

【討 議】

村山 朔郎 共著 “粘弾性地山の応力緩和による円形トンネルの覆工土圧”  
 藤本 徹 への討議

(土木学会論文報告集 第205号, 1972年9月号掲載)

討議者: 桜井春輔 (神戸大学工学部)

本論文は、トンネル覆工土圧の解析において、素掘り期間の存在、坑内圧気圧の加除、覆工施工時期、覆工の剛度など実際の施工条件を考慮して、土圧の経時的変化とその大きさを理論的に解析する一方法を提案したものであり、土圧の発生機構がより厳密に理論解析に導入されたものとして注目すべき論文であると思いますが、理論の展開に若干不明な点がございまして、ご教示願えれば幸いです。

覆工構築後の地山開削面の変形量 ( $u_0 + u_l$ ) において、覆工の剛性が大きい場合は  $u_l$  は  $u_0$  に比較して微小であり、したがって、これを無視して地山の変形量はつねに一定値  $u_0$  に固定されていると見なすことには納得できます。したがって、地山の応力は応力緩和現象によって、せん断応力が減少する方向に変化するわけですが、しかし、その場合の地山の変形量はあくまで  $u_0$  であり、本論文にあるように、応力緩和時における見かけのせん断弾性係数を用いて地山の変形量を求めることには無理があるように思われます。この場合は当然、

$$u_0 = u_0 \dots \dots \dots (a)$$

となり、

$$u_l = u_0 - u_0 \dots \dots \dots (b)$$

なる変位の適合条件式は意味を持たないことになるのではないのでしょうか。

したがって、この場合は変位に関する条件式ではなく応力に関する条件式を用いる必要があるように思われます。すなわち、応力緩和現象による地山内の応力の変化は覆工に作用する土圧によって引き起こされるわけですから、次の条件式が成立しなければなりません。

$$\tau_0 - \tau(t) = \alpha \sigma_{r0}(t) \dots \dots \dots (c)$$

ここで、 $\tau_0$  は覆工構築前の地山内のせん断応力、 $\tau(t)$  は覆工後  $t$  時間経過したときの地山内のせん断応力であり、応力緩和として材料の力学的性質によって決定でき

るものです。また、 $\sigma_{r0}$  は覆工に作用する土圧、 $\alpha$  は時間に無関係な係数です。

一方、変位に関する条件式を用いる場合には、地山内の応力が、広い意味での応力緩和現象によって変化し、その変化は覆工に作用する土圧によって引き起こされると考えることには違いないのですが、変位の適合条件式 (式 (b)) に用いる地山の変位は、

$$u_0 - u_0 = \int_0^t \phi(t-\tau) \frac{d\sigma_{r0}}{d\tau} d\tau + \bar{\psi}(t)p \dots \dots \dots (d)$$

なる convolution integral の形で表わさなければならぬように思われます。なおここで、 $\phi(t)$ 、 $\bar{\psi}(t)$  はクリープ関数、 $\sigma_{r0}$  は覆工に作用する土圧、 $p$  は地山の初期応力を表わします。そして、覆工に作用する土圧は式 (d) を式 (b) に代入して得られるところの、

$$\int_0^t \phi(t-\tau) \frac{d\sigma_{r0}}{d\tau} d\tau + \bar{\psi}(t)p = u_l \dots \dots \dots (e)$$

なる積分方程式の解として求めるべきものではないでしょうか<sup>a)</sup>。

これは、さらに本論文の第4章の重力場における解析においても同様であり、変位の適合条件式を用いる場合はすべて、convolution integral の形で定式化する必要があるように思われます。ただ、覆工が地山に比較して非常に剛性が低い場合は、覆工によって地山内応力はほとんど影響を受けないと考えられますので、式 (e) の左辺第1項は無視でき、したがって、積分方程式の形をとらないで、解析を行なうことができるであろうと考えられます。

以上の点について、著者らの見解をお聞かせ願えれば幸いです。

参 考 文 献

- a) 桜井春輔: 粘弾塑性地山内の円形トンネル覆工について, 土木学会論文報告集, 第181号, pp. 77~89, 1970年9月.

## 【回答】

回答者：村山 朔郎（京都大学防災研究所）

われわれの論文に懇切なご討議を頂戴して有難うございます。共著者の藤本君が先般来健康を害していますので、ここでは私から返答させていただきます。ご討議のおもな点は、粘弾性地山の応力緩和解析におけるひずみの取扱いの点にあるかと思いますが、適合条件式についてのご質問も述べられています。また解の方向を示すため、貴著の論文を参考文献にあげていただけます。そのため、私の見解を申し上げますとともに、貴論文中の粘弾性地山の取扱いとも関連づけて、次のような項目に分けてご返答したいと思います。

### 1. 地山の応力緩和による覆工土圧の解析方針

クリープ関数が知られている粘弾性体を、変形後完全または不完全な拘束状態で放置させるいわゆる広い意味での応力緩和に際して、粘弾性体がうける応力の挙動を解析するには Volterra の積分方程式を解くことになるのが通例であることにご意見のとおりです。貴論文では、この方法によって覆工設置以後地山が応力緩和過程に移行したときの地山応力と時間の関係を解析されています。筆者もかつて Volterra の積分方程式を用いて線形粘弾性をもつ材料の応力緩和問題を扱ったことがあります（昭和44年土木学会関西支部年次学術講演会講演概要、Ⅲ-10、昭和44.5.11、森沢雅臣と共同発表）。しかしこのような Volterra の積分方程式を用いますと、クリープ関数が簡単な場合には解きやすいのですが、それが複雑な関数の場合にはその解は非常に困難になります。貴論文では粘弾性モデルとして定数のばねとニュートン粘性をもつ通常の Voigt モデルを組合わせたモデルを用いられているから、そのクリープ関数は時間の指数関数となっています。われわれの扱う地山材料は粘土であり、粘土の粘性はこのようなニュートン粘性では示されず、そのクリープ関数は時間の対数関数です。たとえばトンネル開削面のクリープ量が  $\log t$  ( $t$ : 時間) に比例して増加している多くの実測例からみても、地山に指数関数型のクリープ関数を適用することは現実から離れていると思われるからです。

著者らは、そのため、実際の粘土を対象にして rate process から誘導した非ニュートン粘性を含む村山・柴田の力学モデル（著者論文の図-1）を地山の力学モデルとする方針をとりました。このようなクリープ関数をもつ地山の応力緩和の解析に対してご討議の中に提示された式 (e) のような積分方程式を用いる通例の方法は、いたずらに数学的処理の複雑さを増して実用的処理がむず

かしいだけでなく、たとえ数値計算ができて、設計・施工上の諸要素が覆工土圧におよぼす影響を区別して検討する上に不便が多いので、convolution integral の使用を避けてそれに代わる新たな解法を工夫していくことにしました。

従来トンネルの土圧理論は現場であり生かされていません。これは施工者が理論的研究を重視しない一面もありましょうが、理論的な成果が現場の実情と合わなかったり、また現場の資料を理論に入れようとすると数式が複雑になって解けないものが多いなどで理論と実際の隔りが大きかったことが大きな原因ではないかと思われまします。理論の精度をあまりそこなわないようにして、実際ともよく合う解法を求めることがまず必要かと思えます。上記が convolution integral の使用を避けた理由の一つです。

### 2. Convolution integral を用いない解法

ご討議ではトンネルのまわりの地盤を対象にしてその応力緩和現象をクリープ関数をいれた積分方程式から求める手法を用いるよう提示されています。それに対して著者の新たに採用した手法は、直接地山を対象にするかわりに、地山の材料自体のクリープ特性と応力緩和特性とをあらかじめ求めておき、地山がクリープ挙動をする場合に対しては、その地山をあらかじめ求めたクリープ特性をもつ粘弾性体とし、地山が応力緩和挙動をするときは地山をあらかじめ求めた応力緩和特性をもつ粘弾性体として、同じ地山をその挙動によって別個の特性をもつ材料として解析する方法を用いています。村山・柴田の粘土に対する力学モデルは一種のおくれ弾性としての性質をもち、かつ載荷応力一定のもとでのいわゆるせまい意味のクリープ時の挙動と初期ひずみ一定のもとでのせまい意味の応力緩和時の挙動は、レオロジー的考察によって簡単な形の式にすでに解かれています（著者論文、式 (5)-(15)）。しかし地山はトンネル開削より覆工設置までの期間クリープをした後、覆工設置とともに応力緩和過程に移行するので、粘土自身に対してもそれに対応してクリープ後応力緩和過程に移行したときの特性について解明しておく必要があります。この解析は著者論文 2. (4) に記してありますが、この場合、覆工前のクリープも覆工後の応力緩和とともにせまい意味のもので、一定応力下のクリープと一定ひずみ下の応力緩和を実状に近い近似的条件としています。ご質問いただいた点は、これら条件のうち応力緩和過程に用いた近似的条件に関係するかと思えます。それらの条件を用いる場合の説明は著者論文 2. (5) に詳述したところですが、改めて別の面からみた見解を次項 3. にご回答することにします。

上述した近似の条件が許容される場合には、地山粘性のクリープ時と応力緩和時の挙動が説明されますが、それらからクリープ関数や緩和応力関数を誘導することはせず、それぞれの挙動時のある時点における地山粘土のみかけ弾性に変換し、これらのみかけ弾性を前述した地山がそれぞれの挙動を示すときの地山の個有特性とみなすことにしました。さらにみかけ弾性係数を標準弾性係数と time factor の積の形にすることによって、クリープや応力緩和のような時間依存性をもつ地山の粘弾性問題を準静定の弾性問題として解の既知な弾性問題に帰納することができました。その結果地山のクリープや応力緩和は標準弾性係数をもつ弾性地山の弾性解に time factor を乗ずることによって求められ、解析は非常に簡単になります。ゆえに上述の近似条件が許容されるならば、複雑な convolution integral などを使用する必要がなくなりますのでこのことが、その使用を避けた第二の理由です。

3. 著者の覆工土圧の解法の精度と提示された解法に対する意見

ご討議の要点の一つは 2. に前述した近似の条件にあるかともうけられますが、それを具体的には次のように解釈することにしました。すなわち、覆工設置以後地山が応力緩和過程に移行し、覆工土圧が増大すると、覆工が剛体でない場合には、覆工の変形が増すので、この変形分だけ地山のクリープ変形が進みます。著者は覆工を弾性円環と仮定していますので、当然土圧で覆工が変形することとなり、前項 2. で述べたような一定の初期ひずみ下での応力緩和という条件で地山のみかけ弾性係数を求めたことは実状と相違していて無理がある、とのご指摘と解して回答したいと思います。ご討議中には変位の適合条件式にもふれておられますが、これは地山材料のみかけ弾性係数の算定法における近似と変位の適合条件式の近似とを混同されているように思われます。しかし両者は著者の論文では全く別個の問題ですから、適合条件については後述 5. で述べることにします。

上記のご指摘がみかけ弾性係数を求める際の条件に対するものとするれば、それは数学的厳密さからいってご意見のとおり近似であり実状とは異なります。しかしこのような近似解を提案したのは、覆工土圧の算定値が厳密解よりいくらか大きくて安全側の誤差であるとともに無視できる程度のものであること、誤差の大約の大きさが検照できること、土圧算定式がきわめて簡単で土圧の発生機構が式の上でよくみられることなどの利点を考えたからです。これに対し厳密な解法を示す参考文献として貴論文が提示されていますのでその内容についても誤差の点から意見を述べさせていただきます。

一般に粘弾性体の応力緩和過程において、緩和応力の挙動を大きく支配する要素は、一定温度のもとではその過程粘弾性体の変位を拘束する条件であり、この条件の一つは応力緩和の最初に与える初期変位（初期ひずみで示す）の量であり、他の一つは応力緩和過程中的変位の変化量であります。図-1 は粘土試料に種々の大きさの

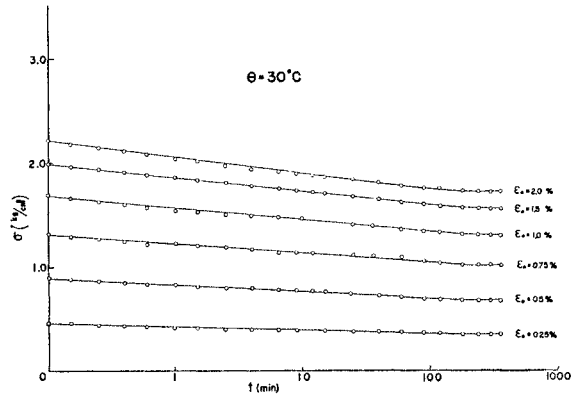


図-1

初期ひずみ  $\epsilon_0$  を与えてそのひずみのもとで応力緩和を実測したときの緩和応力  $\sigma$  と時間  $t$  との関係で、 $\epsilon_0$  の大きさによって  $\sigma$  の挙動が大きく変化しているのがみられます。ゆえに覆工土圧の解法の精度を検討するには、少なくとも初期ひずみ量と応力緩和過程中的ひずみの推移の両者についての検討が必要であると思われる。この両者のひずみのうち、後者についてはご討議の中で指摘されていますが、前者については全くふれておられず、また提示いただいた貴論文の中にも検討されていないように思われます。そのため、ここでは両者のひずみが覆工土圧の算定結果におよぼす影響を貴論文と著者論文について考察したいと思います。

著者の論文では、みかけ弾性係数を求める場合において前述のように、初期ひずみと応力緩和過程中的ひずみにはともに近似値を用いています。ゆえにここではこれら近似値の誤差について述べたいと思います。

解析における前提では、トンネルは開削後  $t_0$  時間の期間覆工を施さず素掘り状態にあるものとしていますから、この期間開削面はクリープをして、覆工を設置するときには開削面は開削当初より断面が縮小しているはずです。覆工設置当初における開削面の半径を  $a$ 、そのときすでに生じていた変位量を開削前の位置から測って  $u_0$  とすれば、トンネルが無圧気で施工されているときの  $u_0$  の値は著者論文の式 (37) より、

$$u_0 = \sigma_0 \cdot a \cdot \phi(t_0) / (2G_{\infty}) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 $\sigma_0$  は開削前の地山のうけていた等方圧、 $G_{\infty}$  は地山粘土の応力緩和終局時のせん断弾性係数、 $\phi(t_0) = a'' + b'' \log t_0$ 、 $a''$ 、 $b''$  は粘土のレオロジー定数。

式 (1) では開削面の変形を微小変形として  $u_0$  を求めていますから、クリープ期間中は開削面の半径はつねに一定値  $a$  と仮定しています。しかしクリープ後に半径  $a$  の覆工が設置されることを考えますと、開削当初の開削面の半径は  $(a+u_0)$  であったはずですが、それだけで開削当初の半径がつねに一定に保たれるものとして開削面のクリープ量を求めますと、式 (1) の  $a$  のかわりに  $(a+u_0)$  を用いることになりますから、クリープ量は  $u_0$  より大きくなるはずでその増量分を  $\Delta u_0 (\Delta u_0 > 0)$  と記しますと

$$u_0 + \Delta u_0 = \sigma_0 (a + u_0) \cdot \phi(t_0) / (2G_\infty) \dots\dots\dots (2)$$

実際の場合には開削当初の開削面半径  $(a+u_0)$  は  $t_0$  時間の間にクリープをして  $a$  に短縮しますから、実際のクリープ量は  $u_0$  と  $(u_0 + \Delta u_0)$  の中間の値でその値を  $(u_0 + \alpha'' \cdot \Delta u_0) (0 < \alpha'' < 1)$  と表わすことができます。式 (2) の右辺では  $a$  を  $u_0$  だけ補正しましたが、この補正のかわりに  $t_0$  を  $\Delta t_0$  だけ補正する考え方をしますと

$$u_0 + \Delta u_0 = \sigma_0 \cdot a \cdot \phi(t_0 + \Delta t_0) / (2G_\infty) \dots\dots (3)$$

ここに  $\phi(t_0 + \Delta t_0) = \{ (a + u_0) / a \} \cdot \phi(t_0)$

上述の  $\Delta u_0$  は実際の  $u_0$  の補正量  $\alpha'' \cdot \Delta u_0$  の限度を示しましたように、 $\Delta t_0$  も  $t_0$  の補正量の限度を示しますから、 $\alpha' \cdot \Delta t_0 (0 < \alpha' < 1)$  と表わされることになります。

一方覆工設置時点における地山のみかけ弾性係数  $G_0$  は著者論文の式 (9) によって  $G_0 = G_\infty / \phi(t_0)$  と与えられています。したがって  $t_0$  に  $\alpha' \cdot \Delta t_0$  だけの補正がされます場合には

$$G_0 = G_\infty / \phi(t_0 + \alpha' \cdot \Delta t_0) \dots\dots\dots (4)$$

となって、原文の  $G_0$  よりいくらか小さくなります。

またクリープ時間  $t_0$  とそれを応力緩和時間に対応させた時間  $t_s$  の間には  $\phi(t_0) \cdot \phi(t_s) = 1$  (著者論文の式 (19))、ただし  $\phi(t_s) = a' - b' \cdot \log t_s$ 、 $a'$ 、 $b'$  は粘土のレオロジー定数の関係がありますから、 $t_0$  が  $(t_0 + \alpha' \cdot \Delta t_0)$  になりますと、 $\alpha' \cdot \Delta t_0$  に対応して次式の  $\alpha \cdot \Delta t_s$  が得られます。

$$\left. \begin{aligned} \phi(t_0 + \alpha' \cdot \Delta t_0) \cdot \phi(t_s + \alpha \cdot \Delta t_s) &= 1, \\ \phi(t) &= a' - b' \log t, \\ 0 < \alpha < 1, \quad \Delta t_s > 0, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

覆工設置後  $t$  時間経過したときの地山の応力緩和による覆工土圧  $p$  は著者の論文では式 (40) で与えられています。無圧気で施工する場合の  $p$  は

$$p = \frac{1 - \frac{\phi(t_s + t)}{\phi(t_s)}}{1 + \frac{G_\infty}{G_i} \frac{(1 - 2\nu_i) a^2 + b^2}{a^2 - b^2} \phi(t_s + t)} \dots\dots (6)$$

ここに、 $a$ 、 $b$ 、 $G_i$  および  $\nu_i$  はそれぞれ弾性リング状覆

工の外径、内径、せん断弾性係数およびポアソン比であって、上式は開削面のクリープ変形を微小変形と仮定して求めたものです。

ゆえに覆工土圧の算定において覆工設置前のクリープ変形による開削面半径の縮小を考慮して応力緩和過程の初期変位を厳密にとるとしますと、著者論文の式 (40) または本文の式 (6) の  $t_s$  のかわりに式 (5) から求めた  $(t_s + \alpha \cdot \Delta t_s)$  を代入し、 $\phi(t_s)$ 、 $\phi(t_s + t)$  をそれぞれ  $\phi(t_s + \alpha \cdot \Delta t_s)$ 、 $\phi(t_s + t + \alpha \cdot \Delta t_s)$  として原論文の式 (40) または本文の式 (6) を解けばよいことになります。しかし  $\alpha$  の値は未知ですから  $\alpha = 1$  として解けば  $p$  に対する誤差の限度が知られ原式の精度の限界が推定できると思います。 $\phi(t)$  は式 (5) の関係で示されますから、次式が成立します。

$$\left. \begin{aligned} \phi(t_s + \alpha \cdot \Delta t_s) &< \phi(t_s) \\ \phi(t_s + t + \alpha \cdot \Delta t_s) &< \phi(t_s + t) \end{aligned} \right\}$$

そのため  $\alpha \cdot \Delta t_s$  の補正を行なった場合の  $p$  は補正をしない場合の  $p$  よりも小さくなり、著者論文の式 (40) による  $p$  は実際よりやや過大の値を与えているといえます。なお、 $\alpha$  の値を求めようとするれば、覆工設置前の開削面のクリープを変動応力下のクリープとして Boltzmann の重ね合わせの定理を利用すれば求められるだろうと思います。

次に応力緩和過程での誤差の検討を述べます。この過程で開削面は、この過程に生ずる覆工の変位量  $u_i$  だけ初期変位量  $u_0$  以上に変形が増大しますが、著者は  $u_i$  を無視してこの過程では初期変位量が  $u_0$  のままに保持されていたと仮定しています。この仮定のために生ずる誤差の限度をみるには、実際は開削面は応力緩和過程で  $u_i$  だけ徐々に変形しますが、かりに覆工設置時点に、実際に開削面に発生していた初期変位量  $u_0$  よりも  $u_i$  だけ大きい  $(u_0 + u_i)$  が一時に与えられ、その後は開削面に変形が生じない場合を想定しておけば十分であると思います。そうすれば、 $u_i$  の取扱いは初期変位量  $u_0$  における  $\Delta u_0$  の扱いと全く同様の処理ができることになります。すなわち  $u_i$  は初期変位量の補正量の限度の値であって、初期変位量に加えるべき真の補正量はこれより小さい  $\beta'' \cdot u_i (0 < \beta'' \leq 1)$  となりますから、式 (3)、(4) に対応して次式が得られます。

$$\mu_0 + \beta'' \cdot u_i = \sigma_0 \cdot a \cdot \phi(t_0 + \beta'' \cdot \Delta t_0) / (2G_\infty) \dots\dots (7)$$

ここに、 $\beta'$  は次式のような係数、 $0 < \beta' \leq 1$

また式 (5) に対応して次式が成立します。

$$\left. \begin{aligned} \phi(t_0 + \beta' \cdot \Delta t_0) \cdot \phi(t_s + \beta \cdot \Delta t_s) &= 1 \\ 0 < \beta \leq 1, \quad \Delta t_s > 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ゆえに応力緩和過程での覆工の変形がみかけ弾性係数におよぼす影響を考慮して覆工土圧を求める場合には、

著者論文の式 (40) または本文の式 (6) 中の  $t_s$  のかわりに式 (8) から求めた  $(t_s + \beta \cdot \Delta t_s)$  を代入すればよいことになります。しかし  $\beta$  の値は未知ですが、これを厳密に解くには、いわゆるひろい意味での応力緩和現象として Volterra の積分方程式を解かねばなりません。しかし原式の精度の限界を推定する場合には  $\beta=1$  とおけばよいと思います。また覆工土圧  $p$  の値は、前述の考察でもわかりますように  $\beta \cdot \Delta t_s$  の補正を行なわない著者論文の場合は、補正を行なった場合よりもいくらか過大な値を与えますので、著者論文から求めた  $p$  は覆工の設計に対しては安全側の値となります。

上記のように、覆工土圧  $p$  を求める式 (6) の結果を厳密な値に補正するには、 $\alpha \cdot \Delta t_s$  と  $\beta \cdot \Delta t_s$  の2つの補正項を用いましたが、それらのうちいずれが  $p$  の補正により大きく影響するかは、覆工の設置時期を地山のクリープ過程の中のいつの段階におくかが関係し、それらのうち  $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響についてはさらに地山と覆工の弾性係数のそれぞれの大きさとその比率が大きな関係をもちます。素掘りの期間が長くて覆工をクリープの終期近くに設置する場合は、地山のクリープ変形は開削した初期ほど変形速度が大きい関係上、 $p$  に対して  $\alpha \cdot \Delta t_s$  の影響が大きく、 $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響は非常に小さくなります。後者のことは、 $t_s$  の値が大きいため  $\psi(t_s + \beta \cdot \Delta t_s)$  および  $\psi(t_s + t + \beta \cdot \Delta t_s)$  が非常に小さい値となり、かつ  $\psi(t_s + \beta \cdot \Delta t_s) \div \psi(t_s + t + \beta \cdot \Delta t_s)$  となることからわかります。一方トンネル開削後地山のクリープがごく最初の過程にあるときに覆工を設置すれば、 $p$  におよぼす  $\alpha \cdot \Delta t_s$  の影響は小さく、もっぱら  $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響が大きくなります。しかしこの場合には地山と覆工の弾性係数の大きさやその比率にも関係し、地山に比して覆工の弾性係数が大きい場合には式 (7) の  $u_i$ 、式 (6) の  $G_{\infty}/G_i$  の値が小さくなりますので、それだけ  $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響は減少します。なお  $G_i$  が  $G_{\infty}$  に比してきわめて大きいときは、 $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響は無視しても差支えないように思われます。通常覆工に用いるコンクリートのヤング係数  $E_i$ 、ポアソン比  $\nu_i$  はそれぞれ  $2.1 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ 、0.167 程度といわれ、一方地山粘土の応力緩和終局時の弾性係数  $E_{\infty}$  とポアソン比  $\nu$  はそれぞれ  $10^3 \text{ kg/cm}^2$  のオーダーと 0.3 前後 (非排水状態では 0.5) でありますから、 $\beta \cdot \Delta t_s$  の影響は無視できる程度の場合が多いのではないかと考えられます。次に貴論文の場合について意見を述べさせていただきます。応力緩和過程中の覆工の変位に伴う地山のクリープについては Volterra の積分方程式を解いて解析されていますから厳密な解であり、前記の  $\beta \cdot \Delta t_s$  のような補正の必要はありません。しかし前述のように地山粘土の弾性係数は覆工コンクリートに比して通常小さいので、その場合著者の近似式とどの位の差異ができるか今

後研究させていただきたく思っています。

一方覆工設置時点に発生していた開削面の初期変位量すなわちトンネル開削後覆工設置までの期間のクリープ変位量については、貴論文では開削面のクリープ変形を微小変形とされ、また開削後覆工設置までの経過時間  $t_0$  (著者論文中の  $t_0$  に相当する) をそのまま貴論文の式 (66), (68) のクリープ関数中に使用されているようにみうけますから、前述した  $\alpha' \cdot \Delta u_0$  または  $\alpha \cdot \Delta t_s$  による誤差と類似の誤差が入ってくるのではないかと思います。ただし貴論文の解法は、著者の解に用いたみかけ弾性係数のような媒介関数を用いずに、開削面の初期変位量を地山開削面と覆工外面の間の連続条件に直接入れておられますから、貴論文の解の精度がどのようになっているかは前述した誤差の考察からは直接推定できませんのでここではわかりかねます。しかし開削面の変形を微小変形として扱っておられますから、本項で前述したように、地山の突ひずみに比して計算値はいくらか過小になっているかもわかりません。貴論文の 6. では、覆工の最適施工時期として、地山のクリープひずみが進み、それが地山材料の破壊に対する許容ひずみに達する時点を指定されています。もし貴論文で覆工設置以前の地山のクリープひずみが実際より過少に算定されているおそれがありますと、貴論文で算定された覆工最適施工時期の時点においてはすでに地山の突ひずみ量は許容ひずみ量を超えていて、真の覆工最適施工時期を  $\alpha' \cdot \Delta t_0$  に相当する時間だけ経過した後になってしまっているおそれがないと思われまます。

以上で両論文における解法の精度について内容的な考察を述べましたが、次に実際的な場合を想定して定量的に精度の検討をしたいと思います。前述では、覆工設置以前の開削面のクリープ変位を、開削面の半径の縮小を無視した微小変形の仮定から計算すると実状と異なるとして、微小変形の仮定による計算値と、開削面半径の変化を考慮した実際値との差  $\alpha'' \cdot \Delta u_0$  をとり出し、この量から誘導した  $\alpha \cdot \Delta t_s$  を  $t_s$  に対する補正量としました。

一方応力緩和過程中に開削面が変位する量は覆工の変位  $u_i$  に等しいので、応力緩和の初期変位を  $\beta'' \cdot u_i$  だけ補正して一定変位下の応力緩和とし、 $\beta'' \cdot u_i$  から誘導した  $\beta \cdot \Delta t_s$  を  $t_s$  の補正量としましたが、 $u_i$  の算定には微小変形を前提とした式 (7) を用いました。ゆえに  $\Delta u_0$  と  $u_i$  は数学的には近似の次数が異なった量であって、これらを補正量の対象にしたことは数学的取扱いが一貫していないようにみえます。しかしこの取扱いは、現実の粘土地山中のコンクリート覆工では、 $\Delta u_0$  の大きさが  $u_i$  と対比できる量になっている実状をみればその必要が明らかになると思います。この実状を示すため、地山粘土や覆工コンクリートの諸元を実例に近い数値を

与えて  $\Delta u_0$  と  $u_i$  のだいたいの大きさを比較してみます。なお実際の開削面の変位の補正量  $\alpha'' \cdot \Delta u_0$  および  $\beta'' \cdot u_i$  の係数  $\alpha'', \beta''$  は 1 次下の小さい値ですが適確な数値の仮定が簡単にはできませんので、ここでは上述のように  $\Delta u_0$  と  $u_i$  について比較することにします。

一例として次の数値を仮定します。

地山に対して:  $E_\infty = 150 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\nu = 0.5$ ,  
 $G_\infty = E_\infty / \{2(1 + \nu)\} = 50 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\sigma_0 = 10 \text{ kg/cm}^2$   
 (土かぶり約 55~60 m と仮定)。  
 コンクリート覆工に対して:  $a = 250 \text{ cm}$ ,  $b = 220 \text{ cm}$ ,  
 $E_i = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ,  $\nu_i = 1/6$ ,  $G_i = 0.9 \times 10^5$   
 $\text{kg/cm}^2$ ,  $p = 2 \text{ kg/cm}^2$  (強土圧を仮定)

式 (1), (2) より  $\Delta u_0$  は

$$\Delta u_0 = (u_0/a)^2 \cdot a \dots\dots\dots (9)$$

式 (1) においてクリープ終期の  $u_0$  を求めるには  $\phi(t) = 1$  とおけばよいから、上記の数値のもとでは

$$u_0 = \sigma_0 \cdot a / (2G_\infty) = 10 \times 250 / (2 \times 50) = 25 \text{ cm} \dots (10)$$

実際のトンネルでは、掘削中にトンネル開削面が縮小して設計どおりの覆工ができなくなるのを避けるために覆工の型わくを設計位置より高目に置いていわゆる上げ越しを行なってコンクリートの打設を行なっています。上げ越しの量は  $a = 250 \text{ cm}$  程度のトンネルで地質が不良な場合は 10 cm 以上のことが多いようです。ただし上げ越し量は開削面のクリープ量のみではなく型わくの沈下量もいくらか含まれています。一方式 (10) の値は 25 cm ですが、これはクリープ終期の量です。ゆえにいまクリープの途中の  $u_0$  としてかりに  $u_0 = 10 \text{ cm}$  としてこれを式 (9) に代入しますと、

$$\Delta u_0 = (10/250)^2 \times 250 = 4 \times 10^{-4} \text{ cm} \dots\dots\dots (11)$$

一方コンクリート覆工の変位量  $u_i$  は著者論文の式 (36) によって、

$$u_i = \frac{(1 - 2\nu_i)a^2 + b^2}{2G_i(a^2 - b^2)} \cdot a \cdot p \dots\dots\dots (12)$$

上式に上に仮定した数値を代入しますと、

$$u_i = \frac{\left(1 - \frac{2}{6}\right) \times 250^2 + 220^2}{2 \times 0.9 \times 10^5 \times (250^2 - 220^2)} \times 250 \times 2 = 1.8 \times 10^{-2} \text{ cm} \dots\dots\dots (13)$$

すなわち式 (11), (13) の結果から明らかなように、 $\Delta u_0$  は  $10^{-4} \text{ cm}$  のオーダーであるのに対し、 $u_i$  は  $20 \text{ t/m}^2$  のような強土圧を仮定しても、 $10^{-2} \text{ cm}$  のオーダーにすぎません。ゆえにトンネル諸元がこの例のような場合に、みかけ弾性係数の算定について  $u_i$  に対して厳密な補正が必要であると、ご討議のようにいわれますならば、当然  $\Delta u_0$  に対する補正についても指摘される必要があるかと思えます。しかし、 $\Delta u_0$  も  $u_i$  もそれらの大

きさは  $u_0$  に比してきわめて微小ですから、みかけ弾性係数の算定の際には  $u_0$  に対する  $\alpha'' \cdot \Delta u_0$  や  $\beta'' \cdot u_i$  の補正は省略ができますので、著者の方法で求めたみかけ弾性係数は十分実用的なものと思います。

なおご討議の式 (c) および (d) の説明に「応力緩和現象による地山内の応力の変化は覆工に作用する土圧によって引き起こされる」と述べておられますが、これは主客を異にする考え方のように思われます。何となれば地山のようにあらかじめ応力下において変形をうけていた粘弾性材料の応力緩和現象は、その変形を緩めるようなある拘束条件のもとに移されたとき、その材料がかつて受けていた応力を解放する現象であって、その際拘束に抗して発生する応力は、その材料が主動的に発揮するものであって、ご討議に述べられているように外圧によって受動的に引き起こされるものではないと解しているからです。

#### 4. トンネル開削後の地山のひずみ

トンネル開削後の地山のひずみの測り方は変位の適合条件にも関係しますので、著者の測り方を明らかにしておきます。地山は開削前すでに土かぶり重量などによってひずみを受けており、そこにトンネルを開削すると開削の影響によって新たにひずみの増分が生じます。著者はまず地山を弾性体とし、トンネルの長さ方向 ( $z$  軸とする) に関して平面ひずみ状態にあるとして、上述のひずみの増分を求め、ついでそれよりクリープや応力緩和を解明していますので、ひずみの増分だけをとり出して求める必要があります。

そのため著者は地山のせん断弾性係数を  $G$ 、ポアソン比を  $\nu$ 、開削前の地山の応力を  $\sigma_{r0}, \sigma_{\theta 0}, \sigma_{z0}$ 、開削後の地山の応力を  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$ 、開削後に開削前より増加したひずみの増分を  $\epsilon_r, \epsilon_\theta, \epsilon_z$  として表わし、それらの関係を著者論文の式 (23) のように求めました。すなわち

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \{(1 - \nu)(\sigma_r - \sigma_{r0}) - \nu(\sigma_\theta - \sigma_{\theta 0})\} / (2G) \\ \epsilon_\theta &= \{(1 - \nu)(\sigma_\theta - \sigma_{\theta 0}) - \nu(\sigma_r - \sigma_{r0})\} / (2G) \\ \epsilon_z &= 0 \end{aligned} \right\} (14)$$

一方貴論文では、開削前の地山の応力を等方圧として  $p_0$  (上述との関係は  $\sigma_{r0} = \sigma_{\theta 0} = \sigma_{z0} = p_0$ )、開削後の地山の応力は貴論文の式 (9) に記されたように  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  (著者の記号と同一) として、p. 79 右欄に「トンネル掘削によって生ずる地山のひずみは次式で与えられる」と述べておられます。すなわちこの式は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_r &= \{\sigma_r - \nu(\sigma_\theta + \sigma_z)\} / E \\ \epsilon_\theta &= \{\sigma_\theta - \nu(\sigma_r + \sigma_z)\} / E \\ \epsilon_z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

しかし貴論文の式 (9) を上式に代入しても貴論文の式

(10) の右辺のような結果が得られないのは、おそらく上式 (15) の  $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  はそれぞれ式 (14) (著者論文の式 (23)) のように  $(\sigma_r-p_0), (\sigma_\theta-p_0), (\sigma_z-p_0)$  として計算されたものと思いますが、そうであれば式 (15) の表示を明確にしておかないと誤まりが生じると思われる。著者論文では、地山中の一点のひずみや次の 5. の回答中にある地山開削面の変位はいずれもその点やその開削面が開削前に占めていた位置を基準にして測ることに統一してあります。

5. 変位の適合条件式

ご討議では、著者が覆工の変位  $u_i$  を、 $u_i$  が  $u_c$  に比して小さいとの理由で、つねに無視している、と指摘されているようにみうけましたが、変位の適合条件においてまで  $u_i$  を無視しているものではありません。これは著者論文の 3. の等方圧をうける地山中のトンネルの場合だけでなく、4. の重力の場に地山がある場合も同一であります。しかし媒介関数的に用いたみかけ弾性係数を求める際には、著者論文の 2. (5) および前述に述べましたように、 $u_i$  の影響を無視して応力緩和時のみかけ弾性係数  $G_s$  を求めましたが、その近似の精度と  $u_i$  を無視した理由については本回答 3. にすでに詳述したところです。

一方変位の条件式は、弾性係数  $G_c$  または  $G_s$  をもつ弾性地山中のそれぞれの円孔の変位  $u_c, u_s$  と円孔にはめた弾性リングの変形  $u_i$  の間の関係式で、それらの変位はすべて弾性体の力学の立場から誘導されていますから、微小変形を原則とする通常の弾性体の力学における変位の精度と少しもかわりません。すなわち  $\sigma_0$  の等方圧をうけている地山に半径  $a$  のトンネルを開削したとき、開削後に生じる開削面の変位  $u$  は、通常の弾性体の力学から次のように求められます。すなわち開削後  $t_0$  時間経過したときの地山の弾性係数は  $G_c=G_\infty/\phi(t_0)$  (著者論文の式 (9)) ですから、 $u(=u_c)$  は

$$u_c = \sigma_0 \cdot a \cdot \phi(t_0) / (2G_\infty) \dots\dots\dots (16)$$

またこの時点 (開削後  $t_0$  時間) で覆工を開削面にそわせて (接地圧  $p=0$ ) 設置し、設置後  $t$  時間経過した

ときの地山の弾性係数は  $G_s = \phi(t_s + t) \cdot G_\infty$  (著者論文の式 (20), かつ  $\phi(t_0) = 1/\phi(t_0)$ ) であり、開削面の内圧 (覆工土圧) は  $p$  ですから、 $t$  時刻における  $u(=u_s)$  は

$$u_s = \frac{(\sigma_0 - p) \cdot a}{2\phi(t_s + t) \cdot G_\infty} \dots\dots\dots (17)$$

なお式 (17) に  $t=0, p=0, \phi(t_s) \cdot \phi(t_0) = 1$  の関係を入れますと覆工設置時の開削面の変位となり、式 (16) の値に一致します。上記の  $u_s$  と  $u_c$  の差が覆工がその設置後変位した量  $u_i$  に等しいはずですから、その関係から次式 (ご討議の式 (b)) の変位の適合条件式ができませんのでこれは十分の意味と厳密さをもっていると思います。

$$u_i = u_s - u_c \dots\dots\dots (18)$$

すなわち適合条件式は、みかけ弾性係数を材料のレオロジックの立場から誘導したのと全く別の立場で、単純な弾性体の力学から誘導しましたもので、このような取扱いは著者の解法の特徴かと思えます。ご討議では、このようなそれぞれの場合についての立場に対して混同があるように思えましたので、説明の便宜上以上のように場合と立場を分けて回答いたしました次第ですがご理解いただければ幸いです。なおこのような混同を生じさせたのは、あるいは著者論文の 3. (6) のはじめから式 (39) までの間に記した説明を変位の適合条件に関する説明と受けとられたことによるかとも思いますが、この説明はつづけて記してあるように応力緩和中のみかけ弾性係数  $G_s$  に著者論文の式 (20) を用いる経過の説明であります。もし意味が徹底しなかったとすれば筆者の文章の不備によることかと恐縮しております。ゆえに文章を加えることが許されますならば著者論文 p. 99 左欄上から 2 行目の末尾の「応力緩和過程における」の次に、「みかけ弾性係数  $G_s$  の算定の場合の開削面の変位量は、近似的に」という文章を挿入すれば意味が今より明確になるかと思えます。

以上によりご討議の回答といたしますが、ここに重ねて有意義なご討議をいただきましたことを厚くお礼申し上げます。

日本土木史 昭和16年～昭和40年	36000円	大正元年～昭和15年	24000円
本州四国連絡橋鋼上部構造に関する調査研究報告書	4500円		
東名高速道路建設誌	11500円		
土木製図基準 1972年版	1600円		
土木技術者のための振動便覧	2800円		
建設技術者のための測定法	2000円		
土木技術者のための岩盤力学	3600円		
土木技術者のための法律講座	増補版	1100円	
海岸保全施設設計便覧	改訂版	2300円	
水理公式集 46年改訂版	4000円		
構造力学公式集 49年4月出版予定			
橋 1971～1972	1800円		
土質実験指導書	340円		
土木材料実験指導書	490円		
水理実験指導書	250円		
構造実験指導書	450円		
測量実習指導書	450円		
コンクリート標準示方書 49年4月改訂予定			
遠心力大径PC杭設計施工指針案	1000円		
トンネル標準示方書解説	800円		
シールド工法指針	800円		
海洋鋼構造物設計指針(案)解説	1700円		
ダム基礎岩盤グラウチングの施工指針	900円		
ダム基礎岩盤グラウチングの施工実例集	13000円		
地震応答解析と実例	5000円		
土木工事の積算	1800円		
市街地土木工事の仮設と安全対策	2200円		
基礎と地盤	2200円		
鋼鉄道橋設計標準解説 48年11月改訂予定			
〒160 東京都新宿区四谷1丁目 土木学会 ☎351-4131(販売) 振替東京16828			



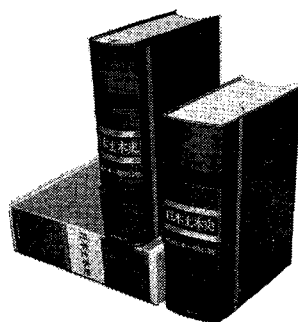
●内容見本送呈●

# 日本土木史 昭和16年～昭和40年

土木学会日本土木史編集委員会編——好評発売中

B5判 2040 ページ・特製箱入豪華本・背革皮装・図版写真 1300 点余

＜青木楠男委員長の序文より抜萃＞ 土木史編纂の意義は単に先人の記録をのこすにとどまらない。土木事業とそれが社会へ与えてきた影響を知ることによって、すなわち下絵への理解を前提として、その土地への新しい土木事業の立案と実現に際しての必須の知恵を提供することに、土木史作成の現代的意義がある。土木学会においては、つねに日本土木史の編集に努力を重ねており、つとに昭和11年には「明治以前日本土木史」を、さらに学会創立50周年記念出版事業として昭和40年に「日本土木史一大正元年～昭和15年」を出版した。今回の「日本土木史一昭和16年～昭和40年」はこれに引続く刊行であって、これらに「明治工業史」(土木篇)および(鉄道篇)を加えれば有史以来昭和40年までの日本土木史が一応出揃ったことになる。



今回の日本土木史が扱った期間は、第二次世界大戦から戦後の混乱と復興、高度成長を支えた産業基盤育成、さらに生活環境充実が叫ばれる昨今に至るまでの時代であり、土木界は激動の中に力強い発展をとげた時代である。それだけに土木界の活動の内容は豊富多彩であり、土木界の関与する対象も広範かつ複雑化してきた。現代史であるだけに、叙述も主として正確な記録の選択と整理に力点が置かれ、全体の構成にあたっては、前回の日本土木史との関連に留意しつつ、新しい状況への対応に心がけたつもりである。(後略)

## 内 容

1. 総論
  2. 水理学
  3. 応用力学
  4. 土質工学
  5. 測量学
  6. 土木材料
  7. コンクリート
  8. 建設機械
  9. 都市計画・地方計画
  10. 道路・道路橋
  11. 鉄道
  12. トンネル
  13. 上水道・下水道・工業用水道
  14. 河川・運河・河川総合開発・砂防・治山・海岸
  15. 港湾・漁港・空港・航路標識
  16. 発電水力
  17. ダム
  18. 農業土木
  19. 軍事および防衛土木
  20. 土木教育
  21. 土木行政
  22. 土木建設業・コンサルタント業
  23. 学協会
- 近代日本土木年表(明治元年から昭和40年までの100年間の年表)ほか

定価 36000 円

丸善をはじめ全国主要書店へ御注文下さい。  
申込順に至急配本いたします。

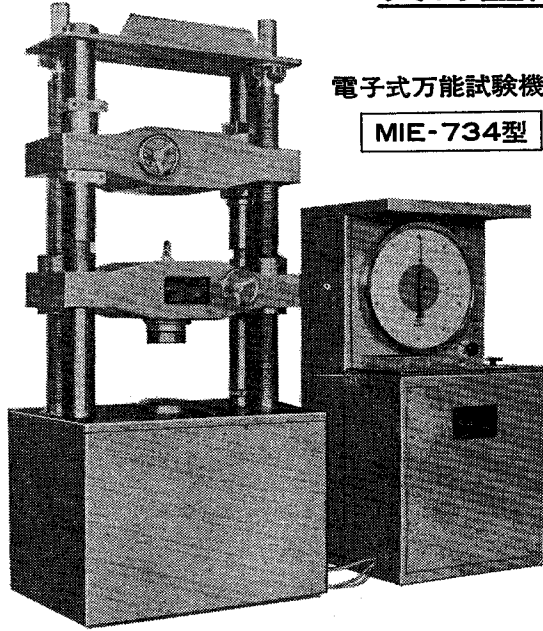
●限定復刻版発売中●

# 日本土木史 大正元年～昭和15年

B5判 1734 ページ・特上製 24000 円

## 新しい万能材料試験機

電子式  
実荷重計測式



電子式万能試験機

MIE-734型

**計測機構と負荷機構の分離**

直接計測して、従来の間接的計測の不可抗力の要素を省きました。

※負荷荷重の検出は特殊型ロードセル

※温度変化除く特殊電気回路

※特殊ロードセルは引張強度の1/2以下で使用

※荷重負荷は多連式ポンプにて行う

※計測指示は自動平衡装置利用

**電子式?**

特殊ロードセル方式のための  
**完全な電子式機構**

特殊ロードセルは、D・T・Fを利用精度0.1μ  
指針の動きはタコゼネレーターによる自動平  
衡方式。このように計測はすべて電子回路を  
駆使しています

**実荷重計測**

多くの利点を  
生みだします。

- ① 正確な計測
- ② 故障発生減少
- ③ 操作簡単
- ④ 感度上昇
- ⑤ 再現性いちじるしい
- ⑥ 負荷中レンジ切換えできる
- ⑦ 「0」調容易になった
- ⑧ 応答性早く0.5秒以内
- ⑨ 破断ショック影響受けない
- ⑩ 自記自動化が容易になった

油圧系統は負荷するだけ  
計測値は関係ありません

※詳細ご一報下さい。  
すぐ参上します。

—自記自動化のトップをめざす—

—信頼を旨とす—

株式会社 **丸井製所**

**丸**  
MARUI

株式会社

**マルイ**

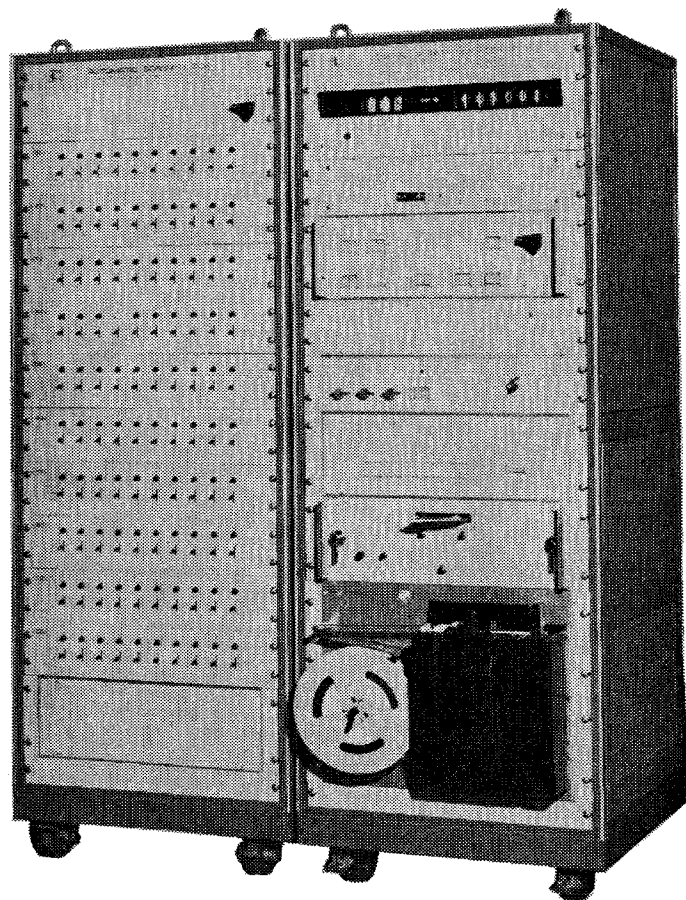
営業品目

土質試験機	非破壊試験機
アスファルト試験機	温調試験機
コンクリート試験機	水理試験装置
セメント試験機	材料試験機

東京営業所  
〒105  
大阪営業所  
〒536  
九州営業所  
〒812

東京都港区芝公園2-9-12  
大阪市城東区蒲生町4-15  
福岡市博多区比恵町1-6

TEL 東京 (03)434-4717(代)  
テレックス東京 242-2670  
TEL 大阪 (06)931-3541(代)  
テレックス大阪 529-5771  
TEL 福岡 (092)41-0950



総合計測時間 **1点**  
**0.1秒**

ひずみ計測の省力化、高速化に最適  
**高速デジタルひずみ測定装置**

**ASB100B, SD1000B**

・ミニコンを内蔵したオンライン型も製作しています

**コアメモリ採用**

本装置は、コアメモリによる記憶装置と、デジタル演算方式を組合せて、計測時間を一段と短縮させました。測定値は、記憶されている初期値と負荷時の値を純電子的に演算して求めます。

電算機用テープさん孔機を内蔵できるので、効果的な計測データ処理に最適な機器です。

**特長**

- 測定点は切換器1台で100点10台まで継続可能
- 総合計測時間 0.1秒/点、100点わずか10秒
- 開始、終了点および測定点とびこしは自由に選択できる
- 自動スタート用タイマの併用で無人計測ができる
- ゲージの自己加熱の影響のない方式を採用
- 1、2、4枚ゲージ法が各点自由に選択できる
- I/Oを大巾に採用した高信類型

**仕様**

- 測定点数 100点/1台 10台で1000点可能
- 測定範囲  $0 \sim 60,000 \times 10^{-6}$  ひずみ
- 初期値記憶範囲  $\pm 60,000 \times 10^{-6}$  ひずみ
- 表示・印字桁数 10けた
- 精度  $\pm$  (指示値の0.05% + フルスケールの0.005%)
- 標準等価ひずみ  $+5000 \times 10^{-6}$  ひずみ

応力測定機器の専門メーカー

**共和専業**

本社・工場  
東京都調布市調布ヶ丘3-5-1  
電話  
東京 調布 0424-87-2111

- 東京営業所 502-3511
- 大阪営業所 942-2661
- 名古屋営業所 782-2521
- 広島営業所 21-9536
- 福岡営業所 41-6744
- 札幌営業所 261-7629
- 水戸営業所 25-1074