

不規則波の水深減少に伴う変形に関する研究

TRANSFORMATION OF IRREGULAR WAVES IN SHOALING WATER

酒 井 哲 郎*

By Tetsuo Sakai

1. ま え が き

深海で、風によって発生した風波あるいは地震によって発生した津波などが、浅海に進入してどのような変形を行なうかという問題は、海岸工学においては古くて新しい問題である。実際に海岸・沿岸に各種の構造物を構築する場合、波の構造物への作用は外力の中でも最も重要な要素であり、風波の予知法によって推算された沖波が、浅海域でどのように変形し構造物設置地点に襲来するかを正確に推定しなければならない。従来の設計においては、一般に実際の海の波の不規則性は直接的には取り入れず、その代表量を有する規則波として扱ってきた。しかしながら、現象によっては波が不規則であることによって、規則波の場合には見られないような現象が生じることも考えられる。その結果、最近では波の不規則性を直接取り入れて各種の設計を行なう方向に向いつつある。

水深の減少に伴う不規則波の変形に関しても、波の不規則性をパワースペクトル密度表示することによって直接考慮した研究がいくつか見られる。Bretschneider¹⁾は、スペクトルを構成する各成分波が互いに独立に変形するとしてスペクトル分布の変化を考え、湯・欧²⁾も同様に各成分が独立に変形すると仮定して議論を進めている。しかしながら、水深が減少して砕波点に近づくほど波の非線形性は顕著になるはずであり、不規則波の場合には各成分波が独立に変形するという仮定が成立しない状況になることが予想される。この点に関して、榎木・田端³⁾は最近、実験水槽で不規則波を発生させ、斜面上での変形をそのパワースペクトル密度分布の変化として測定した。彼らは各成分が独立して変化するとして計算されたスペクトル密度の変化量が実験で得られた変化量と著しく異なっていることを示し、その原因が波の非線

形効果であることを示唆した。

著者は、規則波の変形の研究^{4)~6)}につづいて、不規則波の場合についてこれと同様の実験を以前から行っており、榎木・田端とは異なった観点から解析し、その一部はすでに発表した^{7), 8)}。ここでは、これらの実験結果をとりまとめて示すとともに、新たに若干の解析を加え、さらに榎木・田端の実験結果についても検討するとともに、不規則波の水深減少に伴う変形の機構に関して考察する。

一般に、不規則波の変形を問題にする場合には、Hasselmann⁹⁾の非線形干渉のモデルが用いられ、一樣水深を伝播する不規則波の変形に関しては、実験的にもその妥当性が確かめられている¹⁰⁾。しかしながら、勾配を有する斜面上のように水深が減少する場合の不規則波の変形に関しては、各成分の内部粘性、境界摩擦および砕波によるエネルギー損失を考慮に入れた上で、各成分に関してではなく、不規則波全体としてのエネルギーフラックスが一定に保たれるということが重要になると考えられ、上述の効果を適切に組み入れた理論はまだないように思われる。

ここでは、合成波、および卓越したピークを有するパワースペクトル密度分布の不規則波を対象とし、Hasselmannの不規則波の非線形干渉の理論を用いず、有限振幅規則波の shoaling の理論の観点からどの程度合成波および不規則波の水深減少に伴う変形現象を説明するかを論じる。また、不規則波の場合その統計的な手法として周波数空間での議論のほかに、水位、その極大値あるいは波高などの頻度分布からも議論しうる。実際の設計にあたっては、むしろこれら各種の頻度分布のほうの方が重要な場合も多いが、ここではこの問題に関しては取りあげない。なお、ここで不規則波と呼ぶ場合には、有限個の正弦波からなる波すなわち合成波は含めないで、その統計的性質だけがわかっている波すなわち“random waves”の意味で用いる。

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科

2. 不規則波の水深減少に伴う変形機構

(1) 不規則性と非線形性

水深減少に伴う不規則波の変形の機構を議論する場合に、不規則波であるために規則波の場合と異なる点は、各成分波間の非線形干渉という現象である。しかしながら、規則波の場合には非線形性がないのではなく、基本成分の調和成分として存在している（すなわち、有限振幅波）。規則波でも非線形性がある場合には、不規則波にくらべればはるかに少ないものの、やはりいくつかの成分からなっている。もちろん、これらの成分は互いに規制し合っており、不規則波の場合のように互いに独立な波としては存在しえない。このように、非線形干渉は一般的な波の非線形性の一部であり、一般的な非線形性は規則波でもある。非線形干渉を最初独立に発生した波同志の非線形性による干渉と定義すれば、それは不規則波の場合にのみ生じるものである。

(2) 変形機構

以上のことを念頭において、不規則波の水深減少に伴う変形（2次元に限定する）を考える。変形の機構としてはいくつかのものが考えられる。いま砕波現象を考えないとすると、まず水深の変化には無関係に存在する内部粘性による波の減衰が考えられる。また底面（実験水槽では側面も）における摩擦による波の減衰も存在する。さらに、上述の非線形干渉が考えられる。一方、水深の変化に関係するものとして考えられるのは、従来波のエネルギーフラックスが一定と仮定して求められている shoaling による波の変形である。

これら4つの中で各成分波独立に考えうるもの、したがって線形の扱ひのできるものは、最初の2つすなわち内部粘性および底面、側面での摩擦による減衰である。最後の shoaling の効果も一見同類と考えられそうであるが、それは波自身を線形すなわち微小振幅波として扱う場合のみである。非線形波として扱う場合は、前述したように基本成分とその調和成分の合成されたものとして波を考えており、一定と仮定される波のエネルギーフラックスとは、この合成された波のそれを意味している⁹⁾。したがって、波高が増大しても、各成分波特に基本成分の波高が増大するとは限らない。増大するのは倍周波数成分であるかもしれない。この意味で基本成分とその調和成分は互いに関係し合いながら変形を行っており、各成分独立に考えうる機構ではない。

(3) 一様水深の場合と水深が減少する場合での非線形干渉の相違

非線形干渉は波の非線形性によって生じるものであるから、2次干渉^{11),12),13)}（1次を微小振幅波と考える）からはじまって3次、4次^{14),15),16)}と高次の干渉が存在する。一様水深の場合には、たとえば実験水槽で2つの単一波からなる合成波を発生させると、2次干渉による成分は、造波板からある程度進行したところで所定の値になり、摩擦による基本成分波高の減衰による変化を無視すれば、波形そのものは別として、その後は進行しても変化しないと考えられる。一方、3次以上の干渉では2次干渉とは異なって、ある条件を満たせばエネルギーが連続的に輸送されることがあり、時間的にもその現象のスケールはかなり長い^{10),14)}。したがって、一様水深における波の進行に伴う変形に関しては、非線形干渉の中でも3次以上の干渉によるものが支配的となる¹⁰⁾。一方、水深減少たとえば一様勾配斜面上の進行に伴う変形の場合は、結果的には非線形干渉のうちでは2次干渉が最も支配的である。なぜなら、ある水深によって決まる所定の値に2次成分が急速に達したとしても、その直後には海底勾配によるさらに浅い新たな水深のところに進行しており、あらためてその水深によって決まる値に変化を余儀なくされるため、2次成分そのものが変化するためである。その変化からすれば、3次以上の成分の変化は相対的に小さいと考えられる。

3. 不規則波の水深減少に伴う変形の実験

2. で述べたような不規則波の水深減少に伴う変形の機構を実験的に確かめるためには、連続なスペクトル分布を有する不規則波よりも、限られた成分したがってスパイク状のスペクトル分布を有する合成波のほうが簡単である。したがって、実験は最初合成波について、つづいて不規則波について行なった。

(1) 合成波

a) 実験装置

実験は、京都大学工学部土木工学教室地下実験室の波浪実験水槽を用いて行なわれた。水槽は長さ28m、高さ75cm、幅50cmである。水槽の一端に油圧ピストン型造波機が設置されている（写真—1参照）。この造波機は、隣り合う2つのピストンの周期が互いに $1:\sqrt{2}$ の関係にある単振動を行なう8個の油圧式ピストンからなり、それらの振動を重ね合わせた運動を造波板に与えることによって、合成波を発生させることができる¹⁷⁾。図—1に示すように、水槽の他端に消波装置を設置し、

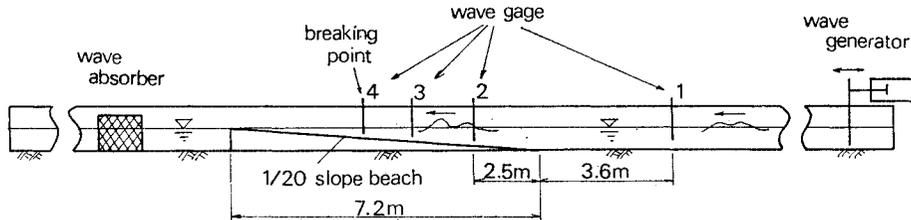


図-1 実験装置 (合成波)

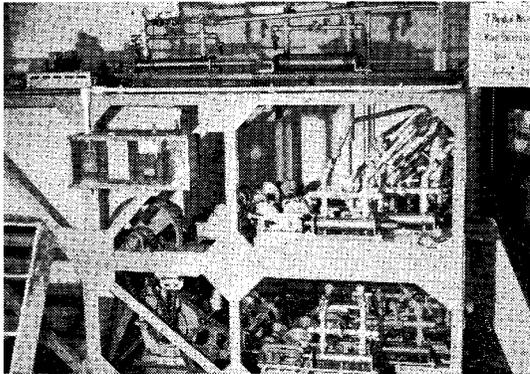


写真-1 合成波発生装置

一様勾配斜面を水槽中央部に設置した。斜面はアルミ製で、その勾配は 1/20、長さ 7.2 m とした。その結果、斜面の最上端は水槽底面から 36 cm の高さになる。実験は、すべて静水面がほぼ斜面最上端の高さに一致するよう、一様水深部の水深を 36 cm にして行なった。したがって、斜面上で砕けた波は、大部分斜面最上端を越えて斜面後部の一様水深部に流入し、消波装置によって消波されるので、斜面上での波の反射やもどり流れおよび平均水位の低下を小さくすることができた。波高計としては、4 台の電気抵抗線式波高計を、一様水深部および斜面上に設置した。水位の記録はデータレコーダによった。4 台の波高計のうち 1 台は一様水深部に設置し、残り 3 台のうち最も水深の深い位置のものとともにその位置を固定した (図-1 参照)。残り 2 台のうち浅いほうのものは、合成波の砕波点に設置した。この場合合成波の砕波点としては、あらかじめ合成波を起こして決めたもので、変化する砕波点のうち最も水深の深いものをとった。便宜上、4 つの測定点を深いほうから順に No. 1~4 とする。

b) 実験および解析方法

実験は、造波機の 2 個のピストンを使用して起こした合成波によって行なったが、それに先だって 2 つのピストンのうち 1 つだけを使用して起こされる単一波の実験を、それぞれのピストンについて行ない、合成波の実験とあわせた 3 つの Run を 1 組とした。ただし、合成波に使用する 2 個のピストンは、隣り合うものを用い、そ

表-1 実験条件 (合成波)

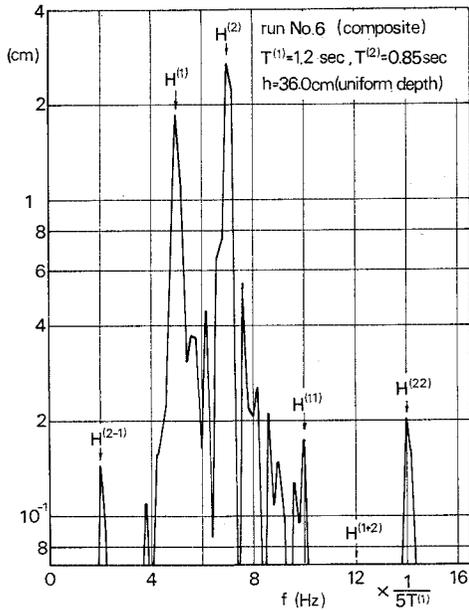
Run No.	Wave period T(sec)	Water depth				Wave height at h_1 H_1 (cm)
		Gage No. 1 uniform depth h_1 (cm)	No. 2 h_2 (cm)	No. 3 h_3 (cm)	No. 4 h_4 (cm)	
1	1.00	36.0	23.5	14.3	6.0	1.2
2	0.71	36.0	23.5	14.3	6.0	1.8
3		36.0	23.5	14.3	6.0	
4	1.20	36.0	23.5	14.7	8.8	2.0
5	0.85	36.0	23.5	14.7	8.8	3.0
6		36.0	23.5	14.7	8.8	
7	1.40	36.0	23.5	14.2	7.2	0.7
8	0.91	36.0	23.5	14.2	7.2	1.9
9		36.0	23.5	14.2	7.2	
10	1.60	36.0	23.5	15.5	8.3	1.3
11	1.13	36.0	23.5	15.5	8.3	2.9
12		36.0	23.5	15.5	8.3	
13	1.80	36.0	23.5	15.5	9.1	2.5
14	1.27	36.0	23.5	15.5	9.1	1.8
15		36.0	23.5	15.5	9.1	
16	2.00	36.0	23.5	15.0	8.6	2.2
17	1.41	36.0	23.5	15.0	8.6	1.5
18		36.0	23.5	15.0	8.6	
19	2.20	36.0	23.5	15.2	8.1	2.1
20	1.56	36.0	23.5	15.2	8.1	1.3
21		36.0	23.5	15.2	8.1	
22	2.40	36.0	23.5	15.5	8.6	1.8
23	1.70	36.0	23.5	15.5	8.6	1.3
24		36.0	23.5	15.5	8.6	
25	2.60	36.0	23.5	16.1	9.9	2.8
26	1.84	36.0	23.5	16.1	9.9	2.4
27		36.0	23.5	16.1	9.9	

の周期の比が $1 : \sqrt{2}$ になるようにした。データレコーダに電圧の変化として入った記録は、A-D 変換器によって一定時間間隔 (0.08 sec) ごとのデジタル量に変換し、数値計算ができるようにした。この実験で用いた実験条件は、表-1 に示すとおりである。

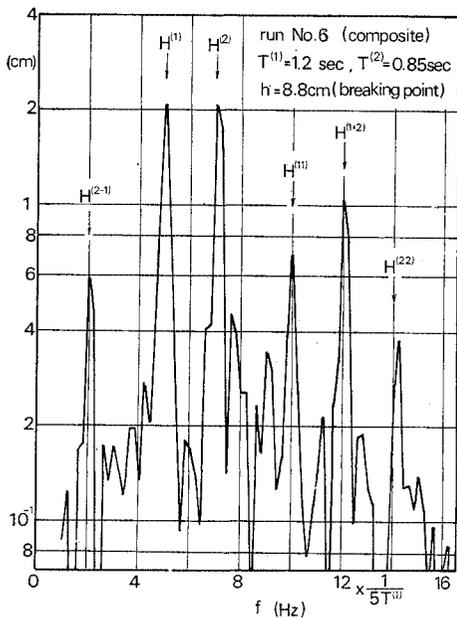
実験を行なったケースのうち単一波の場合は、波を構成する成分は明らかに基本周波数成分とその調和成分であり、特に非線形干渉を 2 次にとどめれば、調和成分は倍周波数成分のみである。1 組の実験の 2 つの単一波の基本周波数のうち低いほう (したがって、周期の長いほう) を $f^{(1)}$ 、高いほうを $f^{(2)}$ とする。またそれぞれの倍周波数を $f^{(11)}$ および $f^{(22)}$ とする。一方、合成波の場合には、非線形効果を 2 次にとどめれば、周波数が $f^{(1)}$ 、 $f^{(2)}$ 、 $f^{(11)}$ および $f^{(22)}$ の 4 つの成分以外に、 $f^{(1)}$ および $f^{(2)}$ の和および差の周波数 $f^{(1+2)}$ および $f^{(2-1)}$ を周波数とする和と差の成分がある。いま 2 つの単一波の基本周期を $T^{(1)}$ および $T^{(2)}$ とすれば、一般に次のような関係が得られる¹²⁾。

$$\left. \begin{aligned} f^{(1)} &= 1/T^{(1)} = 5/(5 T^{(1)}) \\ f^{(2)} &= 1/T^{(2)} = 1/(T^{(1)}/\sqrt{2}) \approx 7/(5 T^{(1)}) \\ f^{(11)} &= 2 f^{(1)} = 10/(5 T^{(1)}) \\ f^{(22)} &= 2 f^{(2)} \approx 14/(5 T^{(1)}) \\ f^{(1+2)} &= f^{(1)} + f^{(2)} \approx 12/(5 T^{(1)}) \\ f^{(2-1)} &= f^{(2)} - f^{(1)} \approx 2/(5 T^{(1)}) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

c) 実験結果の例



(1)



(2)

図-2 合成波の成分波高スペクトル

表-1 に示した全ケースの全測定点についてフーリエ解析を行ない、横軸に周波数、縦軸に成分波高をとって成分波高スペクトル図を描いた。なお、数値計算はすべて京都大学計算センターの電子計算機 KDC-II によった。図-2 (1),(2) はその例で、run No. 6 (合成波) の一様水深部 (h_1) と砕波点 (h_2) でのものをして示している。横軸は $1/(5 T^{(1)})$ を単位としているので、式 (1) からわかるように、横軸左から 2, 5, 7, 10, 12, 14 の順で、 $f^{(2-1)}$, $f^{(1)}$, $f^{(2)}$, $f^{(11)}$, $f^{(1+2)}$, $f^{(22)}$ に対応する。なお $H^{(i)}$ は成分波高を示す。(1) の一様水深部では、4つの2次成分 $H^{(11)}$, $H^{(22)}$, $H^{(1+2)}$, $H^{(2-1)}$ はいずれも2つの基本成分 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ にくらべてはるかに小さい。一方砕波点では、4つの2次成分はいずれも成長し、2つの基本成分にくらべて無視しえないことがわかる。

(2) 不規則波

a) 実験装置

実験は、合成波の場合と同じ実験水槽を用いて行なわれた。この場合は、油圧ピストン型造波機と反対の水槽端に設置されている電気油圧式不規則波発生機¹⁸⁾ (写真-2) を用いた。この不規則波発生機は入力信号として数種類のタイプのものを利用できるが、ここでは 0.2~5.0 Hz の15個の中心周波数を有するバンドパスフィルターを通過させて指定のパワースペクトル密度を有するように修正した電気信号を用いた。合成波の場合と同様、図-3 に示すように水槽のほぼ中央から後部にかけて長さ 9.4 m、勾配 1/20 のアルミ製一様勾配斜面を設置した。合成波の場合とくらべて、勾配は同じ 1/20 であるが、斜面の長さがやや長く、斜面最後端の水槽底面からの高さも 47 cm となる。合成波の場合と同じように、斜面上での波の反射およびもどり流れの影響を小さくするため、静水面が斜面最後端の高さに一致するように一様水深部水深を約 47 cm とした。波高計およびデー

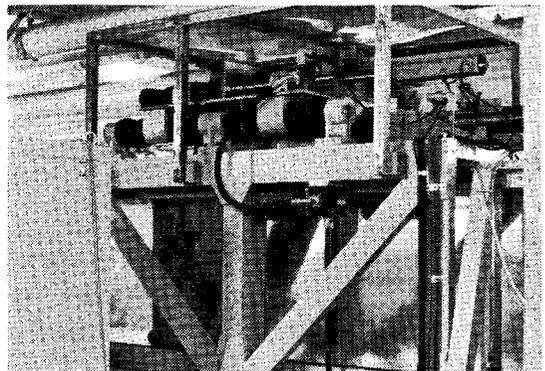


写真-2 不規則波発生装置

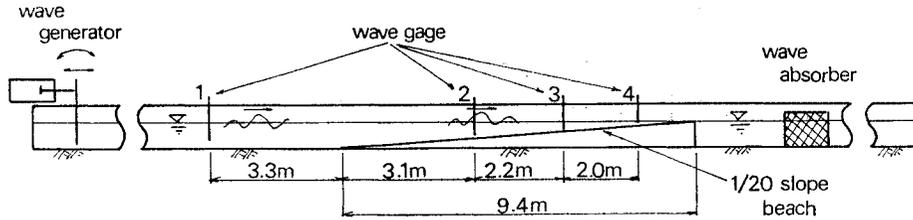


図-3 実験装置 (不規則波)

タレコーダに関しては合成波の場合と同じである。ただし、斜面上に設置した3台の波高計位置は、当初そのうちの1台を砕波点に設置する予定であったが、不規則波の場合その砕波点を決定することが困難であったので、いずれのケースも水深約 10.5 cm の点に設置し、ほかの2台もそれぞれ水深 31 cm および約 20 cm の点に設置した。ここでも合成波の実験の場合と同様、4つの測定点を深いほうから順に No. 1~4 とする。

b) 実験および解析方法

実験は、前述した 15 個のバンドパスフィルターのうち適当にいくつかのものをを選び、所定のパワースペクトル分布を有する不規則波を発生させて行なわれた。不規則波の実験を合成波の実験と対応させるため、まず単一波の場合に当たるものとして狭帯域のパワースペクトル分布を有する不規則波を、中心周波数が 0.5~2.0 Hz のフィルターのうちの1個のみを用いて発生させた。次に2つの基本周波数からなる合成波に対応するものとして、2つの主要ピークを有する不規則波を、中心周波数が 0.4~1.6 Hz のフィルターのうちの2個を用いて発生させた。合成波の場合と同様、データレコーダに収録した波形のアナログ記録は、A-D 変換器によって一定時間間隔 (0.08 sec) ごとのデジタルな記録に変換し、数値計算ができるようにした。この実験で用いた実験条件は、表-2 に示すとおりである。

表-2 実験条件 (不規則波)

Run No.	Filter frequency f (Hz)	Water depth			
		Gage No. 1 uniform depth h_1 (cm)	No. 2 h_2 (cm)	No. 3 h_3 (cm)	No. 4 h_4 (cm)
1	1.28	46.7	31.0	19.9	10.3
2	1.25	46.8	31.1	20.0	10.4
3	1.00	46.8	31.1	20.0	10.4
4	0.80	46.7	31.0	19.9	10.3
5	0.50	46.7	31.0	19.9	10.3
6	1.60, 1.00	46.7	31.0	19.9	10.3
7	1.00, 0.63	46.7	31.0	19.9	10.3
8	0.80, 0.50	46.7	31.0	19.9	10.3
9	0.63, 0.40	46.7	31.0	19.9	10.3

不規則波の場合は、一般に合成波の場合と違って無限の周波数成分を含み、その水位変動の時間変化を周期関数とはみなせない。ここでは、Blackman and Tukeyの方法を用い、データ数 2000、最大ラグ数 200、自由

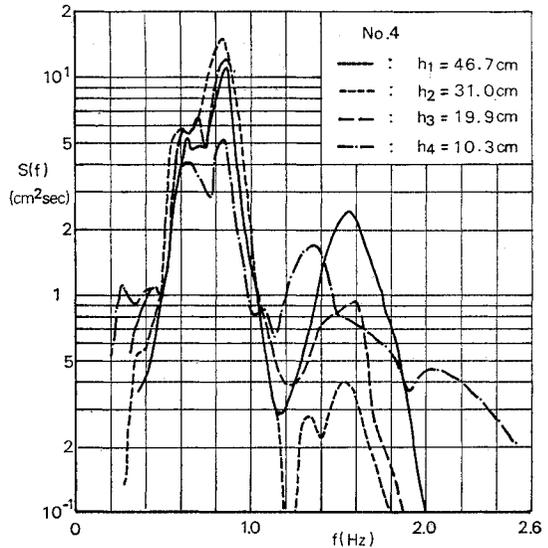


図-4 不規則波のパワースペクトル密度

度約 20 としてパワースペクトル密度を求めた。なお、数値計算は合成波の場合と同様、京都大学計算センターの電子計算機 KDC-II によった。

e) 実験結果の例

図-4 はその例で、run No. 4 の4つの測定点でのパワースペクトル密度を同時に示してある。実線で示した一様水深部では、主要ピークが約 0.8 Hz のところにあり、その約 2 倍の倍周波数成分 (約 1.6 Hz) も存在している。水深が減少するにつれて、主要ピーク値は一度増加したのち減少し、一方倍周波数成分は一度減少したのち増加している。最後の h_4 では、倍周波数成分は主要成分の 30% 以上になっていることがわかる。

4. 基本成分および2次成分の変化

(1) 合成波

a) 有限振幅波の shoaling 理論による基本成分波高の変化

2. 述べたように、不規則波の変形の機構の1つとして shoaling の効果が考えられる。波を微小振幅波と

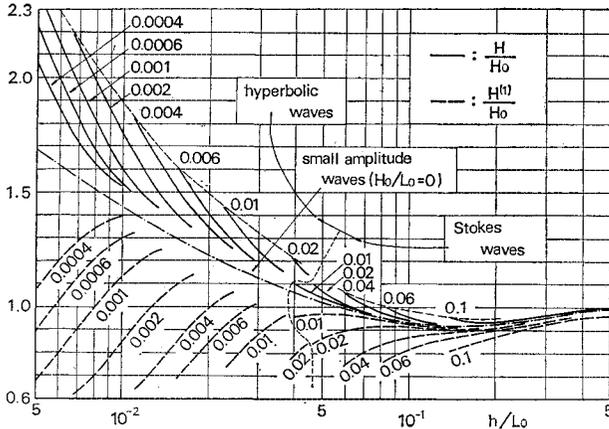


図-5 有限振幅波の shoaling 理論による基本成分波高の変化

して考える場合は、波を構成する成分は基本成分のみであり、shoaling の理論曲線 で示される 波高の増加は基本成分波高の増加を意味する。しかしながら、非線形波として、すなわち有限振幅波として考える場合には、前述したように、波を構成する基本成分およびその調和成分を合成した場合のいわゆる波高が増加するのであって⁴⁾、各成分特に基本成分波高が増加することを意味しない。

図-5 の実線群および一点鎖線は、それぞれ有限振幅波および微小振幅波の shoaling の曲線である⁴⁾。有限振幅波の曲線群のうち、図に示したように右側の曲線群は Stokes 波の第3次近似解によるエネルギーフラックスを用いたものであり、左側のもはクノイド波の近似表現であるハイパボリック波の第2近似解を用いたものである。与えられた沖波波形勾配を有する波がこの曲線によって示される波高変化を行なうとし、その波形はハイパボリック波の曲線を適用するときでも Skjelbreia の Stokes 波の第3次近似解¹³⁾によって、基本成分のほかにその2倍および3倍周波数成分の和として表わされるとする。

Stokes 波の第3次近似解によれば、波形 η は次式で与えられる。

$$\eta/L = A_1 \cdot \cos \theta + A_2 \cdot \cos 2\theta + A_3 \cdot \cos 3\theta \dots (2)$$

ここに L は波長、 $\theta = 2\pi x/L - 2\pi t/T$ で、 x は波の進行方向にとった座標、 T は波の周期である。有限振幅の規則波は、3. (1) c) で述べた2つの基本成分からなる合成波の一方の基本成分波高 $H^{(2)}=0$ の場合と考えることができ、基本成分波高を $H^{(1)}$ とすれば、 H_0 を沖波波高として、

$$H^{(1)}/H_0 = 2 A_1 \cdot (H_0/L_0)^{-1} \cdot (h/L)^{-1} \cdot h/L_0 \dots (3)$$

ここで、 L_0 は沖波波長、 h は水深である。一方、 A_1 は次式で与えられる。

$$A_1 = a/L, H/L = 2 \cdot a/L + 2 \pi^2 (a/L)^3 \cdot f_3 \dots (4)$$

ここに f_3 は h/L の関数であり、次式で与えられる。

$$f_3(h/L) = \frac{3}{16} \cdot \left\{ 8 \left(\cosh \frac{2\pi h}{L} \right)^6 + 1 \right\} \cdot \left(\sinh \frac{2\pi h}{L} \right)^6 \dots (5)$$

H_0/L_0 , h/L_0 および H/H_0 を与えれば h/L が求められるので、式 (4), (5) および (3) を用いれば $H^{(1)}/H_0$ を計算できる。図-5 の破線群は、こうして求めた $H^{(1)}/H_0$ の変化を示したもので、図からわかるように水深の減少に伴って波高は増大するにもかかわらず、その基本成分波高は著しく減少することがわかる。

b) 内部粘性および境界摩擦の効果

以上の理論結果を確かめるため、3. (1) の合成波の実験結果から特に基本成分波高の変化を検討する。図-2 に示した各ケースの各測定点での成分波高スペクトル図から、基本成分波高 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ の値を読みとって図-5 と比較する前に、2. で述べた内部粘性および境界摩擦の効果を検討しておく必要がある。この実験における底面摩擦の効果を見積るため、土屋・井上²⁰⁾の底面摩擦を考慮した一様勾配斜面上の微小振幅波の波高変化の計算結果も適用すれば、底面摩擦を無視した微小振幅波の shoaling の理論値と比べて H/H_0 の値で約 0.01 小さいことがわかる。底面摩擦のほかに内部粘性および側面摩擦の効果も考えなければならないが、これらも底面摩擦の効果と同程度以下と考えれば、内部粘性および境界摩擦の効果は実験における各種の誤差と同程度であり無視しえることがわかる。

c) 単一波および合成波の基本成分波高の変化

以上の議論から、以後は内部粘性および底面・側面での境界摩擦による減衰の効果は無視することにする。図-2 に例として示した各ケースの各測定点での $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ を読みとり、これらに対応する沖波波高 H_0 で割れば図-5 と比較しうる。この場合横軸の h/L_0 の L_0 (沖波波長) としては、それぞれ $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ の周期 $T^{(1)}$ および $T^{(2)}$ から微小振幅波の関係 $L_0 = gT^2/(2\pi)$ を用いて求めた。規則波の shoaling の実験結果の解析⁵⁾と同様、一様水深部 h_1/L_0 において $H^{(1)}/H_0$ および $H^{(2)}/H_0$ が微小振幅波の shoaling の曲線にのるとして H_0 を逆算しようとしたが、斜面先端付近で斜面と水槽側面および底面との間のすき間を通しての水の出入りの防止が十分でなく、一様水深部 h_1 と斜面上の最初の測定点 h_2 の間で波のエネルギーの損失が考えられたため、 h_2/L_0 で $H^{(1)}/H_0$ および $H^{(2)}/H_0$ が微小振幅波の shoaling の理論値 (図-5 の一点鎖線) に一致するとして沖波波高 H_0 を求めた。

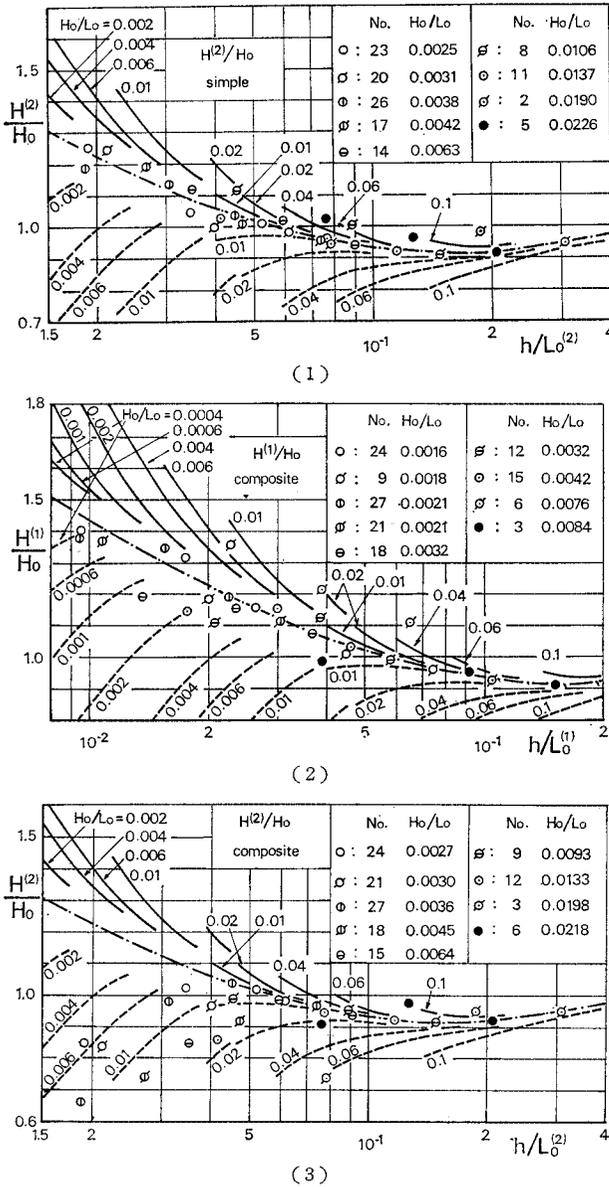


図-6 単一波および合成波の基本成分波高の変化

図-6 (1)~(3) は、実験結果と 図-5 の理論曲線とを比較したものである。(1) は単一波の短周期成分 $H^{(2)}$ の場合、(2) は合成波の長周期成分 $H^{(1)}$ の場合、(3) は同様に合成波の短周期成分 $H^{(2)}$ の場合である。実験値は、図中の説明でわかるように、沖波波形勾配 H_0/L_0 の値の順に示している。単一波の長周期成分 $H^{(1)}$ の場合は示していないが、(1) の短周期成分の傾向と同様であった。(1) を見てわかるように、実験値の基本成分波高 $H^{(2)}$ は、理論的に予想されるような減少を示していない。もちろん、有限振幅波としての全体の傾向のように急激な増加もしていないが、ほぼ微小振幅波の理論曲

線のまわりにばらついている。若干微小振幅波の曲線より減少しているケースもあるが、その沖波波形勾配の値から見て、理論値よりもはるかに減少の割合が小さい。

一方 (2) では、No. 9 と 6 を除けば、実験値は単一波の場合と異なり微小振幅波の曲線より減少をはじめている。しかし、その沖波波形勾配の値からすれば、やはりその割合は理論曲線のそれよりかなり小さい。ところが (3) の場合すなわち合成波の短周期の基本成分波高 $H^{(2)}$ の場合は、実験値の減少の割合のほうが理論値のそれよりかなり大きくなっている。元来、図-5 の破線で示される基本成分波高の減少は単一波の場合のものであり、合成波の場合は 2. で述べたように 2 つの基本成分の非線形干渉による和と差の成分の発生がほかに存在することを考えれば、図-5 の理論曲線が合成波の基本成分波高の変化と異なっても当然ともいえる。いずれにせよ、合成波の基本成分波高の水深減少に伴う減少の事実が、有限振幅波の shoaling の理論曲線¹⁾ から求められたその基本成分波高の変化の理論曲線によって定性的に説明されることは興味ある事実である。

d) 単一波および合成波の 2 次成分波高の変化

基本成分が 2 つの合成波を、線形の範囲で次式のように表現する。

$$\eta = a_1 \cdot \cos k_1(x - c_1 t) + a_2 \cdot \cos k_2(x - c_2 t) \dots\dots\dots (6)$$

ここで、下つき添字はこれまでのように測定点を意味するのではなく、右肩についていた (1) および (2) すなわち 2 つの基本成分を意味する。 k は波数、 c は波速である。 c_1 および c_2 は、それぞれ k_1 および k_2 と微小振幅波の関係有している。2 つの基本成分波高を H_1 および H_2 とすれば、明らかに $H_1 = 2 a_1$ 、 $H_2 = 2 a_2$ である。式 (6) で与えられる 2 つの基本成分の非線形干渉によって生じる 4 つの 2 次成分の波高 H_{11} 、 H_{22} 、 H_{1+2} および H_{2-1} は、浜田¹²⁾によれば、それぞれ次式によって与えられる。

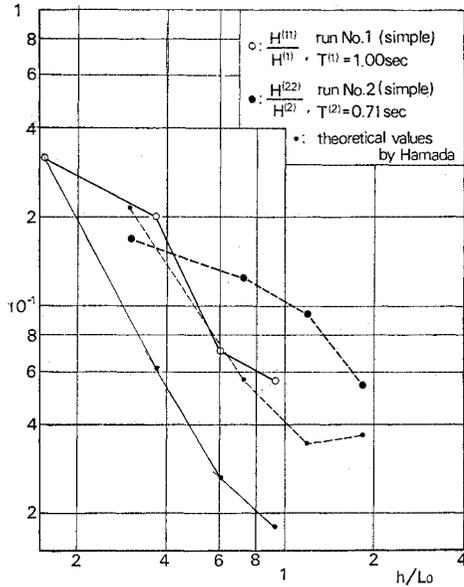
$$H_{11} = \frac{2}{g} \left\{ 2 k_1 c_1 B_{11} \coth 2 k_1 h + \frac{1}{2} b_1^2 k_1^2 - \frac{1}{4} b_1^2 k_1^2 (\coth^2 k_1 h - 1) \right\} \dots\dots\dots (7)$$

$$H_{22} = \frac{2}{g} \left\{ 2 k_2 c_2 B_{22} \coth 2 k_2 h + \frac{1}{2} b_2^2 k_2^2 - \frac{1}{4} b_2^2 k_2^2 (\coth^2 k_2 h - 1) \right\} \dots\dots\dots (8)$$

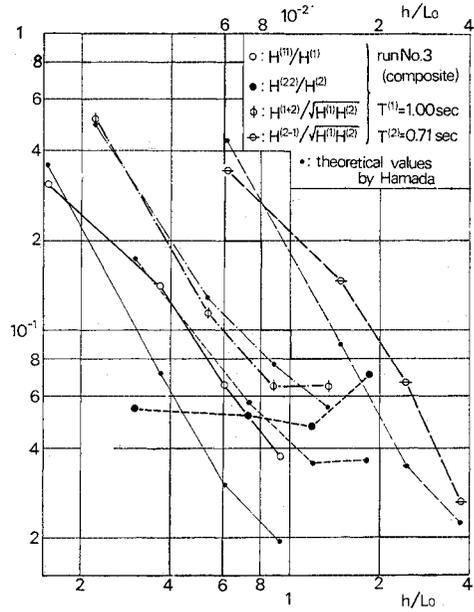
$$H_{1+2} = \frac{2}{g} \left\{ (c_1 k_1 + c_2 k_2) B_{1+2} \coth(k_1 + k_2) h + \frac{1}{2} (k_1^2 c_1 b_1 a_2 + k_2^2 c_2 b_2 a_1) - \frac{1}{2} b_1 b_2 k_1 k_2 (\coth k_1 h \coth k_2 h - 1) \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $b_1 = a_1 c_1, b_2 = a_2 c_2$ である。係数 B_{11}, B_{22}, B_{1+2} および B_{2-1} に関しては、参考文献 12) の p. 13, 式 (20-1) ~ (20-4) を参照されたい。ただし、原文では B_{21} ,

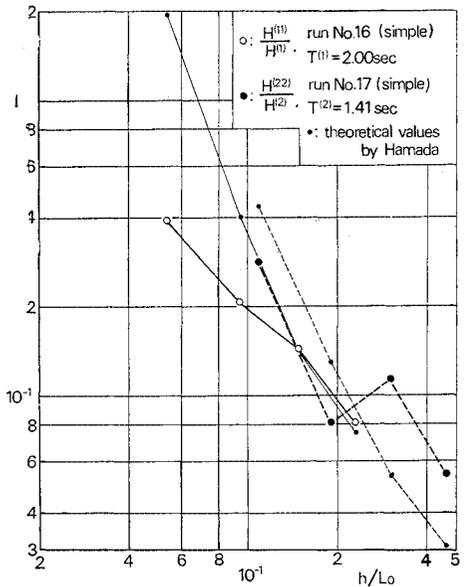
$$H_{2-1} = \frac{2}{g} \left\{ (c_2 k_2 - c_1 k_1) B_{2-1} \coth(k_2 - k_1) h \right\}$$



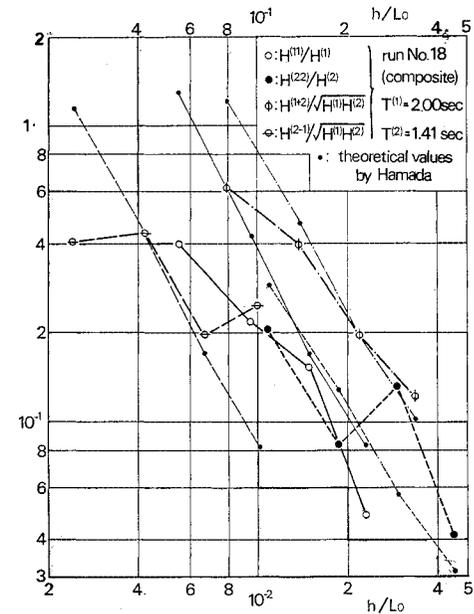
(1)



(2)



(3)



(4)

図-7 単一波および合成波の2次成分波高の変化

B_{22}, B_{23}, B_{24} となっている。

以上の理論値と実験値とを比較するために、各ケースの各測定点の水深 $h_i (i=1\sim 4)$ を有する一様水深での合成波を考え、 H_1 および H_2 としてその測定点での実験値 $H^{(1)}$ および $H^{(2)}$ を与える。また k_1, k_2, c_1 および c_2 の値は、実験値 $T^{(1)}$ および $T^{(2)}$ から求める。こうして求められた4つの2次成分の理論値を実験値と比較したのが図-7 (1)~(4) である。(1) および (2) は、一組をなす No. 1~3 の結果、(3) および (4) は No. 16~18 の結果である。(1) および (3) はともに単一波の場合で、2次成分は2つの倍周波数成分のみである。横軸は図-6 の基本成分の場合と同様 h/L_0 をとっているが、この場合の L_0 はそれぞれの2次成分の周波数から微小振幅波の関係を用いて求めたものである。また縦軸は無次元量として、2つの倍周波数成分はそれぞれの基本成分波高で、和と差の成分は2つの基本成分波高の幾何平均で割った値をとっている。図を見てわかるように、図中太い折れ線で示された実験値の水深減少に伴う増加の傾向は、細い折れ線で示された理論値のそれと定性的には合っているが、値そのものにはかなりの差がある。

(2) 不規則波

3. で述べたように、不規則波の実験ケースは2種類に分けられ、単一波に対応する1個の主要ピークを有するもの、および2成分からなる合成波に対応する2個の主要ピークを有するものからなる。

a) 単一の主要ピークを有する不規則波の基本パワーの変化

図-4 は No. 4 の結果で、卓越周波数が1個の場合である。各測定点で卓越周波数は若干変動しているが、それを合成波の場合と対応づけるため、 $f^{(1)}$ で表現する。また $f^{(1)}$ の約2倍の周波数のところに第2のピークが見られるが、これも合成波の場合と対応させて、その周波数を $f^{(11)}$ で表現する。一方、 $f^{(1)}$ および $f^{(11)}$ でのパワースペクトル密度 (ただし“one-sided”) の値を、それぞれ $S(f^{(1)})$ および $S(f^{(11)})$ で表わし、合成波の場合と対応させるため、基本パワーおよび2次パワーと呼ぶ。パワーは波高の2乗に比例することを考え、 $\sqrt{S(f^{(1)})}$ の変化を図-5の破線で示される規則波の基本成分波高の変化の理論曲線と比較してみる。なお、(1) b) で述べたように、内部粘性および境界摩擦の

効果はここでも無視する。

図-5の横軸の L_0 としては、 $f^{(1)}$ から微小振幅波の関係を用いて求める。沖波波高 H_0 に相当するものとして、この不規則波が深海において有したパワースペクトル密度の $f^{(1)}$ での値 $S_0(f^{(1)})$ を仮想的に考える。一様水深部 h/L_0 において、 $\sqrt{S(f^{(1)})}/S_0(f^{(1)})$ の値が微小振幅波の shoaling の理論値 (一点鎖線) に一致すると仮定し、 $S_0(f^{(1)})$ を求めた。

図-8 (1) は、No. 1~5 の主要ピークが1つの場合のケースについて、横軸に h/L_0 、縦軸に $\sqrt{S(f^{(1)})}/S_0(f^{(1)})$ をとって図-5の規則波の基本成分波高の変化の理論曲線 (破線) と比較したものである。図を見てわかるように、実験値にはかなりのばらつきがあり、特に No. 4 および 3 の場合は理論値 (破線) よりかなり大きくなっている。ただし、No. 5, 2 および 1 の場合は、一応定性的には理論曲線と同様減少の傾向を示している。この場合、各理論曲線は元来規則波に適用されるべきもので、パラメータとして沖波波形勾配 H_0/L_0 の

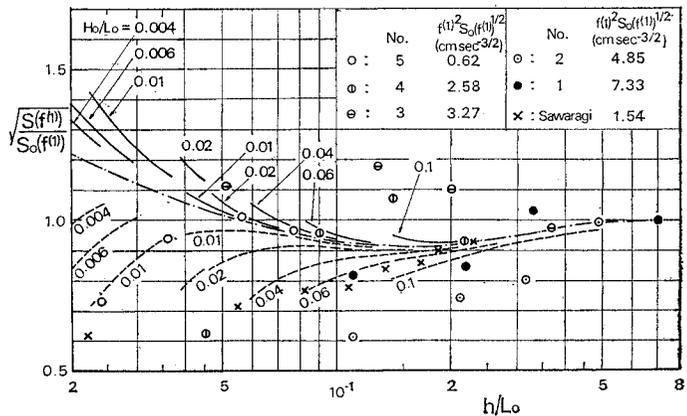


図-8 (1) 不規則波の基本パワーの変化 (主要ピーク1個の場合)

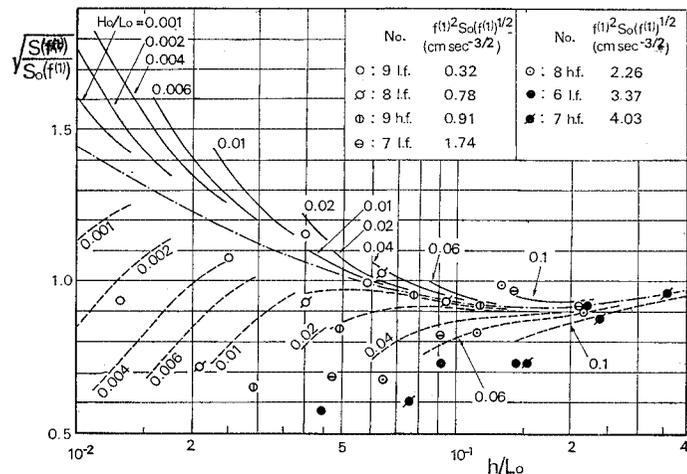


図-8 (2) 不規則波の基本パワーの変化 (主要ピーク2個の場合)

値が与えられている。しかしながら、不規則波の場合はパワーと波高の明確な関係は明らかでなく、その基本パワーに関して規則波の H_0/L_0 と同じ量を求めることはできない。ここでは一応の目安として、次元を有する $f^{(3)} \cdot S_0(f^{(3)})^{1/2}$ なる量を各ケースについて求めてみた。沖波波長 L_0 が周期の2乗に比例し、したがって周波数の2乗に逆比例し、波高がパワーの1/2乗に比例することを考えれば、この量は一応規則波の沖波波形勾配に対応する量として考えられる。しかしながら、図を見てわかるように、主要ピークが1つの実験ケースの範囲内では、このパラメータと基本パワー $S(f^{(1)})$ の変化との関連は明らかではない。

b) 樫木・田端の実験結果の再検討

ところで、1. で述べたように、同様な実験を樫木・田端³⁾が行なっている。彼らは斜面上の数点での不規則波のパワースペクトル密度を実測し、隣り合う2点間での各成分のパワーの変化量を求めた。一方、この変化量を shoaling, 内部粘性, 底面摩擦および側壁摩擦の理論値から算定し比較した結果、特に水深の浅いところで大きな相違があることを示した。すなわち、“水深が浅くなると実測値では高周波数側におけるエネルギー増大があるのに対し、計算値ではスペクトルのピーク付近における shoaling 効果によるエネルギー増大が顕著であって、その傾向は全く逆になっている。このような shoaling 効果が実験値と理論値とでは大きく異なることは先に述べた有義波高の変化と全く共通するものである。以上の事実から、水深の深い領域では比較的スペクトル成分波間の非線形効果が小さいのに対し、浅くなるにしたがって、この非線形効果が急激に強まっていくものと考えられる”と述べている。

ここで、彼らが shoaling 効果では説明のつかないと述べた浅い領域でのピーク付近のパワーの減少に注目してみる。すでに(1)で述べたように、合成波の基本成分波高の水深減少に伴う減少は、図-5の理論曲線によって説明しうることがわかっている。彼らの論文の図-5にケース1のパワースペクトル密度が示されているので、多少不正確ではあるが、各測定点での $f^{(1)}$ および $S(f^{(1)})$ をこの図から読みとり、測定点 No. 1の $S(f^{(1)})$ から $S_0(f^{(1)})$ を求めて図-8(1)と一緒に示した。図を見てわかるように、彼らの実験ケース1のピークのパワーの減少は、この研究での実験 No. 5, 2および1と同様、そのパラメータ $f^{(3)} \cdot S_0(f^{(1)})^{1/2}$ の効果はともかく、破線で示される有限振幅波の shoaling の理論曲線と Stokes 波の第3次近似解による有限振幅波の基本成分波高の減少の理論曲線によって定性的には説明しうる。

樫木・田端の研究では shoaling の効果を線形波すな

わち微小振幅波の shoaling と考えており、この場合には非線形効果は含まれないが、2. で述べたように、一般には shoaling の効果という場合には非線形性の効果も含まれている。彼らは結語のところで、“今後この浅い領域での shoaling 効果を明確にしてスペクトル変化について再検討するとともに…”と述べているが、図-8(1)で示されたように、浅い領域でのピーク付近のパワーの減少は、定性的には従来の有限振幅波の shoaling の理論曲線¹⁾から求められる基本成分波高の減少の理論曲線によって説明しうる。

c) 2つの主要ピークを有する不規則波の基本パワーの変化

図-8(2)は、実験 No. 6~9 すなわち2個の主要ピークを有する不規則波の2個の基本パワーの変化を(1)と同様に示したものである。図中の説明の $l.f.$ および $h.f.$ とは、それぞれ2個の基本パワーのうちの低周波数成分および高周波数成分を意味する。この場合は、(1)の単一の主要ピークを有する不規則波の場合と異なり、いずれの場合も破線で示される有限振幅波の基本成分波高の変化の理論曲線と同様の減少の傾向を示しており、しかも沖波波形勾配に比例するパラメータ $f^{(3)} \cdot S_0(f^{(1)})^{1/2}$ の値が大きいほど減少がはやく生じることがわかる。(1)で述べた合成波の基本成分波高と同様、不規則波の場合でも2つの主要ピークを有する不規則波の基本パワーの水深減少に伴う減少が、有限振幅波の shoaling の理論曲線から求められた基本成分波高の変化の理論曲線によって定性的には説明しうることは興味深い。

d) 不規則波の2次パワーの変化

次に2次パワーの変化を検討する。図-4は単一のピークを有する場合で、その2次パワーはスペクトル分布の形状から明確にわかる。しかしながら、No. 6~9の2つのピークを有する不規則波の場合は、合成波の場合と同様に考えれば、4つの2次パワーが存在し、そのパワースペクトル分布図からそれらを抽出することは困難である。したがって、ここでは単一の主要ピークを有する不規則波の2次パワーについてのみ検討する。図-4の場合の2次パワーすなわち倍周波数成分のパワーは、水深の減少に伴って一度減少はしているが、その後は合成波の2次成分と同様急激に増加している。合成波の場合と同様、連続なスペクトル分布を有する不規則波の非線形干渉による2次パワーの出現は一樣水深においても存在し、斜面上での理論がないので、ここでは一樣水深における不規則波の2次干渉の理論値と実験値を比較する。

浜田¹³⁾によれば、線形の扱いのできる1次パワースペクトル密度を $S_1(\omega)$ (ここでは“two-sided”, ω は角

周波数 $2\pi f$ とすると、 $S_1(\omega)$ の各成分の2次干渉による2次パワースペクトル密度 $S_2(\lambda)$ は次式で与えられる。

$$S_2(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} K(\omega, \lambda) \cdot S_1(\lambda - \omega) \cdot S_1(\omega) d\omega \quad \dots\dots\dots(11)$$

ここに $K(\omega, \lambda)$ は、

$$K(\omega, \lambda) = \frac{1}{4} \left[\frac{gkk(\lambda - \omega)}{\omega(\lambda - \omega)} + \frac{\omega(\lambda - \omega)}{g} - \frac{\lambda^2}{g} \right. \\ \left. + \lambda^2 \left\{ \frac{g(\lambda - \omega)k^2 + g\omega k^2(\lambda - \omega)}{\omega(\lambda - \omega)\lambda} \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{2gkk(\lambda - \omega)}{\omega(\lambda - \omega)} + \frac{\omega(\lambda - \omega)}{g} - \frac{\lambda^2}{g} \right\} \right] \\ \left/ \left\{ g|k + k(\lambda - \omega)| \cdot \tanh|k + k(\lambda - \omega)|h - \lambda^2 \right\} \right] \quad \dots\dots\dots(12)$$

であり、 k は ω の関数としての波数、 $k(\lambda - \omega)$ は $(\lambda - \omega)$ の関数としての波数である。

以上の理論値と実験値とを比較するために、合成波の場合と同様に、各ケースの各測定点の水深を有する一様水深での不規則波を考える。この場合1次パワースペクトル密度 $S_1(\omega)$ としては、図-9に示すように2次パワーの基底(一点鎖線)を仮定して与えた。図-9の破線は式(11)から計算された2次パワースペクトル密度の理論値の一例である。図-10は、No. 2~5の各ケースの2次パワー $S(f^{(2)})$ の変化を基本パワー $S(f^{(1)})$ で割った無次元量として示したものである。横軸の L_0 は、2次パワーの周波数 $f^{(2)}$ を用いて求めた微小振幅波の沖波長である。図からわかるように、2次パワーの実験値 $S(f^{(2)})$ は水深の減少に伴って一度減少するものもあるがいずれにせよ増加し、基本パワーに比べて無視しえないほどになっている。理論値のほうも、実験値同様増加の傾向を示しており、実験値の傾向を定性的

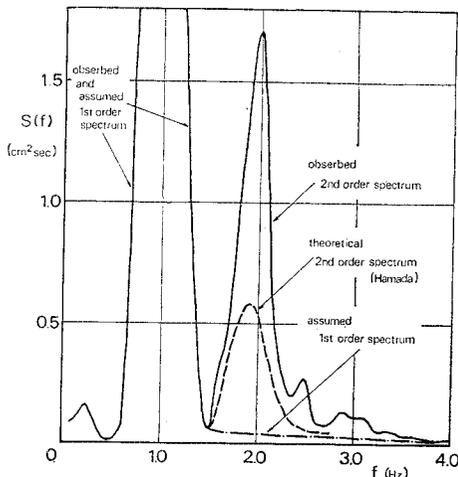


図-9 不規則波の2次パワーの理論値

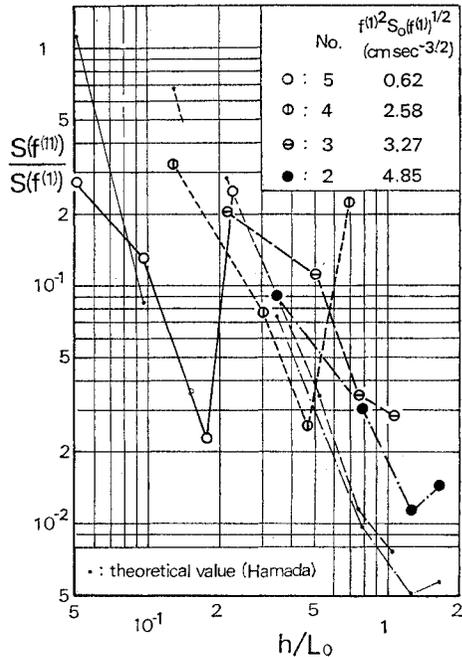


図-10 不規則波の2次パワーの変化

には説明しているが、値そのものにはかなりの相違が存在している。

5. あとがき

この研究は、不規則波の水深減少に伴う変形の機構を実験によって検討したものである。実験的検討を容易にするために、不規則波の実験とともに合成波に関しても実験が行なわれた。

実験結果から、合成波の基本成分波高、2次成分波高、および不規則波の基本パワー、2次成分パワーの水深減少に伴う変化に関しては、内部粘性および境界摩擦による減衰は、実験誤差と同程度で無視しうることがわかった。

次に、2つの基本成分からなる合成波の基本成分波高と、1つおよび2つの主要ピークを有する不規則波の基本パワーは、水深の減少に伴って一度増大するものもあるが、その後は減少することがわかった。

この実験結果は、有限振幅規則波の shoaling の理論から求められた基本成分波高の変化の理論によって定性的に説明しうることが示した。

また、合成波の4つの2次成分と、単一の主要ピークを有する不規則波の2次パワーは、水深の減少に伴って一度減少するものもあるが、その後は急激に増大し、基本成分波高および基本パワーとくらべて無視しえなくなることが示した。

この実験結果は、一様水深の合成波および不規則波の2次干渉の理論によって定性的に説明しうることを示した。

最後に、この研究はこれまでの有限振幅規則波の shoaling に関する研究から継続してなされているもので、研究の全過程において終始ご指導いただいた京都大学工学部岩垣雄一教授に謝意を表するとともに、実験およびその解析に関して、合成波については当時学部学生の坂井逸朗氏（現住友建設）、不規則波については森田哲生氏の多大の協力を得たことを記して謝意を表する。また、この研究は文部省科学研究費による研究の一部であることを付記する。

参 考 文 献

- 1) Bretschneider, C.L. : Modification of wave spectra on the continental shelf and in the surf zone, Proc. 8th Conf. Coastal Engg., pp. 17-33, 1963.
- 2) 湯 麟武・欧 善恵 : 計算による波のスペクトルの浅海における変形, 第18回海岸工学講演会論文集, pp. 33-36, 1971-10.
- 3) 榎木 亨・田端竹千穂 : 減衰域における不規則波の変形について, 第19回海岸工学講演会論文集, pp. 143-148, 1972-11.
- 4) 岩垣雄一・酒井哲郎 : 有限振幅波の shoaling について, 第14回海岸工学講演会講演集, pp. 1-7, 1967-10.
- 5) 岩垣雄一・酒井哲郎 : 有限振幅波の shoaling について(2), 第15回海岸工学講演会講演集, pp. 10-15, 1968-12.
- 6) 岩垣雄一・酒井哲郎 : 一様勾配斜面上の有限振幅長波について, 土木学会論文報告集 No. 196, pp. 65-74, 1971-12.
- 7) 岩垣雄一・酒井哲郎 : 水深変化による不規則波の変形について, 土木学会第26回年次学術講演会講演概要集2, pp. 15-18, 1971-10.
- 8) 岩垣雄一・酒井哲郎 : 水深変化による不規則波の変形について(2), 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集2, pp. 23-26, 1972-10.
- 9) Hasselmann, K. : Weak-Interaction Theory of Ocean Waves, Basic Developments in Fluid Dynamics, Vol. 2, pp. 117-182, Academic Press, 1968.
- 10) Mitsuyasu, H. : A note on the nonlinear energy transfer in the spectrum of wind-generated waves, Rep. Res. Inst. Appl. Mech., Kyushu Univ., Vol. XVI, No. 54, pp. 251-264, 1968.
- 11) Tick, L.J. : A non-linear random model of gravity waves I, J. Math. Mech., Vol. 8, pp. 643-651, 1959.
- 12) 浜田徳一 : 表面波の2次干渉, 第11回海岸工学講演会講演集, pp. 12-18, 1964-11.
- 13) 浜田徳一 : 表面波の2次干渉, 第12回海岸工学講演会講演集, pp. 1-6, 1965-11.
- 14) Phillips, O.M. : On the dynamics of unsteady gravity waves of finite amplitude, Part 1, The elementary interactions, J. Fluid Mech., Vol. 9, pp. 193-217, 1960.
- 15) Longuet-Higgins, M.S. : Resonant interactions between two trains of gravity waves, J. Fluid Mech., Vol. 12, pp. 321-332, 1962.
- 16) Hasselmann, K. : On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum, Part 1, General theory, J. Fluid Mech., Vol. 12, pp. 481-500, 1962.
- 17) 岩垣雄一・石田 昭 : 波起し機によって起した不規則波の特性, 第16回海岸工学講演会講演集, pp. 29-34, 1969-12.
- 18) 岩垣雄一・村上仁士・酒井哲郎・木村 晃 : 電気油圧式不規則波発生機について, 第17回海岸工学講演会論文集, pp. 409-414, 1970-11.
- 19) Skjelbreia, L. : Gravity Waves, Stokes' Third Order Approximation, Table of Functions, Council on Wave Research, The Engineering Foundation, 1959.
- 20) 土屋義人・井上雅夫 : 海底摩擦による波高減衰の基礎的研究(1), 第8回海岸工学講演会講演集, pp. 19-24, 1961-9. (1973.1.29・受付)