

変断面 H 形鋼柱の強度と変形

STRENGTH AND DEFORMATION OF TAPERED H-COLUMNS

吉田 博*・西田 進**
By Hiroshi Yoshida and Susumu Nishida

1. 緒 言

変断面のはりおよび柱の強度に関する研究は古くから行なわれており¹⁾、最近では変断面ばりのねじりに関する研究^{2)~4)}、変断面ばりの横倒れ座屈に関する研究^{5)~8)}などが行なわれており、また中心軸圧縮荷重を受ける柱に関する弾性域^{9)~11)}、および非弾性域におけるオイラー座屈の研究^{12)~14)}、中心軸圧縮荷重と柱端で曲げモーメントを受けるはり一柱に関して、弾性域での面内強度に関する研究¹⁾、曲げねじり座屈強度に関する研究¹³⁾、非弾性域での面内強度¹⁴⁾に関する研究などがある。

これらの研究の対象となっている変断面はりまたは柱は、その断面二次モーメントが n 次放物線に変化すると仮定しているもの^{9)~12)}、H形断面のすべての寸法が直線的に変化しているもの^{3)~13)}、ウェブ高さのみが直線的^{3)~4)~14)}にまたは放物線的^{2)~4)}に変化し、他の寸法が一定と仮定するもの、およびフランジ幅、フランジ厚さおよびウェブ高さがそれぞれ異なった割合で直線的に変化するもの⁷⁾などが見うけられる。

一般に、両端で中心軸圧縮荷重を受ける H 形断面の柱、または中心軸圧縮荷重と曲げモーメントの組合せ荷重を受ける H 形断面のはり一柱 (Beam-Columns) の設計上の問題点として、

- (1) 強軸または弱軸に関するオイラー座屈強度
- (2) 荷重面外変位とねじりを伴う曲げねじり座屈強度
- (3) 荷重面内での終局強度と変形容量

などがあげられる。これらの強度の計算に当っては、H形断面および断面変化に関するパラメーターなど多くの変数を含んでいる。したがって、一般的な変断面柱および変断面はり一柱についての強度の比較を行なうことは

困難とされ、特定の断面および断面変化についてのみ検討が行なわれてきた。

本研究においては、

- (1) 両端が単純支持で、軸方向圧縮荷重または軸方向圧縮荷重と太い端に曲げモーメントを受ける場合 (図-1, タイプ (a)),
- (2) 太い端が固定支持で細い端が自由の柱に軸方向圧縮荷重または軸方向圧縮荷重と横荷重を受ける場合 (図-1, タイプ (b)),

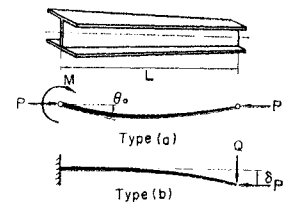


図-1 解析のモデル

について、H形断面のウェブ高さ h_w と断面の高さ h の比を一定と仮定し、フランジ幅 b および断面の高さ h がそれぞれ直線的に変化する場合の上記3つの強度について、弾性域および非弾性域での検討を行なった。

2. 用いた仮定と条件

解析に当っては次の仮定を用いた。

- (1) 応力とひずみの関係は完全弾塑性体のものを用いる。
- (2) 軸圧縮力は断面の重心に作用し、断面および全長にわたって同様であるとする。
- (3) 断面は2軸対称 H 形断面で、座屈に対して初期変形はないものとする。
- (4) 横断面形は座屈後も元の断面形状を保つものとする。

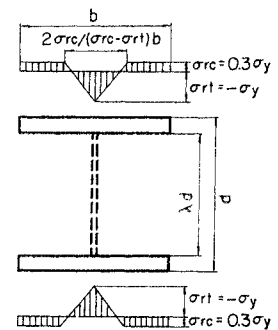


図-2 理想化された残留応力分布

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木工学科
** 正会員 工修 金沢大学助手 工学部土木工学科

(5) はり断面の残留応力分布は、溶接組立断面の残留応力分布を理想化した図-2のものをを用いる。

(6) 柱または、はり一柱の非弾性域における曲げ剛性および曲げねじり剛性は、弾性域のみを有効とする Tangent Modulus Theory によるものとし、ねじり剛性は全断面を有効とする 塑性流れ理論によるものとする。

(7) 数値計算において、各分割要素間では、その分割要素の中点の断面形を持つ一様断面であるとする。

(8) 断面変化は断面の高さおよびフランジ幅とも直線的に変化するものとし、太い端と細い端での断面の高さの比を α 、フランジ幅の比を β とする。

3. 断面の剛性および定数

図-3に示すようにウェブを無視したH形断面のフランジ幅 b を n 等分し、フランジ厚さ t を m 等分し、 ij 番目の微小長方形要素の図心の x 座標、 y 座標をそれぞれ ξ, b および η, d で表わすことにする。

各微小要素の図心の、降伏ひずみ ε_y で無次元化されたひずみ $\varepsilon/\varepsilon_y$ は曲率によるひずみ $\varepsilon_0/\varepsilon_y$ 、断面に一樣に生ずるひずみ $\varepsilon_0/\varepsilon_y$ および残留応力によるひずみ $\varepsilon_r/\varepsilon_y$ の和となり、

$$\varepsilon/\varepsilon_y = \varepsilon_0/\varepsilon_y + \varepsilon_r/\varepsilon_y = 2(\phi/\phi_y)\eta + \varepsilon_0/\varepsilon_y + \varepsilon_r/\varepsilon_y \quad \dots\dots\dots(1)$$

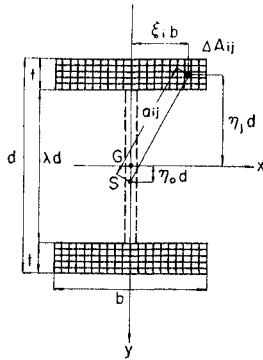


図-3 断面の分割

で表わされる。ここに ϕ_y は降伏曲率を示している。 $|\varepsilon/\varepsilon_y| \geq 1$ のとき、微小要素は降伏している。 \sum_E は弾性の微小要素のみの和を、 \sum_P は降伏している微小要素の和を示すものとすれば、軸方向力のつり合いより、

$$P/P_y = \frac{1}{2nm} \left\{ \sum_E \varepsilon/\varepsilon_y + \sum_P \text{sgn}(\varepsilon/\varepsilon_y) \right\} \dots\dots\dots(2)$$

を満足しなければならない。ここに P_y は断面の降伏軸力である。与えられた曲率に対して、式(1)の $\varepsilon/\varepsilon_y$ を変化させて式(2)を満足するひずみを試行錯誤により求めることができる。また、このときの降伏曲げモーメント M_y で無次元化された曲げモーメント M/M_y は

$$M/M_y = \frac{3}{nm(1+\lambda+\lambda^2)} \cdot \left\{ \sum_E \varepsilon/\varepsilon_y \eta + \sum_P \text{sgn}(\varepsilon/\varepsilon_y) \eta \right\} \dots\dots\dots(3)$$

で与えられる。ここに λ はウェブ高さ d_w と断面の高さ d の比 $\lambda = d_w/d$ である。

この曲げモーメントに対する、 x 軸および y 軸まわりの断面二次モーメント I_x および I_y 、曲げねじり定数 I_w 、断面積 A 、断面係数 W 、 x および y 軸まわりの断面二次半径 r_x および r_y 、St. Venant のねじり定数 K_T は図-3に示すようにウェブを無視すると表-1に示すように表わすことができる。表中、 μ はウェブ高さ と断面の高さの比 λ のみの関数であり、 κ は非弾性域でのてい減係数である。また、 \sum_E および \sum_P はそれぞれ上フランジおよび下フランジの弾性域の微小要素の和を表わす。せん断中心の y 座標 y_0 、および直応力によるせん断中心まわりのねじりモーメントに関する係数 \bar{K} はそれぞれ、

$$y_0 = \eta_0 d, \quad \eta_0 = \frac{\sum_E \xi^2 \eta}{\sum_E \xi^2} \quad \dots\dots\dots(4)$$

表-1 各種断面係数

| | μ | κ |
|---|--|--|
| $I_x = \int_E y^2 dA = \mu_{ix} \varepsilon_{ix} b d^3$ | $\frac{1}{12} (1-\lambda^2)$ | $\frac{6}{nm(1+\lambda+\lambda^2)} \sum_E \eta^2$ |
| $I_y = \int_E x^2 dA = \mu_{iy} \varepsilon_{iy} b^2 d$ | $\frac{1}{12} (1-\lambda)$ | $\frac{6}{nm} \sum_E \xi^2$ |
| $I_w = \int_E \omega_n^2 t d_s = \mu_{iw} \varepsilon_{iw} b^2 d^3$ | $\frac{1}{192} (1-\lambda)(1+\lambda)^2$ | $\frac{6}{nm} \frac{\sum_E \xi^2 \sum_P \xi^2}{\sum_E \xi^2} \left\{ \frac{\sum_E \xi^2 \eta}{\sum_E \xi^2} - \frac{\sum_P \xi^2 \eta}{\sum_P \xi^2} \right\}^2$ |
| $A = \int dA = \mu_0 b d$ | $1-\lambda$ | |
| $W = \frac{2}{d} \int y^2 dA = \mu_w b d^2$ | $\frac{1}{6} (1-\lambda^2)$ | |
| $r_x^2 = \frac{1}{A} \int y^2 dA = \mu_{rx} d^2$ | $\frac{1}{\sqrt{12}} \sqrt{1+\lambda+\lambda^2}$ | |
| $r_y^2 = \frac{1}{A} \int x^2 dA = \mu_{ry} b^2$ | $\frac{1}{\sqrt{12}}$ | |
| $K_T = \int t^2 ds = \mu_{kt} b d^2$ | $\frac{1}{12} (1-\lambda)^3$ | |

$$\bar{K} = \int \sigma a^2 dA = -\sigma_y \{g_{s1} + (b/d)^2 g_{s2}\} b d^3 \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$g_{s1} = \frac{1-\lambda}{2nm} \left\{ \sum_E \epsilon/\epsilon_y (\eta - \eta_0)^2 + \sum_P sgn(\epsilon/\epsilon_y) (\eta - \eta_0)^2 \right\} \dots\dots\dots (6a)$$

$$g_{s2} = \frac{1-\lambda}{2nm} \left\{ \sum_E \epsilon/\epsilon_y \xi^2 + \sum_P sgn(\epsilon/\epsilon_y) \xi^2 \right\} \dots\dots\dots (6b)$$

と表わすことができる。ここに a はせん断中心からフランジ内の微小要素の重心までの距離であり、 σ はその要素の応力であり、 σ_y は材料の降伏応力を示す。

ウェブの影響を無視したことによる断面積 A 、 x 軸まわりの断面二次モーメント I_x 、断面係数 W 、St. Venant のねじり定数 K_T の値に対する補正を行なうため、ASTM 規格の Non-Compact Section を除く、116 種の広幅H形鋼について、ウェブを無視しない場合とウェブ

を無視した場合の各断面定数の比を縦軸にとり、横軸に $k = (d/b) \cdot (d/d_w)$ をとってプロットしたものを図4および5に示す。これより最小自乗法を用いて断面積、 x 軸まわりの断面二次モーメント、断面係数、St. Venant のねじり定数に関する補正係数を求めると、

$$\gamma_a = 0.991 + 0.313 k \dots\dots\dots (7a)$$

$$\gamma_{ix} = \gamma_w = 0.997 + 0.105 k \dots\dots\dots (7b)$$

$$\gamma_{kt} = 0.991 + 0.123 k \dots\dots\dots (7c)$$

となる。また、上記116種の断面について、 b/d の平均値は0.654であり、 d/d_w の平均値は1.14であったので、以後の数値計算においては変断面部材の部材中央部におけるフランジ幅 b_0 と断面の高さ d_0 の比、 b_0/d_0 として0.5および1.0を、 d/d_w として1.1を用いることにする。

図6~8は図2に示す残留応力分布に対し残留応力の大きさとして $\sigma_{rc} = 0.3\sigma_y$ 、 $\sigma_{rt} = -\sigma_y$ の計算結果を、軸力比 $P/P_y = 0, 0.2, 0.4, 0.6$ をパラメーターとして縦軸に M/M_y をとり、横軸に ϕ/ϕ_y 、 η_0 、 κ_{ix} 、 κ_{iy} 、 κ_{iw} および $\sigma_y/G \cdot g_{s1}/\mu_{kt}$ 、 $\sigma_y/G \cdot g_{s2}/\mu_{kt}$ をとって、それぞれ示したものである。

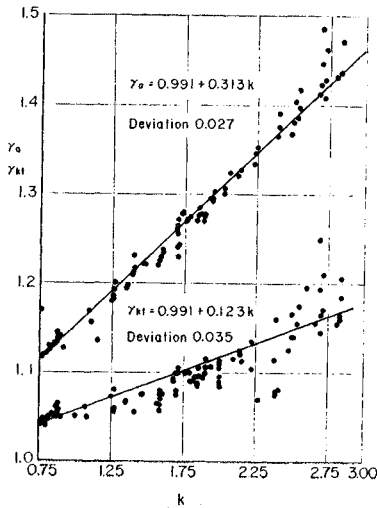


図-4 広幅H形鋼の γ_a 、 γ_{kt} 分布

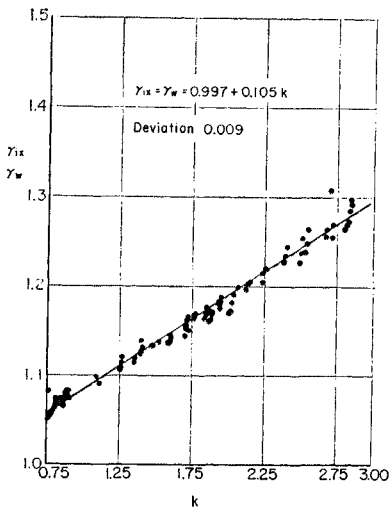


図-5 広幅H形鋼の γ_{ix} 、 γ_w 分布

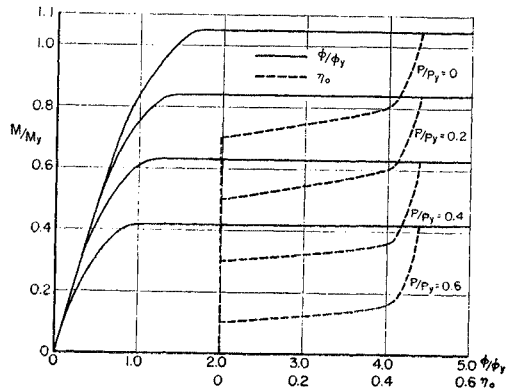


図-6 $M/M_y - \phi/\phi_y$ 、 η_0 曲線

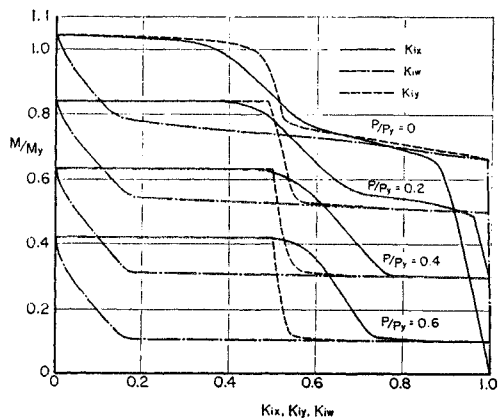


図-7 $M/M_y - \kappa_{ix}$ 、 κ_{iy} 、 κ_{iw} 曲線

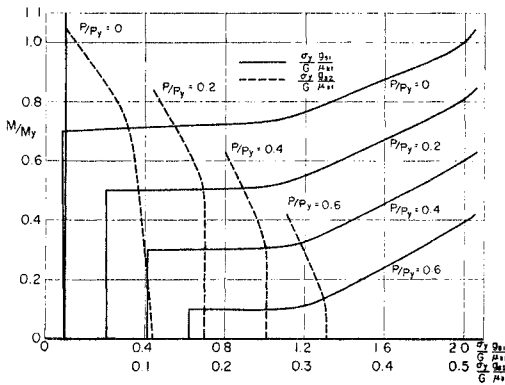


図-8 $M/M_y - \sigma_y/G \cdot g_{01}/\mu_{kt}, \sigma_y/G \cdot g_{02}/\mu_{kt}$ 曲線

4. 面内強度 (曲げと軸圧縮力を受ける場合)

曲げと軸圧縮力を受ける変断面はり一柱の最大荷重のみならず、最大荷重到達後の挙動についても検討しようとするものである。曲げと軸方向荷重を受けるはり一柱のたわみ曲線を求める方法には、中心軸圧縮荷重を受ける柱の座屈曲線を利用した、ただ一度の数値積分により解を得ることができる CDC 法^{15),16)}、および数値積分法を用いた試行錯誤により解を得る方法^{17)~19)}に大別される。本研究では後者の方法によった。

はり一柱の長さ L を n 等分した要素の長さを l とし、分割点を左端より順次 $1, 2, \dots, n, n+1$ とする。図-9 は変形した i 番目の要素を図示したものである。この要素を円弧と仮定し、図示の記号を用いると点 i と点 $i+1$ のたわみ角、変位、軸方向の縮み、曲げモーメントの間には

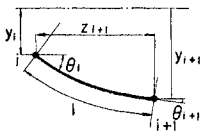


図-9 分割要素 i の変形モデル

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \phi_i l \dots \dots \dots (8a)$$

$$\left(\frac{y}{l}\right)_{i+1} = \left(\frac{y}{l}\right)_i + \frac{1}{\phi_i l} (\cos \theta_{i+1} - \cos \theta_i) \dots (8b)$$

$$\left(\frac{z}{l}\right)_{i+1} = \frac{1}{\phi_i l} (\sin \theta_i - \sin \theta_{i+1}) \dots \dots \dots (8c)$$

$$\left(\frac{M}{M_y}\right)_{i+1} = \left(\frac{M}{M_y}\right)_i \frac{(W/W_0)_i}{(W/W_0)_{i+1}} + \frac{1}{2n} \frac{1}{r_d} \frac{L}{(r_x)_0} \cdot \left(\frac{P}{P_y}\right)_i \frac{(A/A_0)_i}{(W/W_0)_{i+1}} \left\{ \left(\frac{y}{l}\right)_{i+1} - \left(\frac{y}{l}\right)_i \right\} - q \left(\frac{z}{l}\right)_{i+1} \frac{1}{(W/W_0)_{i+1}} \dots \dots \dots (8d)$$

の関係が成立する¹⁹⁾。ここに ϕ_i は円弧と仮定した i 番目の要素の曲率、 W_0 は基準の断面の断面係数、 q は $L/(M_y)_0$ で無次元化したせん断力を示す。ただし、 $(M_y)_0$ は基準の断面での降伏曲げモーメントである。また、添字は分割された要素または節点番号を示す。等断面部材

と変断面部材の強度および変形を直接比較するため、同一長さでは鋼重がほぼ等しくなる部材中央部の断面を基準の断面とした。式中、 $\phi_i l$ および r_d は

$$\phi_i l = (\phi/\phi_y)_i \frac{1}{n} \frac{2\sigma_y}{E} r_d \frac{L}{(r_x)_0} \dots \dots \dots (9a)$$

$$r_d^2 = \frac{1}{12} (1 + \lambda + \lambda^2) \dots \dots \dots (9b)$$

で与えられる。ここに α_i は点 i における部材高ささと基準の断面の部材高さの比を表わし、 $(r_x)_0$ および r_d は基準の断面における x 軸まわりの断面二次半径および断面二次半径と部材高さの比である。

タイプ (a) の荷重変形曲線を求めるには与えられた太い端でのたわみ角 θ_i に対し、太い端の曲げモーメント $(M/M_y)_i$ を仮定し、図-6 の $M/M_y - P/P_y - \phi/\phi_y$ 曲線より $(\phi/\phi_y)_i$ を求め、文献 19) の方法で収束計算を行なえばよい。同様にタイプ (b) の場合は与えられた変位 (δ/L) に対し、横荷重 $QL/(M_y)_0$ を仮定し、これに対する太い端の曲げモーメント $P\delta + QL$ を無次元化表示すると $\{1/2(\delta/L)(1/r\alpha)(P/P_y)_0 + QL/(M_y)_0\}/(W/W_0)_i$ が得られる。この値を $(M/M_y)_i$ としてタイプ (a) と同様の収束計算を行なう。

5. 曲げねじり座屈強度

片曲げと軸圧縮力を受ける変断面はり一柱の曲げねじり座屈強度を求める方法には座屈に関する微分方程式を数値積分法⁷⁾を用いて解く方法、差分表示して解く方法、伝達マトリックス法を用いる方法などがある。本研究では比較的簡単な計算で変断面はり一柱の曲げねじり座屈

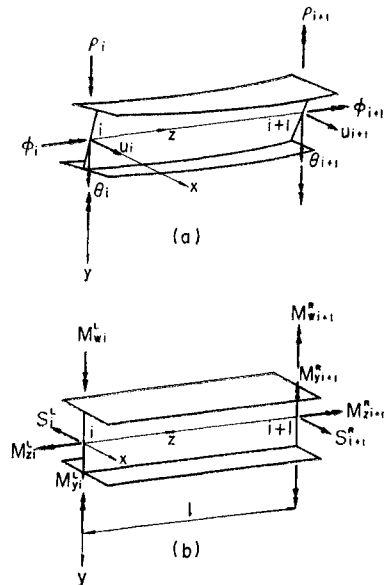


図-10 部材要素 i の座標軸、変形量および断面力

強度を求めることのできる伝達マトリックス法を用いる。

図-10(a) に示すはり一柱の要素において断面の重心を通り部材軸方向に z 軸を、部材面内で z 軸に直角方向に x および y 軸をとる。部材要素 i の材端 $i, i+1$ における断面力（せん断力、弱軸まわりの曲げモーメント、ねじりモーメント、バイモーメント）と変形量（たわみ、たわみ角、ねじり角、ねじり率）を図-10(b) に示す方向を正の方向とする。

部材要素 i の弱軸まわりの曲げ剛性 EI_y 、St. Venant のねじり剛性 GK_T 、曲げねじり剛性 EI_w は一定であるとすると、 yz 平面内で一様曲げ M_0 と軸力 P を受ける一軸対称断面の曲げねじり座屈に関する微分方程式は次のように与えられる¹⁾。

$$EI_y \frac{d^4 u}{dz^4} + P \frac{d^2 u}{dz^2} + (M_0 + Py_0) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(10 a)$$

$$EI_w \frac{d^4 \varphi}{dz^4} - (GK_T + \bar{K}) \frac{d^2 \varphi}{dz^2} + (M_0 + Py_0) \frac{d^2 u}{dz^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(10 b)$$

ここに u 、および φ は横変位およびねじり角で \bar{K} は式(5)に示すねじりモーメントに関する係数である。式(10)の連立微分方程式の一般解は、

$$\xi = C_1 \sinh \alpha_1 \zeta + C_2 \cosh \alpha_1 \zeta + C_3 \sin \alpha_2 \zeta + C_4 \cos \alpha_2 \zeta + C_5 \zeta + C_6 \quad \dots\dots\dots(11 a)$$

$$\varphi = -(a_1 + a_2 \alpha_1^2) (C_1 \sinh \alpha_1 \zeta + C_2 \cosh \alpha_1 \zeta) - (a_1 - a_2 \alpha_2^2) (C_3 \sin \alpha_2 \zeta + C_4 \cos \alpha_2 \zeta) - a_1 (C_5 \zeta + C_6) + C_7 \zeta + C_8 \quad \dots\dots\dots(11 b)$$

となる。ここに、

$$\xi = u/l, \quad \zeta = z/l \quad \dots\dots\dots(12 a)$$

$$\lambda_1 = \frac{\{G/E \cdot \tau_{kt} \mu_{kt} - \sigma_y/E \cdot g_{s1} - \sigma_y/E \cdot (b/d)^2 g_{s2}\} *}{\mu_{iw} \kappa_{iy} \mu_{iy}} * \frac{\mu_{iy} \kappa_{iy} - \sigma_y/E (P/P_y) \tau_a \mu_a \mu_{iw} \kappa_{iw}}{\kappa_{iy}} \left(\frac{l}{b}\right)^2 \quad \dots\dots\dots(12 b)$$

$$\lambda_2 = \frac{\{G/E \cdot \tau_{kt} \mu_{kt} - \sigma_y/E \cdot g_{s1} - \sigma_y/E \cdot (b/d)^2 g_{s2}\} *}{\sigma_y/E \cdot (P/P_y) \tau_a \mu_a + (\sigma_y/E)^2} * \frac{\mu_{iw} \kappa_{iw} \mu_{iy} \kappa_{iy}}{\{ (M_0/M_y) \tau_{iw} \mu_{iw} + (P/P_y) \tau_a \mu_a \eta_0 \}^2} \left(\frac{l}{b}\right)^4 \quad \dots\dots\dots(12 c)$$

$$\alpha_1 = \sqrt{\frac{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + 4 \lambda_2}}{2}}, \quad \alpha_2 = \sqrt{\frac{-\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + 4 \lambda_2}}{2}} \quad \dots\dots\dots(12 d)$$

$$\left. \begin{aligned} a_1 &= \frac{(P/P_y) \tau_a \mu_a}{(M_0/M_y) \tau_w \mu_w + (P/P_y) \tau_a \mu_a \eta_0} \frac{b}{d} \frac{l}{b} \\ a_2 &= \frac{\mu_{iy} \kappa_{iy}}{(M_0/M_y) \tau_w \mu_w + (P/P_y) \tau_a \mu_a \eta_0} \frac{1}{\sigma_y/E} \frac{d}{b} \frac{b}{l} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12 e)$$

であり、 C_1, C_2, \dots, C_8 は積分定数である。

これより他の無次元化された変形量（たわみ角、ねじり率）および断面力（せん断力、曲げモーメント、ねじりモーメント、バイモーメント）は $d\xi/d\zeta, l\rho = d\varphi/d\zeta, SI^2/EI_y = -d^3\xi/d\zeta^3, M_y l/EI_y = -d^2\xi/d\zeta^2, M_z l/GK_T = d\varphi/d\zeta - (E/G)(\mu_{iw} \kappa_{iw} / \mu_{ki}) / (l/b)^2 \cdot d^3\varphi/d\zeta^3, M_w l^2/EI_w = -d^2\varphi/d\zeta^2$ にて与えられる。これをマトリックス表示すると、 $Z(\zeta) = B(\zeta) \cdot a$ となる。ここに $Z(\zeta)$ および a は

$$Z^T(\zeta) = \{ \xi \quad d\xi/d\zeta \quad \varphi \quad l\rho \quad SI^2/EI_y \quad M_y l/EI_y \quad M_z l/GK_T \quad M_w l^2/EI_w \}$$

$$a^T = \{ C_1 \quad C_2 \quad C_3 \quad C_4 \quad C_5 \quad C_6 \quad C_7 \quad C_8 \}$$

で表わされる無次元化された状態量ベクトルと定数ベクトルであり $B(\zeta)$ は 8 行 8 列のマトリックスである。これより、はり一柱の要素 i の左端と右端の状態量を関係づける格間伝達マトリックスは $F_i = B(1)B(0)^{-1}$ として導かれる。得られた格間伝達マトリックスを付録 I に示す。また格点での状態量の連続条件より導かれる格点伝達マトリックス P_i (付録 II 参照) を用いて、はり一柱の曲げねじり座屈条件式は、

$$|R' F_n P_n F_{n-1} P_{n-1} \dots F_2 P_2 F_1 R| = 0 \quad \dots\dots\dots(13)$$

のように与えられる。ここに $F_i (i=1, 2, \dots, n)$ および $P_i (i=2, \dots, n)$ は i 番目要素の格間および格点伝達マトリックスであり、 R および R' は左端および右端の境界マトリックスである²⁰⁾。

長さと軸圧縮力が与えられるタイプ (a) について式(13)の計算方法を示すと、太い端におけるたわみ角 θ を仮定し、4. の方法を用いてはり一柱の曲げモーメント分布を求め、得られた曲げモーメント分布より式(13)の計算を行ない、行列式の値が 0 でない場合は θ を仮定しなおして再び計算を繰り返す試行錯誤法による。タイプ (b) の場合は自由端の変位 (δ/l) を仮定し、上記の方法で計算を行なえばよい。

6. 中心軸荷重による強度

中心軸荷重を受ける変断面柱の座屈強度を求めるには種々の方法があるが、ここでは伝達マトリックス法を用いた。無次元化された状態量ベクトルとして

$$Z^T = \{ u/l \quad \theta \quad M/Pl \quad S/P \} \quad \dots\dots\dots(14)$$

を用いると文献 20) より格間伝達マトリックスは付録 III のようになる。状態量ベクトルを式(14)のように表示すると格点伝達マトリックスは単位マトリックスとなる。したがって座屈条件式は

$$|R' F_n F_{n-1} \dots F_2 F_1 R| = 0 \quad \dots\dots\dots(15)$$

となる。式(15)を満足する $(P/P_y)_0$ は試行錯誤法によって求めることができる。

7. 計算例

各強度ごとに種々の断面変化のパラメーターについて行なった計算結果を以下に示す。計算において降伏応力とヤング係数の比 σ_y/E 、およびヤング係数とせん断弾性係数の比 E/G は一定として 0.0012、および 2.6 をとった。

(1) 計算精度と分割数

計算において変断面部材を n 等分割し、各分割要素の断面は一様であるとして計算を行なう。このような計算方法において分割数は強度の計算精度に大きく影響をおよぼすと考えられるので、適切な分割数を調べる必要がある。

図-11 はタイプ (b) のはり一柱に軸圧縮力 $P=0.4(P_y)_0$ と自由端に横荷重を作用させた場合の分割数と横荷重の関係を示したものである。図中、 $(Q_y)_0$ は基準断面の降伏モーメント $(M_y)_0$ をスパン長 L で割った値を示す。スパン長に対する基準断面の x 軸まわりの断面二次半径比 (以下細長比 $L/(r_x)_0$ という) を 40、モーメント分布が弾性範囲内である材端変位 $\delta=0.001L$ の場合と最大荷重到達後のモーメント分布を与える $\delta=0.02L$ の 2つのケースについて、分割数を 4, 10, 20, および 40 の 4通りで計算を行なった。

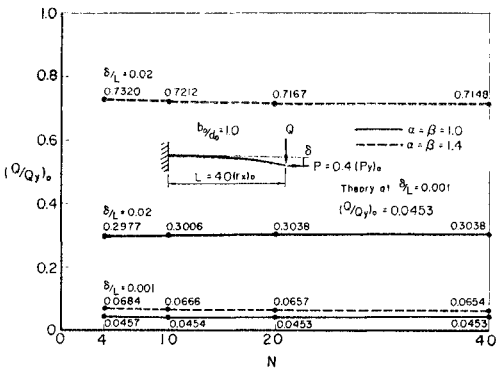


図-11 分割数と精度

図中 Theory は $\delta=0.001L$ とした場合の等断面柱の座屈に関する微分方程式¹⁾より得た弾性理論値を示し、実線は等断面部材、点線は変断面部材 ($\alpha=\beta=1.4$) を示している。これより変断面部材の非弾性域で精度は少し落ちるが、いずれの場合においても比較的少ない分割数で精度よく計算できる。伝達マトリックス法による曲げねじり座屈強度およびオイラー座屈強度の計算においてもほぼ同様の結果を得たので以下の計算においては分割数 n をすべて 20 として計算を行なった。

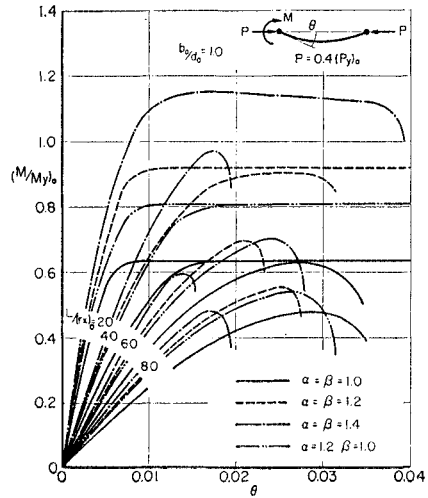


図-12 はり一柱の変形曲線 (タイプ (a) $b_0/d_0=1.0$)

(2) 面内強度

図-12 はタイプ (a) の変断面はり一柱の一定軸圧縮力 $P=0.4(P_y)_0$ での曲げモーメントとたわみ角の関係を示したものである。図中、実線は等断面、点線は $\alpha=\beta=1.2$ 、一点鎖線は $\alpha=\beta=1.4$ 、二点鎖線は $\alpha=1.2, \beta=1.0$ の変断面を示す。細長比が小さい $L/(r_x)_0=20$ の場合、部材の最大荷重は等断面に比して、上記 3つの変断面についてそれぞれ約 1.45 倍、約 1.80 倍、約 1.25 倍となり、変断面ははり一柱とすると有効であることがわかる。しかし細長比が大きくなるにしたがって軸圧縮力と面内変形による二次モーメントが大きくなり、面内強度は等断面とほとんどかわらなくなる。最大荷重到達後は強度は急激に減少し、等断面部材に比して変断面部材の変形容量は小さいことを示している。

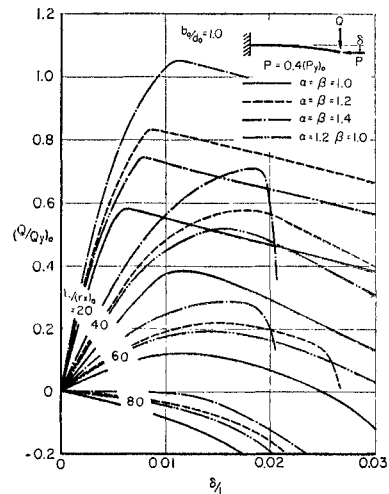


図-13 はり一柱の変形曲線 (タイプ (b) $b_0/d_0=1.0$)

図-13 はタイプ (b) の変断面はり一柱の一定軸力 $P=0.4(P_y)_0$ の横荷重と自由端変位の関係を示す。それぞれの曲線は図-12 と同様の 変断面のパラメーターを有し、細長比は 20, 40, 60, 80 の 4 つのケースについて示されている。細長比が小さい $L/(r_x)_0=20$ の場合、部材の最大荷重は等断面に比して、 $\alpha=\beta=1.2$ において約 1.45 倍、 $\alpha=\beta=1.4$ において約 1.80 倍、 $\alpha=1.2, \beta=1.0$ において約 1.30 倍となり変断面部材のほうが有効であることがわかる。細長比が大きくなると強度は小さくなる。強度と変形の関係は、タイプ (a) と同様断面変化が急になるにしたがって最大荷重到達後の変形容量は急激に減少する。

図-14 は図-12 または図-13 の最大曲げモーメントまたは最大横荷重と細長比の関係を示す。図中、各曲線は図-12, 13 と同様の 変断面に対するものを示し、太線はタイプ (a)、細線はタイプ (b) のはり一柱に対するものを示す。縦軸に交わる値は面内変形がない場合の部材の最大強度を示し、横軸に交わる値は柱のオイラー座屈長を示し、これ以上の長さでは材端たわみ角と逆方向の曲げモーメントあるいは自由端変位と逆方向の横荷重を作用させないと部材はつり合わない。 $\alpha=\beta=1.2$ あるいは $\alpha=1.2, \beta=1.0$ の変断面部材は等断面部材より強度が大きい、タイプ (a)、 $\alpha=\beta=1.4$ において細長比が 60 をこえると強度は等断面部材より劣る。より大きい軸圧縮力あるいは断面変化のパラメーターに対しては、強度は等断面部材より低下する。

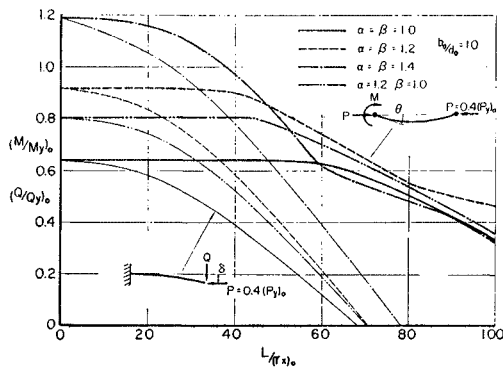


図-14 変断面はり一柱の最大強度曲線 ($b_0/d_0=1.0$)

(3) 曲げねじり座屈強度

図-15 および 16 は軸圧縮力比 $(P/P_y)_0=0.2$ の場合の曲げねじり座屈強度を $b_0/d_0=1.0$ および $b_0/d_0=0.5$ についてそれぞれ示したものである。同一タイプで細線は面内変形を考慮しないものを、太線は面内変形より求めた二次曲げモーメントを考慮したものを示している。タイプ (a) の場合、 $(M/M_y)_0=0.5$ 付近から残留応力の影響によって曲げねじり座屈長さは減少している

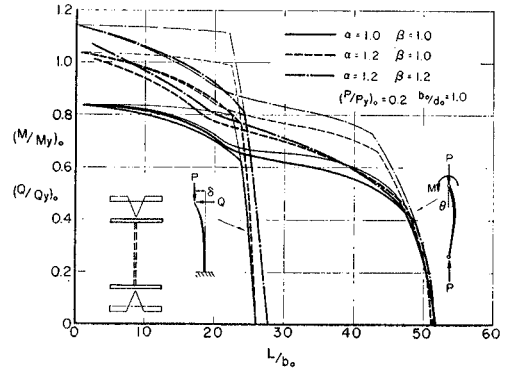


図-15 曲げねじり座屈強度曲線 ($b_0/d_0=1.0$)

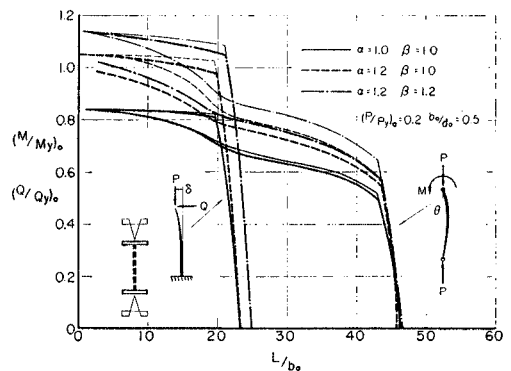


図-16 曲げねじり座屈強度曲線 ($b_0/d_0=0.5$)

が、タイプ (b) の場合は、曲げねじり剛性がほとんど 0 になるまで急激な座屈長さの減少は見られない。タイプ (a) の場合、面内変形を考慮した座屈強度は $b_0/d_0=1.0, L/b_0=40$ において $\alpha=\beta=1.0$ では約 10%、 $\alpha=1.2, \beta=1.0$ では約 15%、 $\alpha=\beta=1.2$ では約 30% 程度面内変形を考慮しないものより低下する。 $b_0/d_0=0.5$ では面内変形の影響は小さく、 $\alpha=1.2, \beta=1.0$ で約 5%、 $\alpha=\beta=1.2$ では約 10% 程度である。これは同一の L/b_0 では強軸まわりの細長比 $L/(r_x)_0$ が後者は前者のほぼ 0.5 倍となるためである。

(4) 中心軸荷重による強度

通常の断面と長さを持つ鋼柱の中心軸荷重による強度は弱軸に関するオイラー座屈強度、強軸に関するオイラー座屈強度、ねじり座屈強度の順に大きくなる¹⁾。ねじり座屈強度は特に大きいので、ここではオイラー座屈強度についてのみ検討を行なった。

図-17 は弱軸に関するオイラー座屈強度におよぼす b_0/d_0 の影響を示したもので、実線は $b_0/d_0=1.0$ 、点線は $b_0/d_0=0.75$ 、一点鎖線は $b_0/d_0=0.5$ を示し、断面変化のパラメーターは $\alpha=\beta=1$ および $\alpha=\beta=2$ について示した。太線はタイプ (a)、細線はタイプ (b) の場合について示したもので、縦軸は柱の基準断面での降伏軸

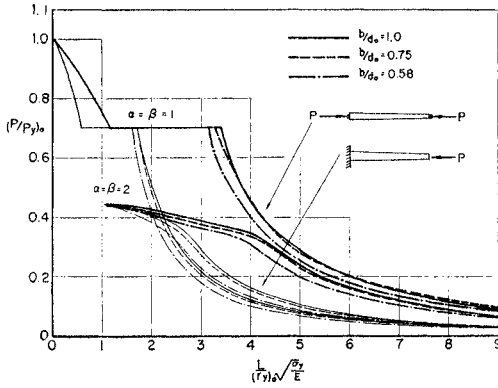


図-17 柱の強度曲線 $(P_y)_{cr}$ (b_0/d_0 の影響)

力 $(P_y)_0$ で無次元化した軸力比を、横軸には細長比に相当するものとして $L/(r_y)_0 \cdot \sqrt{\sigma_y/E}$ をとった。以下の図-18 および 19 はタイプ、縦軸および横軸に対して同様に示されている。

非弾性域では b_0/d_0 による強度の差はほとんど見られないが、弾性域ではタイプ (a) の場合、 $b_0/d_0=1.0$ と $b_0/d_0=0.75$ ではほとんど強度の差は見られなく、 $b_0/d_0=0.5$ では約 10% 程度強度が低下する。タイプ (b) の場合、 $b_0/d_0=1.0$ に対して $b_0/d_0=0.75$ では約 5%、 $b_0/d_0=0.5$ では約 20% 程度強度が低下する。

図-18 は断面変化と弱軸に関するオイラー座屈強度の関係を示したもので、実線は等断面、点線は $\alpha=2, \beta=1$ 、一点鎖線は $\alpha=\beta=2$ 、二点鎖線は $\alpha=3, \beta=2$ 、三点鎖線は $\alpha=\beta=3$ の 5 つのケースについて示されている。タイプ (a) では上記の順に座屈荷重は小さくなり、その強度の差は大きい。タイプ (b) の場合、 $\alpha=\beta=2$ のとき、強度は最も大きく、弾性域では等断面柱より約 35% も大きい。非弾性域では細長比の減少とともに細い端の断面の降伏軸力へと収束してゆく。

図-19 は強軸に関するオイラー座屈強度を示したもので、タイプ (a) の場合、 α の影響が特に大きく、 α が

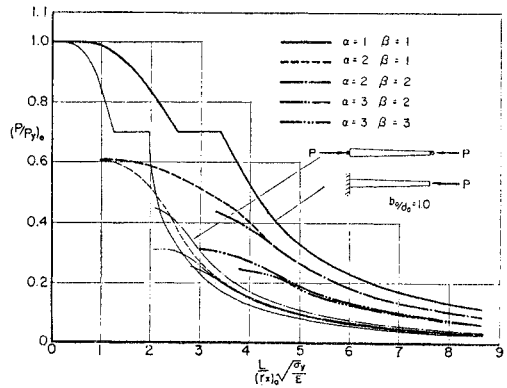


図-19 柱の強度曲線 $(P_x)_{cr}$ ($b_0/d_0=1.0$)

同じ場合は強度の差はほとんど見られない。タイプ (b) の場合、 $\alpha=\beta=2$ のときの強度は最も大きく、等断面柱より約 35% 程度大きい。

タイプ (a) の場合、弱軸に関する座屈強度は α と β の和とともに、また強軸に関する座屈強度はほぼ α とともに急激に減少する。 $\alpha=\beta=3$ のとき、弾性域において等断面に比して約 60% 程度の強度の低下が見られる。タイプ (b) の場合は、変断面にすると弾性域において強度の上昇がみられ、 $\alpha=\beta=2$ のとき最も大きく、等断面より約 35% 程度強度が大きくなる。弱軸に関するオイラー座屈強度は b_0/d_0 の減少とともに低下し、 $b_0/d_0=0.5$ では $b_0/d_0=1.0$ に比して、タイプ (a) では約 10% 程度、タイプ (b) では約 20% 程度強度は低下する。

8. 結 論

本研究においては、両端単純支持で軸方向圧縮荷重、または軸方向圧縮荷重と太い端に曲げモーメントを受ける変断面柱または変断面はり一柱 (タイプ (a)) と太い端が固定支持、細い端が自由で、軸方向圧縮荷重または軸方向圧縮荷重と自由端に横方向荷重を受ける変断面柱または変断面はり一柱 (タイプ (b)) について H 形断面のフランジ幅および断面の高さがそれぞれ直線的に断面変化する場合の (1) 荷重面内での終局強度と変形容量、(2) 面外変位とねじりを伴う曲げねじり座屈強度、(3) 強軸または弱軸に関するオイラー座屈強度について弾性域および非弾性域について検討を行なった。

本研究より得られた主な結果は次のとおりである。

(1) 荷重面内での強度と変形は、変形の小さい初期の段階では、部材中点と同一の断面をもつ等断面部材より、変形に対して強度は大きい。断面変化あるいは軸圧縮力が大きくなると等断面部材より最大強度は小さくなる。変断面部材の変形容量は等断面部材より小さく、断面変化、細長比の小さい場合においてのみ等断面と同程

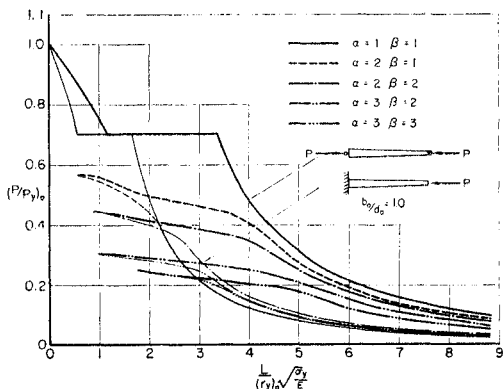


図-18 柱の強度曲線 $(P_y)_{cr}$ ($b_0/d_0=1.0$)

度の変形容量をもつ。

(2) 曲げねじり座屈強度は弱軸に関するオイラー座屈強度と面内強度によって制限され、オイラー座屈長さよりやや短い長さで残留応力、面内変形の影響を大きく受ける。この場合、細長比の小さい範囲で変断面とすると効果的である。

(3) 弱軸または強軸に関するオイラー座屈強度は弾性範囲内において、タイプ(a)の場合、前者はほぼ α と β に比例して減少し、後者はほぼ α に比例して減少する。タイプ(b)の場合には変断面とすると強度は大きくなる。非弾性域で座屈する短い柱では断面が最小の部分の降伏軸力が限界荷重となる。

なお、本研究に使用した電子計算機は、金沢大学のFACOM 230-35である。

用いた記号

$A_i(A_0)$: 点 i における断面積 (基準断面積)
 $b(b_0)$: フランジ幅 (基準フランジ幅)
 $d(d_0)$: 断面の高さ (基準断面の高さ)
 E : ヤング係数
 F_i : 格間伝達マトリックス
 G : セン断弾性係数
 $I_{xi}(I_{yi})$: 点 i における x 軸 (y 軸) まわりの断面二次モーメント
 I_w : そり二次モーメント
 K_T : St. Venant のねじり定数
 \bar{K} : 残留応力と直応力による付加トルク
 L : スパン長
 l : 格間長
 $M_i(M_0)$: 点 i (はり一柱要素) の曲げモーメント
 $(M_y)_i$: 点 i における降伏モーメント
 M_z : ねじりモーメント
 M_y : y 軸まわりの曲げモーメント
 M_w : バイモーメント
 n : 分割数
 $P(P_y)$: 軸方向力 (降伏軸力)
 P_i : 格点伝達マトリックス
 $R(R')$: 左端 (右端) の座屈に関する境界マトリックス
 r_d : 基準断面における断面二次半径と部材高さの比
 $r_x(r_y)$: x 軸 (y 軸) に関する断面二次半径
 S : セン断力
 u : セン断中心の横変位
 W_i : 点 i における弾性断面係数
 y_i : 点 i における y 方向変位
 y_0 : セン断中心と重心との距離

z_i : 要素 i の z 方向の長さ

$\alpha(\alpha_i)$: 変断面部材の両端での断面の高さの比 (点 i における断面の高さと基準断面の高さの比)

$\beta(\beta_i)$: 変断面部材の両端でのフランジ幅の比 (点 i におけるフランジ幅と基準フランジ幅の比)

$\tau_a, \tau_w, \tau_{kl}$: ウェブを無視したことによる断面積、断面係数、St. Venant のねじり定数に対する補正係数

δ : 太い端が固定、細い端が自由のはり一柱の自由端の変位

$\epsilon_a, \epsilon_T, \epsilon_\phi$: 断面に一樣に生ずるひずみ、残留ひずみ、曲率によるひずみ

ϵ_y : 降伏ひずみ

ζ : 長さ l で無次元化した z 座標

η : 部材高さ d で無次元化した y 座標

$\theta(\theta_i)$: たわみ角 (点 i におけるたわみ角)

$\kappa_{ix}, \kappa_{iy}, \kappa_{iw}$: 非弾性域における x および y 軸まわりの断面二次モーメント、そり二次モーメントのてい減率

λ : ウェブ高さと部材高さの比

μ : 各種断面係数のウェブを無視したときの近似係数

ξ : フランジ幅 b で無次元化した x 座標、長さ l で無次元化した x 方向変位

ρ : ねじり率

σ_y : 降伏応力

$\phi_i(\phi_y)$: 点 i における曲率 (降伏曲率)

参考文献

- 1) Timoshenko, S.: Strength of Material, Vol. 2, New York, D. Van Nostrand Company, Inc., 1930.
- 2) Hamayoshi, F.: On Torsion of I-Beam with a Web of Variable Height, Memoir, Faculty of Engineering, Hokkaido Univ., Vol. 11, No. 2, pp. 209~228, 1961.
- 3) Lee, L.H.N.: Non-Uniform Torsion of Tapered I-Beams, Journal of Applied Mechanics, pp. 37~44, Sept., 1959.
- 4) Lee, G.C. and Szabo, B.A.: Torsional Response of Tapered I-Girders, Proc. of ASCE, Vol. 93, No. ST 5, pp. 233~252, Oct., 1967.
- 5) Trahair, N.S.: Elastic Stability of Continuous Beams, Proc. of ASCE, Vol. 95, No. ST 6, pp. 1295~1312, June, 1969.
- 6) Trahair, N.S. and Kitipornchai, S.: Elastic Lateral Buckling of Stepped I-Beam, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 10, pp. 2535~2548, Oct. 1971.
- 7) Kitipornchai, S. and Trahair, N.S.: Elastic Stability of Tapered I-Beams, Proc. of ASCE, Vol. 98, No. ST 3, pp. 713~728, March, 1972.
- 8) Lee, L.H.N.: On the Lateral Buckling of a Tapered Narrow Rectangular Beam, Trans. of ASME, pp.

457~458, Sept., 1959.

9) Dinnik, A : Design of Columns of Varying Cross-Section, Trans. of ASME, Vol. 54, APM-54-16, pp. 165~171, 1932.

10) Gere, J.M. and Carter, W.O. : Critical Buckling Loads for Tapered Columns, Proc. of ASCE, Vol. 88, No. ST 1, pp. 1~11, Feb., 1962.

11) Fogel, C.M. and Ketter, R.L. : Elastic Strength of Tapered Columns, Proc. of ASCE, Vol. 88, No. ST 5, pp. 67~106, Oct., 1962.

12) Appl, F.J. and Smith, J.O. : Buckling of Inelastic, Tapered, Pin-Ended Columns, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. EM 2, pp. 549~558, April, 1969.

13) Culver, C.G. and Preg, S.M. : Elastic Stability of Tapered Beam-Columns, Proc. of ASCE, Vol. 94, No. ST 2, pp. 455~470, Feb., 1968.

14) Lin, K.H., Rossow, E.C. and Lee, S.L. : Inelastic Stability of Tapered Wide-Flange Columns, Publications of IABSE, Vol. 28, No. II, pp. 113~136, 1968.

15) Ojalvo, M. and Fukumoto, Y. : Nomographs for the Solution of Beam-Column Problem, WRC Bulletin, No. 78, June, 1962.

16) Lehigh Univ. : Plastic Design of Multi-Story Frames, Lecture Notes, Chapter 9, Fritz Engineering Laboratory Report, No. 273.20, 1965.

17) Timoshenko, S.P. and Gere, J.M. : Theory of Elastic Stability, McGraw-Hill, pp. 167~175, 1961.

18) 坂本 順・宮本篤典 : 鋼構造骨組の弾塑性域における変形と安定性に関する考察(第II報), 建築学会論文報告集, No. 113, 1965年.

19) 草間考志 : 偏心圧縮柱の荷重・変形性状に与えるひずみ硬化の影響, 土木学会論文報告集, No. 184, pp. 1~10, 1970年12月.

20) 成岡昌夫・遠田良喜 : 伝達マトリックス法, コンピューターによる構造工学講座, 培風館, 1970年.

【付録 I】 曲げねじり座屈に関する格間伝達マトリックス

$$F_i = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \frac{S_3 - A_1 A_2}{B_5 A_1^3 B_3} & \frac{S_3 - A_1 A_3}{A_1^3 B_3} & \frac{C_6 - A_3}{A_1^2 B_3} & \frac{A_1 A_2 - S_3}{B_5 A_1^3 B_3} & -\frac{C_2 - A_2}{A_1^2 B_3} \\ 0 & 1 & 0 & \frac{C_2 - A_2}{B_5 A_1^2 B_3} & \frac{C_6 - A_3}{A_1^2 B_3} & \frac{S_8}{A_1 B_3} & \frac{A_2 - C_2}{B_5 A_1^2 B_3} & -\frac{S_2}{A_1 B_3} \\ 0 & 0 & 1 & 1 + \frac{S_7 - A_1 A_4}{B_5 A_1^3 B_3} & \frac{B_4(S_3 - A_1 A_2)}{A_1^3 B_3} & \frac{B_4(C_2 - A_2)}{A_1^2 B_3} & \frac{A_1 A_4 - S_7}{B_5 A_1^3 B_3} & \frac{A_4 - C_5}{A_1^2 B_3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \frac{C_5 - A_4}{B_5 A_1^2 B_3} & \frac{B_4(C_2 - A_2)}{A_1^2 B_3} & \frac{B_4 S_2}{A_1 B_3} & \frac{A_4 - C_4}{B_5 A_1^2 B_3} & -\frac{S_6}{A_1 A_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{C_1}{B_5 B_3} & -\frac{C_4}{B_3} & -\frac{S_5}{B_3} & \frac{C_1}{B_5 B_3} & \frac{S_1}{B_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{S_2}{B_5 A_1 B_3} & -\frac{S_8}{A_1 B_3} & -\frac{C_1}{B_3} & \frac{S_2}{B_5 A_1 B_3} & \frac{C_1}{B_3} \\ 0 & 0 & 0 & 1 + \frac{C_3 - A_4}{B_5 A_1^2 B_3} - \frac{C_3}{B_3} & \frac{B_4(C_2 - A_2)}{A_1^2 B_3} - \frac{B_5 C_1 B_4}{B_3} & \frac{B_4 S_2}{A_1 B_3} - \frac{B_4 B_5 S_1}{B_3} & \frac{C_3}{B_3} - \frac{C_5 - A_4}{B_5 A_1^2 B_3} & \frac{B_5 S_4}{B_3} - \frac{S_6}{A_1 B_3} \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{S_6}{B_5 A_1 B_3} & -\frac{B_4 S_2}{A_1 B_3} & -\frac{B_4 C_1}{B_3} & \frac{S_6}{B_5 A_1 B_3} & \frac{C_3}{B_3} \end{bmatrix}$$

ここに

$$\begin{aligned} S_1 &= \alpha_1 \sinh \alpha_1 + \alpha_2 \sin \alpha_2 \\ S_2 &= \alpha_2 \sinh \alpha_1 - \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ S_3 &= \alpha_2^3 \sinh \alpha_1 + \alpha_1^3 \sin \alpha_2 \\ S_4 &= B_1 \alpha_1 \sinh \alpha_1 + B_2 \alpha_2 \sin \alpha_2 \\ S_5 &= B_2 \alpha_1 \sinh \alpha_1 + B_1 \alpha_2 \sin \alpha_2 \\ S_6 &= B_1 \alpha_2 \sinh \alpha_1 - B_2 \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ S_7 &= B_1 \alpha_2^3 \sinh \alpha_1 + B_2 \alpha_1^3 \sin \alpha_2 \\ S_8 &= B_2 \alpha_2 \sinh \alpha_1 - B_1 \alpha_1 \sin \alpha_2 \\ S_9 &= B_2 \alpha_2^3 \sinh \alpha_1 + B_1 \alpha_1^3 \sin \alpha_2 \\ C_1 &= \cosh \alpha_1 - \cos \alpha_2 \\ C_2 &= \alpha_2^2 \cosh \alpha_1 + \alpha_1^2 \cos \alpha_2 \\ C_3 &= B_1 \cosh \alpha_1 - B_2 \cos \alpha_2 \\ C_4 &= B_2 \cosh \alpha_1 - B_1 \cos \alpha_2 \\ C_5 &= B_1 \alpha_2^2 \cosh \alpha_1 + B_2 \alpha_1^2 \cos \alpha_2 \\ C_6 &= B_2 \alpha_2^2 \cosh \alpha_1 + B_1 \alpha_1^2 \cos \alpha_2 \\ B_1 &= -a_1 - a_2 \alpha_1^2 \quad A_1 = \alpha_1 \alpha_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_2 &= -a_1 + a_2 \alpha_2^2 \quad A_2 = \alpha_1^2 + \alpha_2^2 \\ B_3 &= -a_2(\alpha_1^2 + \alpha_2^2) \quad A_3 = B_1 \alpha_1^2 + B_2 \alpha_2^2 \\ B_4 &= B_1 B_2 \quad A_4 = B_1 \alpha_2^2 + B_2 \alpha_1^2 \\ B_5 &= \left(\frac{E}{G}\right) \left(\frac{\mu_{iw} \kappa_{iw}}{r_{kt} \mu_{kt}}\right) \left(\frac{l}{b}\right)^2 \end{aligned}$$

を表わす。

【付録 II】 曲げねじり座屈に関する格点伝達マトリックス

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & p_{5,5} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{6,6} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{7,7} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & p_{8,8} \end{bmatrix}_i$$

ここに

$$p_{5,5} = p_{0,0} = \frac{\alpha_i \beta_i^3 \kappa_{iyi}}{\alpha_{i+1} \beta_{i+1}^3 \kappa_{iyi+1}}$$

$$p_{1,1} = \frac{\alpha_i^3 \beta_i \tau_{kti}}{\alpha_{i+1}^3 \beta_{i+1} \tau_{kti+1}}$$

$$p_{8,8} = \frac{\alpha_i^3 \beta_i^3 \kappa_{iwi}}{\alpha_{i+1}^3 \beta_{i+1}^3 \kappa_{iwi+1}}$$

を表わす。

【付録 III】 オイラー座屈に関する格間伝達マトリックス

$$\begin{Bmatrix} u/l \\ \theta \\ M/Pl \\ S/P \end{Bmatrix}_i^R = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 - \cos r & \frac{r - \sin r}{r} \\ 0 & 1 & r \sin r & \cos r - 1 \\ 0 & 0 & \cos r & \frac{\sin r}{r} \\ 0 & 0 & -r \sin r & \cos r \end{bmatrix}$$

$$\begin{Bmatrix} u/l \\ \theta \\ M/Pl \\ S/P \end{Bmatrix}_i^L$$

ここに

$$r_i^2 = \frac{\sigma_y}{E} \left(\frac{P}{P_y} \right)_0 \frac{1}{(I_y/I_{y0})_i} \left(\frac{l}{r_{y0}} \right)^2$$

I_{y0} および r_{y0} は基準の断面における y 軸まわりの断面二次モーメント、および y 軸に関する断面二次半径を表わす。 x 軸に関する変断面柱の座屈強度を求めるには I_y を I_x に r_y を r_x におきかえればよい。

(1973.6.13・受付)