

一对の渦を伴った平板の後流モデル

WAKE MODEL OF THE PLATE WITH A PAIR OF VORTICES

沢 本 正 樹*

By Masaki Sawamoto

1. はじめに

物体背後のはく離のある流れを理論的に取り扱うこととは古くから試みられている。古くは Kirchhoff のモデルがあげられる。これは後流を死水と考え、死水域内の圧力が一定になるように自由流線の形を決定していくものである。しかし、そのあざやかさにもかかわらず、死水域が無限遠まで続くこと、平板の抗力係数が 0.88 と実験的に知られている値 2.0 の半分弱であることで、必ずしも平板の後流を表わすものとしては満足のいくものではない。これらの欠点を克服するために Rochko のモデル、Ribouchinsky のモデル、出戻り型ジェットのモデルなどの改良モデル¹⁾も考案されているが、流れとしては逆に不自然なものとなっている。

これら死水の自由流線を求める手法と異なり、はく離流線を求めようとする手法もある。これは物体の内部や表面に singularity をおいたり、循環を重ねたりすることにより、流線を特定の点よりはく離させるものであり、Kutta-Joukowski の平板翼理論の手法から出発したものである。これに属するものとして、日野・白砂²⁾は平板の背面に吹き出し、吸い込みをおいてはく離流線を求め、実測のはく離流線とのよい一致を見ている。しかし、これも平板背後の流れの構造に不自然さが残ることはいなめない。

これらはいずれも問題を定常として扱っている。ところが物体の背後の流れは、特殊な場合を除けば、Kármán 渦の放出に見られるように非定常なものである。近年になり Fromm-Harlow³⁾ は渦度方程式を大型電子計算機で数値的に解き、流れに含まれる非対称性が、物体背後で渦に影響し、Kármán 渦が放出されていく様子を、流線、流跡線、渦度分布などとして、プラウン管上に再現することに成功した。この研究では抗力係数も一般に

知られている値とよく一致している。はく離のある非定常の問題としては、構造物の耐風設計上の要求から、充腹断面の変動揚力の算定モデルがいくつか提案されている⁴⁾。これは Kármán-Sears⁵⁾ の翼の振動に伴う変動揚力の算定法にならったものであるが、翼の後流とはく離のある後流とは、本質的にかなり異なるものであり、流れ自身のモデル化としてはあまり忠実でない。

ところで、実際の後流はどのようなものであろうか。必ずしも簡単に論することはできないが、多くの場合、後流には無数の小さな渦またはいくつかの比較的大きな渦が観察される。渦が無数にある場合には、流れははげしい乱流であり、解析的に扱うことは困難である。しかし、少数の比較的大きな渦がある場合には、流れを解析的に扱うことは不可能ではない。流れの中におかれた渦の抗力に果たす役割に注目して、渦の位置、強さなどを実験より定め、抗力の変化を計算した論文はいくつかある。Sarpkaya-Garison⁶⁾ は一様な加速度の流体中に置かれた円柱の後に形成される渦の強さ、成長、位置を測定し、それを理論と結びつけ、抗力係数、慣性係数が流体の相対変位の関数であることを示した。これは、Keulegan-Carpenter⁷⁾ が交番流中におかれた物体の抗力が、周期パラメーター $U_m T/D$ に関係していると述べたことを裏付けるものである。ここに U_m は正弦変化する流れの最大流速、 T は周期、 D は円柱の径または平板の幅である。また、Paape-Breusers⁸⁾ は、前出の Keulegan-Carpenter の実験に基づき、平板から放出された渦が、一様流によって直線的に流されるとして抵抗係数、慣性係数を求め、さらに垂直におかれた杭に働く波力を計算している。しかし、これらは渦の運動などを実験にたよっており、流れ全体を解析的に扱うには至っていない。一般に流れの中におかれた渦は、その中心に、自分以外の流れの要素によって起こされる流れのままに流される。これの大規模なものとしては二つの台風が相互干渉し、回転する藤原効果があげられる。二次元の複

* 正会員 東京工業大学助手 工学部土木工学科

数個の渦の運動はハミルトンの正準方程式で表わされるが、渦が数個のときには流れを計算して渦を追跡してもそれほど手間のかかるものではない。著者は渦を用いて後流を記述することを目指し、渦の発達その限界などについていくつかの仮定をもうけ、今回はそれを単純な交番流中の平板の後流に適用しようと試みた。用いた仮定は次のものである。

1. 平板、角柱などの鋭角部を有する物体のまわりでは、鋭角部で速度が無限大にならないように渦が放出される。
 2. 放出された渦は自身が起こした流れ以外の流れによって流される。それとともに鋭角部の速度を有限に抑え続けるために発達する。
 3. 渦は発達はするが、粘性の効果を除けば減衰することはない。
 4. 鋭角部での条件が満たしきれなくなったときに、次の渦が放出される。

これらの仮定は、渦の運動学であり、力学的な面はほとんど含まれていない。今回の試みは、ひたすら運動学的に流れを再現することによって、抗力などの力学的な性質が、どの程度再現されるかを調べようとするものである。

工学的にみると、流れを再現させることよりもさらに物体に働く力を求めることが重要である。物体のまわりの流れが求まった場合には、物体の表面上で圧力を計算し、それを数値積分することは可能である。しかし、この方法は、特殊な形の物体や、流れが非定常な場合にははなはだ面倒なものであり、あまりすすめられない。Taylor⁹⁾ 以下の一連の研究により流れの中におかれた物体の仮想質量は純回転運動を除き物体内部の singularity を評価することにより求まるようになった。また、抗力揚力はいわゆる拡張された Lagally の定理として次のように求まる¹⁰⁾。すなわち、物体表面での圧力分布は Bernoulli の式より、

$$\frac{\dot{P}}{\rho} = - \left(\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{q^2}{2} + \Omega \right) + F(t)$$

二次元では、物体に働く力の x, y 方向成分 X, Y は

$$X = -\oint pdy, \quad Y = \oint pdx$$

この積分中, ϱ は浮力になるだけで別途に計算する。また, $F(t)$ に関する積分は 0 になるので無視してよい。いま, p , X , Y を $\partial\phi/\partial t$ に関する項と, $q^2/2$ に関する項とに分けると、

$$X_1 = -\oint p_1 dy \quad X_2 = -\oint p_2 dy$$

$$Y_1 = \oint p_1 dx \quad Y_2 = \oint p_2 dx$$

$$p_1 = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad p_2 = -\rho \frac{g^2}{2}$$

それぞれ X_1, X_2, Y_1, Y_2 を求めると

$$\left. \begin{aligned} X_1 + iY_1 &= -i \oint \frac{\partial f}{\partial t} dz \\ X_2 - iY_2 &= \frac{i}{2} \oint \left(\frac{df}{dz} \right)^2 dz \end{aligned} \right\} \dots \quad (1)$$

ここに f は $f = \phi + i\Psi$ で表わされる複素速度ポテンシャル, z は $z = x + iy$ である。

本研究では、二次元の流れに直角におかれた平板のまわりの流れが取り扱われている。後流は一対の渦対で表わされており、板端から渦が放出されるという事実に基づき、それ以降の渦の流下と発達を運動学的に求めた。さらに、仮想質量係数 C_M と抗力係数 C_D を求め、それらが渦の相対位置の関数であることを理論的に示した。後流が一対の渦になるような流れは実際には加速度流中によく見られる。それで理論を従来の結果と比較するために接近流を交番流として、抗力の最大値、そのときの位相を計算し、Keulegan-Carpenter の実験値と比較した。その結果、周期パラメーターの大きい範囲では比較的よい一致を見た。

2. 平板の背後の渦

平板のまわりの流れは、円に写像して取り扱うのが便利である。 z 平面の幅 b の平板を ζ 平面の単位円に写像すると写像関数は

$$z = \frac{b}{4} \left(\zeta - \frac{1}{\zeta} \right) \dots \dots \dots \quad (2)$$

で与えられる。 z 平面での流速 u, v は

$$u - iv = \frac{df}{dz} = \frac{df}{d\zeta} \frac{\zeta^2}{\frac{b}{4}(\zeta^2 + 1)} \quad \dots \dots \dots \quad (3)$$

であるから板端 $z = \pm b/2 \cdot i$ で速度が有限になるためには

が必要となる。これが流れを決定する境界条件である。さて、平板の後に一対の渦対を考えると、平面での流

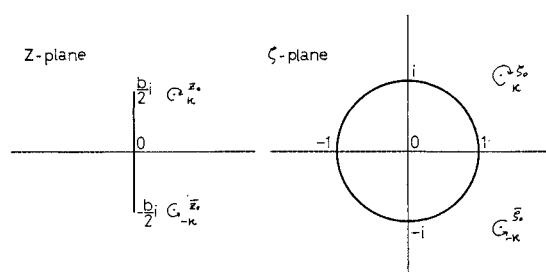


图-1

れは

$$f(\zeta) = U \left(\zeta + \frac{1}{\zeta} \right) + i\kappa \log \frac{(\zeta - \zeta_0)(\zeta - \bar{\zeta}_0')}{(\zeta - \zeta_0')(\zeta - \bar{\zeta}_0)} \quad \dots \dots \dots (5)$$

となる。ここに U は ζ 平面での接近流速、 κ は渦の強さ、 ζ_0 は渦の位置、 $\bar{\zeta}_0$ は ζ_0 の共役、 ζ_0' 、 $\bar{\zeta}_0'$ は ζ_0 と $\bar{\zeta}_0$ の円に対する鏡像の位置である。これを ζ で微分し、式 (4) の条件を用いると、 κ が ζ_0 の関数として決まる。すなわち、

$$\begin{aligned} \frac{\kappa}{U} &= \frac{(\xi_0^2 + \eta_0^2 + 1)^2 - 4\eta_0^2}{(\xi_0^2 + \eta_0^2 - 1)2\eta_0} \\ \zeta_0 &= \xi_0 + i\eta_0 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (6)$$

式 (5) と式 (6) を組み合わせ、それを z 平面に変換すれば、一応、板端からではなく離を起こす流れとなる。では渦の位置 ζ_0 はどのように定まるのであろうか。いま、 ζ_0 にある渦の動きを考えてみよう。微少時間 dt の z_0 の変化を dz_0 、それに対応する ζ_0 の変化を $d\zeta_0$ とする。すると

$$dt = \frac{|dz_0|}{\left| \frac{df}{dz} \right|_{z_0}}$$

これにならって $d\tau$ を次のように定義する。

$$d\tau = \frac{|d\zeta_0|}{\left| \frac{df}{dz} \right|_{\zeta_0}}$$

すると二、三の演算の後、

$$\frac{dt}{d\tau} = \frac{dz}{d\zeta} \cdot \frac{d\bar{\zeta}}{d\zeta} \Big|_{\zeta=\zeta_0}$$

が得られる。さて、渦の流される速度は式 (5) で $\zeta - \zeta_0$ を除いたものより得られるから、 ζ 平面では

$$\frac{d\xi_0}{dt} - i\frac{d\eta_0}{dt} = \frac{d\tau}{dt} \left(\frac{d\xi_0}{d\tau} - i\frac{d\eta_0}{d\tau} \right)$$

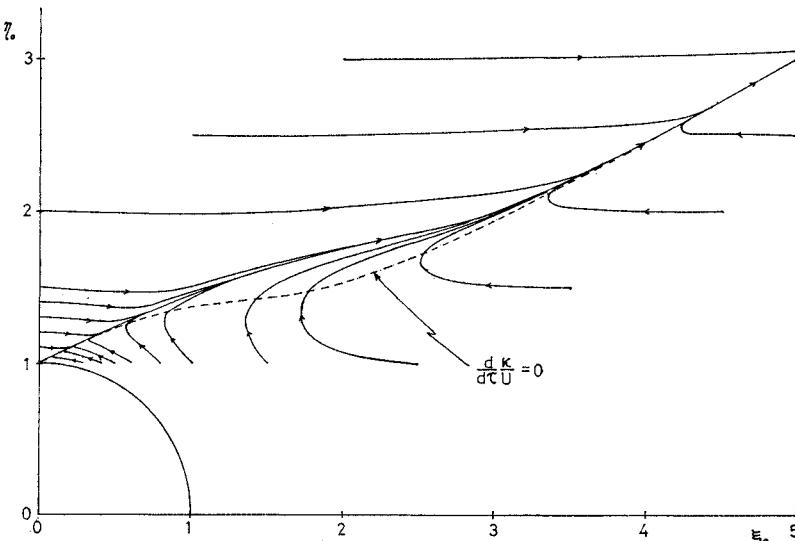


図-2 渦の軌跡 (ζ 平面)

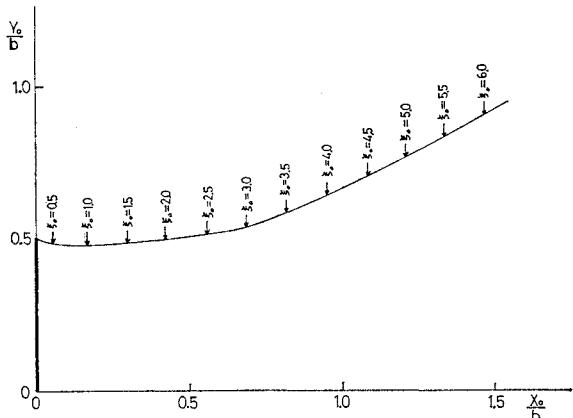


図-3 板端から放出される渦の軌跡 (z 平面)

$$\begin{aligned} &= \frac{d\zeta}{dt} \left\{ U \left(1 - \frac{1}{\zeta_0^2} \right) \right. \\ &\quad \left. + i\kappa \left(-\frac{1}{\zeta_0 - \zeta_0'} - \frac{1}{\zeta_0 - \bar{\zeta}_0} + \frac{1}{\zeta_0 - \bar{\zeta}_0'} \right) \right\} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

となる。 κ は式 (6) のように U に比例するから $(1/U) \cdot (d\xi_0/d\tau)$ 、 $(1/U) \cdot (d\eta_0/d\tau)$ は ξ_0 、 η_0 のみによって決まり U には関係しない。これより渦の軌跡を求めてみよう。渦の軌跡を $\eta_0 = \eta_0(\xi_0)$ で表わすと式 (7) より、 η_0 は一階の微分方程式

$$\frac{d\eta_0}{d\xi_0} = F(\xi_0, \eta_0)$$

の解である。ここに $F(\xi_0, \eta_0)$ は ξ_0, η_0 のみからなる関数である。これより、渦の軌跡は接近流速 U によらず一定であることがわかる。そしてその位置は U の履歴による。 $\eta_0 = \eta_0(\xi_0)$ を数値積分により求めたものが図-2 である。これより興味あることがわかる。板端での

条件を満たす渦はどのようなところにあっても最終的に一つの曲線に収束していく。このことは、多少の乱れによって渦がふらついても発散することではなく、だいたい同じ軌跡の上をたどることを示している。渦は板端より放出されると考えるのが妥当だから、 $\eta_0 = \eta_0(\xi_0)$ の曲線群の中で、 $\xi_0 + i\eta_0 \rightarrow i$ となるものが実際の放出渦の軌跡と考えられる。これを z 平面に変換したものを図-3 に示す。

このように流れおよび渦の挙動が求まった。次にこの解の限界について二、三考えて

みよう。はじめに渦は境界条件式(4)を満たし続けるために成長することはあっても減衰することはない仮定した。これは粘性の効果を考えると厳密にはきつすぎる仮定であるが大体はよい。この仮定は ε で表わすと

$$\frac{D|\kappa|}{D_t} > 0 \quad \dots \dots \dots \quad (8)$$

である。 $\eta_0 = \eta_0(\xi_0)$ の曲線上で渦がこの条件を満たしきれなくなると、渦は成長を止めて流されて行き、条件式(4)を満たし続けるためには新しい渦が板端にできなければならぬ。こうなると流れは式(5)のようになつて、一つの渦対だけでは表わしきれなくなり、新たな解析が必要となる。しかし、ここではそこまで言及しない。

は U に比例するから、式(8)の条件は $d|U|/dt$ が正のときには成立しやすく負のときには成立しにくい傾向がある。これは加速時には減速時に比べて渦が成長しやすいことを示し、交番流などでしばしば顕著な渦が観察されるという事実に合致する。図-2 には U が定常の場合の条件式(8)の限界が破線で示されている。この線の上側でのみ渦は成長が可能でこの線の下側では渦が成長しながら存在することはできない。加速時にはこの破線は下側に下がり渦の成長しうる範囲が広がり、減速時にはその逆になる。この破線は $\xi_0 + i\eta_0 = i$ の近くでは $\eta_0 = \eta_0(\xi_0)$ の曲線に漸近している。であるから、板端から放出された渦はすみやかに離れないと、ほんのわずかの乱れでもってこの破線の下側に迷い込み発達を停止し、次の渦が板端から発生する。これは加速時であっても加速の程度が小さい場合には、渦があまり発達せず中程度の渦がいくつも放出されるという事実にあう。まったく同じ理由から、十分に発達した渦も ξ_0 が4程度、物理面ではだいたい板の幅程度の下流まで流されると、破線の下側に迷い込みやすくなり、発達を停止すると考えられる。すなわち、放出された渦は無限に成長することなく、明確ではないが必ず限界があり、それは接近流の乱れが大きいときは小さく、乱れが小さいときには大きくなると予想できる。

3. 平板に働く力

流れが求まつたので、平板に働く力は式(1), (2)より容易に求まる。式(5)を式(1), (2)に代入して多少の演

算を行なうと、

$$X_1 + iY_1 = \rho\pi b \frac{dU}{dt}$$

$$+ \rho\pi \frac{b}{2} i \kappa \frac{d}{dt} (\zeta_0 + \zeta_0' - \bar{\zeta}_0 - \bar{\zeta}_0')$$

$$X_2 - iY_2 = \frac{i}{2} \rho \phi \left(\frac{df}{d\zeta} \right)^2 \left| \frac{dz}{d\zeta} d\zeta \right.$$

く平面での U は、 z 平面での接近流速 $b/4 \cdot U_0$ に等しいからこれを用い、 dU_0/dt に比例する項と U_0^2 に比例する項に分けると

$$X_1 + X_2 = \rho C_M V \frac{dU_0}{dt} + \rho b C_D \frac{U_0^2}{2} \quad \dots \dots \quad (9)$$

$$Y_1 = Y_2 = 0$$

となる。 V は規準体積で平板の場合 $\pi/4 \cdot b^2$ 。ここで C_M , C_D は渦の相対位置のみで決まり, U_0 , b などは含まないことが確かめられた。結果を ξ_0 の関数の形で表わしたもののが 図-4 に示す。式(6)によれば、 $\xi_0=0$, $\eta_0=1$ で κ は不定となり, C_M , C_D は求まらないが, ここでは、 $\xi_0+i\eta_0 \rightarrow i$ となる軌跡上での極限値をもって $\xi_0=0$ での値とした。 C_M は慣性係数であるが, 物体を厚さのない平板と考えているから, 一様流の圧力勾配に比例する力は働くないので, C_M はそのまま仮想質量係数を表わす。仮想質量は一般に物体の運動に伴う流体の運動エネルギーの増加を表わす質量として定義されているが, ここではむしろ運動量増加を代表する量として直接, 力と結びつけて解釈されている。 U_0^2 の項の係数 C_D は当然抗力係数と解釈される。平板に働く力が, このように dU_0/dt に比例する項と U_0^2 に比例する項とに分離でき, しかも, C_M , C_D が ξ_0 , すなわち渦の相対位置によってのみ決定するということは興味あることで

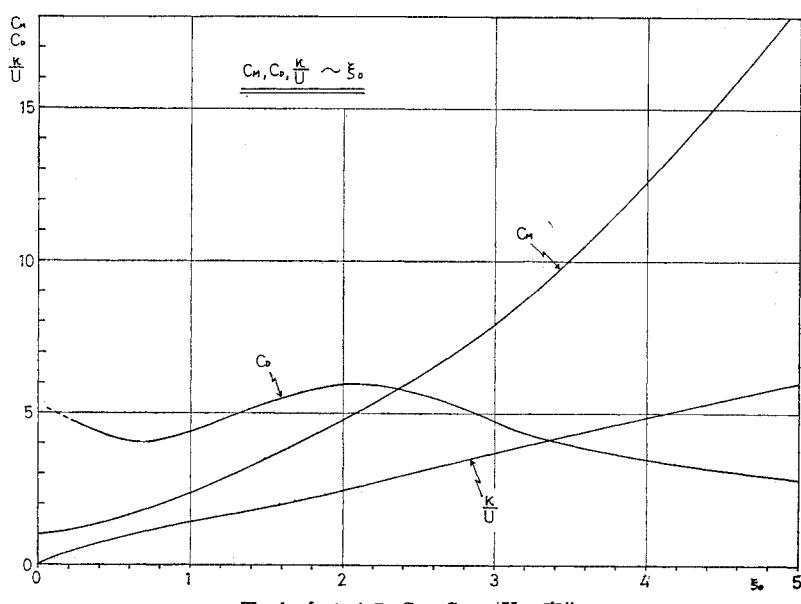
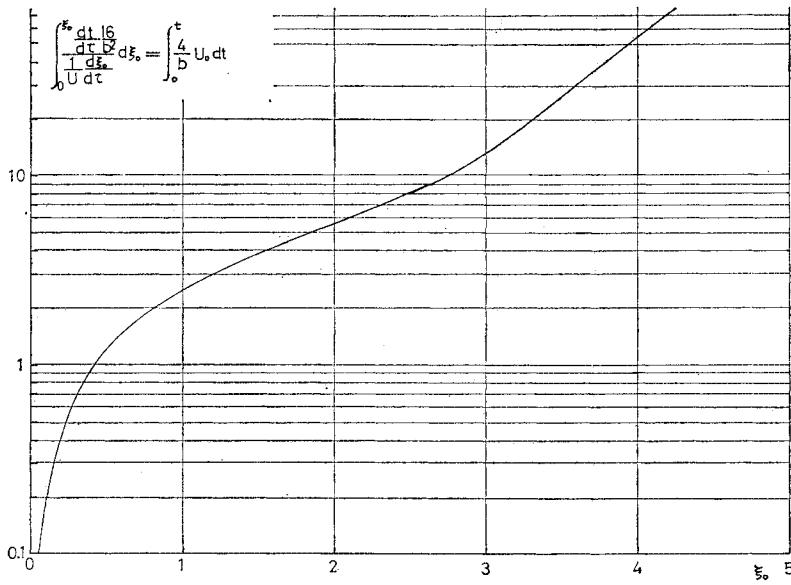


図-4 ξ_0 による C_M , C_D , κ/U の変化

図-5 ξ_0 と $F_3(\xi_0)$ の関係

ある。このことは、渦の強さを条件式(4)によって決定したために κ が U に比例するのでいえることである。もし、条件式(4)に関与しない別の渦が平板の近傍に存在するときには、必ずしも力は、 dU_0/dt に比例する項と U_0^2 に比例する項の和だけでは表わされなくなる。たとえば、交番流の減速時では渦の強さ κ は過ぎ去った加速時の流速の履歴によって決まるから、その瞬間での dU_0/dt , U_0^2 のみで力を表現することは不可能であり、さらに U の一乗、ゼロ乗に比例する力を考慮しなければならないだろう。しかし、今回はそこまでは言及しない。

4. 時間による渦の流下および力の変化

板端から放出された渦は常に同じ曲線上を動き、その曲線上での C_M , C_D は求まっているから、時刻 t と渦の位置 ξ_0 の関係がわかれば、その時刻に平板に働いている力が求まる。

ξ_0 と t の関係を求めるには、 $d\xi_0/dt$ を求めてから積分してもよいが、ここでは次のような方法をとる。まず $(1/U) \cdot (d\xi_0/d\tau)$ を変形すると

$$\frac{1}{U} \frac{d\xi_0}{d\tau} = \frac{b}{4} \frac{1}{U_0} \frac{16}{b^2} \frac{dt}{d\tau} \frac{d\xi_0}{dt}$$

となる。 $(1/U) \cdot (d\xi_0/d\tau)$, $(16/b^2) \cdot (dt/d\tau)$ のいずれも ξ_0 のみの関数であることを考えると、

$$\int_0^t \frac{4}{b} U_0 dt = \int_0^{\xi_0} \frac{16}{b^2} \frac{dt}{d\tau} d\xi_0 = F_3(\xi_0) \dots \dots (10)$$

右辺の積分は ξ_0 のみの関数となる。これを $F_3(\xi_0)$

とおく。結果は 図-5 に示す。左辺の積分は U_0 の履歴を表すものである。式(10)より ξ_0 と t の関係が求まる。具体的に各時刻での C_M , C_D , 流体力を求めるのは 図-4, 5 を計算図として、次の手順による。

- (1) $t=0$ に渦が放出されるとし、式(10)の左辺の積分を行ない、 t と $F_3(\xi_0)$ の関係をグラフにする。
- (2) 想定した t に対し、(1)のグラフより $F_3(\xi_0)$ を読む。
- (3) (2) で求めた $F_3(\xi_0)$ を 図-5 により ξ_0 に変換する。
- (4) 図-3 より渦の位置、

図-4 より C_M , C_D , κ/U が求まる。

- (5) 式(9)より平板に働く流体力が求まる。
- (6) 同時に κ/U に $U=b/4 \cdot U_0$ をかけて渦の強さを求める。
- (7) (2) にもどり次の時刻での計算を行なう。
- (8) このように計算を繰返し、途中(6)で求めた渦の強さが、前の時刻で求めた値より小さくなったら、条件式(8)に反するので計算を中止する。

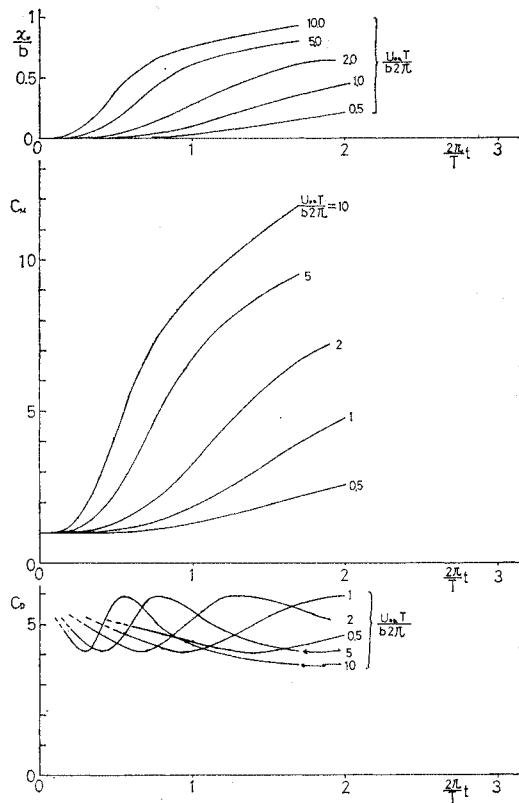
さて、以上の方針を正弦的に変動する交番流に適用してみる。このとき U_0 は

$$U_0(t) = U_{0a} \sin \frac{2\pi}{T} t$$

U_{0a} は流速の振幅、 T は周期である。流れの形は $2\pi/T \cdot t$ が π を越えると対称的に変わるのであるから、 $2\pi/T \cdot t$ が 0 から π までの間を調べればよい。まず $F_3(\xi_0)$ を求めると

$$F_3(\xi_0) = 4 \frac{U_{0a}}{b} \frac{T}{2\pi} \left(1 - \cos \frac{2\pi}{T} t \right)$$

図-5 より ξ_0 と t の関係が求まり、さらに C_M , C_D の時間変化が求まる。結果は 図-6 に示す。図中曲線が中途で切れているのは条件式(8)より計算ができないとなったためである。 C_M , C_D よりさらに流体力を計算したもののが 図-7 に示す。これらの諸量は無次元パラメーター $(U_{0a} T)/(b \pi)$ によって変化する。これは、交番流を扱う場合しばしば無次元化された周期として用いられるものである。Keulegan-Carpenter もこれを period parameter と呼び実験データーを整理している。このパラメーターの重要性は二つの面からとらえられる。一つには、式(10)の左の積分から出てきたもの

図-6 漩の位置 C_M , C_D の時間的変化（交番流）

で、1周期での渦の流下距離を表わす指標としての意味であり、流れの型を表わすパラメーターである。もう一つは、これを直接慣性力と U_0^2 に比例する力の比を表わしているということである。すなわち、 $(U_{0a}T)/(b^2\pi)$ が小さいときは慣性力が卓越し、大きいときは U_0^2 に比例する力が支配的になる。このことは図-7 からもうなづける。その様子を明らかにするために、流体力学的最大値とそのときの位相を $(U_{0a}T)/(b^2\pi)$ の関数として、図-8 に示す。図には比較のため Keulegan-Carpenter の実験データも示してある。これによると $(U_{0a}T)/(b^2\pi)$ が 0.5 以下では最大値での位相が急速に 0 に近づき、慣性項が卓越することを示している。逆に 5 以上では U_0^2 に比例する力が卓越している。Keulegan-Carpener の実験値とはパラメーターが大きい範囲では比較的よくあっていている。しかし、小さいところではあまりあつてはいえない。これは、Keulegan-Carpenter の実験では C_M の値が、 $t=0$ の近くでも 2 以上になることを報告しているが、今回

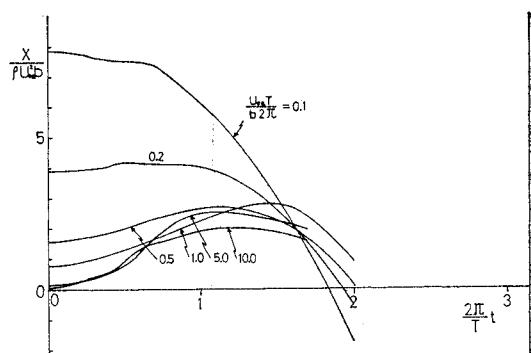


図-7 流体力の時間的変化（交番流）

の解析では 1.0 程度になるという結果が出たためである。その原因是パラメーターが小さい場合、放出された渦が比較的平板の近くに残留するために、式(5)では流れを十分に表わしきれないためと考えられる。

5. 結論

以上進めてきたことをまとめると、

- (1) 物体の後流は適当な渦を用いることによって表わすことができる。
- (2) 仮想質量係数、抵抗係数は渦の相対的な位置によってのみ定まる。
- (3) 放出された渦は放出直後および、放出後ある距離以上では発達を停止しやすい傾向にある。
- (4) 渦は加速時には発達しやすい傾向にある。

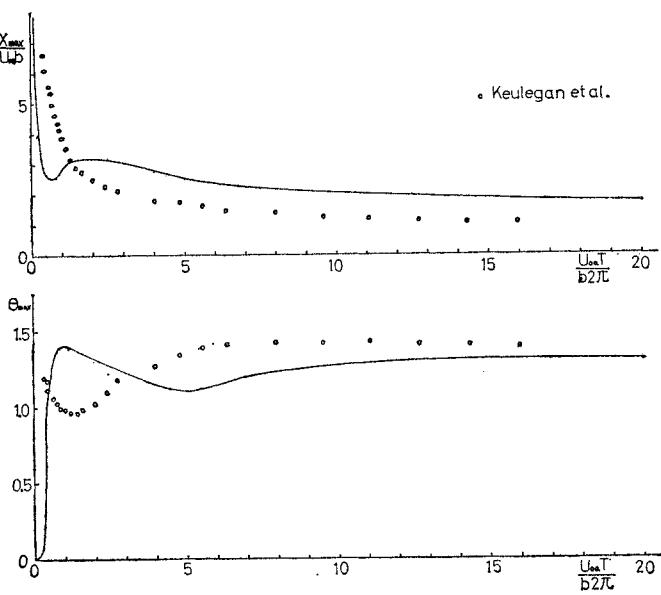


図-8 平板に働く力の最大値とその位相

(5) 渦の運動を発生以降追跡することにより、仮想質量係数、抵抗係数、流体力の時間変化を計算することができる。

(6) この解析法を交番流中におかれた平板に適用し、Keulegan-Carpenter の実験とよい一致が見られた。

6. あとがき

この研究のように、流れを運動学的にのみ調べることによって、抗力などの力学的諸量を評価しようという試みはあまりなされていない。渦の発生、発達、減衰に力学的な裏付けがなされることが好ましいのはいうまでもないが、ある種の流れに対してもひたすら運動学的に流れを調べることによっても、ある程度の力学的な面を知ることが可能になるのではないだろうか。ただ、この方法は、結果がたまたま実際の流れと似ている場合にのみしか有効でないのが欠点である。実験室で波力の実験を行なう場合、物体の前後に顕著な渦対が交互に発生することが、しばしば観察され、本研究で交番流を想定したことは、波力計算などを考えれば難点がない例であろう。抗力の問題を扱う場合、Reynolds 数による分類を考えるのが通例である。交番流を考えるとき、形式上 Reynolds 数は 0 からある有限の値まで変化するわけであるが、加速流体の粘性効果をそれで説明しうるか否かは問題である。なぜなら、流体の粘性効果は、必ずしもある瞬間の流速で決まるものではなく、流れの履歴にも大きく支配されているからである。この点は今後明らかにされねばならない大きな問題である。

本研究を進めるにあたり、東京工業大学土木工学科水工研究室の諸氏から種々の助言をいただいた。中でも椎

貝博美助教授、当時大学院学生 白砂健君（現在、大林組勤務）との議論が特に有益であった。ここに謝意を表します。また、この研究は昭和 47 年度文部省科学研究費（奨励研究「非定常な流れの中におかれた球の抵抗」）の補助をうけた。あわせて謝意を表します。

参考文献

- 1) 今井 功：流体数学のすすめ—9, 数理科学, Vol. 8, No. 5, 1970.
- 2) 日野幹雄・白砂 健：はく離を伴う平板に作用する空気力の計算、構造物の耐風性に関する第 2 回シンポジウム, 1972.12 または白砂 健・修士論文 1972.12, 東京工業大学
- 3) Fromm, J.F., Harlow, F.H. : Numerical Solution of the Problem of Vortex Street Development, The Physics of Fluids, Vol. 6, No. 7, 1963.
- 4) たとえば、最近では松本 勝・白石成人：二次元定常流れにおける正方形断面に作用する非定常揚力および応答特性、土木学会論文報告集第 205 号, 1972.9.
- 5) Karman, T.V., Sears, W.R. : Airfoil Theory for Non-Uniform Motion, Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 5, No. 10, 1938.
- 6) Sarpkaya, T., Garrison, C.J. : Vortex Formation and Resistance in Unsteady Flow, Transaction of the ASME, Ser. E, Vol. 16, 1963.
- 7) Keulegan, G.H., Carpenter, L.H. : Forces on Cylinders and Plates in an Oscillating Fluid, Journal of Research of the National Bureau of Standards, Vol. 6, No. 5, 1958.
- 8) Paape, A., Breusers, H.N.C. : The Influence of Pile Dimension on Forces Exerted by Waves, Proceeding of Coastal Engineering, 840-849, 1968 Tokyo.
- 9) Taylor, G.I. : The Energy of Body Moving in an Infinite Fluid with application to Airship, Scientific Papers ed by G.K. Batchlor, Vol. 3, 79-85.
- 10) Sarpkaya, T. : Lift, Drag and Added-Mass Coefficients for a Circular Cylinder Immersed in a Time-Dependent Flow, Transaction of the ASME, Ser. E, Vol. 16, 1963.

(1973.1.29・受付)