

平面剛滑節構造物の一自動極限解析*

AN AUTOMATIC LIMIT ANALYSIS OF PLANE MIXED JOINT STRUCTURES

児嶋 弘 行**・平 尾 潔***
By Hiroyuki Kojima and Kiyoshi Hirao

1. はし が き

構造物の機構崩壊を前提とした弾塑性解析法や、弾性座屈を前提とした弾性安定解析法は、崩壊現象を、その原因となる降伏とか座屈の一面だけからとらえた理論展開に基づく解析法である。したがって、構造物の終局耐力を単にこれらの解析法だけによって検討したのでは、場合によっては過大評価する恐れがある。このことから、構造物の弾塑性状態における不安定現象を吟味して、終局耐力をより厳密に把握しようとする弾塑性安定解析法に関する研究が活発に行なわれるようになってきた。

剛節骨組を対象としたこのような研究は、R.H. Wood による 4 層ラーメンの解析¹⁾をはじめ、多くの研究者によって塑性化された骨組の安定問題として取り上げられ、わが国においても、たとえば、坂本・宮村らによる一連の研究^{2)~5)}、そのほかが報告されている。しかし、これらの多くは建築構造物を対象にしているため、柱材の軸力が一定になるような限られた荷重状態に対するものであり、また、その解析法も、Rankin-Formula によって終局耐力のみを推定するものや⁶⁾、対象とした構造物だけに限定されているような場合が多い。一方、A. Jennings, K. Majid らは、R.K. Livesley による電子計算機を利用した弾性安定解析法⁸⁾を拡張して、塑性関節の発生による骨組の剛性低下を考慮した自動弾塑性安定解析法を提示した⁷⁾。これによると、漸増節点荷重をうける骨組構造の終局耐力が自動的に算出されるだけでなく、最初の塑性関節の発生から最終崩壊に至るまでの全過程を克明に追跡することができる。ただ、この解析法にも、変形法⁹⁾の非線形な基本式として、文献 8)

に示された両端剛節部材に対する式だけを用いているため、スティフネス・マトリックスの作成の際にヒンジに対する特別な取り扱いが必要になり、塑性関節の発生のたびごとにマトリックスの元数が増加してゆく点や、幾何学的非線形性の影響が導入されていない点など、改良されるべき余地が残されている。

本研究は、変形法の非線形な基本式として、両端剛節部材以外の各種の材端条件や変形条件を持つ部材についても、それぞれの条件に応じた式を誘導して用い、さらに、部材の局部座屈による剛性低下や有限変位¹⁰⁾なども考慮して、解析の対象を剛滑節構造物にまで拡張して、電子計算機によって自動的に解析することを試みたもので、解析に際しては、

- 1) 材料は完全塑性体とし、ひずみ硬化は無視する。
 - 2) 剛節部材の形状係数はすべて 1 とし、軸力による全塑性モーメントの低減は無視する。
 - 3) すべての荷重は節点に作用し、その強度は同一割合で変化するものとする。
 - 4) 座屈は面内曲げ座屈のみを対象とする。
- など、文献 7) におけると同様な仮定のほかに、
- 5) 局部座屈はオイラー一値による弾性座屈とする。
 - 6) 局部座屈部材の座屈後の応力低下は無視する。
- などの仮定を行なっている。

なお、計算例で比較の対象に用いた文献 18) の解析法は、上述の仮定 2) のうちで軸力による全塑性モーメントの低減についてはこれを考慮した降伏条件式を採用し、変形法の基本式としては通常の線形なものを用いた弾塑性解析法である。このため、座屈崩壊に対する検討ができず、荷重状態のいかんにかかわらず最終的には機構崩壊（部分崩壊を含む）を起こすという結果をもたらす。これに対し、本解析法は軸力が曲げ変形におよぼす 2 次的な影響を考慮した変形法の非線形な基本式を用いて座屈崩壊に対する検討を可能にしたものであるが、今回は簡単のため仮定 2) を設け、後述の荷重強度の変更

* 第 26 回土木学会年次学術講演会において一部発表

** 正会員 工修 徳島大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工修 徳島大学講師 工学部土木工学科

法の検討に主眼を置いた。本解析法に文献 18) と同様な降伏条件式を採用した場合については現在研究を進めており、結果については後日報告する予定である。

2. 解析法の概要

本解析法を一口に要約すると、弾塑性解析法の一方法である内力追跡法¹⁰⁾の弾性計算部分を、非線形な材端力-変形量関係と有限変位理論とを導入した変形法によって行なういわば非線形内力追跡法であるといえる。したがって、通常の線形な内力追跡法に比較して荷重強度の増加方法が複雑になり、また、座屈現象の発生を知るための余分の配慮が必要になる。以下においては、荷重強度の増加に伴って局部的な部材が順次塑性化もしくは座屈して、しだいに崩壊機構に近づく状態を“機構化”と呼ぶことにして、変形法の非線形基本式、荷重強度の増加方法、ならびに、崩壊過程の追跡方法などについて略述する。

(1) 変形法の非線形基本式

機構化のある一段階が終了して、次の新たな段階に移行した場合、前段階において塑性化もしくは局部座屈した部材に対しては、それらが以後においてとる変形挙動と一致するように、相当する部材の剛性とか材端条件を変更する必要がある。ここでは、この操作を容易にするために、機構化の進行に伴って生じると考えられる各種の材端条件や変形条件をもつ部材に対して、前述の仮定に基づいて誘導した変形法の基本式を提示する。

いま、これらの基本式を

$$P_{ij} = K_i' \cdot u_i + K_j' \cdot u_j + L_i \dots\dots\dots (1)$$

で代表させ、式 (1) の各項の内容を各種の部材について示せば以下のようなものである。

a) 両端剛節部材

図-1 の個有座標系における部材の曲げに対する微分方程式、

$$EI \frac{d^2 \eta}{d \xi^2} = -M_{ij} + Q_{ij} \cdot \xi - N_{ij}(\eta - \delta_{\eta i})$$

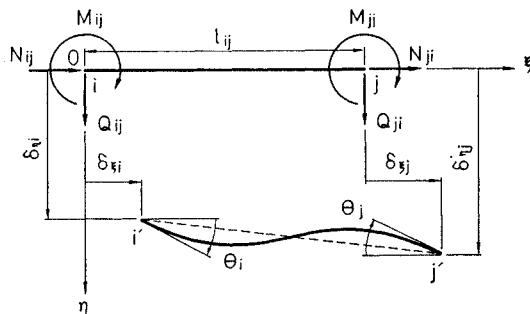


図-1 個有座標系における δ, S

を、境界条件、 $(\eta)_{\xi=0} = \delta_{\eta i}$, $(d\eta/d\xi)_{\xi=0} = \theta_i$, および $(\eta)_{\xi=l} = \delta_{\eta j}$, $(d\eta/d\xi)_{\xi=l} = \theta_j$ のもとに解いて得られる材端モーメント(材端せん断力)-材端変形量関係と、曲げによる部材長の 2 次的な変化量を無視した軸方向力-材端変形量関係とから、周知の式 (2) が得られる。

$$S_{ij} = K_i \cdot \delta_i + K_j \cdot \delta_j \dots\dots\dots (2)$$

ここに、

$$S_{ij} = \{N, Q, M\}_{ij}^T, \delta_i = \{\delta_{\xi}, \delta_{\eta}, \theta\}_i^T$$

$$\delta_j = \{\delta_{\xi}, \delta_{\eta}, \theta\}_j^T$$

$$K_i = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{l^3} \cdot \varphi_3 & \frac{6EI}{l^2} \cdot \varphi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} \cdot \varphi_2 & \frac{4EI}{l} \cdot \varphi_3 \end{bmatrix}_{ij}$$

$$K_j = \begin{bmatrix} -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{l^3} \cdot \varphi_3 & \frac{6EI}{l^2} \cdot \varphi_2 \\ 0 & \frac{6EI}{l^2} \cdot \varphi_2 & \frac{2EI}{l} \cdot \varphi_4 \end{bmatrix}_{ij}$$

である。

式 (2) を

$$P_{ij} = R_{ij} \cdot S_{ij}, \delta_i = R_{ij}^{-1} \cdot u_i, \delta_j = R_{ij}^{-1} \cdot u_j \dots\dots\dots (3)$$

によって、図-2 の基準座標系に変換すれば、式 (1) の各項の内容は、

$$\left. \begin{aligned} P_{ij} &= \{P_x, P_y, M\}_{ij}^T, u_i = \{u, v, \theta\}_i^T \\ u_j &= \{u, v, \theta\}_j^T, L_i = \{0\}^T \\ K_i' &= \begin{bmatrix} a & b & c \\ b & \bar{a} & \bar{c} \\ c & \bar{c} & d \end{bmatrix}_{ij}, K_j' = \begin{bmatrix} -a & -b & c \\ -b & -\bar{a} & \bar{c} \\ -c & -\bar{c} & \bar{d} \end{bmatrix}_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

となる。ただし、以上において、

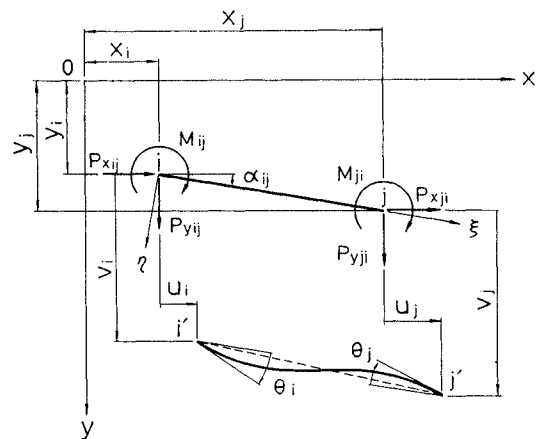


図-2 基準座標系における u, P

$$\mathbf{R}_{ij} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{ij}$$

$$a = \frac{EA}{l} \cdot \cos^2 \alpha + \frac{12 EI}{l^3} \cdot \varphi_3 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\bar{a} = \frac{EA}{l} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{12 EI}{l^3} \cdot \varphi_3 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$b = \left(\frac{EA}{l} - \frac{12 EI}{l^3} \cdot \varphi_3 \right) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$c = -\frac{6 EI}{l^2} \cdot \varphi_2 \cdot \sin \alpha, \quad \bar{c} = \frac{6 EI}{l^2} \cdot \varphi_2 \cdot \cos \alpha$$

$$d = \frac{4 EI}{l} \cdot \varphi_3, \quad \bar{d} = \frac{2 EI}{l} \cdot \varphi_4$$

$$\sin \alpha = \{(y_j - y_i) + (v_j - v_i)\} / l$$

$$\cos \alpha = \{(x_j - x_i) + (u_j - u_i)\} / l$$

$$l = [\{(x_j - x_i) + (u_j - u_i)\}^2 + \{(y_j - y_i) + (v_j - v_i)\}^2]^{1/2}$$

であり、 φ_1, φ_2 については、

N_{ij} が正の場合

$$\varphi_1 = \frac{\lambda l \cdot \sin \lambda l}{2(1 - \cos \lambda l)}$$

$$\varphi_2 = \frac{\lambda^2 l^2}{6} \left\{ \frac{1 - \cos \lambda l}{2(1 - \cos \lambda l) - \lambda l \cdot \sin \lambda l} \right\}$$

N_{ij} が負の場合

$$\varphi_1 = -\frac{\lambda l \cdot \sinh \lambda l}{2(1 - \cosh \lambda l)}$$

$$\varphi_2 = -\frac{\lambda^2 l^2}{6} \left\{ \frac{1 - \cosh \lambda l}{2(1 - \cosh \lambda l) + \lambda l \cdot \sinh \lambda l} \right\}$$

によって計算し、残りの φ についてはこれらを用いて、

$$\varphi_3 = (3\varphi_2 + \varphi_1)/4, \quad \varphi_4 = (3\varphi_2 - \varphi_1)/2$$

$$\varphi_5 = \varphi_1 \cdot \varphi_2, \quad \text{ここに、} \lambda^2 = |N_{ij}|/EI$$

によって計算する。

b) i 端滑節, j 端剛節部材

式 (2) において M_{ij} を具体的に書けば、

$$M_{ij} = \frac{6 EI}{l^2} \cdot \varphi_2 (\delta_{\eta i} - \delta_{\eta j}) + \frac{2 EI}{l} (2\varphi_3 \cdot \theta_i + \varphi_4 \cdot \theta_j)$$

となるから、これを 0 とおいて θ_i を消去すれば、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{ij} &= \{P_x, P_y\}_{ij}^T, \quad \mathbf{u}_i = \{u, v\}_i^T \\ \mathbf{u}_j &= \{u, v, \theta\}_j^T, \quad \mathbf{L}_i = \{\mathbf{0}\}^T \\ \mathbf{K}'_i &= \begin{bmatrix} a' & b' \\ b' & \bar{a}' \end{bmatrix}_{ij}, \quad \mathbf{K}'_j = \begin{bmatrix} -a' & -b' & c' \\ -b' & -\bar{a}' & \bar{c}' \end{bmatrix}_{ij} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

を得る。ここに、

$$a' = \frac{EA}{l} \cdot \cos^2 \alpha + \frac{3 EI}{l^3} \cdot \varphi_6 \cdot \sin^2 \alpha$$

$$\bar{a}' = \frac{EA}{l} \cdot \sin^2 \alpha + \frac{3 EI}{l^3} \cdot \varphi_6 \cdot \cos^2 \alpha$$

$$b' = \left(\frac{EA}{l} - \frac{3 EI}{l^3} \cdot \varphi_6 \right) \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$c' = -\frac{3 EI}{l^2} \cdot \varphi_7 \cdot \sin \alpha, \quad \bar{c}' = \frac{3 EI}{l^2} \cdot \varphi_7 \cdot \cos \alpha$$

$$\varphi_6 = 4\varphi_3 - \frac{3\varphi_2^2}{\varphi_3}, \quad \varphi_7 = \frac{\varphi_3}{\varphi_3}$$

c) i 端剛節, j 端滑節部材

図-1 を参照して、

$$M_{ji} = -M_{ij} + Q_{ij} \cdot l + N_{ij} (\delta_{\eta i} - \delta_{\eta j})$$

$$= \frac{6 EI}{l^2} \cdot \varphi_2 (\delta_{\eta i} - \delta_{\eta j}) + \frac{2 EI}{l} (\varphi_4 \cdot \theta_i + 2\varphi_3 \cdot \theta_j)$$

を得るから、これを 0 とおいて θ_j を消去すれば、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{ij} &= \{P_x, P_y, M\}_{ij}^T, \quad \mathbf{u}_i = \{u, v, \theta\}_i^T \\ \mathbf{u}_j &= \{u, v\}_j^T, \quad \mathbf{L}_i = \{\mathbf{0}\}^T \\ \mathbf{K}'_i &= \begin{bmatrix} a' & b' & c' \\ b' & \bar{a}' & \bar{c}' \\ c' & \bar{c}' & d' \end{bmatrix}_{ij}, \quad \mathbf{K}'_j = -\begin{bmatrix} a' & b' \\ b' & \bar{a}' \\ c' & \bar{c}' \end{bmatrix}_{ij} \end{aligned} \right\} (6)$$

を得る。ここに、

$$d' = \frac{3 EI}{l} \cdot \varphi_7$$

以下、その他の部材についても同様な手法によって、

d) 両端滑節部材

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{ij} &= \{P_x, P_y\}_{ij}^T, \quad \mathbf{u}_i = \{u, v\}_i^T \\ \mathbf{u}_j &= \{u, v\}_j^T, \quad \mathbf{L}_i = \{\mathbf{0}\}^T \\ \mathbf{K}'_i &= \begin{bmatrix} a'' & b'' \\ b'' & \bar{a}'' \end{bmatrix}_{ij}, \quad \mathbf{K}'_j = -\mathbf{K}'_i \\ a'' &= \frac{EA}{l} \cdot \cos^2 \alpha, \quad \bar{a}'' = \frac{EA}{l} \cdot \sin^2 \alpha \\ b'' &= \frac{EA}{l} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

e) i 端塑性関節, j 端剛節部材

式 (5) において、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_i &= M_{ij} \cdot \varphi_6 \{-\sin \alpha/l, \cos \alpha/l\}_{ij}^T \\ M_{ij} &= M_{pi}, \quad \varphi_6 = 3\varphi_2/2\varphi_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

とおけばよい。

f) i 端剛節, j 端塑性関節部材

式 (6) において、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_i &= M_{ji} \{-\varphi_8 \cdot \sin \alpha/l, \varphi_8 \cdot \cos \alpha/l, \varphi_9\}_{ij}^T \\ M_{ji} &= M_{pj}, \quad \varphi_8 = \varphi_4/2\varphi_3 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

g) 両端塑性関節 (一端滑節, 他端塑性関節) 部材
式 (7) において、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{L}_i &= (M_{ij} + M_{ji}) \{-\sin \alpha/l, \cos \alpha/l\}_{ij}^T \\ M_{ij} &= M_{pi,or}(=0), \quad M_{ji} = M_{pj,or}(=0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

h) 全塑性軸力 (局部座屈) 部材

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{P}_{ij} &= \{P_x, P_y\}_{ij}^T, \quad \mathbf{K}'_i = \mathbf{K}'_j = \{\mathbf{0}\}_{ij} \\ \mathbf{L}_i &= \{N_{ij} \cdot \cos \alpha - (M_{ij} + M_{ji}) \sin \alpha/l, \\ &\quad N_{ij} \cdot \sin \alpha + (M_{ij} + M_{ji}) \cos \alpha/l\}_{ij}^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

$$N_{ij} = N_{p,or}(N_B), \quad M_{ji} = M_{0ij}, \quad M_{ji} = M_{0ji}$$

以上において、

M_{pi}, M_{pj} : 部材 ij の両材端の全塑性モーメント
 M_{oij}, M_{oji} : 部材 ij が $N_{ij} = N_{p,or} (= N_B)$ になったときの両材端の材端モーメント

$N_p, (N_B)$: 部材 ij の全塑性軸力 (オイラー値) であり、滑節端の場合には $M_0 = 0$ であり、塑性関節端の場合には $M_0 = M_p$ とおけばよい。また、個有座標系における S, δ , および、基準座標系における P, u の正の向きは、図-1, 2 に示したように、それぞれの座標軸に準拠させるものとする。

いま、節点 i に作用する外力を $\bar{P}_i = \{\bar{P}_x, \bar{P}_y, \bar{M}\}_i^T$ とし、その正の向きを P_{ij} と一致させるものとするれば、節点 i における力のつり合い条件式は以上の P_{ij} を用いて、

$$\sum P_{ij} = \bar{P}_i \dots \dots \dots (12)$$

となり、これを全節点について立てれば、構造全体に対する解式として、

$$[K'] \cdot \{u\} = \{\bar{P}\} \dots \dots \dots (13)$$

を得る。

ここに、

$[K']$: 構造全体に対するスティフネス・マトリックス

$\{u\}$: 全節点の変位を表わす列ベクトル

$\{\bar{P}\}$: 全節点の荷重強度を表わす列ベクトル

である。

式 (13) を $\{u\}$ について解けば、基準座標系における全節点変位が得られるから、これより、式 (2), (3) の関係を用いて、全部材の個有座標系における材端力 $\{S\}$ が求められる。

なお、 $[K']$ の作成に関しては、ネットワーク解析^{(11),(12)}に見られるように、節点接続行列を利用して作成する方法もあるが、これによると、節点接続行列のための余分なメモリーが必要となるから、計算機の容量によっては、文献 13) におけるような方法を自動解析に適するように修正して用いるほうが効果的であるように思う。

(2) 荷重強度の増加法

ここでは、表現を簡単にするために、 S は、材端モーメント、軸方向力のうちのいずれかを、 S_p は、 S に対応した全塑性モーメント、全塑性軸力 (またはオイラー値) のうちのいずれかを意味するものとし、荷重系は、単一集中荷重 \bar{P} によって代表させて説明する。

いま、機構化の第 n 段階目に注目して、その段階の初期荷重強度を $\bar{P}_{n,0}$ とし、これが漸次増大して $\bar{P}_{n+1,0}$ になったとき、次の第 $n+1$ 段階目に移行するものとするれば、 $\bar{P}_{n+1,0}$ は、第 n 段階目に残存している弾性部材のう

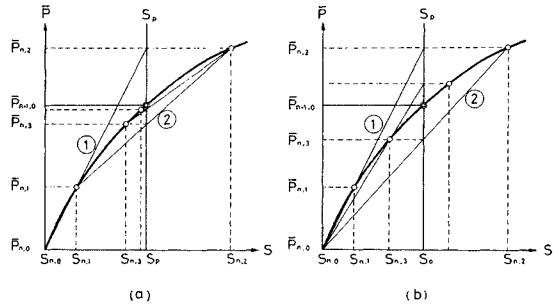


図-3 繰返し直線近似法 (I)

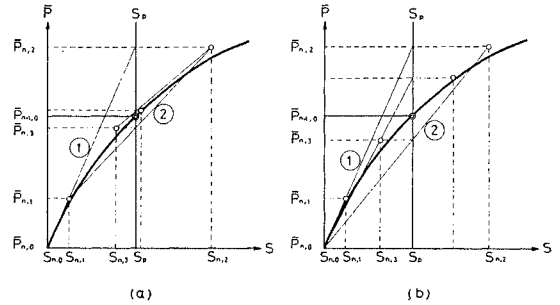


図-4 繰返し直線近似法 (II)

ちのいずれかにおいて $S = S_p$ となった時点の荷重強度として得られる。したがって、このような $\bar{P}_{n+1,0}$ は、個々の弾性部材について $S = S_p$ となるような荷重強度をそれぞれ計算し、これらの中から最小の値を見出すことによって決定することができる。しかしながら、本解析法におけるように $\bar{P}-S$ 関係が非線形な場合には、線形な内力追跡法の場合にくらべて、これの決定にかなり多くの計算時間を要するため、これをいかに能率的に行なうかが一つの課題となる。そこで、著者らは、以下に示すような a)~c) の 3 通りの方法について検討を行なってみた。説明に用いた図-3, 4 は、いずれも、第 n 段階目において残存している弾性部材の中から、任意の一部材を代表的に取り出して、 $\bar{P}_{n,0}$ と、これに釣り合う $S_{n,0}$ とを原点にとって描いたものである。

a) Lagrange の補間法⁽¹⁴⁾を応用する方法

図-3, 4 に示すような非線形の $\bar{P}-S$ 関係を、

$$\bar{P}_{n,m} = \alpha_1 S_{n,m}^r + \alpha_2 S_{n,m}^{r-1} + \dots + \alpha_{r-1} S_{n,m}^2 + \alpha_r S_{n,m} + \alpha_{r+1} \dots \dots \dots (14)$$

のような r 次の多項式で近似し、 $\bar{P}-S$ 曲線上の $m=1 \sim (r+1)$ 個の点に対応する $(r+1)$ 組の $(\bar{P}, S)_{n,m}$ を与えて係数 $\alpha_1 \sim \alpha_{r+1}$ を決定したのち、任意の S に対応する \bar{P} を逆算する補間法の手法を応用する。式 (14) を、前段階においてすでに求められている $(\bar{P}, S)_{n,0}$ を用いて、

$$\Delta \bar{P}_n = (\bar{P}_{n,m} - \bar{P}_{n,0}) = \alpha_1 (S_{n,m}^r - S_{n,0}^r) + \alpha_2 (S_{n,m}^{r-1} - S_{n,0}^{r-1}) + \dots$$

$$+\alpha_{r-1}(S_{n,m}^2-S_{n,0}^2)+\alpha_r(S_{n,m}-S_{n,0})$$

$$\dots\dots\dots(14')$$

のように書きかえれば、 $\bar{P}_{n+1,0}$ は次のような手順によって決定される。すなわち、

- 1) $\bar{P}_{n,0}$ より大きい任意の r 個の $\bar{P}_{n,m}$ を与え、これに対応する r 組の $\{S\}_{n,m}$ の収束解を求める。
- 2) 1) の結果を用いて、個々の弾性部材に対し、それぞれ、 r 組の $(\bar{P}, S)_{n,m}$ を与え、 α に関する r 元連立一次方程式を弾性部材の数だけ解き、すべての弾性部材について式 (14') の係数 $\alpha_1 \sim \alpha_r$ を決定する。
- 3) 各弾性部材に対する式 (14') に、それぞれ、その部材個有の S_p を与えて $\Delta \bar{P}_n$ を部材ごとに算出し、これらの中から最小値 $\Delta \bar{P}_{n,\min}$ を見出し、 $\bar{P}_{n+1,0} = \bar{P}_{n,0} + \Delta \bar{P}_{n,\min}$ によって $\bar{P}_{n+1,0}$ を決定する。

以上であるが、このような手順を忠実に実行するとすれば、1) における r 組の収束計算に加えて、2) における弾性部材の数に相当する r 元連立一次方程式の計算に膨大な計算時間を要することが予想される。さらに、 $\bar{P}_{n+1,0}$ の精度が、曲線上の r 個の点の位置やその個数などに支配されることも考慮すると、このままでは実用的でない。

そこで、著者らは、この r 個の点の選定に後述の **b)** の方法を利用することにし、**図-3** における直線 ① の勾配が最小となる部材についてだけ **b)** と同様な操作をして r 組の $(\bar{P}, S)_{n,m}$ を求め、これを式 (14') に用いて一組の連立一次方程式を解くだけで $\bar{P}_{n+1,0}$ を決定する方法をとった。しかし、このことは、その部材に関する直線 ②~⑩ も、他の部材のそれらと比較して、直線 ① と同様に勾配が最小となることを前提としているから、この前提が犯されていないかどうかを確かめるため、著者らはさらに、求められた $\bar{P}_{n+1,0}$ に対する $\{S\}_{n+1,0}$ の収束解を求め、各部材について $S_{n+1,0} \leq S_p$ の条件が満たされているか否かを検討し、不都合な場合には計算をやりなおすようにしている。

b) 繰返し直線近似による方法 I

これは、 $\bar{P}-S$ 曲線を直線で近似することを繰返し行ない、 S_p に対応する曲線上の点を通る直線を見出して $\bar{P}_{n+1,0}$ を決定しようとする方法である。いま、荷重強度を一定の法則にしたがって変化させるために用いる係数を荷重倍数と呼んで $k_{n,m}$ で表わし、それぞれの弾性部材に対する $k_{n,m}$ の中で最小のものを $k_{n,m,\min}$ と表わして、**図-3** (a) を用いてその手順を述べると以下のようである。

- 1) まず、 $\bar{P}_{n,0}$ よりやや大きい任意の $\bar{P}_{n,1}$ を与え、これに対する $\{S\}_{n,1}$ の収束解を求める。

- 2) 点 $(\bar{P}, S)_{n,1}$ と原点とを結ぶ直線 ① を引き、これより各弾性部材に対する荷重倍数の第 1 回目の値を、 $k_{n,1} = (S_p - S_{n,0}) / (S_{n,1} - S_{n,0})$ によって計算し、これらの中から最小荷重倍数 $k_{n,1,\min}$ を見出す。
- 3) 荷重強度を $\bar{P}_{n,2} = k_{n,1,\min}(\bar{P}_{n,1} - \bar{P}_{n,0}) + \bar{P}_{n,0}$ によって変更し、 $\bar{P}_{n,2}$ に対する $\{S\}_{n,2}$ の収束解を求める。
- 4) 点 $(\bar{P}, S)_{n,2}$ と $(\bar{P}, S)_{n,1}$ とを結ぶ直線 ② より、第 2 回目の荷重倍数を $k_{n,2} = (S_p - S_{n,1}) / (S_{n,2} - S_{n,1})$ によって計算して $k_{n,2,\min}$ を見出し、 $\bar{P}_{n,3} = k_{n,2,\min}(\bar{P}_{n,2} - \bar{P}_{n,1}) + \bar{P}_{n,1}$ と変更し、これに対する $\{S\}_{n,3}$ の収束解を求める。

以下、第 m 回目においては、点 $(\bar{P}, S)_{n,m}$ と $(\bar{P}, S)_{n,m-1}$ とを結ぶ直線 ⑩ より、 $k_{n,m} = (S_p - S_{n,m-1}) / (S_{n,m} - S_{n,m-1})$ を計算して $k_{n,m,\min}$ を見出し、荷重強度を $\bar{P}_{n,m+1} = k_{n,m,\min}(\bar{P}_{n,m} - \bar{P}_{n,m-1}) + \bar{P}_{n,m-1}$ と変更して、これに対する $\{S\}_{n,m+1}$ の収束解を求める操作を、 $\bar{P}_{n,m} \div \bar{P}_{n,m+1}$ となるまで続行して、適当な誤差範囲内で $\bar{P}_{n,m} = \bar{P}_{n,m+1} = \bar{P}_{n+1,0}$ として $\bar{P}_{n+1,0}$ を決定する。

この方法によると、 $\{S\}$ の収束計算に要する時間は、**a)** の場合とほぼ同様であるが、荷重強度の収束計算に要する時間は、 $\bar{P}-S$ 曲線の性質と、要求する $\bar{P}_{n+1,0}$ の精度とによって支配される。

c) 繰返し直線近似による方法 II

この方法は、**b)** の方法において $\bar{P}_{n,m}$ に対する $\{S\}_{n,m}$ の収束解を求める部分を、その第 1 近似解を求めるだけに止めて、**b)** と同様な操作を行なうもので、**図-4** (a) のような経路をたどる。

これによると、 $\{S\}$ の計算時間は大幅に短縮されるが、荷重強度の収束は **b)** の場合に比較しておそくなる。

以上の直線近似法において、 $k_{n,m,\min}$ の理論的な収束値は 1 であるが、有効桁数の少ない計算機を利用した場合、収束が進むにつれて桁落ちによる誤差が生じ、収束値が得られない場合がある。これに対し、直線の結び方を**図-3** (b)、**4** (b) のように常に原点と結ぶようにして、荷重倍数を $k_{n,m}' = (S_p - S_{n,0}) / (S_{n,m} - S_{n,0})$ によって求め、荷重強度を $\bar{P}_{n,m+1} = k'_{n,m,\min}(\bar{P}_{n,m} - \bar{P}_{n,0}) + \bar{P}_{n,0}$ によって変更するにすれば、収束の速度は前者にくらべてやや緩慢になるが、収束の進行に伴う桁落ちの危険性はなくなる。しかしながら、このようにした場合でも、 $\bar{P}_{n,0}$ の値と $\bar{P}_{n+1,0}$ の値とが非常に接近しているような微妙な崩壊過程をたどる場合には、 $S_p \div S_{n,m} \div S_{n,0}$ に起因する桁落ちが生じる。著者らは、倍長演算を行なったうえでなおかつ上述のような事

態が生じるような場合には、 $S_p - S_{n,0}$ の値があらかじめ定めた誤差範囲に入る部材については近似的に前段階において $S_p = S_{n,0}$ となったものとして以後の計算を続行するように処理している。

(3) 崩壊過程の追跡法

(1) において示した基本式に含まれているすべての φ は、軸方向力 N の関数であるから、解析の当初においては、これらの値は未知である。そこで、与えられた初期荷重強度 $\{\bar{P}\}_{0,0}$ に対する変位や材端力は、次のようにして求める。すなわち、まず最初に、 $\varphi=1$ において得られる線形基本式を用いて $[K']_L$ を作成し、この線形解を求めて変位や材端力の第 1 近似解とし、収束解が必要な場合には、求められた近似解を用いて $[K']$ を修正して次の近似解を求める繰返し代入法によって収束解を求めるのである。このようにして解析がスタートしたならば、以後、荷重強度が変更されるたびに、その直前の荷重強度に対して得られている変位や材端力をそのまま初期値として用いて $[K']$ を作成してもよいが、著者らは、これらの値を荷重強度と同様に、最小荷重倍数を用いて線形的に変更した値を用いるようにしている。このようにすれば、そのままの値を用いた場合に比較して、変位や材端力の第 1 近似値の精度がよく、したがって、収束解を求める場合の繰返し回数も少なくてすむようである。

さて、崩壊過程の追跡は、上述のようにして最初の段階から出発して、(2) に述べたような方法によって荷重強度を増加させながら、順次、塑性化(局部座屈)部材を見出し、該当部材の材端条件や変形条件(したがって、構造形式)を変更して次の段階へ移行する操作を、構造物が終局状態に至るまで段階的に繰り返して行なうが、終局状態の判定や解析径路の選定は以下のようにして行なう。すなわち、機構化が進んで第 $n-1$ 段階から第 n 段階目に移行した時点で着目した場合、両段階における構造形式は当然異なっているから、あらたな構造形式が構造物として安定なものであるか否かによって、解析を続行するか打切るかを決定する必要がある。著者らは、その判定の一方法として、あらたな構造形式について線形な基本式を用いて作成した $[K']_L$ のデターミナント D_L の値を求め、これを判定の材料にして次の a)、b) の 2 通りの解析径路をたどるようにしている。

a) $D_L \leq 0$ の場合

この場合は、第 $n-1$ 段階において安定な構造形式であったものが、第 n 段階目に移行して構造形式が変更された時点で不安定になることを意味する。したがって、この時点で機構崩壊が生じたものと判定し、 $\{\bar{P}\}_{n,0}$ を崩壊荷重 $\{\bar{P}\}_U$ とみなして解析を終る。

b) $D_L > 0$ の場合

この場合は、第 n 段階目における構造形式もまだ安定な状態にあるから、(2) で述べた方法によって $\{\bar{P}\}_{n,0}$ を変更して次の段階の $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ を見出す操作にはいるが、その場合、 $\{\bar{P}\}_{n,0}$ と $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ との中間の荷重強度に対して全体座屈を生じて不安定になることも考えられる。そこで、荷重強度の変更操作中に表われるすべての $\{\bar{P}\}_{n,m}$ に対して、変位や材端力を計算する際に $[K']$ のデターミナント D の値も同時に計算して、この値のいかんによって次の 1)、2) のいずれかの解析径路をえらぶ。

1) すべての $\{\bar{P}\}_{n,m}$ に対して $D > 0$ となる場合

最小荷重倍数が存在し、 $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ と、これに対する変位や材端力が求まる。したがって、この場合には、この段階で発生した塑性化(局部座屈)部材について条件を変更し、次の第 $n+1$ 段階目へと移行する。

2) ある $\{\bar{P}\}_{n,m}$ に対して $D \leq 0$ となる場合

この場合には、機構化が進行して次の段階へ移行するか、全体座屈を生じて不安定となるか、このままでは判定できない。すなわち、いま、 $D \leq 0$ となった荷重強度を $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ と表わし、 $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ より小さい荷重強度の範囲内で $D > 0$ となった $\{\bar{P}\}_{n,m}$ のうちで最大のものを $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ と表わした場合、 $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ と $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ との間に機構化が進行する $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ が存在する可能性があれば、塑性化(局部座屈)部材が生じる荷重強度 $\{\bar{P}\}_p$ と、 $\{\bar{P}\}_{n,(+)}$ との間に全体座屈を生じる座屈荷重 $\{\bar{P}\}_B$ が存在する可能性もある。したがって、この場合には、 $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ か $\{\bar{P}\}_B$ のいずれかを決定するための操作が必要である。著者らはその一方法として、このような状態が生じた場合には、(2) の方法による荷重強度の変更操作を一たん中止して、 $\{\bar{P}\}_{n,m} = (\{\bar{P}\}_{n,(+)} + \{\bar{P}\}_{n,(+)}) / 2$ によって変更する操作に切り換え、次のように取り扱うようにしている。すなわち、上式によって変更されているうちにある $\{\bar{P}\}_{n,m}$ になって $D > 0$ となった場合には、その荷重強度のもとで $S_{n,m} \geq S_p$ となる部材があらたに発生しているか否かを検討し、そのような部材が存在する場合には、再び (2) の方法にかえて $\{\bar{P}\}_{n+1,0}$ を求める操作を続行し、存在しない場合には、上式による変更操作を続行して適当な誤差範囲におさまる $\{\bar{P}\}_{n,m}$ の値を求め、これを座屈荷重 $\{\bar{P}\}_B$ の近似値として解析を終る。

以上において、各部材の S_p は通常絶対値で与えられるから、 $S_{n,m}$ との比較、荷重倍数の計算、および、基本式への使用などに際しては、その符号の取り扱いに十分留意する必要がある。

3. 解析プログラムの概要

著者らは、さきに、線形な弾塑性解析の二、三の場合について、その自動解析プログラムを作成して報告した^{15)~17)}。ここで紹介するプログラムは、それらの線形解析プログラムを基礎にして、これに前述の解析手順をあらたに導入して非線形解析を可能にしたものである。コーディングは、京都大学大型計算機 FACOM 230-60 を対象にして行なったが、その詳細については省略し、以下に、フローチャート、インプット・データ、およびアウトプット・データについて簡単に述べる。

(1) フローチャート

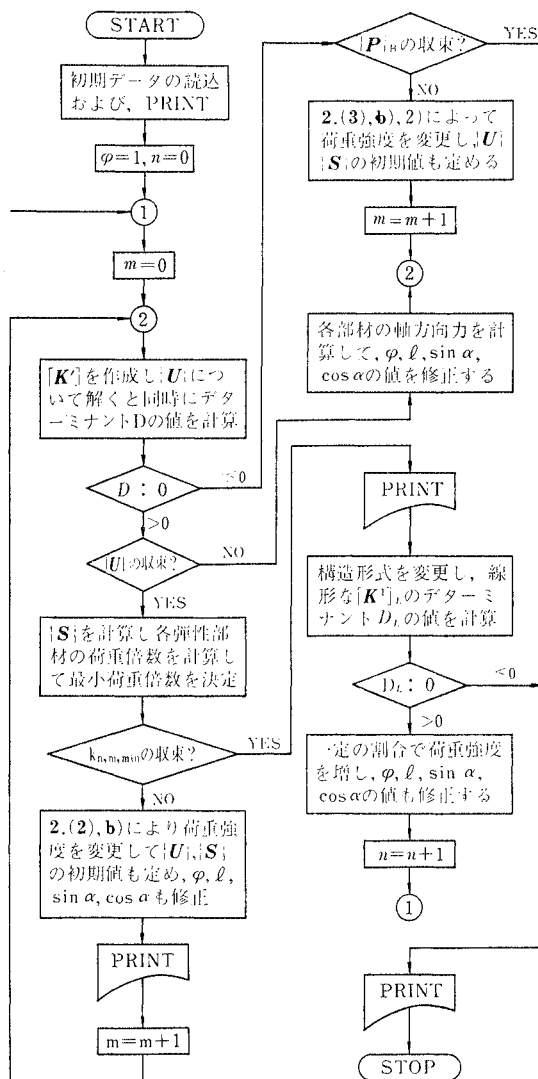


図-5 フローチャート

2. (2) a)~c) に示したように、荷重強度の増加法については3通りの方法を検討したが、ここでは、そのうちの b) による場合を代表的に取り上げて、その場合のフローチャートを 図-5 に示す。

図-5 において、ループ ② には、最小荷重係数の収束値を求める部分や、ある荷重強度に対する変位や材端力の収束値を求める部分が含まれている。したがって、荷重強度の変更を a) の方法によって行なう場合には、前者の部分を r 回繰り返すだけで未収束のまま中止し、r 元連立一次方程式を解くように修正すればよく、c) の方法によって行なう場合には、後者の部分を省略して、第 1 近似値を用いるようにすればよい。

(2) インプット・データ

図-5 のフローチャートにしたがって解析する場合に用意すべきインプット・データを列挙すれば、

各節点に関するものとして、

- 1) 節点に集まる部材数
- 2) 節点変位に対する拘束の有無
- 3) 節点荷重の初期強度

各部材に関するものとして、

- 4) 両端が接続している節点の番号
- 5) 両端の材端条件
- 6) 基準座標軸上への投影長
- 7) 断面積
- 8) 断面 2 次モーメント
- 9) 降伏点応力度
- 10) 全塑性モーメント
- その他のものとして、
- 11) 支点を含む総節点数
- 12) 総部材数
- 13) 弾性係数
- 14) 変位の収束に対する許容誤差
- 15) 最小荷重係数の収束に対する許容誤差
- 16) 限界荷重の収束に対する許容誤差

などがあげられる。

ここでも、荷重強度を 2. (2) a) にしたがって変更する場合には、データ 15) のかわりに近似式の次数 r を与えるようにし、2. (2) c) にしたがう場合には、データ 14) を省略するようにすればよい。

(3) アウトプット・データ

図-5 に示した各 PRINT の場所においては、

- 1) 計算の繰返し回数
- 2) デターミナント D の値
- 3) 荷重強度
- 4) 荷重係数

- 5) 各材端における材端力
 - 6) 各節点の変位量
 - 7) 塑性化(局部座屈)部材の発生位置と発生数
- などのうち、それぞれの場所において指定されたものについて印刷する。

4. 計算例

2 ヒンジリブアーチとローゼ桁とを例にとって、本文による弾塑性安定解析と、比較のために行なった文献(18)の方法による弾塑性解析(以下、解析法(A)と呼ぶ)、および、組合せ応力を考慮しない通常の弾塑性解析¹⁵⁾(解析法(B))のそれぞれの場合に対する計算結果を紹介する。

(1) 2 ヒンジリブアーチ

支間 120 m, 拱矢 20 m の放物線 2 ヒンジリブアーチを、9 個のパネルに分割して図-6 に示すような多角形骨組構造に置換し、部材はすべて等断面としてその断面の諸性質を表-1 のように仮定する。

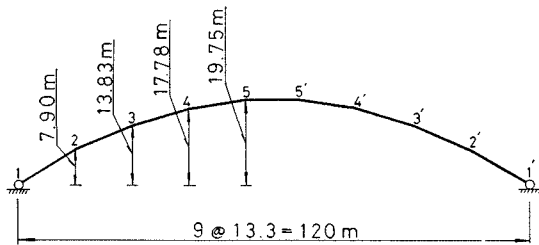


図-6 2 ヒンジリブアーチ計算例

表-1 アーチ断面の諸性質

I (cm ⁴)	A (cm ²)	M_p (kg·cm)	N_p (kg)	E (kg/cm ²)
1×10^6	5×10^2	5.83×10^7	1.4×10^4	2.1×10^6

荷重状態として、均等鉛直集中荷重を格点に半載した場合と、全載した場合とを考え、崩壊の径路と最終的な崩壊の形式とについて、上述の各解析法から得られた結果を示せば、それぞれ、以下のようである。すなわち、

半載の場合：(A)、(B) いずれの弾塑性解析によっても、図-7 (a) に示すような順序で塑性関節が発生し、最終的に機構を形成して崩壊するのに対し、本解析法による場合には、塑性関節 ① が発生して機構化が一段階進行し、構造形式が変化した時点で荷重強度の増加をまたず全体座屈を生じて崩壊する。

全載の場合：解析法(A)では、図-7 (b) のように 2 個の塑性関節が同時に発生し、解析法(B)では、図-7 (c) のように 2 本の全塑性軸力材が同時に発生して、

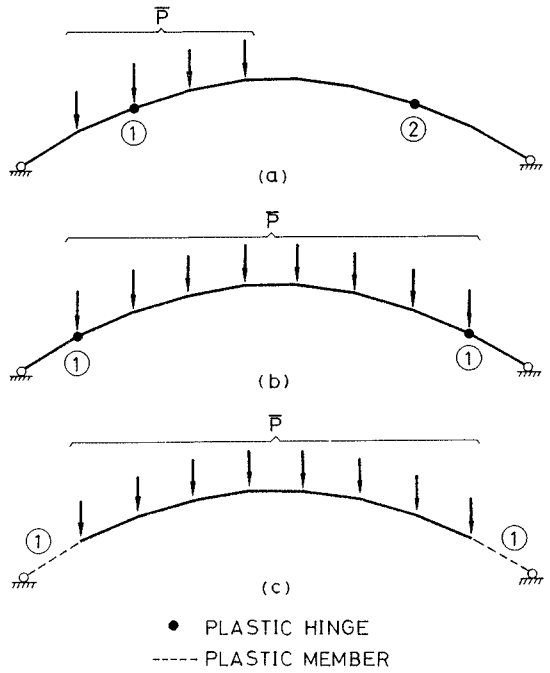


図-7 2 ヒンジリブアーチの崩壊径路

表-2 各段階の荷重強度と最大変位(2 ヒンジアーチ)

荷重	解析法 段階 n	本解析法		解析法(A)		解析法(B)	
		$\bar{P}(t)$	v (cm)	$\bar{P}(t)$	v (cm)	$\bar{P}(t)$	v (cm)
半載	1	22.2	118.9	33.8	106.9	34.1	107.8
	2	全体座屈 22.2		33.9	108.6	34.2	109.1
全載	1	弾性全体座屈 39.1~39.2		177.1	19.4	178.6	19.6

(注) 最大変位は半載の場合格点 3, 全載の場合格点 5(5') の鉛直変位 v となる。

表-3 繰返し計算回数(2 ヒンジアーチ)

荷重	段階 n	荷重強度 変更法	CASE a		CASE b		CASE c	
			m	Σ	m	Σ	m	Σ
半載	0	(a)	4	20	6	28	6	6
		(b)	4	25	7	33	8	8
	1	(a)	4	12	4	12		
		(b)	4	9	4	12		
	総計	(a)	8	32	10	40	--	--
		(b)	8	34	11	45	--	--
全載	0	(a)	13	231	13	231		
		(b)	13	231	13	231		

いずれも機構崩壊を示すのに対し、本解析法では、機構化がまったく進行していない段階で弾性全体座屈を生じて崩壊する。

いま、このような崩壊過程の各段階における荷重強度と終局耐力とを示せば、表-2 のような値となる。表-2 において、本解析法における全載の欄に 39.1~39.2

とあるのは、荷重強度が 39.1 t では $D > 0$ となり、39.2 t では $D < 0$ となって、この両者の間に $D = 0$ となる座屈荷重強度が存在することを意味する。

次に、本解析法で検討した 3 通りの荷重強度の増加方法について、本計算例に要した計算の繰返し回数を比較すると、表-3 のようである。

表-3 において、CASE a, b および c は、2. (2) で述べた荷重強度の増加方法を、それぞれ、a), b) および c) のようにした場合を意味し、各段階における (a) 欄には、荷重倍数の計算法を図-3 (a), 4 (a) のように、(b) 欄には、図-3 (b), 4. (b) のようにした場合の回数がそれぞれ記入してある。また、表中の記号 m は 2. (2) で用いた添字の m と同一で、個々の段階における荷重強度の変更回数を、 Σ は m 個の荷重強度に対してそれぞれ式 (13) の収束解を求めるために要した繰返し計算回数の合計を意味する。したがって、収束解を用いない CASE c の場合には $\Sigma = m$ となる。なお、最終的な崩壊が全体座屈による場合には、CASE c の方法によっては座屈荷重の収束値が得られず、したがって空欄となっている。

(2) ローゼ桁

(1) で解析した 2 ヒンジアーチを上弦材に用い、これと等断面の下弦材を有する図-8 のようなローゼ桁を考え、吊材の断面を弦材の 1/10 ($A = 50 \text{ cm}^2$, $N_p = 140 \text{ t}$) と仮定した場合についての結果を示す。

下弦格点に (1) の場合と同様な荷重を載荷した場合、その崩壊経路と最終崩壊形式とは次のようである。

半載の場合：いずれの解析法によった場合にも、図-9 (a) に示すような順序で塑性関節が発生して機構崩壊がおこる。

全載の場合：解析法 (A), (B) では、ともに図-9 (b) のように ①~④ の順に吊材が降伏したのち、⑤, ⑥ の順に塑性関節が発生して機構崩壊を示すのに対し、本解析法では、③ の段階まで吊材が降伏したのち全体座屈によって崩壊する。

これらの崩壊過程の各段階に対応した荷重強度ならびに終局耐力を、(1) の場合と同様に示せば、表-4 のよ

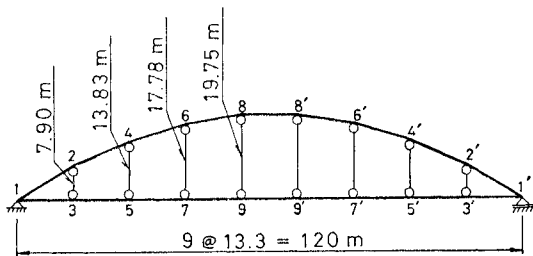
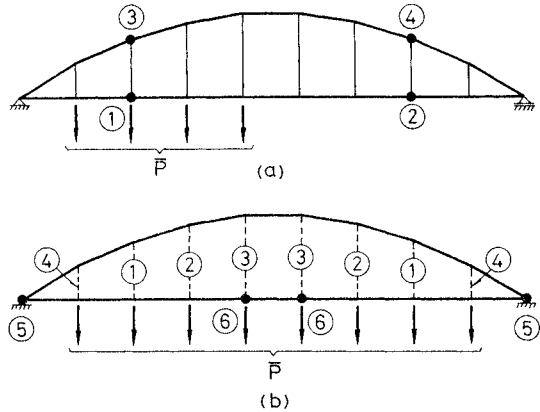


図-8 ローゼ桁計算例



● PLASTIC HINGE
 ----- PLASTIC MEMBER

図-9 ローゼ桁の崩壊経路

表-4 各段階の荷重強度と最大変位 (ローゼ桁)

荷重	解析法 段階 n	本解析法		解析法 (A)		解析法 (B)	
		$\bar{P}(t)$	$v(\text{cm})$	$\bar{P}(t)$	$v(\text{cm})$	$\bar{P}(t)$	$v(\text{cm})$
半載	1	62.2	102.6	63.9	101.6	65.5	103.9
	2	63.2	104.6	65.3	104.3	66.9	106.8
	3	64.7	108.2	65.6	105.2	67.7	108.5
	4	65.4	116.4	66.4	111.0	68.4	114.2
全載	1	143.9	30.7	139.3	30.4	139.3	30.4
	2	144.6	30.9	140.0	30.6	140.0	30.6
	3	144.8	31.1	140.2	30.7	140.2	30.7
	4	全体座屈		140.6	36.9	140.6	36.9
	5	144.8	—	143.2	119.3	148.1	274.0
	6	145.0	—	143.9	188.8	148.7	398.9

(注) 最大変位は半載の場合 v_s , 全載の場合 $v_{s,(a)}$ 。

うな値となる。

表-4 において、全載の場合、第 4 段階までは解析法 (A) と (B) とでまったく同一の結果が得られているのは、この段階まではすべて軸力材 (吊材) のみの降伏によって機構化が進行するためである。

次に、各 CASE について解析に要した繰返し計算回数を比較すれば、表-5 のようである。

以上の計算例において、弾性全体座屈に対する荷重強度の詳細な計算は省略したが、表-2, 4 においてもっとも大きな値を示す解析法 (B) の場合の終局耐力の各値について弾性全体座屈に対する検算を行なった結果、本解析法の結果と一致する 2 ヒンジアーチ全載の場合を除いて、いずれも、まだ座屈を生じる荷重強度に至っていないことが認められた。

なお、各計算例について、最大変位の崩壊途上における変化の状況を、参考までに表-2, 4 に示したが、このうちローゼ桁半載の場合を、図示すれば、図-10 のよ

表-5 繰返し計算回数(ローゼ桁)

荷重	段階 n	荷重強度 変更法	CASE a		CASE b		CASE c		
			m	Σ	m	Σ	m	Σ	
半載	0	(a)	4	16	5	18	6	6	
		(b)	4	17	6	22	6	6	
	1	(a)	2	6	2	6	3	3	
		(b)	3	10	2	6	3	3	
	2	(a)	2	6	2	6	4	4	
		(b)	2	6	2	6	4	4	
	3	(a)	2	12	2	12	4	4	
		(b)	2	8	2	8	4	4	
	総計	(a)	10	40	11	42	17	17	
		(b)	11	41	12	42	17	17	
	全載	0	(a)	4	12	5	13	6	6
			(b)	4	12	6	15	6	6
1		(a)	3	11	2	7	3	3	
		(b)	4	13	2	7	4	4	
2		(a)	2	10	2	10	2	2	
		(b)	2	10	2	10	3	3	
3		(a)	4	36	4	36			
		(b)	4	36	4	36			
総計		(a)	13	69	13	66	—	—	
		(b)	14	71	14	68	—	—	

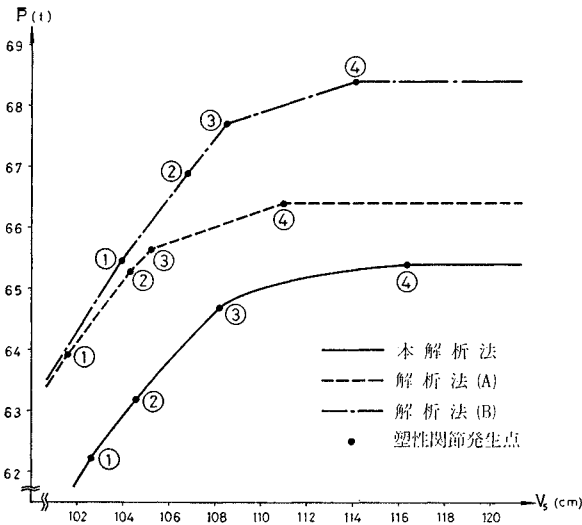


図-10 ローゼ桁半載の場合の格点5の鉛直変位 v_s

うである。

(3) 考 察

表-2, 4 において, 解析法 (A), (B) の欄に示した値は, 有限変位の影響を無視した場合の結果である。したがって, 本解析法と直接比較することには多少問題が残るが, 解析法 (A) においてこの影響を考慮した場合, 2 ヒンジアーチ半載の例で約 20% の荷重強度の低下が認められる以外は, ほとんど影響が表われないことがその後の計算から判明したので, 以下においてはこれらの

表における値をそのまま参考にして考察を行なう。

a) 解析法による結果の相違について

本解析法による解析結果は, 2 ヒンジアーチ全載の場合には, 上述のように弾性安定解析の結果と一致する。また, ローゼ桁半載の場合にも, 崩壊経路や最終崩壊形式は弾塑性解析の結果と一致し, 個々の段階における荷重強度や終局耐力も, 表-4 にみられるように, 本解析法の結果がいくぶん低い値を示す程度で大きな相違は認められない。これに対し, ある程度機構化が進行したのち全体座屈によって崩壊するような場合には, 2 ヒンジアーチ半載(表-2)においてみられるように, 本解析法による結果が他の解析法に比較してかなり低い耐力を示すような場合がある。したがって, 対象とする建造物の崩壊経路や最終崩壊形式が, その解析に用いる解析法の前提と一致する場合にはさほど問題は無いであろうが, 異なる場合には, 1. で述べたように終局耐力を過大評価する恐れのあることがこの計算例からもうかがえる。

一方, ローゼ桁全載の場合の本解析法による結果は, 第3段階までは解析法 (A), (B) より, 最終段階では解析法 (A) より, いずれもやや大きな強度を示している(表-4)。これは, 変形法の基本式において軸方向引張力をうける曲げ部材に対しても, 圧縮力をうける場合と同様に軸力の影響を考慮しているため, その影響が半載の場合に比較して強く表われたためと考えられる。したがって, 軸力が引張力の場合にはその影響を無視し, 基本式において $\varphi=1$ として解析するようにすれば, ここで得られた結果より低い耐力を示すことも予想されるが, それはかえって耐力を過小評価することになるから, あえてその必要はないと考える。

b) 荷重強度の増加法による相違について

本解析法では, 2. (2) に示したような3通りの方法によって荷重強度を増加させることを試み, CASE a では式 (14') において $r=3$ として計算したが, 表-3, 5 の空欄に相当する部分を除いて, 崩壊経路, 最終崩壊形式, および, 各段階の荷重強度については, いずれの方法によった場合にも一致した結果が得られた。ただ, 最終的に全体座屈によって崩壊した例では, CASE c の方法によっては終局耐力の収束値を得ることができなかった。このことは, 座屈荷重の近辺では, 荷重強度のわずかな変動に対しても変位が敏感に反応するため, 式 (13) の第 1 近似解だけを計算して, 荷重強度の変更操作に伴う繰返しだけで変位が収束することを期待することが困難なことを示している。

これに対し, 繰返し計算回数においては, 表-3, 5 にみられるように, CASE c の回数は, この方法によって解析可能な範囲ではいずれも CASE a や b の場合を

はるかに下回っている。以上のことから、終局状態を予想することが困難な一般の場合には、CASE a または b のような方法によって解析するのが無難であるが、明らかに機構崩壊が予見できるような場合には、CASE c の方法によればきわめて能率的に解析できるといえよう。

一方、CASE a と b とでは、計算例によって一方が有利な場合もあれば不利な場合もあり、本計算例でみるかぎりその優劣は決め難い。2. (2) a) で述べたように、CASE a では \bar{P} -S 曲線上の r 個の点を CASE b の場合と同様な操作によって定めている。したがって、 r の値を必要以上に大きくすると、この選点操作の途中ですでに $\bar{P}_{n+1,0}$ の収束値が定まって式 (14') を解く必要がなくなり、CASE a と b との方法上の相違が実質的に消失する。本計算例のように $r=3$ とした場合の荷重強度の変更回数は、機構化の各段階においては式 (14') で推定するものも含めると $m=4$ となるのが本来であるが、表-5 CASE a において $m \leq 3$ の場合がみられるのは、すでにこの傾向があらわれていることを示す。これは、表-4 からわかるように、各段階での荷重強度の増分 $\Delta \bar{P}$ がわずかな値で機構化が進行することにも一因があると考えられ、 r の適値、ひいては CASE a と b との優劣を論じるには、さらに $\Delta \bar{P}$ の大きな場合の例についても解析してみる必要があるが、少なくとも $r > 4$ とする必要はないであろう。

なお、本計算例はすべて単精度で計算したが、2. (2) で述べた桁落ちによるトラブルはおこらず、荷重倍数の計算法の相違に基づく繰返し計算回数との相違は、表-3、5 における (a) 欄と (b) 欄とを比較した場合にみられる程度のわずかなものであった。

5. む す び

変形法の非線形基本式を用いた内力追跡法による平面剛滑節構造物の弾塑性安定解析を、荷重強度の増加法に対して3通り (CASE a~c)、荷重倍数の計算法に対して2通り ((a), (b)) の方法を考え、それぞれの場合について京都大学大型計算機 FACOM 230-60 によって自動的に解析することを試みた。計算例としては、2 ヒンジリブアーチとローゼ桁とをとり、それぞれ、格点荷重を半載した場合と全載した場合とについて計算し、本解析法による結果と弾塑性解析や弾性安定解析による結果との相違、ならびに、本解析法で採用した3通りの荷重強度の増加法による計算能率の相違などについて考察を加えた。計算例から得られた事項を総括すると以下のようである。すなわち、本解析法による結果は、

- 1) 最終的な崩壊が弾性全体座屈による場合には、弾性安定解析による結果と一致し、機構崩壊による場

合には、弾塑性解析による結果と比較してやや低い耐力を示す。

- 2) 機構化がある程度進行したのち全体座屈によって崩壊するような例では、他の解析法による結果と比較して、かなり低い耐力を示す場合がある。

さらに、荷重強度の増加法については、

- 3) 全体座屈によって崩壊するような場合の終局耐力を CASE c の方法によって求めるのは困難である。
- 4) あらかじめ機構崩壊が予知できるような場合には、CASE c の方法によってきわめて能率的に解析することができる。
- 5) 式 (14') における r 個の点を CASE b の場合と同様にしてえらば、CASE a において $r \leq 4$ として十分である。
- 6) 荷重倍数の計算法のいかんによる繰返し計算回数については、とりたてて論じるほどの相違は認められない。

以上は限られた計算例で認められた事項であり、これをもとに軽々に結論づけることは危険であるが、少なくとも、上述の 2) のような事項が本計算例からも認められたことは、本解析法のような手法の必要性を示唆しているものといえよう。

本解析法は、1. で列挙したような多数の仮定に基づくものであり、今後これらをなくする方向に研究を進める必要があるが、著者らは当面の課題として、文献 18)~20) を参考にして仮定 2) を取り除くことを現在試みている。また、本計算例はすべて単精度で計算したが、倍精度で行なえば繰返し計算回数などの点で結論が異なることも考えられるので、これについても検討中である。

なお、残留応力の問題については、たとえば文献 21) その他の研究を手がかりとしてこれを節点荷重に置換することができれば、死荷重のような一定荷重と同様に取り扱い、文献 18) において言及したようにして本解析プログラムに多少の修正を加え、解析を可能にすることもさほど困難な問題ではないと思われる。

最後に、本研究を進めるにあたり、終始あたたかいご指導を賜った名古屋大学の成岡昌夫教授に深甚なる感謝の意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Wood, R.H.: The stability of tall buildings, Proc. ICE, Vol. 11, No. 6280, 1958.
- 2) 坂本・宮村: 鋼構造骨組の弾塑性域における変形と安定性に関する考察 (第1報), 日本建築学会論文報告集, 第110号, 昭和40年4月.
- 3) 坂本・宮村: 同上 (第2報), 日本建築学会論文報告集, 第113号, 昭和40年7月.
- 4) 坂本・宮村: 同上 (第3報), 日本建築学会論文報告集, 第116号, 昭和40年10月.

- 5) 横尾・坂本・宮村：鉛直荷重と水平荷重を受ける弾・塑性架構の安定限界耐力について，日本建築学会論文報告集，第124号，昭和41年6月。
- 6) Merchant, W. : Critical loads of tall building frames, The Structural Engineer, Mar. 1955, Aug. 1956.
- 7) Jennings, A. and Majid, K. : An elastic-plastic analysis by computer for framed structures loaded up to collapse, The Structural Engineer, Dec. 1965.
- 8) Livesley, R.K. : The Application of an Electronic Digital Computer to Some Problems of Structural Analysis, The Structural Engineer, Jan. 1956.
- 9) 藤野・大坂：任意形式のツリ橋の静的構造解析法 — 有限変位理論による骨組解析法の応用，三菱重工技報，Vol. 3, No. 6, 1966.
- 10) 倉西正嗣：極限設計法，オーム社。
- 11) Fenves, S.J. and Branin, F.H. : Network-Topological Formulation of Structural Analysis, Proc. ASCE, ST 4, Aug. 1963.
- 12) Di Maggio, F.L. and Spillers, W.R. : Network Analysis of Structures, Proc. ASCE, EM 3, Jun 1965.
- 13) 成岡・児嶋：変形法によるリブアーチ構造の解法，土木学会誌，第46巻，第10号，昭和36年10月。
- 14) 大地羊三：電子計算機の手法とその応用，土木工学大成4，森北出版。
- 15) 児嶋・平尾：電子計算機による平面剛滑節構造物の塑性関節および崩壊荷重の追跡について，土木学会中四国支部第20回学術講演会，昭和43年7月。
- 16) 星・児嶋・平尾：有限変位を考慮した平面棒構造物の崩壊荷重の自動追跡について，土木学会第24回年次学術講演会，昭和44年9月。
- 17) 星・児嶋・平尾：曲げモーメントと軸力の組合せ応力を考慮した平面棒構造物の一塑性解析，徳島大学工学部研究報告，第16号，1971。
- 18) 星・児嶋・平尾：軸力の影響を考慮した平面剛，滑節構造物の一自動弾塑性解析，土木学会論文報告集，第202号，1972年6月。
- 19) Morris, G.A. and Fenves, S.J. : Elastic-Plastic Analysis of Frameworks, Proc. ASCE, ST 5, May 1970.
- 20) Shosuke Morino and Le-Wu Lu : Analysis of Space Frames, Fritz Engineering Laboratory Report, No. 331.13, Lehigh University, 1971.
- 21) 坂本・宮村・渡辺：鋼構造圧縮材の塑性耐力式に関する考察（その2），日本建築学会論文報告集，第151号，昭和43年10月。

(1973.2.16・受付)