

# 動的粘性係数を考慮した三次元地盤と 地上構造物の連成震動解析

## THREE DIMENSIONAL EARTHQUAKE INTERACTION ANALYSIS BETWEEN STRUCTURE AND VISCO-ELASTIC GROUND

林 正 夫\*・北 原 義 浩\*\*・藤 原 義 一\*\*・駒 田 広 也\*\*\*  
By Masao Hayashi, Yoshihiro Kitahara, Yoshikazu Fujiwara and Hiroya Komada

**要 旨** 地盤と構造物の連成震動解析において、多層地盤の粘性減衰特性を地盤材料の物性試験値に基づいて導入することを目的として、多層の泥岩地盤と砂地盤の動的弾性と粘性を Voigt 型の粘弾性モデルによって表現し、三次元有限要素法をもととして、Householder 法を用いて固有値問題として、地上構造物と地盤の連成震動挙動の数値解析を行なった。泥岩の地盤の場合と砂地盤の軟らかさを 4 種類にとった場合を選び、減衰特性、応答モードの特性が地盤の軟らかさによって著しく異なることおよび半地下形式にすることによって、この場合は加速度の応答を約 60% に減少させることを示し、大型構造物を軟質な地盤に建設した場合の地盤の動的挙動について考察をした。

### 1. ま え が き

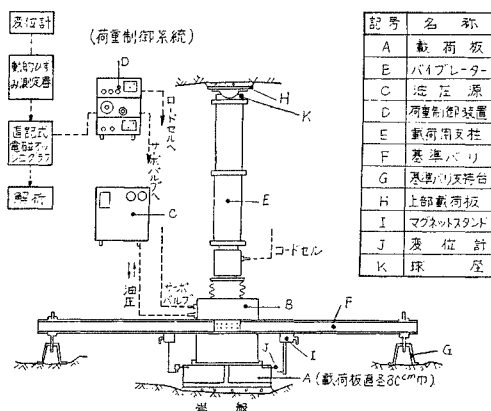
地盤と構造物の連成震動を有限要素法に基づいて解析する場合には、地盤が構造物にくらべ三次元的に十分の拡がりをもっていることを考慮に入れることが肝要である。このことは構造物の震動エネルギーの地盤への三次元的な逸散や構造物に対する地盤の三次元的な剛性をとり入れるために重要なことである。従来、有限要素法による連成震動では二次元地盤モデルとしてはいくつかの報告が見られる。三次元とくらべると二次元では地下逸散は過小に、構造物に対する地盤の相対的な剛性も過小に評価する傾向があるように思う。そこで、地盤を有限領域に限っているが、三次元的拡がりとして取扱った。また、地盤材料の動的弾性のほかに、震動の減衰効果を生じる主要因の一つである地盤材料の粘性を有限要素ごとの粘性係数として導入することを試みた。そして、固有値、固有ベクトルを求めてから震動モードごとの減衰

定数を求めた。従来はこの減衰定数を経験的に仮定しているのに対し、このように計算をすると地盤の物性的な根拠がより明確なように思われる。しかしながら、砂地盤などが震動中に静的クリープのようにずれていく現象についてはまだ考慮に入れておらず、各周期内での粘性減衰だけをとりあげており、また、線型粘弾性震動の範囲にとどまるので、今後さらに非線型震動の研究を進める必要がある。

### 2. 軟岩の地盤の動的変形特性

泥岩や風化砂岩などの軟質な岩盤の地震時の応力水準および周波数帯域などを考慮した動的繰返し荷重による現場載荷試験装置を図一1のように試作した。動応力水準は地上構造物が大きい場合には地盤への接地圧が 20~40 t/m<sup>2</sup> に達し、慣用の弾性波試験ではせいぜい 0.1 t/m<sup>2</sup> 以下なので、接地面近傍の動的ばねの特性は図一1のような動的繰返し載荷装置により応力水準を 30 t/m<sup>2</sup> 近くまで上げるのが一つの方法であろう。また、地震

(計測系統)



図一1 動的繰返し試験装置と計測のブロック  
ダイヤグラム

\* 正会員 工博 電力中央研究所地盤耐震部地盤基礎研究室  
\*\* 正会員 電力中央研究所 同  
\*\*\* 正会員 工修 電力中央研究所 同

時の主要な応答周波数帯域は 1~10 c/s と考えられるので、慣用の弾性波試験のときの数 10 c/s 以上の波動周波数は、接地圧近傍の動的ばねの特性を知るには不適当な場合もあろう。さらに、動的繰返し応力をうけるときの軟岩の粘性を知ることは、軟岩がもっている振動の粘性減衰特性を解析に導入するためにきわめて必要であるが、慣用の弾性波試験は粘性についての知識を与えていないことが多いと思われる。

これらの理由によって、上述の装置を開発することにした。その主要な仕様は 表一 に示してある。

表一 現場用動的岩盤試験装置

載荷装置：最大油圧 200 kg/cm <sup>2</sup> ，油量 36 l/分， 最大出力 50 t，電気容量 15 kW， 動的振幅 ±1 mm で 5 サイクル，荷重検出方式で精度 ±0.5% F.S 油圧制御装置：発振周波数 0.001~1000 c/s， 出力波形は正弦波，矩形波，鋸波，任意波， サーボンプ，直流型で感度 0.1 V/30 mA 測定計器，動ひずみアンプ DS6/RX，差動変位ピック TR-50 (総合計装)，電磁シロ EMO-121
---

載荷板に与える応力  $\sigma$  は静的応力  $\sigma_s$  と動的応力  $\sigma_d$  よりなり、動的応力の片振幅を  $\sigma_b$  とすると

$$\sigma = \sigma_s + \sigma_d = \sigma_s + \sigma_b \sin \omega t \quad \dots\dots\dots (1)$$

となり、この装置では周波数  $f = 2\pi/\omega = 1/T$  は 0.1 c/s ~ 6 c/s が実用範囲である。動弾性係数  $E_d$  は半無限体地盤の表面への剛体載荷による変位の式

$$E_d = (1-\nu^2)\pi r \sigma_d / 2 w_d \quad \dots\dots\dots (2)$$

によって定めた。ここに、 $r$  は載荷盤半径、 $w_d$  は動の変形量である。 $\nu$  はポアソン比であり、試錐コアの変形試験値によっている。動変形  $w_d$  は動的応力  $\sigma_d$  より位相角  $\delta$  だけ遅れて発生するとすると次のようになる。

$$w_d = w_b \sin(\omega t - \delta) \quad \dots\dots\dots (3)$$

動応力  $\sigma_d$  を正弦的に加える場合、複素数表現を用いると

$$\sigma_d = \sigma_b (\cos \omega t + i \sin \omega t) = \sigma_b e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4)$$

の虚数軸上の値に作用応力が対応することになる。

いま、動変位  $w_d$  より  $E_d$  を求め、以下の論議では変位と力学的に同系統の意義を有する量としてひずみ  $\epsilon_d$  に置換した状態で、応力とひずみの関係として論じていくことにする。

動ひずみ  $\epsilon_d$  は動応力  $\sigma_d$  に対して位相角  $\delta$  だけ遅れるとすると、次式となり

$$\epsilon_d = \epsilon_b e^{i(\omega t - \delta)} \quad \dots\dots\dots (5)$$

また、ひずみ速度  $d\epsilon_d/dt$  は次式となる。

$$\begin{aligned} d\epsilon_d/dt &= i\omega\epsilon_d = e^{i\pi/2}\omega\epsilon_d = e^{i\pi/2}\omega\epsilon_b e^{i(\omega t - \delta)} \\ &= \omega\epsilon_b e^{i(\omega t - \delta + \pi/2)} \quad \dots\dots\dots (6) \end{aligned}$$

すなわち、図-2 のように動ひずみ  $\epsilon_d$  を示す  $oc$  より、動ひずみ速度  $d\epsilon_d/dt$  を示す  $od$  は  $\pi/2$  だけ進相状態にある。

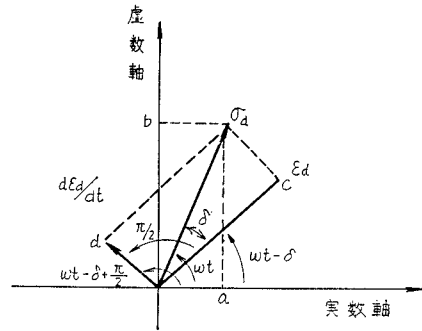


図-2 応力  $\sigma_d$ 、ひずみ  $\epsilon_d$ 、ひずみ速度  $d\epsilon_d/dt$  の複素数平面での表示

弾性率  $E$  はいま次式のように定義する。

$$E = (\epsilon_d \text{ と同位相にある応力 } \sigma_d) / \epsilon_d \quad \dots\dots\dots (7)$$

粘性係数  $\eta$  はいま次式のように定義する。

$$\eta = (d\epsilon_d/dt \text{ と同位相にある応力 } \sigma_d) / (d\epsilon_d/dt) \quad \dots\dots\dots (8)$$

一方、 $\sigma_d$  は複素数平面上では互いに直角な成分に分け得ることと上の両式の定義を導入すると次式で表わせる。

$$\sigma_d = E \epsilon_d + \eta d\epsilon_d/dt = (E + i\omega\eta)\epsilon_d = E_d \epsilon_d \quad \dots\dots\dots (9)$$

または

$$\sigma_d = (E/i\omega + \eta) d\epsilon_d/dt = z_d d\epsilon_d/dt \quad \dots\dots\dots (10)$$

さらに、上述の諸関係を組み合わせると、次の諸関係も導くことができる。

$$E_d = \sigma_d / \epsilon_d = (\sigma_b / \epsilon_b) e^{i\delta} = |E_d| e^{i \tan^{-1}(\omega\eta/E)} \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\begin{aligned} z_d &= \sigma_d / (d\epsilon_d/dt) = \{\sigma_b / (\omega\epsilon_b)\} e^{i(\delta - \pi/2)} \\ &= |z_d| e^{-i \tan^{-1}(E/\omega\eta)} \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$$|E_d| = \sqrt{E^2 + (\omega\eta)^2} \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$|z_d| = \sqrt{(E/\omega)^2 + \eta^2} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$\tan \delta = \omega\eta / E \quad \dots\dots\dots (15)$$

$E$  は  $E_d$  の実数部なので、図-2 を参照し

$$E = (\sigma_b / \epsilon_b) \cos \delta \quad \dots\dots\dots (16)$$

また、 $\omega\eta$  は  $E_d$  の虚数部なので

$$\eta = (\sigma_b / \omega\epsilon_b) \sin \delta \quad \dots\dots\dots (17)$$

となり、この式によって粘性係数を定めることになる。

次に、おくれ角  $\delta$  を算定することについて述べる。繰返し応力下での応力とひずみの関係の図-3 において、ひずみエネルギーを  $dW$  とすると、複素数表現の虚数部が実際の状態に対応することを前に述べたので、

$$\begin{aligned} dW &= \sigma_d \cdot d\epsilon_d = \sigma \sin \omega t \cdot d\{\epsilon \sin(\omega t - \delta)\} \\ &= \sigma \sin \omega t \cdot \omega \epsilon \cos(\omega t - \delta) dt \\ &= \sigma \epsilon \sin \omega t \cdot \omega (\cos \omega t \cos \delta + \sin \omega t \sin \delta) dt \\ &= E \epsilon^2 \sin \omega t \cos \omega t \omega dt \\ &\quad + E \epsilon^2 \sin^2 \omega t \tan \delta \omega dt = dW_E + dW_\eta \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

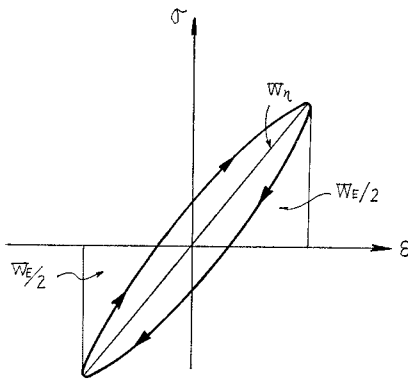


図-3 応力-ひずみ

この第1項  $dW_E$  は  $\omega t$  が0から  $2\pi$  までの1周期の積分を行なうと0になり、弾性ひずみエネルギーに相当する。その間の必要なエネルギーの絶対量は1/4周期、すなわち、 $\omega t$  が0から  $\pi/2$  までの積分の2倍であるから

$$W_E = 2 \int_0^{\pi/2} dW_E = \varepsilon^2 E \quad \dots\dots\dots(19)$$

第2項  $dW_\eta$  は  $\omega t$  が0から  $2\pi$  まで積分すると

$$W_\eta = \int_0^{2\pi} dW_\eta = \pi \varepsilon^2 E \tan \delta = \pi \varepsilon^2 \omega \eta \quad \dots\dots\dots(20)$$

となり、これだけの粘性損失エネルギーに相当する。損失率を求めると

$$W_\eta / W_E = \pi \tan \delta \quad \dots\dots\dots(21)$$

したがって、おくれ角  $\delta$  は次式となる。

$$\delta = \tan^{-1} \left( \frac{1}{\pi} \frac{W_\eta}{W_E} \right) \quad \dots\dots\dots(22)$$

次に、慣用の等価減衰定数  $h$  と前述の粘性係数  $\eta$  との関係を導いておくと次のようになる。 $h$  は次式で定義されているので

$$2\pi h = W_\eta / W_E \quad \dots\dots\dots(23)$$

$\eta$  は、

$$\eta = (\sigma_d / \omega \varepsilon_d) \sin \delta = \frac{E}{\omega} \sin \delta$$

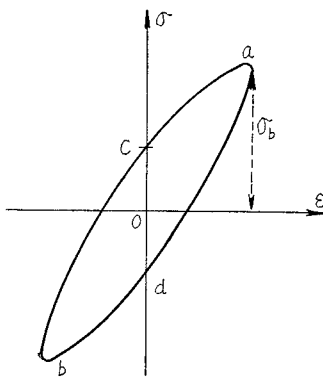


図-4 ヒステリシスの截片

$$= \frac{E}{\omega} \sin \tan^{-1} \left( \frac{1}{\pi} \frac{W_\eta}{W_E} \right) = \frac{E}{\omega} \sin \tan^{-1}(2h) \quad \dots\dots\dots(24)$$

となる。

$\delta$  を簡単に求める方法は 図-4 において

$$\sigma_d = \sigma_b \sin(\omega t + \delta), \quad \varepsilon_d = \varepsilon_b \sin \omega t \quad \dots\dots\dots(25)$$

とすると、 $\overline{CO}$  の截片は  $\varepsilon=0$  で  $\omega t=0$  なので

$$\overline{CO} = \sigma_b \sin \delta \quad \dots\dots\dots(26)$$

$$\delta = \sin^{-1}(\overline{CO} / \sigma_b) = \sin^{-1} \overline{cd} / 2 \sigma_b \quad \dots\dots\dots(27)$$

したがって、ヒステリシスループの截片  $\overline{cd}$  と  $\sigma_b$  を読みとって算定すればよい。

ヒステリシスループは Voigt 型粘弾性モデルと仮定すると

$$\sigma_d(t) = E \varepsilon(t) + \eta d \varepsilon(t) dt \quad \dots\dots\dots(28)$$

なので、この微分方程式を積分すると、応力とひずみの関係がより明確となり

$$\varepsilon(t) = e^{-(E/\eta)t} \left[ \frac{\sigma_b}{\eta} \frac{1}{\left\{ \left( \frac{E}{\eta} \right)^2 + \omega^2 \right\}} \cdot \left\{ e^{(E/\eta)t} \left( \frac{E}{\eta} \sin \omega t - \omega \cos \omega t \right) + \omega \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(29)$$

で表わされ、図-5 の例のように実測値を数値表現できる。

試作した装置を用い 10 カ所の岩盤で実施した試験値を整理したのが 表-2 である。軟岩の定義は明確ではないが、いまかりに静的繰返し弾性率  $E_s$  が約 10 000 kg/cm<sup>2</sup> 以下としておく。静的な繰返し荷重における弾性係数  $E_s$ 、動的な繰返し荷重における弾性係数  $E_d$ 、弾性波試験から算定された弾性係数  $E_v$  の間にはかなり差があり、比率  $E_d/E_s$  は岩質や試験の条件でかなりばらつくがおおむね 1.1~1.6 程度のようにみえる。比率  $E_v/E_d$  はかなりばらつくが、軟岩の領域ではおおむね 6~18 程度に見える。

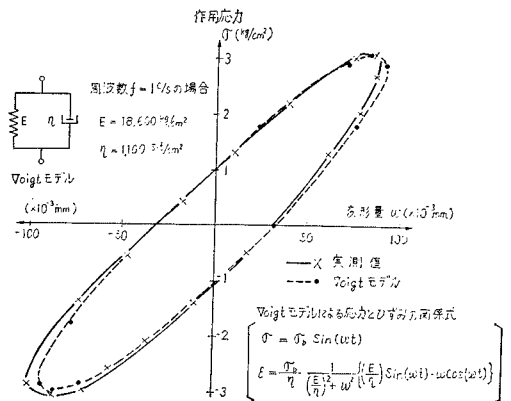


図-5 Voigt モデルと実測値によるヒステリシス曲線の比較の例

表-2 各種弾性係数比

岩種	静弾性係数 $E_s$ (kg/cm <sup>2</sup> )	動的繰返し弾性係数 $E_d$ (kg/cm <sup>2</sup> )	動弾性係数 $E_v$ (kg/cm <sup>2</sup> )	$E_d/E_s$	$E_v/E_s$	$E_v/E_d$
礫岩	36 700~43 900	65 400~81 500	320 300	1.6~2.0	7~9	3.9~4.9
頁岩と砂岩の互層	4 200~ 5 800	3 700~ 4 800	66 700	0.6~1.0	12~16	14~18
砂岩	5 000~16 500	11 000~23 000	130 000~160 000	2~4	8~10	6~12
細粒花崗岩	3 000~10 000	13 500~30 300 11 500~25 600	93 000~174 000 109 000~204 000	1.3~4 1.3~4	9~17 10~20	6~13 8~18
泥岩と砂岩の互層	8 300~ 8 550	8 200~49 200	49 200	1~6	5.8~6	1~6
	13 000~17 500	17 800~77 200	61 300	1~6	3.5~4.7	0.8~3.4
	12 400~19 900	20 000~89 900	71 400	1.6~4	3.6~5.8	0.8~3.6
斑レイ岩	11 000	20 400~22 500	—	1.9~2.0	—	—
輝緑岩	19 900	16 500~22 000	560 000	0.8~1.1	28	25~34
細粒石英閃緑岩	18 000	33 600~35 000	434 000	1.9	24	12~13
凝灰岩	100 000~160 000	230 000~250 000	430 000	1.9	2.7~4.3	1.8
	100 060	120 000~130 000	445 000	1.3	4.5	3.6
	30 000~ 35 000	50 000~ 60 000	415 000	1.7	12~14	7.7
	180 000~240 000	270 000~290 000	305 000	1.3	1.3~1.7	1.1
粘板岩	150 000~250 000	220 000~250 000	385 000	1.5	1.5~2.5	1.6
	90 000	110 000~125 000	445 000	1.3	5	3.9
細粒石英閃緑岩	18 400	22 000~24 000	—	1.3	—	—
	12 900	17 000~21 000	—	1.3~1.6	—	—

注:  $E_d$  は動的応力 20~30 t/m<sup>2</sup>, 周波数 1~3 c/s での値

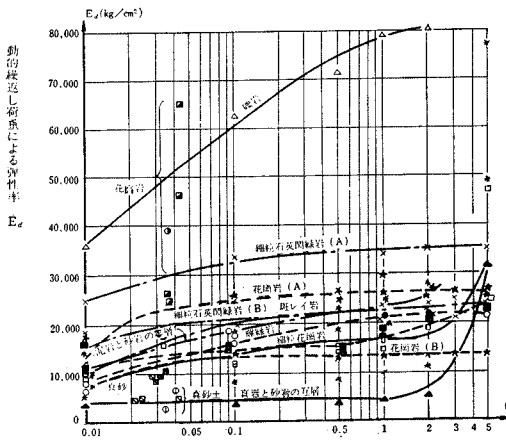


図-6 動的繰返し弾性率  $E_d$  と荷重周波数  $f$  の関係

動的繰返し弾性率  $E_d$  は 図-6 に示すように荷重の周波数が増すほど大きな値となる。この中で花崗岩の例、泥岩と砂層の互層の場合の例だけは、特異に増大する傾向となっているが、これは荷重ピストンが異状に摩擦を受けたのではないと思われる。

前述の所論により  $E_d$  を動的粘弾性率  $E$  と  $\eta$  に分離した結果は、図-7 および 図-8 のようである。前述の理論により係数を分離の結果、 $E$  は 図-7 のように、ほぼ荷重周波数  $f$  に無関係に、一定値に近くなった。しかし、 $\eta$  は 図-8 のように荷重周波数  $f$  が低い擬似的に静的な領域での  $\eta$  は大きく、周波数  $f$  が 1~5 c/s

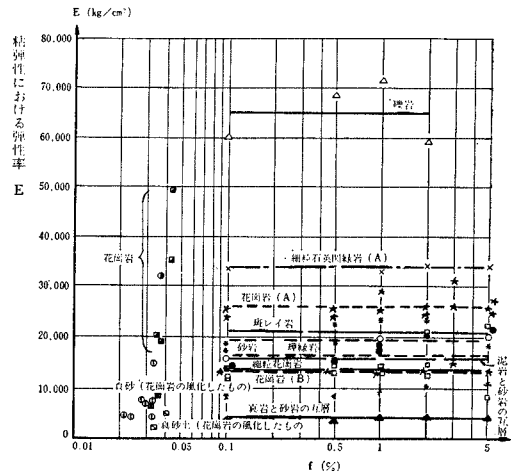


図-7 Voigt モデルとしての動的弾性率  $E$  と周波数の関係

での値と異なっている。これは試験荷重の履歴の関係、特に静的な試験を先行させてから動的な試験をひきつぎ実施したために荷重履歴による突き固まりの影響が有在するのかもしれない。今後、さらに吟味を加えたい。

しかし、実用上は、主要周波数帯域 1~5 c/s での  $E$  と  $\eta$  のおおよその値を知り得たので、あとで述べる動的応答解析において、基礎の底面の近傍の大きな動的応力を受ける領域だけは、この物性値を適用した。

さらに深い領域は動的応力が小さいので、従来の弾性波試験の値のほうを採用した。

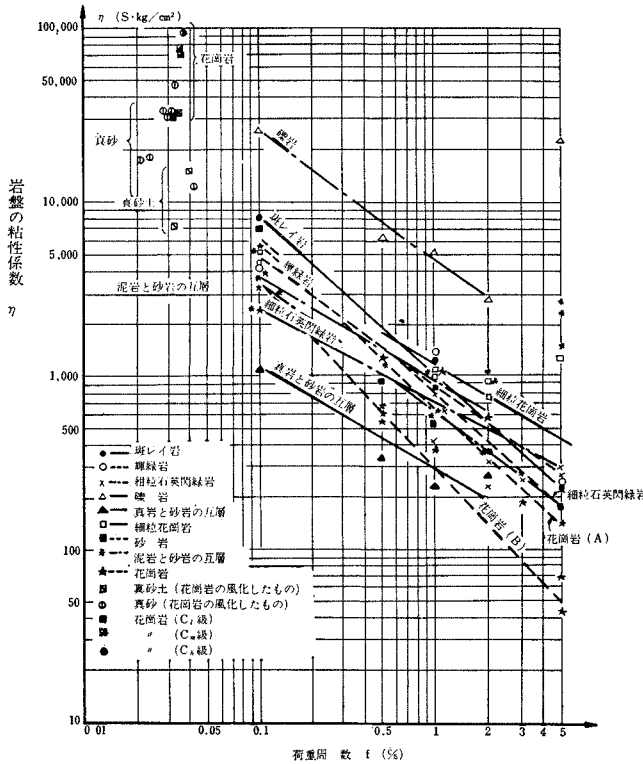


図-8 粘性係数 η と周波数 f の関係

### 3. 砂地盤の動的物性値

単純せん断で、砂に動的せん断ひずみ  $\gamma = 1 \times 10^{-4} \sim 2.5 \times 10^{-3}$  を  $1 \text{ c/s}$  で与えた Silver, M.L. らの実験<sup>1)</sup>によると、繰返し回数が進むにつれ少しずつせん断剛性  $G$  が高くなるが、10 回目位でかなり安定することを述べている (図-9)。

また周期的なせん断ひずみ  $\gamma$  が大きくなると剛性  $G$  はほぼ直線的に低下することを述べている (図-9)。鉛直応力が増すと剛性  $G$  は当然のことながら増大する (図-9)。

砂の減衰定数  $h$  は応力-ひずみ曲線のループに関し、次式で定義して用いられている。

$$h = \frac{1}{2\pi} \frac{\text{ヒステリシスループの面積}}{\text{弾性エネルギーを示す2つの三角形の面積}}$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{W_2}{W_E} \dots \dots \dots (30)$$

繰返し回数が多くなると  $h$  は減少の傾向をたどる (図-10)。

周期的せん断ひずみ  $\gamma$  が増すと  $h$  は増大する (図-10)。また、鉛直応力が増すと  $h$  は減少する。このように、砂についての減衰定数  $h$  が与えられているので、 $h$  を式 (24) によって  $\eta$  に変換し、また  $G$  より縦弾性係

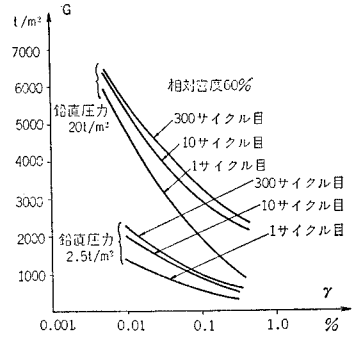


図-9 砂の剛性率  $G$  と動ひずみ  $\gamma$  の関係 (Silver ら, 1971)

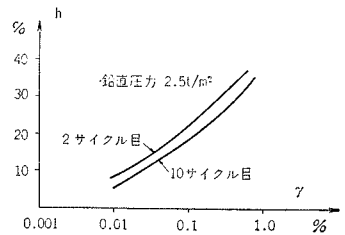


図-10 砂の履歴減衰定数  $h$  と動ひずみ  $\gamma$  の関係 (Silver ら, 1971)

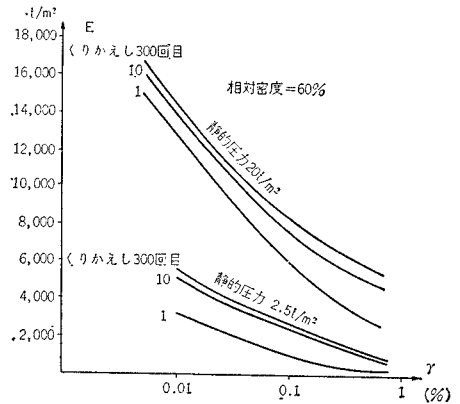


図-11 砂の動的繰返し弾性率  $E$  におよぼす動的せん断ひずみ  $\gamma$  の影響

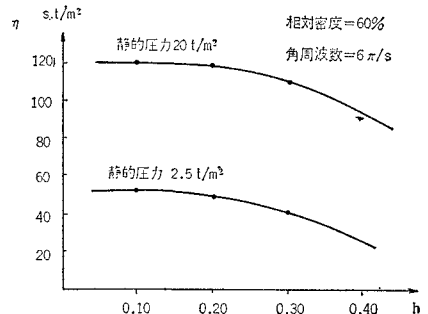


図-12 砂の減衰定数  $h$  と粘性係数  $\eta$  の関係

表-3 計算に用いた物性値

位置	EL(m)	動的弾性率 $E(t/m^2)$					動的粘性係数 $\eta(s \cdot t/m^2)$					ポアソン比					単位体積重量 $\rho(t/m^3)$	
		ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース5	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース5	ケース1	ケース2	ケース3	ケース4	ケース5	ケース1	ケース2-5
地上構造物	46~30 30~17 17~0	557 900 t/m <sup>2</sup> 557 900 1 173 000					2 250 s·t/m <sup>2</sup> 2 250 1 050					0.35					1.41 t/m <sup>3</sup> 2.73 3.02	
基礎コンクリート	0~-8	2 100 000					600					0.35					2.41	
基礎の横の地盤	-8~-10 (0~-8)	250 000	25 000	8 000	2 600	8 000	5 000	300	300	300	300	0.25	0.45			2.06	1.9	
基礎直下の地盤	-8~-10 (-8~-13)	300 000	40 000	8 000	2 600	8 000	4 150	600	300	300	300	0.43	0.40			2.06	2.0	
深い地盤	-10~-35 (-13~-35)	520 000	65 000	29 000	29 000	29 000	2 400	400	400	400	400	0.35	0.35			2.06	2.1	

( ) はケース1以外の場合

数  $E$  をポアソン比 0.35 と仮定して近似的に求めると、3 c/s の場合について、砂について 図-11 と 図-12 が得られた。これらの値を参考として、砂地盤の軟質度に応じた物性を 4 種類、表-3 のように選び、動的応答解析において、地盤内に粘性係数  $\eta$  を導入することにした。

#### 4. 連成震動解析の手法とモデル

地盤を三次元有限要素に分割し、各要素について動弾性率と粘性係数を与えた。三次元有限要素としては 4 面体のものを 6 個組合せて、6 面体として用いて全体の要素分割を容易にした。有限要素法による動的解析、特に三次元要素による場合のモード解析法については、さきに筆者らが報告した手法<sup>2)</sup> によっているので、ここでは省略する。

地上構造物は 65 000 t で、固有振動数は 4.8 Hz の建造物をモデルとした。

今回の手法に含まれている仮定および近似について若干述べておく。

1) 線型振動：地盤は激震時には  $E, \eta$  などの物性値が動的応力水準に応じて変化していく実態があるので、ここで取り扱ったように時間について一定値を適用することは当を得ない難点がある。すなわち、今後さらに非線型振動として発展させていく必要がある。

2) Voigt 型粘弾性モデル：地盤の内部粘性減衰を各有限要素の粘性係数  $\eta$  として表現した。しかし、動的繰返し応力下でのクリープ的なひずみの進行は省略されている。

3) 地上構造物のモデル：地上構造物のモデルは 図-13 のように方形の連続体とした。これは地盤と地上構造物を連続的な要素分割として取り扱えるので便利であるが、現実の複雑な地上構造物を表現するためには、多質点のばね-マス系の地上モデルのほうが妥当な場合が多いと思われる。一般的には地上構造物については多質点のばね-マス系とし、地盤についてはここで扱っている三次元連続体とする組合せがよいように思われる。

4) 地盤のモデル：地盤のモデルは 図-13 のように 174 自由度である。地盤深部は剛性が高いこと、基礎上の周辺地盤は動的ひずみが多いので剛性が低くなることなどを考慮に入れて、表-3 のように地盤内の物性をケース選択した。図-14 には鉛直断面、図-15 には水

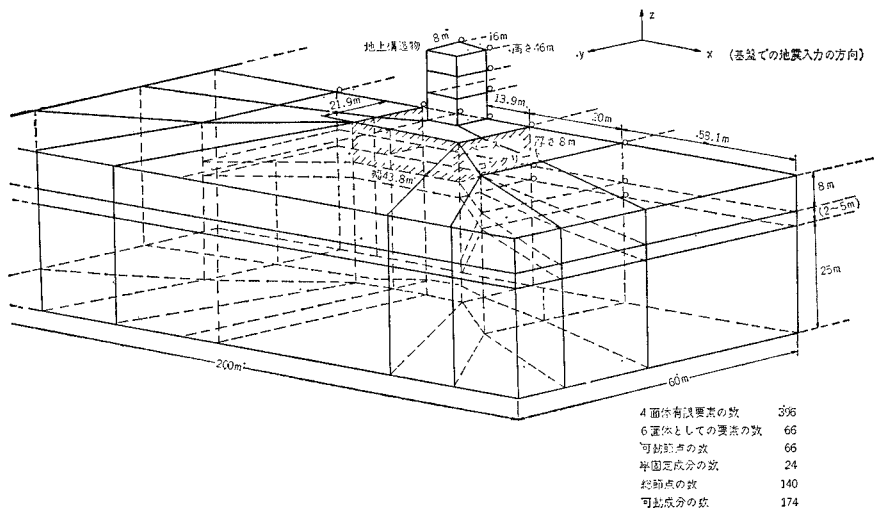


図-13 地上構造物と地盤の三次元有限要素モデル

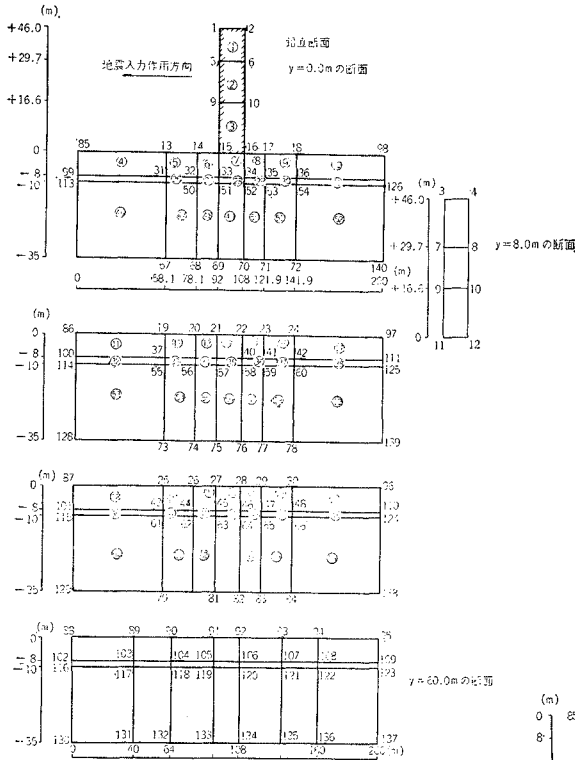


図-14 鉛直断面

平断面を示す。地盤内の多層状態を精度よく表現するには、まだ電算機の記憶容量が不足しているので、今後はさらに地盤での有限要素を増すための手法の開発、および一つの有限要素の中でひずみ分布の精度をあげるために、高次の形状関数を取り入れる Isoparametric 法<sup>3)</sup>を応用するなど改善の余地がある。入力としては今回は地盤のモデルの -35 m の底面と幅 200 m の側面で一定の入力加速度を与えた。この方法は簡便であるが、地盤の側方の境界面で変位を無視し得ると仮定していることによって応力波の反射が生じ、無限にひろがる地盤にくらべ波動の乱れが混入している心配がある。物理的には振動台上の土槽の底面と側面で同一の加速度を振動台によって与えたような振動実験と類似である。別な考えとして底面のみに入力を与え、側面は変形自由とすることが行なわれることがあるが、いずれも両極端であり、今後は側面で反射波を吸収するダッシュポットを配置する方法などが考えられなくてはならない。

5) 基礎工のモデル：基礎工としては今回はコンクリート製のマット基礎だけを検討の対象にした。このようなモデルについて地盤の軟質性による地震応答の変化および半地下収納による制震効果を論じた。しかし、砂地盤の場合は、材料の非線型変形が

著しいので、まだ近似度は低いと思われる。しかし慣用のばね-マス系の震動解析では考慮にいれがたい地上構造物の震動による震動エネルギーの地下逸散現象、および地盤の有する粘性によって生じる振動減衰などを近似的に考慮に入れる利点がある。

6) 入力地震波のモデル：深さ 35 m に仮定した基礎での入力地震波型は 2 種類を用いた。一つは標準的に用いられているが砂れき層の地上で観測された波型である El Centro 波であり、別の一つは泥岩の岩盤について、深さ 26 m で 1969 年 9 月 9 日に観測された泥岩中での数ガルの最大値の観測波である\*。それぞれのパワースペクトル分布は 図-16 に示すようである。

計算に用いた入力の最大加速度は、地中の基礎上で最大 300 gal と仮想した。この値は、仮想的に、現実によりうる最大に近い値を採ってみた。また本来、加速度の大きさによって、波型は異なるものと思われるが、この課題は今後の課題としたい。

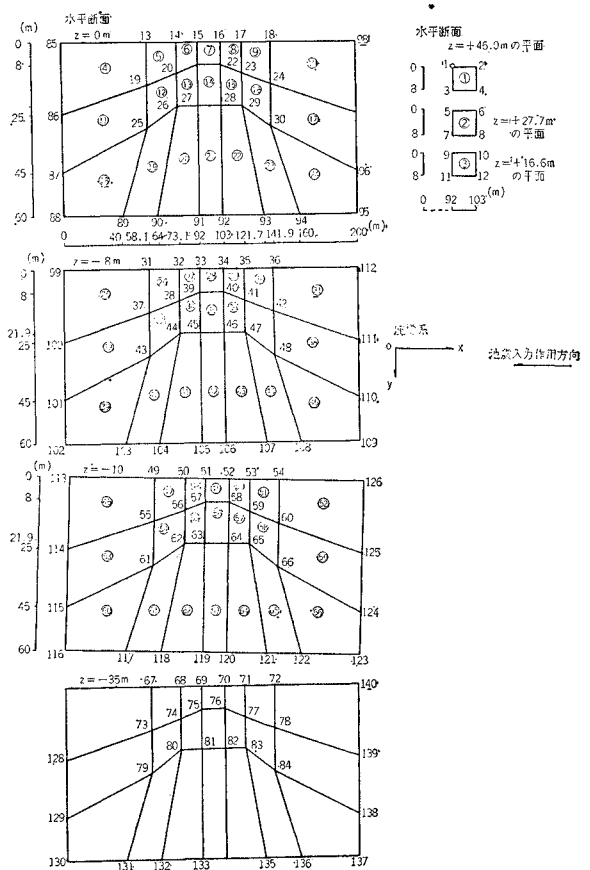


図-15 水平断面

\* この観測波は中部電力により測定されたものである。

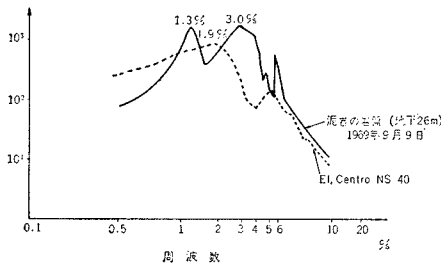


図-16 泥岩の岩盤中での観測波と El Centro NS 40 の観測波のパワースペクトル

5. 連成震動応答数値解析の結果と考察

地盤の軟質度を表-3のように、ケース1からケース5までを泥岩、硬い砂地盤、軟かい砂地盤、ごく軟かい砂地盤、軟かい砂地盤での半地下収納の5ケースとして、かりに表現した。地盤の  $E$  については前述の結果を参考にし、かつ、フーチング直下の地盤では、動ひずみ水準が地盤の深いところより高いので、 $E$  を小さく選択し、表-3の中に記したように、ケース1からケース5についてそれぞれ  $300\,000\text{ t/m}^2$ 、 $40\,000\text{ t/m}^2$ 、 $8\,000\text{ t/m}^2$ 、 $2\,600\text{ t/m}^2$ 、 $8\,000\text{ t/m}^2$  とした。ちなみに、今回の検討の場合の静的な圧力は、マットコンクリートと地盤との接触部で約  $30\text{ t/m}^2$  である。

次に、地盤の  $\eta$  は 図-4 を参考してケース1からケ

ス5について、フーチング直下の地盤では、それぞれ  $4\,150\text{ s.t/m}^2$ 、 $600\text{ s.t/m}^2$ 、 $300\text{ s.t/m}^2$ 、 $300\text{ s.t/m}^2$ 、 $300\text{ s.t/m}^2$  とした。

地盤の軟質度はここでは単純に接触部の  $E$  で代表させたが、これはごく近似的な表現で

あり、物性的には相対密度、静的圧力、飽和度、そのほか数々の要因の影響をうけるので、現実の検討対象となる地点ごとに今後さらに実情にあわせた研究を要する。

今回の数値解析で得られたおもな考察を以下に述べる。

(1) 系の固有周期と地盤の軟質度の関係

地盤の軟質度をフーチング直下での動的弾性率  $E$  で表わし、計算の結果、連成系の固有周期がケース1からケース5まででどのように変化したかを示したのが 図-17 である。この図により、地盤が軟質になるほど連成系の固有周期が著しく長くなるのがわかる。したがって、軟質地盤では、地上構造物の固有周期よりも地盤の卓越周期特性に強く支配されて震動性状が決まると考えられる。ケース5はケース3を半地下式にした場合であり、ケース3にくらべケース5は連成系の固有周期が長くなっている。すなわち、半地下収納によって、さらに地盤の影響を強く受ける傾向にあることを示している。

(2) 系の震動モードと地盤の軟質度との関係

図-18には左から右へケース1からケース5までの震動モードの変化を示してある。最上段は1次モードである。1次モードに着目して見ると、ケース1のように地盤が比較的硬い場合には、地上構造物のロッキングが卓越するのに対し、ケース3やケース4のように地盤が軟かくなると、地上構造物と地盤がともにスウェイをするような地盤のせん断振動が卓越してくる傾向にあることがわかる。次に、この 図-18 を縦にみると、1次モードから3次モードまでの変化をみる事ができる。たとえば、軟かい砂地盤であるケース3を縦にみると、1次モードは地盤のスウェイが卓越し、2次モードは地盤のロッキング、3次

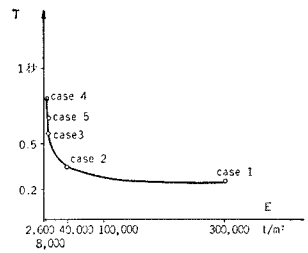


図-17 地盤の動弾性率  $E$  と連成震動系の一次固有周期  $T$  の関係

表-4 地震応答計算結果の要約

ケース	1	2	3	4	5*	
地盤	泥岩	硬い砂	軟かい砂	ごく軟かい砂	半地下収納(軟かい砂)	
基盤入力加速度 (ガル)	300	370	370	370	370	
水変位	構造物頂部 (cm)	1.7	11	20	12	16
	ベースコンクリート (cm)	0.12	3	10	8	9
鉛変位	構造物頂部 (cm)	0.21	1.4	1	0.6	1
	ベースコンクリート (cm)	0.06	0.9	2.6	1.4	2
水平加速度	構造物頂部 (ガル)	975	4150	2800	900	1600
	ベースコンクリート (ガル)	324	1000	1400	600	800
	ベース直下2mの地盤 (ガル)	324	750	800	350	550
せん断力	構造物底部 ( $\text{t/m}^2$ )	51	220	180	64	160
	ベース直下の地盤 ( $\text{t/m}^2$ )	12	20	30	12	30
水応力	ベースの側面の地盤 ( $\text{t/m}^2$ )	4.5	15	20	5	20
	ベース直下の地盤 ( $\text{t/m}^2$ )	13.5	26	24	8	20
周期	一次モード (秒)	0.24	0.34	0.56	0.79	0.67
	二次モード (秒)	0.11	0.27	0.37	0.47	0.46
	三次モード (秒)	0.10	0.21	0.33	0.45	0.40
	応力周期 (秒)	0.30	0.34	0.55	0.56	0.70
減衰定数	一次モード	0.02	0.03	0.06	0.16	0.06
	二次モード	0.10	0.03	0.07	0.23	0.08
	三次モード	0.17	0.06	0.10	0.25	0.09

\* 半地下収納の場合の地盤表面は EL 17 m とした。



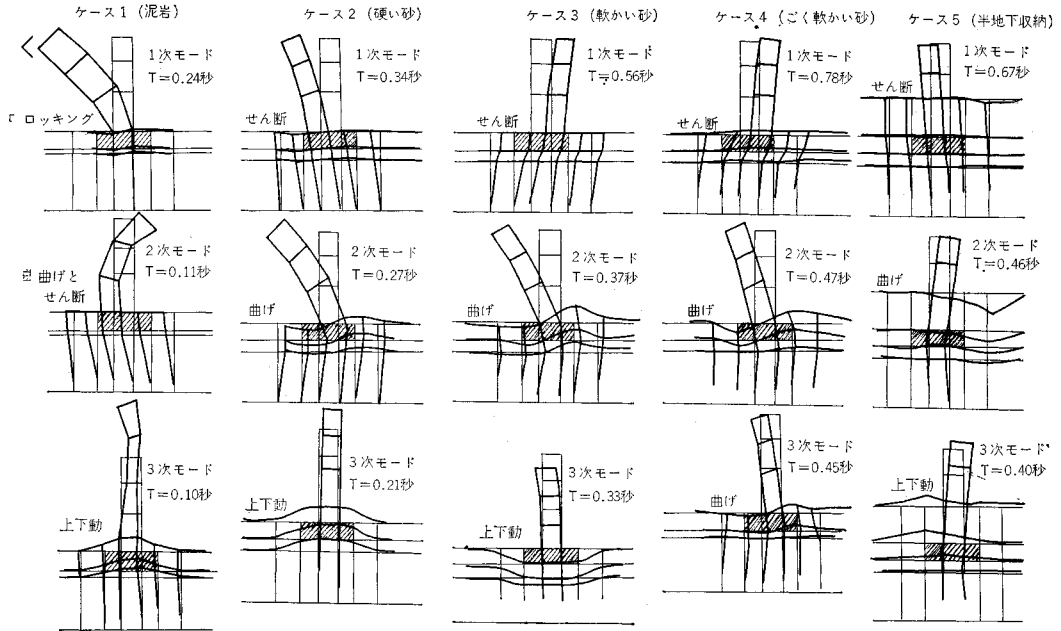


図-18 地盤の軟かさと振動モードの関係

モードは地盤の上下動が卓越していることを示している。これに対し、かなり硬い地盤のケース1の泥岩の場合には、1次モードがロッキング、2次モードがスウェイと前述と逆の傾向にある。これは硬質地盤では地盤の影響よりも地上構造物の振動に支配されて地盤表面が局部的に変位するためと思われる。

(3) 系の粘性減衰定数と地盤の軟質度との関係

連成系の粘性減衰定数  $h_n$  は、各振動次数  $n$  に対して、次式で求めることができる<sup>2)</sup>。

$$h_n = \frac{1}{2\omega_n M_n} \{\varphi_n\}^T [C] \{\varphi_n\} \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 $\omega_n$  は第  $n$  次の固有の角振動数、 $M_n$  は  $n$  次の基準質量で

$$M_n = \{\varphi_n\}^T [M] \{\varphi_n\} \dots \dots \dots (32)$$

であり、 $\{\varphi_n\}$  は  $n$  次のモードベクトル、 $\{\varphi_n\}^T$  はその転置ベクトル、 $[M]$  は系の質量マトリックスである。 $[C]$  は系の減衰マトリックスであり、各有限要素の粘性係数  $\eta$  に基づいて、各有限要素の粘性減衰行列  $[C]^e$  を重ね合わせて算定した<sup>2)</sup>。

$$\sigma = E\epsilon + \eta \frac{d\epsilon}{dt} = E\epsilon + \lambda \frac{E(1-\nu)}{(1+\nu)(1-2\nu)} \frac{d\epsilon}{dt} \dots \dots \dots (33)$$

$$[c]^e = \lambda[k]^e, \lambda = \eta[D]^{-1} \dots \dots \dots (34)$$

ここに、 $[k]^e$  は各有限要素の剛性行列、 $[D]$  は応力ひずみの係数行列である。計算の結果、連成系のモードの粘性減衰  $h_n$  は、1次、2次、3次の各モードに対して、それぞれ 表-4 の下に示したようになった。すなわち、

泥岩の基盤では1次のロッキングモードに対し2%、軟かい砂地盤では1次のスウェイモードに対し6%、2次のロッキングモードに対し7%、ごく軟かい砂地盤の場合

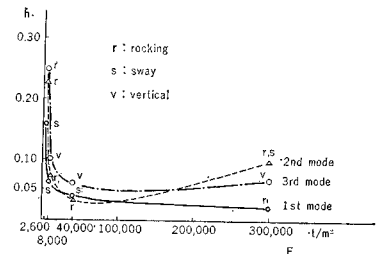


図-19 地盤の弾性率  $E$  と、連成震動系の粘性減衰定数  $h$  の関係 (表-4 参照)

には1次のスウェイモードに対し16%、2次のロッキングモードに対し23%、3次のごく2次に近接した固有周期のロッキングモードに対しては25%となり(図-19)、すなわち、地盤が軟質になると系としての減衰定数  $h$  は著しく増加する傾向にあることがわかる。次にケース3を半地下収納形式にしたのがケース5であるが、両ケースには特に大きな減衰定数の差は認められない。したがって、半地下収納による制震効果が後述のように出る原因は地盤の粘性効果というよりは、形状の効果によるものと考えられる。

地下逸散減衰<sup>5)</sup>については、別途研究を進めることにしたい。

(4) 地震加速度の地表での増幅と地盤の軟質度の関係

基盤より地表層を経て地上構造物への地震加速度の増

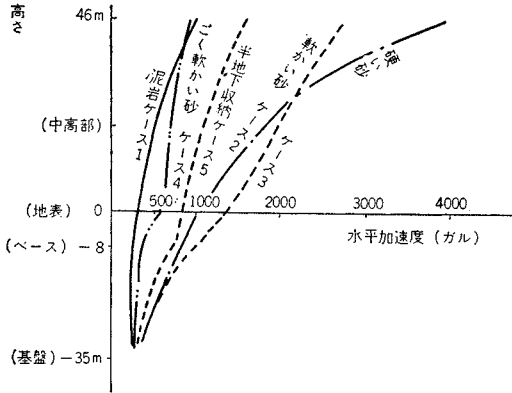


図-20 地盤の違いによる加速度増幅の違い

幅を計算したのが 図-20 である。この図は、基盤入力としては 300 gal に拡大して調整した泥岩での観測入力波型に対する応答である。別に El Centro の入力波に対しても計算を実施したが、表-5 に示すように両者の結果にあまり差は認められなかった。泥岩中での入力波型の場合の結果をここでは論じておく。図-20 より基礎直下の地盤の E と加速度応答の関連を調べてみる。ケース 1 の泥岩の地盤を基準に考えてみると、硬い砂地盤であるケース 2 の場合には、地上構造物で著しい加速度増幅を示すのに対し、ケース 4 の軟かい砂地盤での加速度増幅はきわめて小さく、ケース 1 の泥岩の地盤の場合とあまり変わらない結果となった。しかし、あとで述べるが動変位の増幅は留意すべきである。上述の加速度増幅の傾向を地盤の軟質度との関係で示した 図-21 によると、軟かい砂地盤のケース 3 にくらべ、ごく軟かい砂地盤のケース 4 の値は加速度は約半減している。

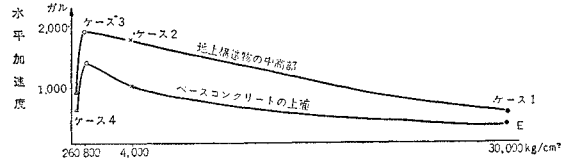


図-21 地盤接触部の動的弾性率と応答加速度の関係

この現象は主としてごく軟かい地盤では減衰定数が大きくなったためであり、そのほかに地上構造物の固有周期 0.21 秒と地盤の卓越周期との相互関係に起因しているものと考えてよいであろう。すなわち、前述のように連成震動の卓越周期は地盤が軟かくなると長周期側に変化する傾向にあるため、地盤の卓越周期は地上構造物の固有振動周期とずれるので、地上構造物の震動加速度が小さくなる結果となったものと理解できよう。次に、図-22 の上段には泥岩地盤、下段には軟かい砂地盤の場合の加速度応答の時間的変化を比較してある。この図よりも地盤の軟かさにより応答周期がかなり異なることを理解できる。

次に半地下収納による加速度応答の抑制の効果は、図-20 のケース 3 とケース 5 の比較によって明らかであり、約 60% に応答値を抑制しうることが示されている。上下動の加速度成分も計算されたが、紙面の都合で省略するが、水平動に対し約 40% 程度であった。

(5) 動的水平変位の増幅と地盤の軟質度の関係

図-23 には地盤内と地上構造物内の動的水平変位の時系列での最大値の高さ方向の分布を 5 つの地盤条件の場合について比較してある。この図より、変位応答についてはおおむね地盤が軟質になるほど大きな応答を示す

表-5 基盤の入力波形の違いによる応答の差異

ケース		1		2		3		4		5	
地盤		泥岩		硬い砂		軟かい砂		ごく軟かい砂		半地下収納 (軟かい砂)	
基盤の入力波形		泥岩での岩波	El. Centro 波	泥岩での岩波	El. Centro 波	泥岩での岩波	El. Centro 波	泥岩での岩波	El. Centro 波	泥岩での岩波	El. Centro 波
水平変位 $\delta_x$	構造物頂部 (cm)	1.7	—	11	12	20	19	12	11	17	16
	ベースコンクリート (cm)	0.1	—	3	3.5	10	9	8	7	9	8
鉛直変位 $\delta_z$	構造物頂部 (cm)	0.2	—	1.4	1.6	1.0	1.0	0.6	0.6	1.0	0.8
	ベースコンクリート (cm)	0.06	—	0.9	1.1	2.6	2.4	1.4	1.4	2.0	2.0
水平加速度 $\delta_x$	構造物頂部 (ガル)	975	—	4 150	4 450	2 800	2 950	900	1 000	1 600	1 600
	ベースコンクリート (ガル)	324	—	1 000	1 100	1 400	1 200	600	500	800	700
	ベース直下の地盤 (ガル)	324	—	750	800	800	550	350	300	550	440
せん断応力 $\tau_{zx}$	構造物底部 (t/m <sup>2</sup> )	51	—	220	220	180	185	64	48	160	160
	ベース直下の地盤 (t/m <sup>2</sup> )	12	—	20	20	30	20	12	8	30	20
水平応力 $\sigma_x$	ベースコンクリート側面の地盤 (t/m <sup>2</sup> )	4.5	—	15	15	20	15	5	3	20	10
鉛直応力 $\sigma_z$	ベースコンクリート直下の地盤 (t/m <sup>2</sup> )	13.5	—	26	30	24	19	8	10	20	20
応力周期 $T$	地盤応力の周期 (秒)	0.30	—	0.34	0.35	0.55	0.52	0.56	0.60	0.70	0.70

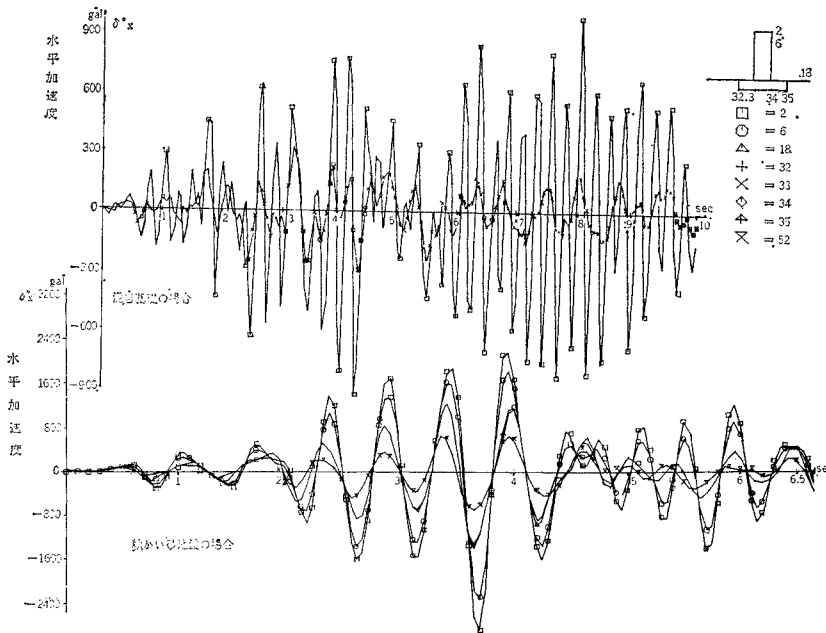


図-22 地盤の違いによる加速度応答の違い

続体の計算であることは念頭において解釈すべきであり、地盤が液状化を生じた場合に生じるずれの影響は今後の課題である。また、半地下収納のケース5の場合はケース3にくらべ約15%だけの変位抑制効果が見られる。

図-24には基礎コンクリート下面と地上構造物の中高部の位置について、横軸に地盤の $E$ をとり、縦軸に動的水平変位をとって地盤の軟質度と変位応答の関連を示した。図-25には泥岩の岩盤基礎の場合と、軟かい砂地盤の場合での変位の周期の異なる様子を示してある。

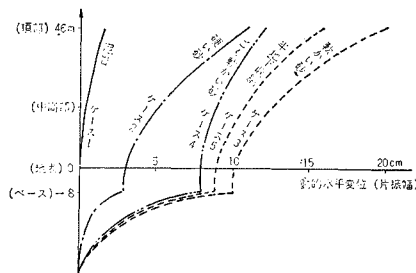


図-23 地盤の違いによる動的水平変位の違い

(6) 基礎面の動的応力と地盤の軟質度との関係

表-4 および 図-26 に記したように、基礎面の直下の鉛直応力の最大値  $\sigma_z$  は、泥岩の場合の  $13.5 \text{ t/m}^2$ 、硬い砂地盤で  $26 \text{ t/m}^2$ 、軟かい砂地盤で  $24 \text{ t/m}^2$ 、ごく軟かい砂地盤では  $8 \text{ t/m}^2$ 、軟かい砂地盤での半地下収納では  $20 \text{ t/m}^2$  となった。応力の周期特性については、図-27 に示したように泥岩基礎の場合に比し、軟かい砂地盤の場合には長い周期になる。図-28には軟かい砂地盤の場合の最大加速度応答時の瞬間的せん断応力  $\tau_{zx}$  の分布の例を示す。この  $\tau_{zx}$  の結果と直圧力  $\sigma_z$  の結果をそれぞれ静的応力と組合せてのちに、地盤内の安全率の分布および地震時の砂地盤の液状化に対する検討を、たとえば Seed らの手法<sup>4)</sup>によって行なうことができる。Seed らは自然地盤の震動に着目しているが、ここで述べたような方法をとれば、地上構造物の震動特性の地盤への影響がより正確に導入できるものと考えられる。

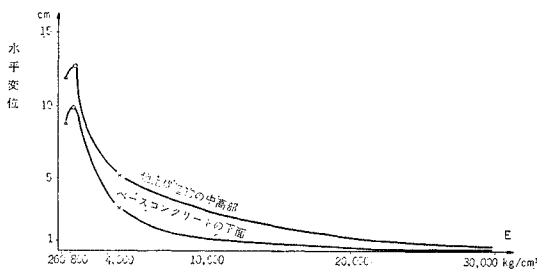


図-24 ベースコンクリート直下の地盤の動弾性率と水平変位の関係

(7) 半地下収納による制震効果

軟かい砂地盤の場合のケース3と、地上構造物の半地下収納の場合のケース5を比較することによって、半地下収納による制震効果を要約すると今回の例では

- 1) 半地下収納によって地上構造物の加速度は約60%に減少する(図-20)
- 2) 動的変位は約85%に減少する(図-23)
- 3) 動的応力は約85%に減少する

ものと考えてよいが、特記すべきは、ごく軟質なケース4の場合にはかえって変位応答が小さくなっていることである。

この現象はさきに(4)で述べた加速度の現象と同様の理由によるものである。しかし、この計算は基礎コンクリートと地盤とのせん断的なずれを生じないとした連

ことなどが認められる。

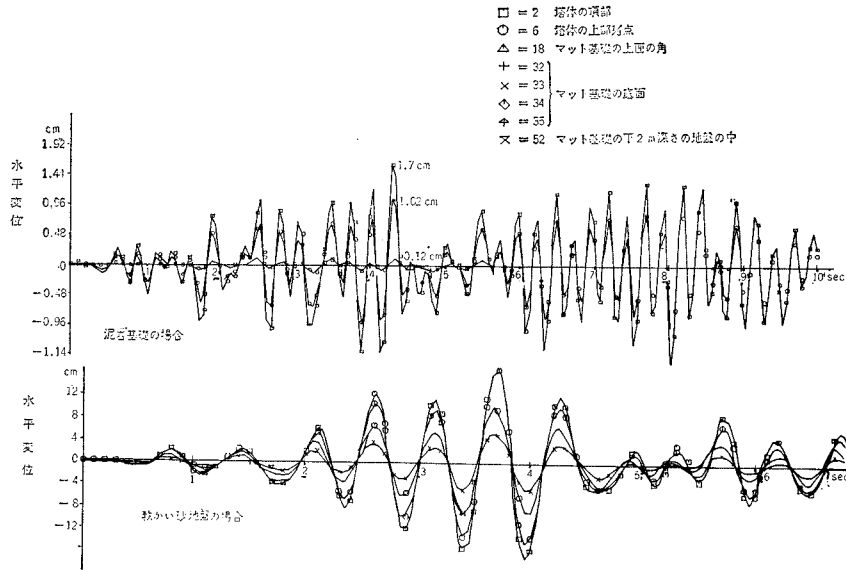


図-25 地盤の違いによる変位応答の違い

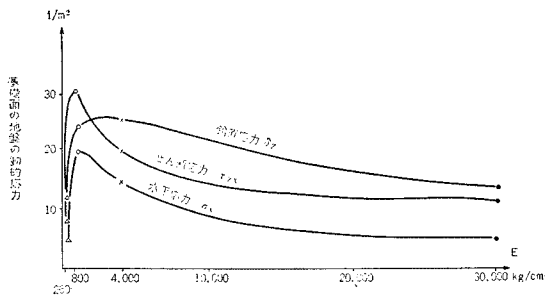


図-26 ベースコンクリート直下の地盤の動弾性率と地盤の動的応力の関係

### 6. 結 論

(1) 軟岩での動的繰返し载荷試験による動的粘性係数を実験的に求め、軟岩および砂地盤での軟質地盤の動的粘性係数を考慮し、地上構造物と三次元地盤との連成震動解析を有限要素法により三次元的なモード解析によって実施した。この方法は従来のばね-マス系と地盤反力係数を用いる慣用法にくらべて、多層地盤の特性を考

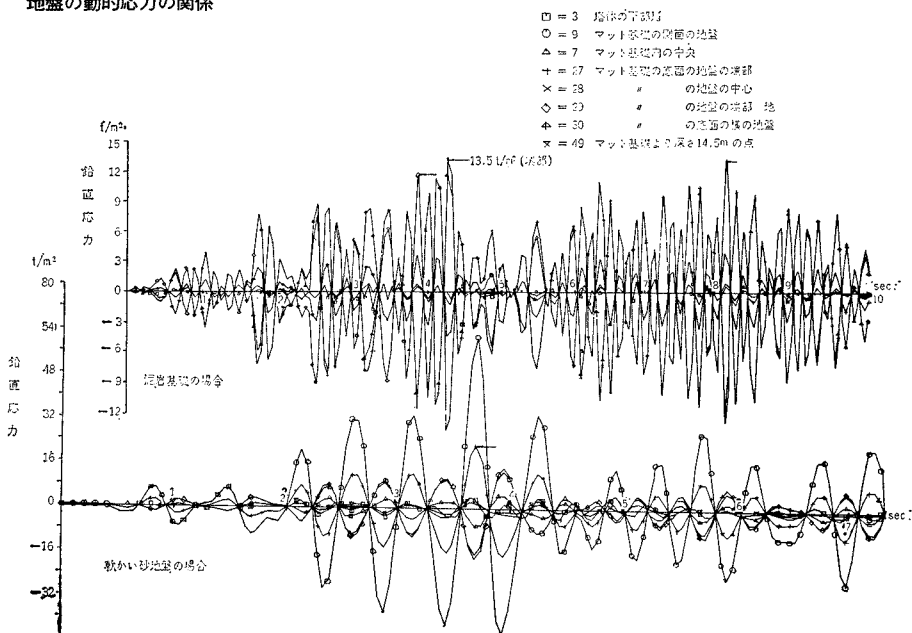


図-27 地盤の違いによる応力応答の違い

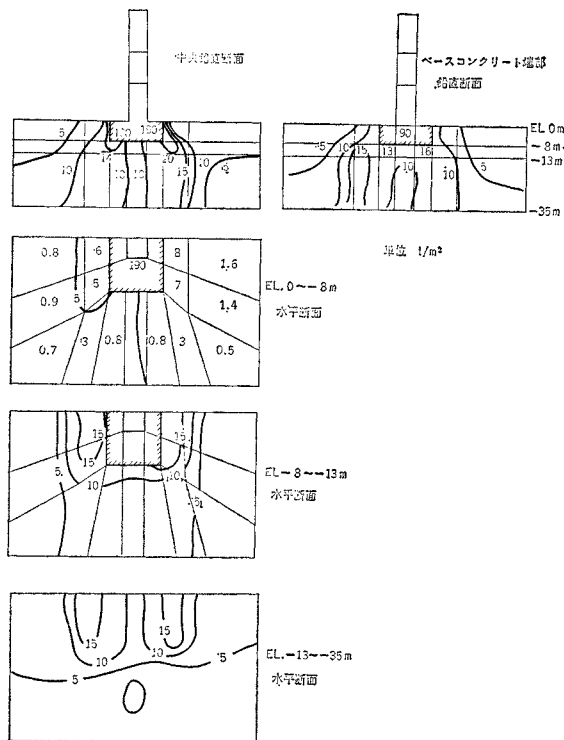


図-28 最大変位応答時の地盤内の動的水平せん断応力  $\tau_{zx}$  の分布の例 ( $t/m^2$ )

慮しやすく、かつ、地盤の動的粘性係数を地盤内の各所で導入できるので、地盤の粘性減衰に関する物性的根拠が明確となる。また、地盤を三次元的な拡がり近似ではあるが考えるので、地盤内への地上構造物の震動エネルギーの逸散効果を近似的に考慮に入れることができる。しかし、非線型振動については今後の課題である。

(2) 地盤の動的粘性に関しては、応力とひずみの関係のヒステリシスから Voigt 型の粘弾性モデルとして粘性係数を導き、震動解析の手法に導入した。そして数値解析の結果、地盤震動に由来する連成系のみかけの粘性減衰定数を算定した。その値は、地盤の軟質度によって大きく異なり、泥岩基礎の場合は1次のロッキングモードに対し2%、軟かい砂地盤では1次のスウェイモードに対し6%、2次のロッキングモードに対し7%、ごく軟かい砂地盤の場合には1次のスウェイモードに対し16%、2次のロッキングモードに対し23%、3次のごく2次に近接した固有周期のロッキングモードに対し25%となり、地盤の軟質度によってかなり異なることが示された。

(3) 動的応答は地盤が軟質になるほど大きくなるのではなく、その傾向に一つの変曲点があり、ごく軟質になると加速度応答、変位応答ともに小さくなる場合がある。これは地盤が軟質になると減衰定数が増したことのほかに、連成震動の卓越周期が地盤の長い固有周期に支配され、地上構造物の短い固有周期の全体系への影響がかなり小さくなるためである。しかし、砂地盤の液状化などが部分的に生じると、地上構造物は地盤との接触部で不連続な動きをすることが予想されるので、変位応答が実際に小さくなるかどうかは今後の課題であり、今後、非線型な過渡現象の究明に進まなければならない。

(4) 泥岩基礎では0.21秒程度の固有周期で地上構造物のロッキングが卓越しているのに対し、軟かい砂地盤では0.57秒程度の長周期が連成震動として卓越し、地上構造物と地盤が一体となって揺れるようなスウェイする振動成分が卓越してくる。したがって、地盤が軟質になるほど、連成震動の解析が必要になる。また、軟質地盤になると地上構造物の振動が長周期側に卓越してくるので、地上構造物中の短い固有周期を有する収納構造物の応答は、軟質地盤の場合には必ずしも増幅されないであろう。

(5) 構造物を半地下に収納し、周囲を十分に本来の地盤の程度にまで埋め戻すことができれば、今回の場合加速度は約60%に、動的変位や応力は約85%に減少させることがわかった。この検討は約65000トンの地上構造物を念頭において検討したのであるが、橋脚や地中壁などのほかの構造物の場合もここで述べた検討手法は同様に用いるものと思われる。

今後は、三次元地盤内での非線型震動の解析に進む必要がある。また、激震時の挙動の実験によって信頼性を検証する必要がある。

末筆ながら、日大 田治見宏教授に、研究の途中で懇切な指導をいただいたことに謝意を表したい。

参考文献

- 1) Silver, M.L. and Seed, H.B.: Deformation Characteristics of Sands under Cyclic Loading, Proc. of A.S.C.E., Vol. 97, No. SM 8, Aug. 1971, pp. 1081~1097
- 2) 林 正夫・北原義浩・駒田広也: 連続体の三次元震動解析, 電力中央研究所報告, No. 71013, 1971
- 3) Zienkiewicz, O.C.: Finite Element Method in Engineering Science, 1970
- 4) Seed, H.B. and Idriss, I.M.: Simplified Procedure for Evaluating Soils Liquefaction Potential, Proc. of A.S.C.E., SM. Vol. 97, No. 9, 1971
- 5) 田治見宏: 建築振動学, コロナ社 1970

(1972.12.23・受付)  
(1973. 5.17・再受付)