

鉄筋コンクリートの付着応力度の履歴とひびわれの復元性に関する研究

HYSTERETIC BOND STRESS-SLIP RELATIONS ON REINFORCED CONCRETE MEMBERS AND RESTORATION OF THEIR CRACKS

中 島 亨*・山 本 康 弘**
By Tōru Nakajima and Yasuhiro Yamamoto

1. 緒 言

本論文は、鉄筋コンクリートにおける付着応力度の履歴に関する理論について検討するとともに、鉄筋コンクリート部材のひびわれの発達と荷重除去後の残留ひびわれ幅について調べたものである。

鉄筋とコンクリートの付着応力度の理論は、古くは、Bach C., Gillanville W.H., Watstein D., Abrams, Hoyer E., Dmitrief S.A., などの主として、部材における付着応力度の分布を一定の式で仮定していく立場と、福田武雄, Brice M., U. Guyon, Rehm, Holmyanski M.M., Kolner V.M., 六車・森田らのように、付着応力度は、鉄筋とコンクリートの相対的な“ずれ”の関数であると仮定してこの両者の関係式を求める立場とがある。鉄筋コンクリートの種々の状態における現象を統一的に表わすことができるという点では、後者の立場がすぐれているといえよう。そして、六車・森田は、Holmyanski M.M. の理論を発展させ、付着応力度と相対すべり量（鉄筋とコンクリートの相対的ずれの差）との関係式を次式のごとく導いている。

$$\tau_{x1} = f_1(S_x) = \tau_{\max} \cdot e \cdot \frac{\log \left\{ (e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}} + 1 \right\}}{(e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}} + 1} \dots\dots\dots (1)$$

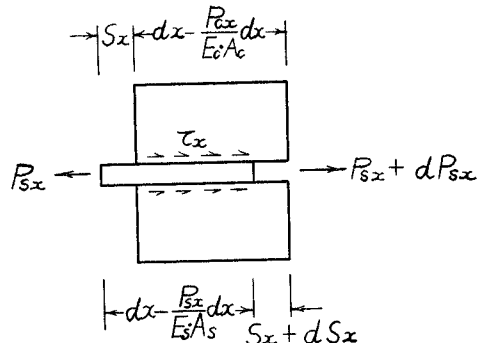
本研究においては、まず、各種の引抜試験および両引試験を行ない、その場合の鉄筋の内部応力を測定することにより、この付着性状に関する式 (1) について、その適合性を確認するとともに、さらにこれらの引抜きおよび両引試験において荷重を戻した場合、あるいは逆に負の荷重を加えた場合にどのような性状を示すかを調

べ、その場合の付着応力度 (τ_x) 一相対すべり量 (S_x) の関係式を求めた。さらに、これらの関係式を用いて、引抜試験体および両引試験体が正負の荷重を受ける場合の付着応力度分布、相対すべり量分布および鉄筋の応力度分布を算定する方式を提案し、その結果と実験値とを比較した。そして、これらの応力解析の計算結果をもとに、比較的細長い両引試験体におけるひびわれ幅、平均ひびわれ間隔、特に、ひびわれの残留幅の求め方について検討した。

2. 本論文に用いる記号および理論式

本論文において用いる主な記号は表-1のごとくである。

また、本論文の実験データの解析に用いた付着に関する理論式は、次の3つである。すなわち鉄筋コンクリートの微小部分の力のつり合いと変形の適合条件から下図において、式 (2) および (3) が成立する。



$$\frac{dP_{sx}}{dx} = -\phi \cdot \tau_x \dots\dots\dots (2)$$

$$\frac{dS_x}{dx} = \frac{P_{sx}}{E_s A_s} - \frac{P_{cx}}{E_c A_c} \dots\dots\dots (3)$$

引抜試験においては、 $P_{sx} + P_{cx} = 0$ であるから、式 (3)

* 正会員 大成建設 (株) 土木設計部主任
** 工博 大成建設 (株) 技術研究所主任

表-1 記号一覧

記号	内容	単位
x	距離	(cm)
Δx	微小部分の距離	(cm)
τ_x	付着応力度	(kg/cm ²)
S_x	相対すべり量	(mm)
P_{sx}, P_{cx}	鉄筋またはコンクリートの所定の位置に働いている力	(kg)
σ_{sx}, σ_{cx}	鉄筋またはコンクリートの所定の位置に働いている応力度	(kg/cm ²)
ϵ_x	鉄筋の所定の位置でのひずみ度	
E_s, E_c	鉄筋またはコンクリートの弾性係数	(kg/cm ²)
A_s, A_c	鉄筋またはコンクリートの断面積	(cm ²)
ϕ	鉄筋の周長	(cm)
n	ヤング係数比 E_s/E_c	
p	鉄筋比 A_s/A_c	
τ_{max}	最大付着応力度	(kg/cm ²)
S_{rmax}	最大相対すべり量 ($\tau = \tau_{max}$ における S_x)	(mm)
P_{s0}, P_{c0}	鉄筋またはコンクリートの端断面における力	(kg)
τ_0, S_0	鉄筋またはコンクリートの端断面における付着応力度と相対すべり量	
τ_{x1}	τ_x/τ_{max}	
S_{x1}	S_x/S_{rmax}	
t_{x1}	$(e-1)S_{x1}+1$	
τ_m, S_m, P_{sm}	原点から $m \cdot \Delta x$ の位置の付着応力度, 相対すべり量および鉄筋に働く力	
τ'_m, S'_m, P'_{sm}	原点から $m \cdot \Delta x$ の位置の付着応力度, 相対すべり量および鉄筋に働く力(のうしろ戻り時の場合)	
τ'_{max}, S'_{max}	$\begin{cases} \tau'_{max} = a \cdot \tau_{max} \\ S'_{max} = b \cdot S_{rmax} \end{cases}$	
L	試験体の長さ (両引試験体の場合は半分長さ)	(cm)
ϵ_{av}	平均ひずみ度	(cm)
e_{av}	平均ひびわれ間隔	(cm)
e_{max}	最大ひびわれ間隔	(cm)
e_{min}	最小ひびわれ間隔	(cm)
ϵ_f	コンクリートの自由収縮率	

は式 (3') のごとくなる。

$$\frac{dS_x}{dx} = \left(\frac{1}{E_s \cdot A_s} + \frac{1}{E_c \cdot A_c} \right) \cdot P_{sx} \dots\dots(3)'$$

また、両引試験においては、 $P_{sx} + P_{cx} = P_{sL}$ (両引荷重) であるから、両引荷重 (P_{sL}) と P_{sx} が決まれば、 P_{cx} は求められるが、両引材長 ($2L$) を決めなければ、両引荷重が決まらないため、任意の材長について一度に計算ができず、煩雑になる。しかし、式 (3) の右辺第2項は、コンクリートのひずみ度であり、これは、 1×10^{-4} 程度でひびわれが入るため、第1項の鉄筋の降伏ひずみ度 (20×10^{-4}) に比べて小さいので、この第2項を省略するものとした。

$$\frac{dS}{dx} \approx \frac{1}{E_s \cdot A_s} \cdot P_{sx} \dots\dots(3)''$$

さらに、鉄筋コンクリート部材の端断面 (両引試験体では中央断面) の力 P_{s0}, P_{c0} に対し次式が成立する。

$$P_{sx} + P_{cx} = P_{s0} + P_{c0}$$

そして、これと式 (2), (3) から次の式 (4) が導入できる。

$$\frac{d^2 S_x}{dx^2} = \frac{1+n \cdot p}{E_s \cdot A_s} \cdot \phi \cdot \tau_x \dots\dots(4)$$

これを付着に関する基礎微分方程式 (文献 15) 参照) とする。以上の諸式を用いて、実験値の解析および理論式の展開を行なった。

3. 付着応力度と相対すべり量の関係

(1) 実験の概要

付着応力度 (τ_x) と相対すべり量 (S_x) の関係を求めるため 図-1 に示すとき引抜試験体および両引試験体を作製して実験を行なった。鉄筋は D-19 の異形鉄筋を用い、図-2 に示すごとく幅 2 mm、深さ 5 mm の溝を表裏 2 本 “リブ” に沿って掘り込み、この底部にワイヤストレインゲージ (1 mm) を異形鉄筋の “フシ” と “フシ” の中間に 1 つおきに来るように貼り付け、溝にリード線を通した後エポキシ樹脂を注入してこの溝をシールした。なお引抜試験体には、 ϕ -6 のスパイラルを 図-1 のごとく外周全面に割裂防止用として取り付け

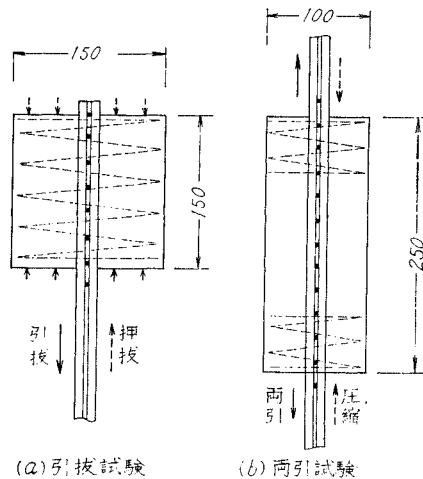


図-1 試験体および試験方法

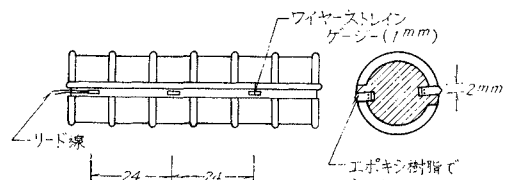


図-2 鉄筋の加工 (D-19)

表-2 コンクリートの配合と強度試験結果

W/C (%)	S/a (%)	セメント量 (kg/m ³)	水量 (l/m ³)	砂 (kg/m ³)	砂利 (kg/m ³)	スランブ (cm)	圧縮強度 (kg/cm ²)	ヤング率 (kg/cm ²)	ポアソン比
60	38	300	180	703	1 150	14.0	332	2.81×10 ⁶	0.123

ただし、圧縮強度、ヤング率、およびポアソン比は材令2週における値である。

た。また両引試験体はその両端部に φ-3.2 mm ピッチ 30 mm、長さ 50 mm のスパイラルを入れ、鉄筋の滑脱によるコンクリートの割裂を防ぐようにした。試験体の個数は、引抜試験体が4個、両引試験体が2個である。

コンクリートは早強セメントを用い、表-2 に示すごとく圧縮強度は 330 kg/cm² 程度、ヤング率は 2.81×10⁶kg/cm² であった。また鉄筋は表-3 に示すごとく、SD-30、公称直径 19 mm の異形鉄筋で、溝を切り込んだ場合の見かけのヤング率は、2.0×10⁶kg/cm² である。これらの供試体は、収縮の影響をできるだけ少なくするため水中養生とし、実験直前に水中から揚げて試験を行った。その収縮率は試験時で 0.015~0.02% 程度であった。

表-3 鉄筋の性状

公称直径 (mm)	断面積 (cm ²)	公称周長 (cm)	降伏点 (kg/cm ²)	ヤング率 (kg/cm ²)	鉄筋の種類
19	2.865 (2.665)	6.0	3 200	1.85×10 ⁶ (2.0×10 ⁶)	SD-30

ただし () 内の値は溝を切った鉄筋の場合の値である。

(2) 実験および実験結果

引抜試験は図-1の矢印(実線)で示すごとく、まず引抜荷重を加え、適当な荷重に達すると、これを解除して戻し、さらに球座およびチャックを切り換えて、図の矢印(点線)のごとく、負の荷重すなわち押し抜き荷重

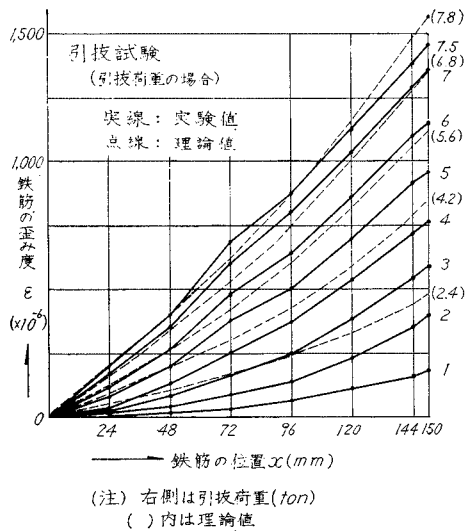


図-3 (1) 鉄筋のひずみ度分布 (引抜き)

を加え、それらの場合の鉄筋の各位置でのひずみ度を測定した。また両引実験でも図の矢印(実線)のごとく両引荷重を加えた後、荷重を戻し、さらに図-1の矢印(点線)のごとく、チャックを切り換えて、圧縮試験を行ない、さらに適当な荷重からこれを戻し、これらのそれぞれの荷重階における鉄筋の各点のひずみ度を測定した。

実験の結果は、図-3 および 図-4 に示すとおりで、図-3 (1) は、引抜荷重を加えた場合の鉄筋のひずみ度分布を示すものであり、図-3 (2) は、引抜荷重を戻し、さらに、押し抜き荷重を加えた場合の、鉄筋のひずみ度分布を示すものである。また 図-4 (1) は、両引荷重を加えた場合の各荷重階における鉄筋のひずみ度分布を、また 図-4 (2) は、その両引荷重を戻した場合および圧縮荷重を加えた場合の鉄筋のひずみ度分布を示したものである。

(3) 実験結果の検討

これらの実験結果、すなわち鉄筋のひずみ度分布から、鉄筋の各位置に働いている力の大きさ (P_{sx}) を求

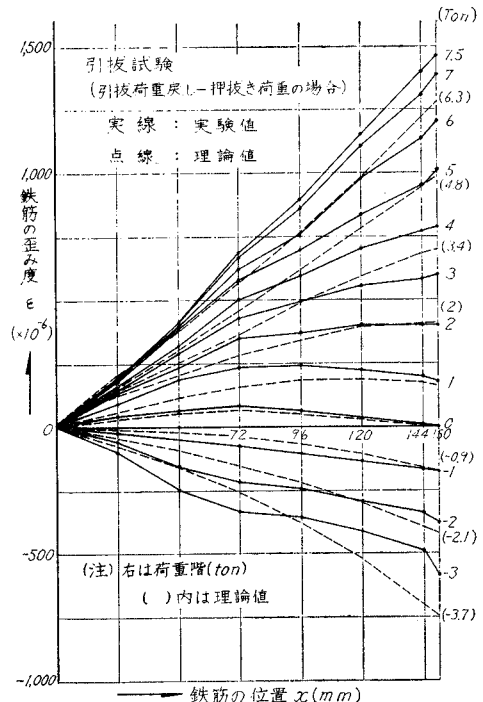


図-3 (2) 鉄筋のひずみ度分布 (引抜き)

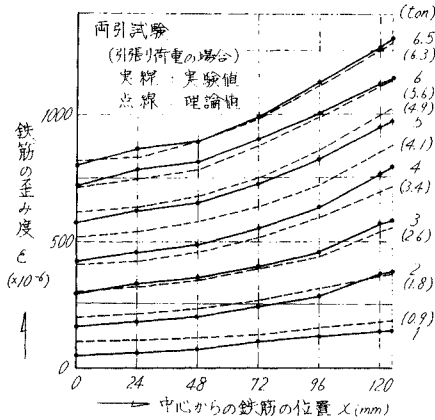


図-4 (1) 鉄筋のひずみ度分布 (両引き)

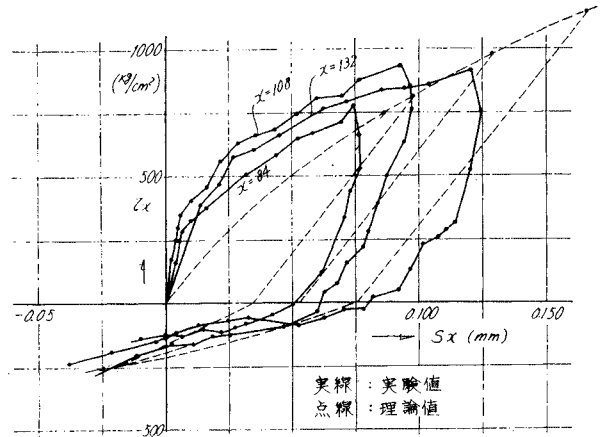


図-5 τ_x-S_x 曲線 (引抜試験)

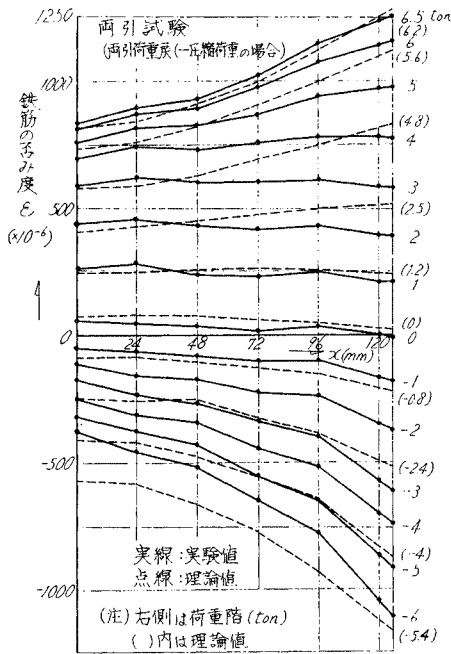


図-4 (2) 鉄筋のひずみ度分布 (両引き)

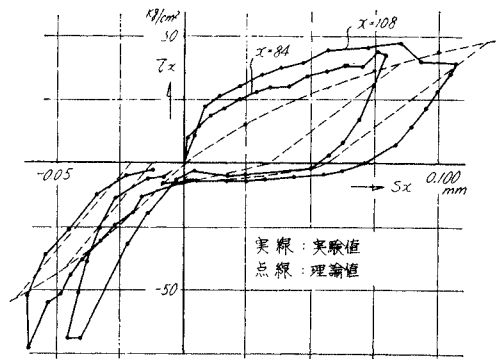


図-6 τ_x-S_x 曲線 (両引試験)

としては、十分 τ_x-S_x の実験値に近似しているといえる。

ii) 荷重を戻す場合には、 τ_x-S_x の関係曲線は、図-5.6のごとく、降下曲線となるが、これは、もとの曲線の原点における接線に平行な直線で、ほぼ表わされるものと思われる。そこで、先の式(1)の原点の接線に平行な曲線を求めると、式(5)のごとくになり、図-5.6の点線の直線部および図-7の直線 \overline{AB} となる。

め、これを式(2)のごとく微分することにより、鉄筋の各位置における付着応力度分布 (τ_x) を求め、また P_{sx} を式(3)' または式(3)'' を区分積分の形で積分することにより、相対すべり量分布 (S_x) を求めた。その結果は、図-8~9に示したとおりである。これらの結果から、鉄筋の各位置 (x cm の所) における τ_x-S_x の関係を求めると、図-5 および 図-6のごとくになった。これらの結果から次のようなことがわかった。

i) τ_x と S_x は、鉄筋の位置に関係なくほぼ同じ曲線で表わすことができる。またこの曲線と先の森田式、 $\tau_x=f(S_x)$ とを比較すると、図-5, 6の点線の曲線のごとくになり原点付近ではやや小さい値となるが、全体

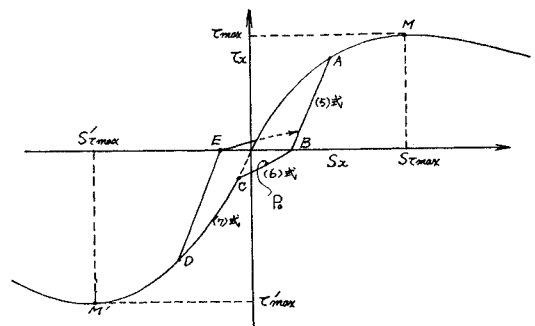


図-7 τ_x-S_x 曲線の履歴の模式図

$$\tau_x = \tau_{\max} \cdot \left\{ e(e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}} + A_n \right\}$$

ただし $A_n = -e(e-1) \frac{S_{xA}}{S_{r\max}} + \frac{\tau_{xA}}{\tau_{\max}}$

.....(5)

iii) τ_x が減少して負の値をとる ($\tau_x \leq 0$), すなわち図-7における直線 \widehat{AB} が、横座標と交わった後は、曲線 \widehat{BC} のごとく、 τ_x に比べて、 S_x の減少割合が大きくなる。この場合の曲線は、曲線 \widehat{OM} の戻り開始点 A (S_{xA}, τ_{xA}) 以後の残りの曲線を、B点まで平行移動し、B点で 180° 回転して得られる曲線 \widehat{BC} で、ほぼ表わすことができる。これを先の式 (1) から求めると、式 (6) のごとくになる。

$$\tau_x = \tau_{\max} \cdot e \cdot \left[\frac{\log \left[(e-1) \left\{ \frac{-A_n}{e(e-1)} + \frac{S_{xA}}{S_{r\max}} - \frac{S_x}{S_{r\max}} \right\} + 1 \right]}{(e-1) \left\{ \frac{-A_n}{e(e-1)} + \frac{S_{xA}}{S_{r\max}} - \frac{S_x}{S_{r\max}} \right\} + 1} - \frac{\log \left\{ (e-1) \frac{S_{xA}}{S_{r\max}} + 1 \right\}}{(e-1) \frac{S_{xA}}{S_{r\max}} + 1} \right] = f_3(S_x) \dots\dots(6)$$

一般に、引抜荷重、両引荷重は、この曲線 \widehat{BC} 上の点 P_0 の所で 0 と取る。

iv) この曲線 \widehat{BC} は、図-6に見られるごとく、第Ⅲ象限に入ると、始めの曲線を原点に関して対称移動した曲線と交わる。図-7で示すごとくこの交点をCとするとこれ以後は、曲線 \widehat{CD} となって降下する。この曲線式を求めると式 (7) のごとくになる。

$$\tau_x = -\tau_{\max}' \cdot e \cdot \frac{\log \left\{ (e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}'} + 1 \right\}}{(e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}'} + 1} = f_4(S_x) \dots\dots(7)$$

ただし $\tau_{\max}' = a \cdot \tau_{\max}$, $S_{r\max}' = b \cdot \tau_{\max}$

v) この時点で、引抜きまたは両引試験における鉄筋に加わっている負の荷重を解除すると点 (S_x, τ_x) は、曲線 \widehat{OD} の原点における接線に平行な直線にしたがって増加する (直線 \widehat{OE})。この直線の関係式は式 (8) のごとくになる。

$$\tau_x = -\tau_{\max}' \left\{ e(e-1) \frac{S_x}{S_{r\max}'} + A_n \right\} = f_5(S_x) \dots\dots(8)$$

ただし $A_n = -e(e-1) \frac{S_{xA}}{S_{r\max}'} + \frac{\tau_{xA}}{\tau_{\max}'}$

これ以後については、ほぼ同じような経過をたどるものと考えられるが、今回の実験では確かめるにいたっていない。

なお、図-5,6における点線は、これらの $\tau_x - S_x$ の理論式、すなわち式 (1), (4), (5), (6) および (7) を表

わしたもので、これらの曲線と実験値とを比較したものであるが、これらの理論曲線の τ_{\max} および $S_{r\max}$ の値は、引抜試験の場合は、 $\tau_{\max} = 150 \text{ kg/cm}^2$, $S_{r\max} = 0.50 \text{ mm}$ と仮定し、両引試験の場合は、 $\tau_{\max} = 90 \text{ kg/cm}^2$, $S_{r\max} = 0.50 \text{ mm}$ と仮定した。また式 (6), (7) の場合は、 $\tau_{\max}' = 1.5 \times 90 = 135 \text{ kg/cm}^2$, $S_{r\max}' = 0.5 \text{ mm}$ として計算した。

以上の値を仮定することにより、理論値は、実験値の傾向をほぼ表わすことができたと考える。戻り開始点などはいくぶん実験値と合致しない所もあるが、これは実験の速度などによる誤差も考えられる。また実際の鉄筋コンクリートに加わる応力やひずみは、これらの τ_x や S_x を積分した型で求められるので、 $\tau_x - S_x$ 曲線が全体の傾向と合致していれば、応力やひずみの計算にはさしつかえないものと考えられる。

4. 付着応力度分布および相対すべり量分布の解析

以上の実験結果から導いた $\tau_x - S_x$ の関係式を用いて引抜試験あるいは両引試験における付着応力度分布、相対すべり量分布および応力度分布を算定する方法について検討する。

なお、引抜試験あるいは両引試験において、荷重を漸次加えて行く場合の計算方式については、森田 (文献 15), 16)) らによってほぼ確立されているので、本報告では、ある荷重状態から荷重を解除していった場合、さらに逆に負の荷重を加えた場合などにおける鉄筋とコンクリートの付着応力度分布、相対すべり量分布および応力度分布を求める方式を検討することを主な目的とする。

(1) 引抜試験の場合の応力解析

引抜試験において、引抜荷重を順次増加した場合の応力解析は上述の既往の理論 (参考文献 15)) によれば次のごとく算定される。

まず、 $\tau_x - S_x$ の関係式 $\tau_x = f_1(S_x)$ を次のごとく変換する。

$$\tau_{x1} = \tau_x / \tau_{\max}, S_{x1} = S_x / S_{r\max}, t_{x1} = (e-1) S_{x1} + 1$$

とおくと、式 (1) より式 (1)' が、式 (5) より式 (5)' が成立する。

$$\tau_{x1} = e \frac{\log t_{x1}}{t_{x1}} \dots\dots(1)'$$

$$\frac{d^2 t_{x1}}{dx^2} = \beta^2 \frac{\log t_{x1}}{t_{x1}} \dots\dots(5)'$$

ただし $\beta = \frac{1+n\mu}{E_s \cdot A_s} \cdot \psi \cdot \frac{\tau_{\max}}{S_{r\max}} \cdot e \cdot (e-1)$

引抜試験においては、自由端から $x \text{ cm}$ の所の任意の点において $P_{sx} = -P_{cx}$, また $x=0$ のとき $S_x = S_0$,

$P_{sx}=P_{s0}=0, P_{cx}=P_{c0}=0$ であるから式 (5)' の微分方程式の解を求めると次のごとくなる。

$$\int_{t_0}^{t_x} \frac{dt_{x1}}{\sqrt{(\log t_{x1})^2 + C_1/\beta^2}} = \beta x \dots\dots\dots (9)$$

ただし

$$t_0 = (e-1) \frac{S_0}{S_{\max}} + 1 \dots\dots\dots (10)$$

$$C_1 = \left(\frac{e-1}{S_{\max}} \right)^2 \left(\frac{P_{s0}}{E_s A_s} - \frac{P_{c0}}{E_c A_c} \right)^2 - \beta^2 (\log t_0)^2 \dots\dots\dots (11)$$

また、 $x = \Delta L$ のときは、

$$P_{s0} = P_{c0} = e^{-\frac{\log t_0}{t_0}} \cdot \tau_{\max} \cdot \psi \cdot \Delta L$$

であるから、 ΔL を適当に仮定し (たとえば $\Delta L = 1 \text{ cm}$ とする) S_0 を適当に与えると式 (9) より t_0 が求まり、これから C_1 が決まる (くわしくは、参考文献 15), 16) を参照)。

そこで式 (9) を区積分すると、鉄筋の自由端から $x \text{ cm}$ の位置の t_{x1} が求まり、これから S_{x1} が求まる。また P_{sx} については式 (2) より

$$\frac{dP_{sx}}{dS_x} = \psi \cdot \tau_{x1} \cdot \tau_{\max} \dots\dots\dots (2)'$$

となるから

$$P_{sx} = \int_{t_0}^{t_{x1}} \frac{dt_{x2}}{\sqrt{(\log t_{x1})^2 + C_1/\beta^2}} \cdot \frac{1}{\beta} \cdot e \cdot \frac{\log t_{x1}}{t_{x1}} \cdot \psi \cdot \tau_{\max} \dots\dots\dots (12)$$

となり、これを区積分すれば P_{sx} すなわち引抜き鉄筋の自由端から $x \text{ cm}$ の位置の引抜荷重が得られる。 τ_x は S_x から式 (1) により求められる。

さて、このような、ある引抜荷重の加わった状態からこれを解除して戻す場合には、先の $\tau_x - S_x$ 曲線の関係式を用いて、次のような逐次計算によって付着応力分布、相対すべり量分布および応力分布を求めることができる。

いま、鉄筋の自由端から $\Delta x (\text{cm})$ 間隔ごとに m 番目の点 ($x_m = m \cdot \Delta x$) を取りこの位置での相対すべり量を S_m 、付着応力度を τ_m および鉄筋の応力を P_{sm} とし、また荷重を戻して行く場合のこれらの各値を S_m' 、 τ_m' および P_{sm}' とする。

そしてまず $S = S_0'$ を先の引抜荷重よりやや小さい値で与えると式 (1) より τ_0' が求まる。

$$\tau_0' = f_1(S_0')$$

また、式 (2) から、自由端から微小距離内側 ($x = \Delta L$) のところの P_{s0}' が求まる。

$$P_{s0}' = \tau_0' \cdot \psi \cdot \Delta L$$

さらに、式 (3)' より

$$S_1' - S_0' = \left(\frac{1}{E_s \cdot A_s} + \frac{1}{E_c \cdot A_c} \right) P_{s0}'$$

また式 (2) から

$$P_1' - P_0' = \psi \cdot \tau_0' \cdot \Delta x$$

が成立する。ここで、点 (S_0', τ_0') が先に求めた $\tau_x - S_x$ 曲線の、直線 \overline{AB} 上の場合、すなわち $\tau_x' \geq 0$ のときは

$$\tau_0' = f_2(S_0')$$

また点 (S_0', τ_0') が曲線 \widehat{BC} 上の場合、すなわち $\tau_x' < 0, S_x' \geq 0$ のとき、

$$\tau_0' = f_3(S_0')$$

また、点 (S_0', τ_0') が $\tau_x - S_x$ 曲線の第 IV 象限でしかも $0 \geq S_0' \geq S_{c0}$ の場合は同じく上式を満足する。

ただし S_{0c} は曲線 \widehat{BC} と曲線 \widehat{OD} の交点の S_0 の値である。また、点 (S_0', τ_0') が曲線 \widehat{CD} 上にあるとき

$$\tau_0' = f_4(S_0')$$

ただし τ_{\max}' 、 $S_{\tau \max}'$ は

$$\tau_{\max}' = a \cdot \tau_{\max}, S_{\tau \max}' = b \cdot S_{\max}$$

以上の計算によって S_0' に対して P_{s0}' および τ_0' が算定され、さらに S_1' 、 P_1' および τ_1' が算定できる。

同様に m 番目の S_m' 、 P_{sm}' および τ_m' が次式によって算定できる。

$$S_m' - S_{m-1}' = \left(\frac{1}{E_s \cdot A_s} + \frac{1}{E_c \cdot A_c} \right) P_{s(m-1)'} \cdot \Delta x$$

$$P_{sm}' - P_{s(m-1)'} = \psi \cdot \tau_m' \cdot \Delta x$$

$$\tau_m' = \begin{cases} f_2(S_m'), & \text{ただし } \tau_m' \geq 0 \text{ の場合} \\ f_3(S_m'), & \text{ただし } \tau_m' < 0, S_m' \geq 0 \text{ の場合} \\ f_3(S_m'), & \text{ただし } \tau_m' < 0, 0 \geq S_m' > S_{xc} \text{ の場合、ここに } S_{xc} \text{ は } \tau_m' = f_3(S_m') \text{ の曲線と } \tau_m' = f_4(S_m') \text{ の曲線の交点の } S_m' \text{ の値である。} \\ f_4(S_m'), & \text{ただし } \tau_m' < 0, S_{xc} > S_m' \text{ の場合} \\ f_5(S_m'), & \text{ただし } \tau_m' < 0 \text{ の場合} \end{cases}$$

以上の逐次計算を行なうことにより引抜荷重を戻した場合、あるいはさらに押抜荷重を加えた場合の鉄筋の各位置での相対すべり量、応力度および付着応力度が算定できるはずである。

なお、この計算において、初期値 S_0 は鉄筋の自由端から $\Delta L (\Delta L = 1 \text{ cm})$ の所の値を入れているので、この補正が必要であるがこれは容易に可能である。

(2) 両引試験の場合の応力解析

また両引試験の場合に、両引荷重を順次増加していった場合の応力解析は引抜きの場合と同様にして求めることができる。この場合は両引荷重の中央部すなわち $x = 0$ の位置では $S_x = 0$ であるため、適当な P_{s0} の値を与えることによって計算できる。

そして、ある両引荷重からこれを解除して戻す場合には、先の $\tau_x - S_x$ の関係式および式 (1), (2) および式 (3) を用いて、次のごとく逐次計算によって求めること

ができる。この場合も両引きの中央部から $4x$ cm 間隔に m 番目の点 ($x_m = m \cdot 4x$) を取り、この位置での戻りの相対すべり量を S_m' 、付着応力度を τ_m' および鉄筋の応力を P_{sm}' とする。そして中央部での荷重 P_{s0}' を戻し時点よりやや小さい値で与えると S_0' 、および τ_0' はそれぞれ 0 であるから、式 (2) および式 (3) より

$$S_1' = \frac{P_{s0}'}{E_s \cdot A_s} \cdot 4x, \quad P_1' - P_0' = \phi \cdot \tau_0' \cdot 4x$$

(注) ○印内は理論値の荷重
()内は実験値の荷重

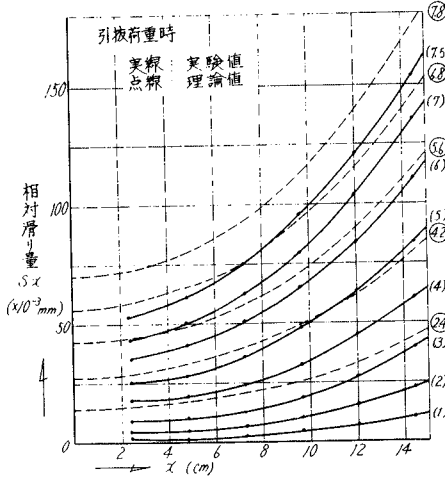


図-8 (1) 引抜試験における相対すべり量 (S_x) の分布の比較

また、式 (5) より

$$\tau_1' = f_2(S_1')$$

以上の計算により、 P_{s0}' に対して $S_0' (=0)$ および $\tau_0' (=0)$ が求まり、さらに S_1' 、 P_1' および τ_1' が求まる。

同様に m 番の S_m' 、 P_m' および τ_m' が次式によって算定できる。

$$S_m' = S_{m-1}' + \frac{P_{s(m-1)}}{E_s \cdot A_s} \cdot 4x$$

$$P_m' = P_{s(m-1)}' + \phi \cdot \tau_{m-1}' \cdot 4x$$

$$\tau_m' = \begin{cases} f_2(S_m'), & \tau_m' \geq 0 \text{ の場合,} \\ f_3(S_m'), & \tau_m' < 0, S_m' \geq 0 \text{ の場合,} \\ f_3(S_m'), & \tau_m' < 0, 0 \geq S_m' > S_{xc} \text{ の場合, ここに } S_{xc} \text{ は } \tau_m' = f_3(S_m') \text{ の曲線と} \end{cases}$$

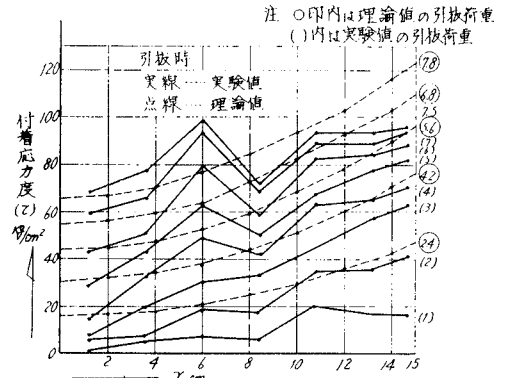


図-8 (3) 引抜試験における付着応力度 (τ_x) 分布

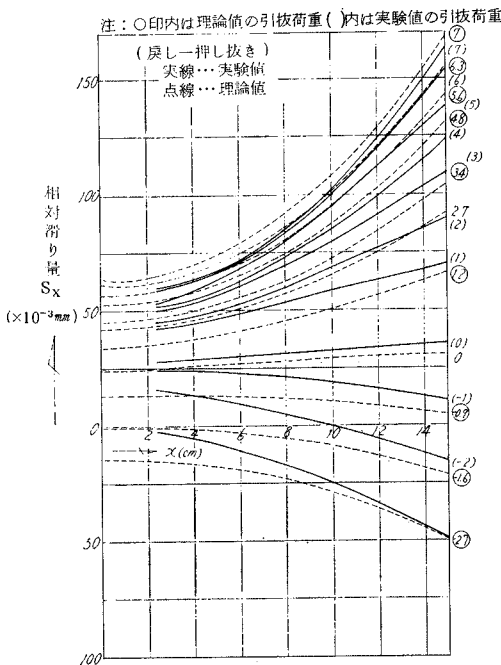


図-8 (2) 引抜試験における相対すべり量 (S_x) の分布の比較

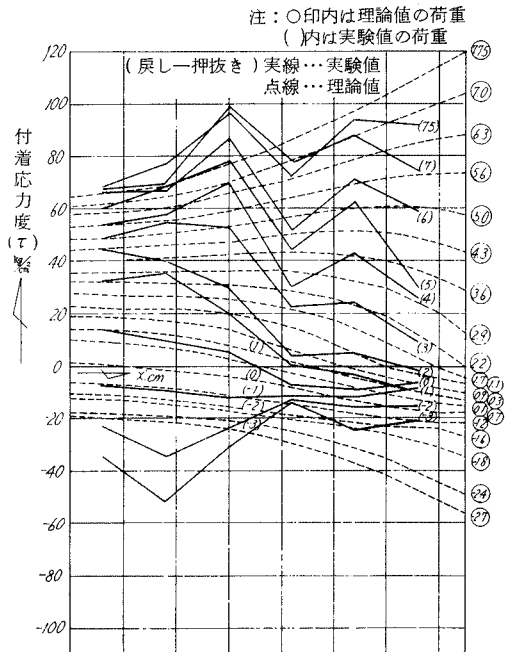


図-8 (4) 引抜試験における付着応力度 (τ_x) 分布の比較

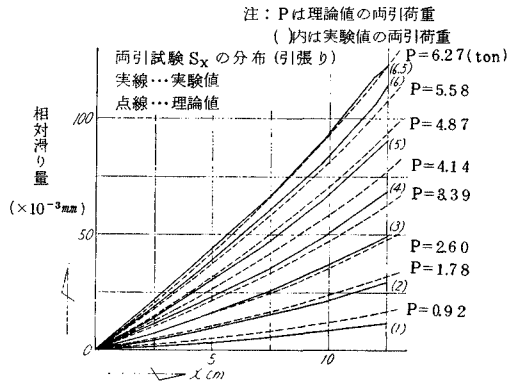


図-9 (1) 両引試験における相対すべり量 S_x の分布の比較

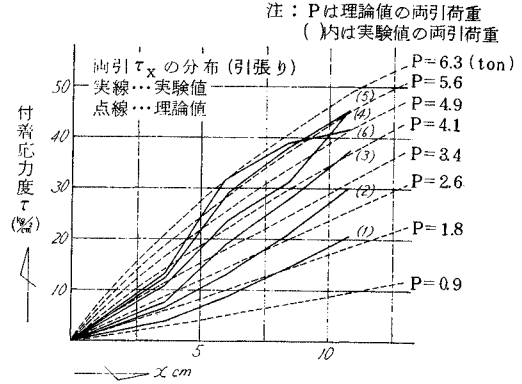


図-9 (3) 両引試験における付着応力度 τ_x の分布の比較

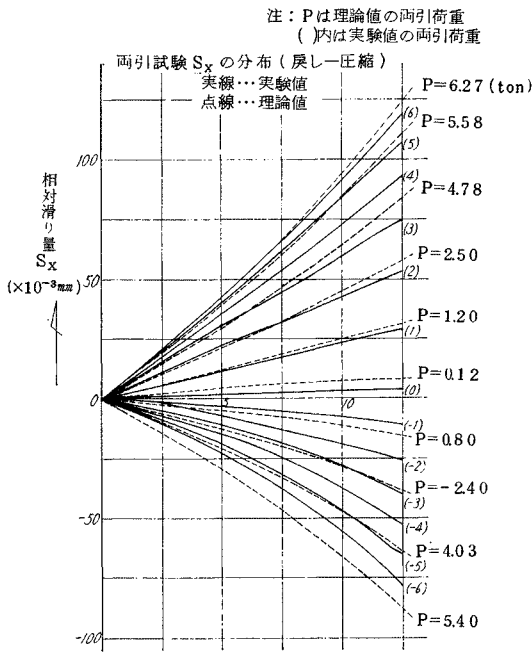


図-9 (2) 両引試験における相対すべり量 S_x の分布の比較

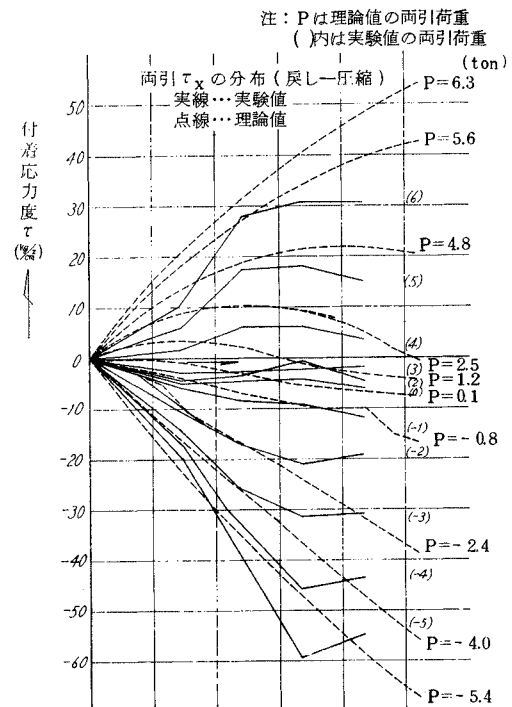


図-9 (4) 両引試験における付着応力度 τ_x の分布の比較

$\tau_m' = f_4(S_m')$ の曲線の交点の S_m' の値である。
 $f_4(S_m'), \tau_m' < 0, S_{xc} > S_m'$ の場合
 $f_5(S_m'), \tau_m' < 0$ の場合

以上の逐次計算を行なうことによって両引荷重を戻した場合、さらに鉄筋を圧縮した場合の各位置での相対すべり量分布、応力度分布および付着応力度分布が算定できる。

計算結果は 図-8~9 の点線のごとくであって、実験値の付着応力度分布は、やや不均一な点があるが、これは実験値が測定した鉄筋の各点の応力の差を微分したものであるので、ばらつきが大きくなったためである。相

対すべり量分布および応力度分布はほぼ実験値と一致するので、実際の応力度およびひずみ度を計算する上では、この程度の付着応力度の分布についての実験値のばらつきは、あまり問題にならないものと思わる。

5. 引張部材の残留変形とひびわれ残留幅の算定

以上に述べた両引型試験体の応力解析は、鉄筋コンクリート部材にひびわれが入らない前の状態を想定したものであって、比較的短い試験体について実験および解析

したものである。そこでこれらの解析結果をもとに、比較的長い鉄筋コンクリート引張部材に、ひびわれが入って行く現象について、既往の理論（参考文献 15),16)の適合性について再確認するとともに、さらにある荷重状態から、これを解除して戻した場合の残留ひずみ（ひびわれ残留幅）を求める方法を論じる。

いま、図-10 (1) のごとき、細長い両引型試験体に、引張荷重を加えた場合の部材の変形とひびわれ発生機構は、既往の理論（参考文献 15),16)により次のごとくなる。まず、図-10 (1) において、①の段階は、ひびわれは発生せず付着力が両端の定着域だけに発生する状態で、この場合の荷重と変形の関係は次式で表わされる。

$$p = (E_s A_s + E_c A_c), \quad \epsilon_{av} = (1 + n \cdot p) E_c \cdot A_c \cdot \epsilon_{av}$$

この関係を示したものが、図-10 (2) の原点を通る直線である。初ひびわれが発生すると②の段階に移る。これより荷重が増大すると、新しいひびわれ③が発生し、付着応力状態は、先の短い両引型付着の連続したものになる。したがって、この場合の荷重と変形の関係は、ひびわれ間隔が求まれば、両引型付着の理論解析から求められる。ひびわれは、鉄筋からコンクリートへ移行した引張力がコンクリート断面の引張り強度に達した位置でひびわれが発生する。この関係を式 (13) に示す。

図-11 は、先の比較的短い両引試験体についての応力解析から求めた各両引試験体の鉄筋に加わる力の分布を理論的に求めたものであり、ひびわれが発生するのは

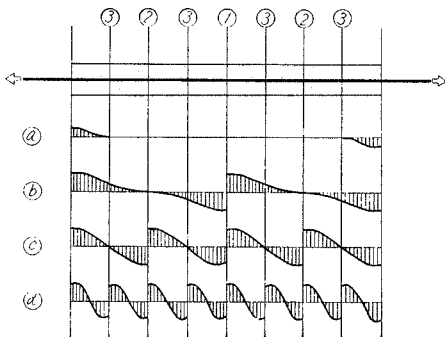


図-10 (1) 引張材における付着応力分布の変遷

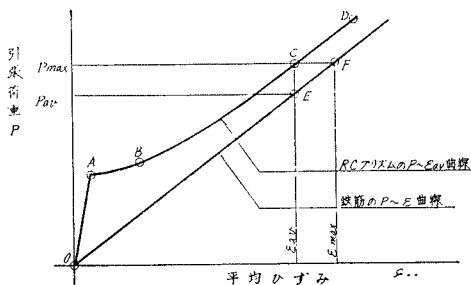


図-10 (2) 引張材の荷重-平均ひずみ曲線

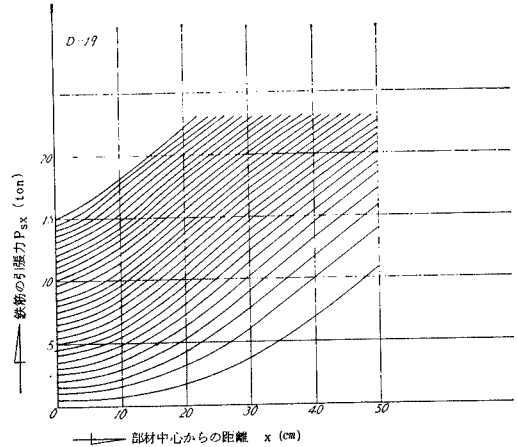


図-11 引張部分における鉄筋の引張力の分布

式 (13) のごとく、両引部材の両端部の引張力と中央部の引張力の差がコンクリートの引張力より大きくなった部分である。

$$P_{sL} - P_{s0} = \sigma_{ct} \cdot A_c \dots \dots \dots (13)$$

したがって、適当な P_{sL} に対して、この条件を満足する引張り半材長の値 (L_1) が先の図-11 から求めることができる (たとえば $P_{sL} = 5t$, $\sigma_{ct} = 25 \text{ kg/cm}^2$, $A_c = 38 \text{ cm}^2$ に対して、 $P_{s0} = 2.45t$ であるので L の値は図-11 より $L_1 = 17 \text{ cm}$ となる)。したがってこの場合のひびわれ間隔は $2L_1$ である。この場合、もしひびわれ間隔が $2L_1$ より少しでも大きいと必ず式 (3) によりひびわれが入り、その場合のひびわれ間隔は L_1 である。したがって、この荷重 P_{sL} における平均ひびわれ間隔は次のごとくなる (くわしくは参考文献 15),16) 参照)。

$$e_{av} = \frac{e_{max} + e_{min}}{2} = \frac{2L_1 + L_1}{2} = \frac{3}{2} L_1$$

このようにして、任意の荷重階 (P_{sL}) に応じる平均ひびわれ間隔の値を 図-11 から求めることができる。

次に、先の応力解析の結果の両引試験体の相対すべり量 (S_x) は、コンクリートのひずみ量が小さいため、これを両引試験体の鉄筋のひずみ量とみなして、これを両引試験体の半材長 (L) で除すると平均ひずみが得られる。そこで、各種長さの両引試験体の荷重と平均ひずみの関係を求めると 図-12 のごとくなる。

これらの結果から十分細長い引張り部材における荷重と平均ひずみの関係を求めることができる。すなわち、任意の荷重に対する平均ひびわれ間隔を先の 図-11 から求め、その平均ひびわれ間隔に相当する $2L$ の値の位置を先に求めた 図-12 において補間法で求めればよい。このようにして、両引荷重と変形、およびひびわれ間隔を求めることができる。

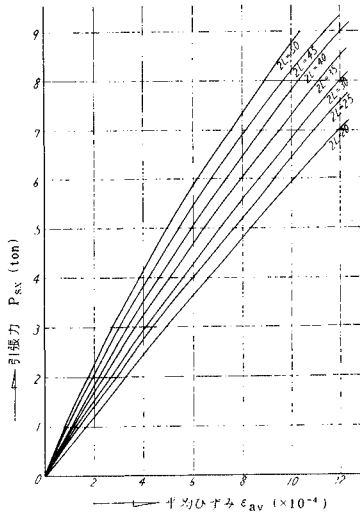


図-12 引張部材の荷重-平均ひずみ理論曲線

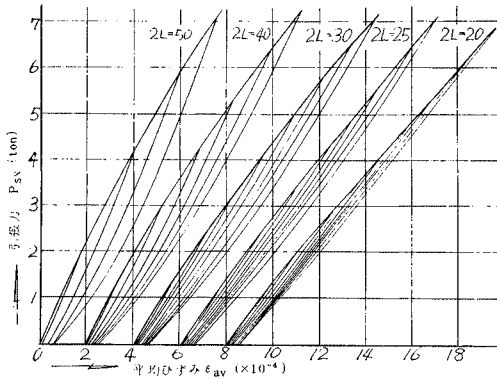


図-13 両引供試体の鉄筋の引張力と平均ひずみ(ε_{av})の関係

次にこれらの両引荷重を解除して戻す場合あるいは逆に負の荷重を加える場合の両引荷重と変形の関係を求める。この場合には、戻し時点における平均ひびわれ間隔の長さに対応する両引試験体の荷重を解除して行った場合の戻りの曲線によって求めることができる。そして、このようなかなり短い両引試験体の荷重および戻り時における付着応力解析は前記のとおりであり、図-13は、各種長さの両引試験体の両引荷重と平均ひずみの関係および各荷重を解除した場合の戻りの曲線を前記の計算方式によりそれぞれ求めたものである。これらの計算結果を利用すれば、各応力状態から荷重を解除した場合の残留ひずみ、および、ひびわれ残留幅を求めることができる。また、各種材長の両引試験体の両引荷重に対する残留平均ひずみを求めると図-14のごとくになり、この図を用いれば、両引荷重に対する残留平均ひずみ、あるいは平均ひびわれ残留幅を求めることができる。すなわち、加わった両引荷重と、そのときの平均ひびわれ間隔

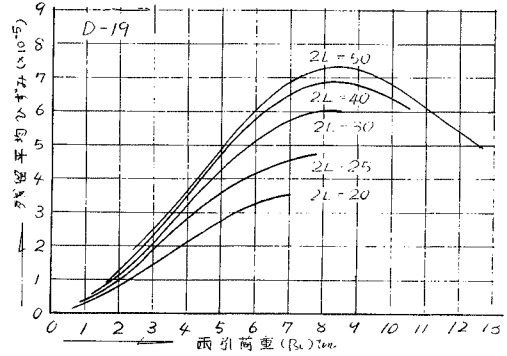


図-14 両引荷重と残留平均ひずみ(×10⁻⁵)

がわかれば、その荷重と平均ひびわれ間隔に相当する両引材長(2L)に対する残留平均ひずみを求め、これにひびわれ間隔の長さに乗ずれば、平均ひびわれ残留幅を求めることができる。

また、図-14で明らかなごとく、これらの残留平均ひずみは、ある荷重(D-19の場合は $P_{sL}=8\sim 9$ t)以後は、小さくなっていく傾向があり、これは、すべり量とその部材中で最大相対すべり量を越した部分があったため、両引荷重を解除しても、付着力により鉄筋の戻り力を拘束する能力が低下したためと考えられる。このほか、両引試験体の材長が短いほど、残留平均ひずみ度が小さく、戻り能力が大きいことがわかった。

(実験)

これらの事実を確認するため100×100×1000(mm)の鉄筋コンクリート引張り部材を用いた実験を行なった。

試験体は図-15のとおりで、使用した鉄筋はD-19、コンクリートは圧縮強度 $F_{28}=205$ kg/cm²のもの(したがってコンクリートの引張り強度は $205\times 0.12=25$ kg/cm²とする)を用いた。コンクリートは打込み後20℃、80%の恒温恒湿室で養生した。なお試験体の個数

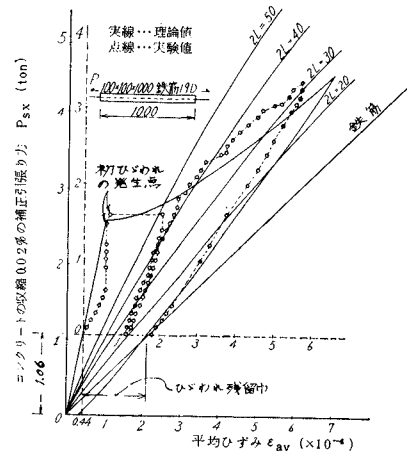


図-15 引張部材の荷重-平均ひずみの実験値と理論値の比較

は2個である。

実験は両引試験を加え、初ひびわれが入った後1回戻し、さらに荷重を加えた後再び戻した。この場合の両端部分の鉄筋の伸び量を1/1000mmの精度のダイヤルゲージで測定した。その結果は図-15に示すとおりである。今これと理論値を比較すると、理論値は点線のとおりであり、両者はほぼ一致をみた。

なお、この実験では、コンクリートの自由収縮率は $\epsilon_f=0.02\%$ 程度と考えられる。この収縮によって鉄筋は圧縮力を、またコンクリートは引張り力を受けている。この引張り部分は、コンクリートの自由収縮率と鉄筋コンクリートの拘束収縮率の差の分であるから、この分だけ鉄筋コンクリート部材に圧縮力を加えれば、コンクリート応力が0となる。この点が前記理論値の0点となり、その座標点は次のとおりとなる。

$$\left(-\frac{np}{1+np}\epsilon_f, -E_s A_s E_f\right)$$

ただし ϵ_f : コンクリートの自由収縮率(%),

n : ヤング係数比, p : 鉄筋比(%)

そして $\epsilon_f=0.02\%$ とすると上記座標は

$$(-0.44 \times 10^{-4}, -1.06 \text{ t})$$

となり、ひずみ度が -0.44×10^{-4} 、荷重が -1.06 t の所の点が理論値の原点と考えられるので、図-15はこの点を原点としたもので、荷重 $P_{sL}=3.5 \text{ t}$ で平均ひびわれ間隔 25 cm となって $2L=25 \text{ cm}$ の両引試験体の戻り曲線をとる。残留ひずみは荷重0のとき(理論曲線の原点に対しては 1.06 t のとき)のひずみとなり、ほぼ実験値と一致することがわかった。なお、この場合の残留ひずみは、ほぼ、ひびわれ残留幅とみてさしつかえない。この結果からも明らかのごとく、コンクリートの乾燥収縮が、ひびわれ発生荷重、およびひびわれ残留幅に大きな影響があることがわかる。

6. む す び

以上、本論文は、付着応力度—相対すべり量の関係について、引抜試験および両引試験を行ない、その場合の鉄筋の各点のひずみ量を測定することにより、既往の付着理論を拡大して、荷重の戻り時および負荷重の場合にまで適用可能とし、付着応力度(τ)—相対すべり量(S)の履歴曲線の基本式の一部を求めた。

次に、これらの引抜きおよび両引試験において、正負荷重を加えた場合の付着応力度分布、相対すべり量分布、および鉄筋の応力度分布を求める方法(逐次計算法による)を提案し、さらにこれを電算機を用いて計算し、その計算結果と先の実験結果とを比較し、両者がほぼ一致することを認めた。

さらに、これらの両引試験の応力解析結果から、比較的細長い鉄筋コンクリート引張り部材のひびわれの発生状況、およびひびわれの残留幅の求め方について述べ、実験値に十分適合することを認めた。

なお、本論文の一部は日本建築学会の昭和47年度大会学術講演梗概集に発表したものであることを記すとともに、実験および理論解析に際し、ご指導いただいた京大 森田助教授、北大 角田助教授および東大 岡村助教授、東工大 長滝助教授の諸兄に対し謝意を表する。

参 考 文 献

- 1) 福田武雄: 軸方向力を受ける鉄筋コンクリート部材における応力の分布に関する2,3の理論的問題について, 土木学会誌第19巻, 昭和38年3月(1933)
- 2) Glanville W.H.: Studies in Reinforced Concrete Vol. 1—Bond Resistance, Building Reserch Technical Paper 10. London, 1930
- 3) 小野 薫・佐治泰次: 付着強度に関する研究(その2)引抜試験における破壊機構, 建築学会大会論文集, 昭和28年5月
- 4) Guyon U.: Beton precontraint, Etude theorique et experimentale Paries 1951
- 5) Rehm G.: Uber die Grundlagen des Verbundes Zwischen Stahl und Beton, Deutscher Ausschuss für Stahl Beton, H. 138, 1961
- 6) Ratz E.H.: Holmganski M.M. & Kolner V.M. The Transmission of Prestress to Concrete by Bond, The third congress of the FIP, Berlin, 1958
- 7) 水野高明・渡辺 明: 丸鋼, 異形丸鋼および異形ねじり鉄筋の付着に関する研究, 土木学会論文集第93号, 昭和38年5月
- 8) 六車 照・森田司郎: 引張り法による付着試験, 建築学会論文報告集号外, 昭和40年9月(1965)
- 9) 山田 稔・小林英記: 繰り返し載荷をうける鉄筋のボンドに関する実験的研究, (I, 両振漸増荷重, 両振漸増変位), 建築学会論文報告集号外, 昭和40年9月
- 10) 同上, 徳山善重: 同上(II, 定荷重, 片振), 建築学会論文報告集号外, 昭和40年9月
- 11) 国分正胤・岡村 甫: コンクリートに対する異形鉄筋の付着性状に関する研究, 土木学会 コンクリートライブラリー第14号, 昭和40年12月
- 12) 六車 照・森田司郎: 鉄筋コンクリートの付着性状に関する理論的考察(その1), 建築学会近畿支部研究報告集, 昭和41年5月
- 13) 六車 照・森田司郎・富田幸次郎: 引抜型付着試験における2,3の問題, 建築学会論文報告集号外, 昭和41年10月
- 14) 村田二郎: 鉄筋とコンクリートの付着強度試験方法の研究, セメントコンクリート No. 233, 昭和40年9月
- 15) 六車 照・森田司郎・富田幸次郎: 鋼とコンクリートの付着に関する基礎的研究, 建築学会論文報告集第131号, 第132号, 第134号, 第139号, 昭和42年1月, 2月, 4月, 9月,
- 16) 森田司郎: 鉄筋コンクリートにおける付着とひびわれに関する研究, 京都大学学位論文, 昭和43年4月
- 17) 中田慎介: 付着特性を考慮した鉄筋コンクリート部材の復元力特性に関する研究, 建築学会大会学術講演梗概集, 昭和46年11月

(1973.4.19・受付)