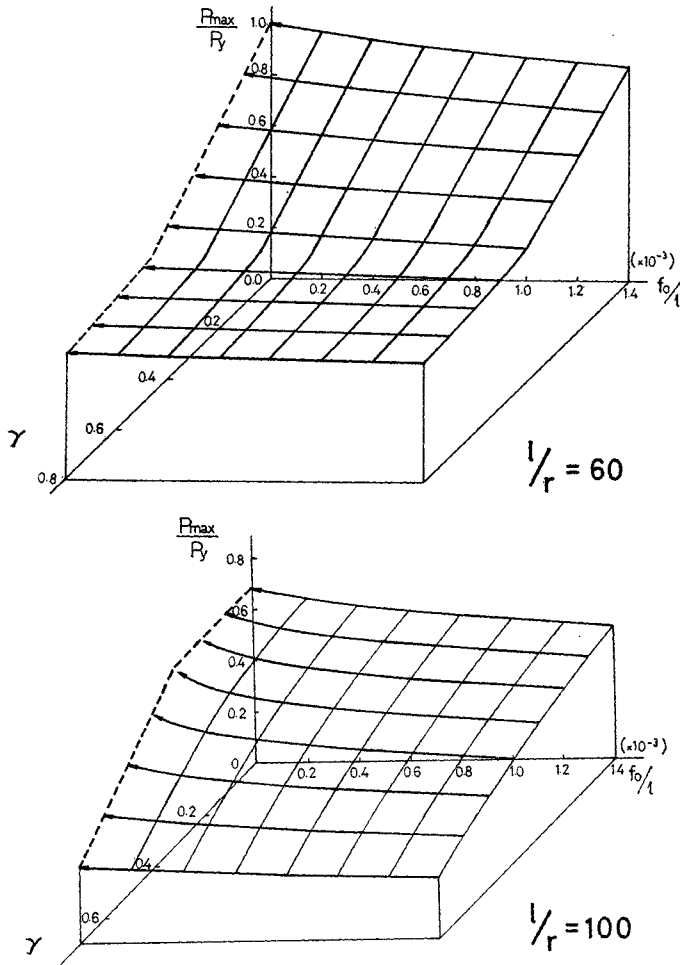


Fig. 13  $P_{\max}/P_y$ - $f_0/l$ - $r$  Relationship

0.002 まで適当な間隔で 20 通りかえて  $P_{\max}$  の値を求めた。材料定数は短柱実験の結果 (Table 2) を利用した。なお、使用した計算機は名古屋大学大型計算機センターの FACOM 230-60 である。

数値計算結果のうち最高荷重を  $l/r=60$  と 100 について図示すると Fig. 13 (a), (b) のようになる。同図は縦軸が最高荷重  $P_{\max}/P_y$ 、水平軸は初期たわみ  $f_0/l$ 、そして斜軸は圧縮残留応力  $r$  を表わしている。同図から  $P_{\max}$  が  $f_0'$  と  $r$  との値によって変化する様子を観察することができる。なお、図中点線で示した  $f_0/l=0$  に相当する  $P_{\max}$ - $r$  曲線は前節で述べた弱軸まわりの接線係数座屈荷重である。

#### (4) 座屈荷重とそのばらつきの推定

Fig. 13 のような  $P_{\max}$ - $f_0'$ - $r$  関係が決定論的に定まり、柱の中にある初期たわみ  $f_0'$  と残留応力  $r$  の大きさが統計量として求められていれば座屈荷重のばらつきは容易に推定できる。

実測の結果、 $f_0'$  の値は  $l/r=60\sim 120$  でほぼ同一の平均値と標本標準偏差であったことを考え、計算にはどの細長比にも Fig. 6 に示した弱軸まわりの各細長比について合計したヒストグラムを用いた。これを改めて Fig. 14 (a) に示す。

$r$  の値は 4. (2) で述べたように短柱実験の応力-接線弾性係数曲線から各細長比ごとに交点を求めてこれにあてた。 $r$  のヒストグラムの例として  $l/r=100$  に対するものを Fig. 14 (b) に示す。

Fig. 14 (a), (b) のヒストグラムの上に示した曲線は  $f_0'$  と  $r$  がそれぞれ単独で変化するときの座屈荷重の変動の様子を表わしたもので、 $l/r=100$  の例について、 $r=0.5$ 、 $f_0'=0.0003$  をそれぞれ一定値として用いた。これらの値は測定値のほぼ平均的な値である。同図から平均値の付近で  $f_0'$  と  $r$  のばらつきが  $P_{\max}$  にどのような影響を及ぼすかを観察することができる。この例では  $r$  による  $P_{\max}$  の標本標準偏差は  $f_0'$  によるものの約 1.5 倍であった。

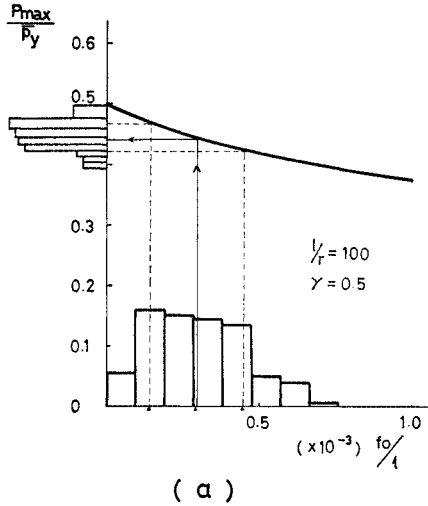
次に  $f_0'$  と  $r$  が同時に存在するときの  $P_{\max}$  のばらつきを調べてみよう。2つの要因がおのおの独立にばらついているとき、上述の  $f_0'$  と  $r$  のヒストグラムを用いて、同時存在確率を 2 次元ヒストグラムに表わすと Fig. 15 が得られる。同図は  $l/r=100$  についての例で、水平軸に  $f_0/l$ 、斜

軸に  $r$ 、高さに頻度をとってある。このヒストグラムの幅の中央値を用いてすでに得られている  $P_{\max}$ - $f_0'$ - $r$  曲線を用い、補間法によって  $P_{\max}$  の値を求め、さらにそれをヒストグラムに表わすと Fig. 16 の斜線を引いたヒストグラムが得られる。ヒストグラムを重ねて実線で示したのは平均値曲線である。さらにその下方には標本変動係数曲線を示した。また各ヒストグラムに対応して破線で示したのは座屈実験結果 (Fig. 9 参照) である。

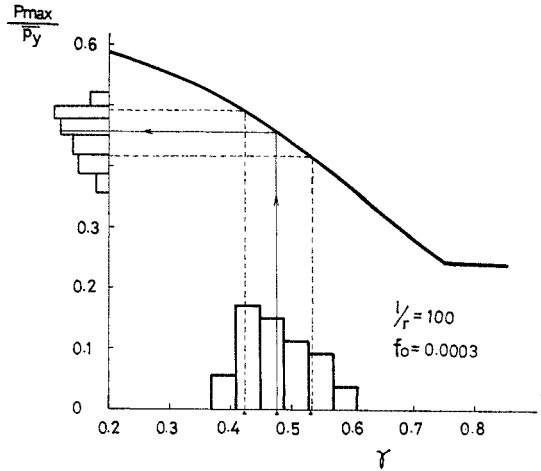
同図をみると平均値では細長比が 100 から 60 へ小さくなるに従ってモデルによる解が大きくなっている。一方、標本変動係数曲線はほぼ実験値に類似した傾向を示している。平均値に差異が生じたのは残留応力分布の近似値  $r$  の設定とモデルの単純性によるものと思われる。しかしながら、このような簡単なモデルによっても座屈荷重の平均値のばらつきについてはよい近似度で実験を推定できることがわかる。

#### (5) 座屈荷重のばらつきにおよぼす $f_0'$ 、 $r$ の効果





( a )



( b )

Fig. 14 Effect of  $f_0$ - and  $\gamma$ - Histograms upon the Column Strength

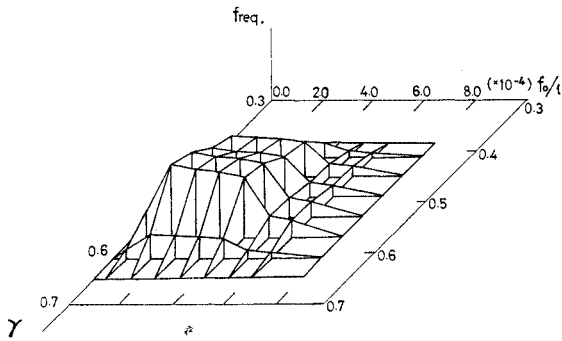


Fig. 15 Two-Variate Histogram for  $\gamma$  and  $f_0/l$

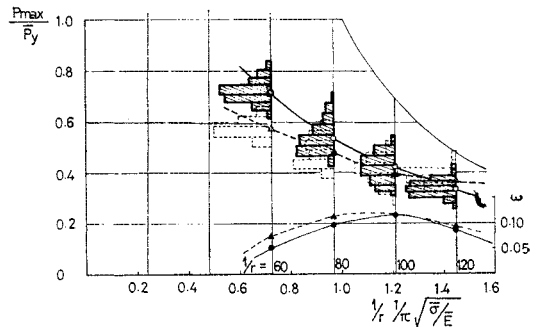


Fig. 16 Comparison of Column Strength Histograms between Test and Theory

前節では初期たわみ  $f_0'$  と残留応力  $r$  が同時に存在するときの柱の座屈荷重とそのばらつきを推定することを述べた。座屈実験結果および数値実験結果による座屈荷重のばらつき (Fig. 16) をみてもわかるように、ばらつきの大きさは  $l/r$  について一定ではなく、 $l/r=80\sim 100$  の間にピークを有する山形となって変化している。このばらつきの変化は設計式や安全率に直接関係をもってくる。文献 7) によれば  $l/r$  が小さい範囲ではこのばらつきは材料の強度により、また  $l/r$  の大きいところでは柱端支持状態により、さらに中間領域の実用柱の範囲 ( $l/r=50\sim 150$ ) では残留応力と初期たわみによることが指摘されている。

以下に、実用上問題となる中間領域で、それらの要因がおのおののどれだけの割合でばらつきに影響を及ぼしているかを明らかにするため、前節までの結果を利用し、 $f_0'$  と  $r$  のおのおのが座屈荷重に伝達される様子を近似式を用いて調べてみよう。

いま座屈荷重  $P=P(f_0', r)$  が母数をそれぞれ  $f_0', r$  とする互いに独立な確率変数  $F, G$  によって定まり、

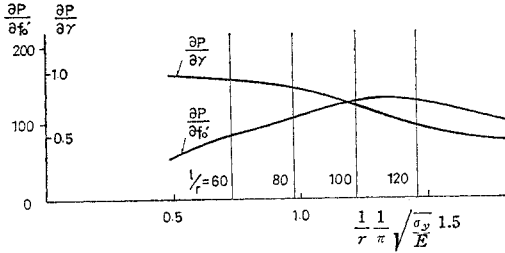
$f_0', r$  の平均値のまわりで偏微分係数  $\partial P/\partial f_0', \partial P/\partial r$  をもつとき、 $P_{max}$  の標準偏差  $S_p$  は近似的に次式<sup>8),9)</sup>によって与えられる。

$$S_p = \left[ \left( \frac{\partial P}{\partial f_0'} \right)^2 S_{f_0'}^2 + \left( \frac{\partial P}{\partial r} \right)^2 S_r^2 \right]^{1/2} \dots\dots (5)$$

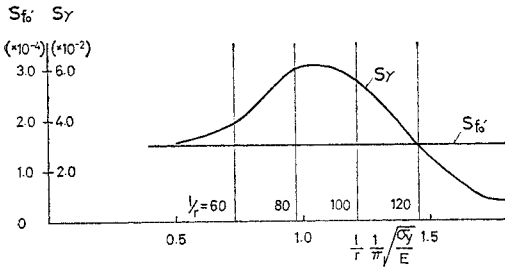
ここに  $\bar{f}_0' = f_0'/l$  の平均値、 $\bar{r} = r$  の平均値、 $S_{f_0'}, S_r = f_0', r$  の標準偏差。

式 (5) 中の偏微分係数  $\partial P/\partial f_0', \partial P/\partial r$  を Fig. 13 のような  $P-f_0'-r$  曲面から各細長比について求め、図示すると Fig. 17 (a) を得る。この偏微分係数は  $f_0', r$  が  $P_{max}$  におよぼす影響の度合を示す影響係数とみることができる。決定論的に定まる影響係数を見る限り、細長比に伴うばらつきの変化は残留応力  $r$  に関しては  $l/r=80$  付近まではほぼ一定の値をもつが  $l/r$  がさらに大きくなるとゆるやかに低下している。一方  $f_0'$  による影響係数は  $l/r=100\sim 120$  で頂部をもつゆるやかな山形となっている。

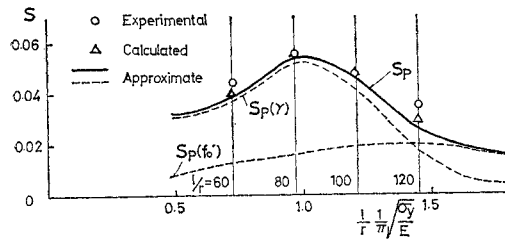
次に統計的な量として与えられる  $S_{f_0}'$  と  $S_r$  の細長比に対する変化をみよう。ただし、ここでは式 (5) 中の



(a) Sensitivity Factor of  $\gamma$  and  $f_0'$



(b) Standard Deviation of  $\gamma$  and  $f_0'$



(c) Standard Deviation of Column Strength  $P_{max}$

Fig. 17 Statistical Treatment of Column Strength

標準偏差を標本標準偏差におきかえる。4.(4) で用いた値を図示すると Fig. 17 (b) を得る。同図より、残留応力  $r$  のばらつきの変化が顕著であることがわかる。すなわち、 $l/r=90$  付近でピークとなる山形を描いている。

Fig. 17 (a), (b) に示した値を用いて、式 (5) により  $P_{max}$  の標準偏差  $S_p$  を求め、図示すると Fig. 17 (c) の実線となる。図中○印は座屈実験結果で、△印は 4.(4) の数値計算結果である。また実線の下方に点線で示した2つの曲線は  $r$  または  $f_0'$  が単独で  $P_{max}$  のばらつきに及ぼす影響をみたもので、 $S_p(r)$  は  $r$  による、 $S_p(f_0')$  は  $f_0'$  による  $P_{max}$  の標準偏差を表わす。Fig. 17 (c) をみてわかるように、式 (5) による  $P_{max}$  の標準偏差の推定値と、実験値あるいは  $P$ - $f_0'$ - $r$  関係から直接計算による  $S_p$  の値とはほぼ一致した結果が得られた。このことから Fig. 13 の  $P$ - $f_0'$ - $r$  曲面が  $\bar{f}_0'$ 、 $\bar{r}$  のまわりで平面と仮定しても妥当であるといえよう。

同図中に点線で示した  $S_p(r)$ 、 $S_p(f_0')$  曲線から、座屈荷重のばらつきは  $l/r=120$  付近まで残留応力のばらつきが支配し、 $l/r=120$  近くでは初期たわみと残留応力

が同程度、それ以上の細長比では初期たわみの影響が大きくなることわかる。さらに Fig. 17 (b) と (c) を参照することにより、座屈荷重のばらつきは残留応力の統計量  $S_r$  によって、また初期たわみの柱固有の決定論的な特性によって定まることがわかる。

## 5. 結 論

本研究で得られた結論を要約すると以下のようになる。

(1) 溶接H形鋼柱の両端ピン支持の中心軸圧縮試験として力学中心柱と幾何学中心柱との2つの試験法によって、細長比 60~120 の4種にわたり座屈実験を行い、両試験法による耐力の統計的性質を比較した。2つのグループの平均値には有意の差がみられず、ばらつきも両者はほぼ一致していた。

(2) 座屈実験値には各細長比とも大きなばらつきがみられた。ばらつきの大きさは細長比とともに変化し、 $l/r=80\sim 100$  の間でピークを有する山形を描いている。標本変動係数の値は最大 12% であった。

(3) 今回用いたような柱、すなわち溶接による圧縮残留応力が比較的大きく、初期たわみの平均値が小さい柱の座屈荷重の統計的性質を調べる目的には幾何学中心柱による実験を行うほうがよい。それは上述の2つの試験法による実験結果に大きな差がみられなかったこと、実験方法が簡単で時間、労力の点で有利なこと、柱の中に初期たわみを含んでおり、より実際の使用状態に近いことなどの理由による。座屈耐力の統計的性質を明らかにしようとするときには、むしろ簡単な実験法を用い、実験本数を適当な数まで増やすほうが合理的であろう。

(4) 短柱実験による座屈荷重の推定は平均値のみで限り、ほぼ座屈実験に近い値が得られているが、ばらつきの値は短柱実験による推定値のほうがかなり大きくなっている。これは残留応力の最大値がウェブの中央に存在していること、座屈荷重推定の際、ウェブの残留応力分布と面積をフランジと同じ取扱いをしたことなどによるものと思われる。溶接H形断面ではウェブの影響を考慮する必要がある。

(5) 残留応力分布はフランジ端付近で平坦な圧縮残留応力を有し、その大きさは平均値で約  $0.56 \sigma_y$ 、標本変動係数の値は 0.36 であった。測定データに対し、自己つりあいを保つような補正を行った。

(6) 初期たわみ  $f_0$  は各柱長  $l$  で無次元化すると、細長比に無関係にほぼ一定の値となった。また強軸、弱軸まわりについても大きな差が現われなかった。 $f_0/l$  の平均値は1万分の3程度であるが、標本変動係数の値は約 50% と大きなばらつきがみられた。

(7) 残留応力と初期たわみを有する溶接H形鋼柱の耐力のばらつきについて、一般的性質を調べるため、簡単なモデル柱を考え、統計データ量として、初期たわみの実測ヒストグラムと短柱実験から求めた残留応力ヒストグラムを用い、座屈荷重のばらつきの推定を行った。モデルによる座屈荷重の推定値は  $l/r$  が 60 付近の小さいところで座屈実験値を上回り、 $l/r=100\sim 120$  の領域ではほぼ一致している。一方、平均値のまわりのばらつきは両者にはほぼ類似の傾向がみられた。計算値による推定精度を上げるためには残留応力のより忠実な仮定が必要となろう。

(8) 座屈荷重の増分が初期たわみ  $f_0'$  と残留応力  $r$  の増分との線形結合によるものと仮定し、 $f_0'$  と  $r$  がそれぞれ独自に座屈荷重のばらつきにどのような影響を与えているか調べた (Fig. 17)。その結果、細長比の変化に伴う座屈荷重のばらつきの変化は、 $l/r=120$  までには主に残留応力分布のばらつきによって、またそれ以上の細長比では初期たわみによる柱固有の性質によって引起されるものであることがわかる。

おわりに、今回行った多数の実験には技術員堀口隆良君および当研究室学生諸氏の協力を受けた。座屈実験は名古屋大学建築学科の長柱試験機を用いた。また供試体は滝上工業(株)にて製作された。紙面を借り、ご協力を頂いた方々に深く感謝いたします。

### Notation

$a_n$ : フーリエ係数  
 $B$ : フランジ幅  
 $E$ : ヤング係数  
 $\bar{E}$ :  $E$  の平均値  
 $E_{st}$ : ひずみ硬化係数  
 $E_t$ : 接線弾性係数  
 $f_a$ : 柱のたわみ曲線の荷重による付加たわみ  
 $f_0$ : 初期たわみ  
 $f_0'$ :  $f_0/l$   
 $H$ : フランジ間隔  
 $L, l$ : 柱長  
 $M$ : 平均値  
 $N$ : データ個数  
 $P$ : 荷重  
 $P_{rc}$ : 圧縮残留応力による不つりあい荷重  
 $P_T$ : 接線係数荷重  
 $P_y$ : 降伏点荷重  
 $r$ : 断面 2 次半径  
 $S'$ : 標本標準偏差 (標本不偏分散の平方)  
 $S_p$ : 座屈荷重の標準偏差  
 $S_p(f_0')$ : 初期たわみ  $f_0'$  による座屈荷重の標準偏差

$S_p(r)$ : 残留応力  $r$  による座屈荷重の標準偏差  
 $S_r$ :  $r$  の標準偏差  
 $S_{f_0}$ :  $f_0$  の標準偏差  
 $T$ : フランジ厚  
 $x$ : 柱のたわみ形の位置  
 $x_i$ : データ  
 $y_i$ : 初期たわみ曲線  
 $r$ : 残留応力の大きさ  $\sigma_{Rc}/\bar{\sigma}_y$   
 $\varepsilon$ : ひずみ  
 $\varepsilon'$ : 無次元化ひずみ  $\varepsilon/\varepsilon_y$  または  $\varepsilon/\bar{\varepsilon}_y$   
 $\varepsilon_{st}$ : 硬化開始ひずみ  
 $\varepsilon_y$ : 降伏点ひずみ  
 $\bar{\varepsilon}_y$ :  $\varepsilon_y$  の平均値  
 $\lambda'$ : 無次元化細長比  
 $\sigma$ : 応力  
 $\sigma'$ : 無次元化応力  $\sigma/\sigma_y$  または  $\sigma/\bar{\sigma}_y$   
 $\sigma_{cr}$ : 座屈応力  
 $\sigma_y$ : 降伏点応力  
 $\bar{\sigma}_y$ :  $\sigma_y$  の平均値  
 $\sigma_{ult}$ : 最大応力  
 $\nu$ : ポアソン比  
 $\phi$ : 曲率  
 $\phi_a$ : 荷重による付加曲率  
 $\phi_0$ : 初期曲率  
 $\omega'$ : 標本変動係数 ( $S'/M$ )  
 $d$ : sin 近似たわみ曲線の中央最大横たわみ

### 参考文献

- Schulz, G.: Die Traglastberechnung von planmassig mittig belasteten Druckstaben aus Baustahl unter Berücksichtigung von geometrischen und strukturellen Imperfektion, Diss. Techn. Hochschule Graz 1968.
- Chung, B.T. & Lee, G.C.: Buckling Strength of Columns Based on Random Parameters, ASCE, ST 7, July, 1971. pp. 1927-1944.
- Bjørhovde, R.: Deterministic and Probabilistic Approaches to the Strength of Steel Columns, Ph.D. Diss. Lehigh Univ. 1972.
- Bjørhovde, R.: A Probabilistic Approach to Maximum Column Strength, Specialty Conference on Safety and Reliability of Metal Structures, Pittsburgh November, 1972. pp. 107-136.
- Chung, B.T. & Lee, G.C.: Buckling Strength of Inelastic Columns Based on Random Parameters, Seminar on Probability Theory and Random Processes, Purdue Univ., Nov., 1969.
- Tall, L. & Alpsten, G.A.: On the Scatter in Yield Strength and Residual Stresses in Steel Members, Final Report, IABSE Symposium on Concepts of Safety of Structures and Methods of Design, London, 1969.
- Tall, L. & Beedle, L.S. (Editor-in-chief): Structural Steel Design, the Ronald Press. Company, New York, 1964.
- Benjamin, J.R. & Cornell, C.A.: Probability, Sta-

- tistics, and Decision for Civil Engineers, McGraw-Hill Book Co., New York, 1970.
- 9) Haugen, E.B. : Probabilistic Approaches to Design, John Wiley and Sons, Inc., New York, 1968.
  - 10) Yu, K.Ch. & Tall, L. : Significance and Application of Stub Column Test Results, ASCE, ST 7, July, 1971, pp. 1841-1861.
  - 11) Beer, H. and Schulz, G. (伊藤敏一・成岡昌夫訳) : 不完全性を考慮した中心圧縮部材の終局耐荷力, 橋梁と基礎 73-5. pp. 31-40.
  - 12) 青木徹彦・福本啓士 : 鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす残留応力分布の影響について, 土木学会論文報告集第201号, 1972.5. pp. 31-41.
  - 13) T.V. Galambos (福本啓士・西野文雄共訳) : 鋼構造部材と骨組一強度と設計一, 丸善, 1970, p. 215.  
(1973.8.20・受付)
-