

空気吸込渦に関する研究

STUDY ON AIR-ENTRAINING VORTEX FORMATION

萩原能男*
By Yoshio Ogihara

1. まえがき

河口における淡水取水、貯水池における温水取水などにおいては、なるべく水面付近より取水することが要求される。また取水位置を浅くすることは掘削工事、取水構造物の製作などの面より経済的である。しかし、表面取水には空気吸込渦の発生する危険性があり、空気が管内に流入すると管路の流れにエアハンマー、セルフブライミングなどの振動現象が発生し、取水効果を著しく低下させることになる。空気が管内に流入しない適当な取水位置を決定することは工学的に重要な課題である。

物部¹⁾は、このような取水口に生ずる渦を流出渦と名づけている。流出渦に関する研究は数少なく、現象に不安定性・不規則性などの複雑な要素があるため理論的な説明が困難な問題とされている。

この論文では、外的に強制回転の与えられない自由流出渦の安定性とその形状について理論的説明をし、実験資料をもとにして空気吸込渦の発生範囲について論じ、取水管上部に笠をつけることが空気吸込防止に役立つことを示した。また、流出渦の模型実験を行なう際の相似則についても一提案をした。

2. 流出渦の安定性

流出渦は、その取水口の向きが鉛直上向きの場合、鉛直下向きの場合、水平方向に向いている場合、その他の場合と図-1に示すように分類される。この論文では、取水口の向きが鉛直上向きのもの(図-1, A)を「鉛直流出渦」、水平方向のもの(図-1, C)を「水平流出渦」と呼び、ここでは前者について理論的説明をする。

(1) 安定条件

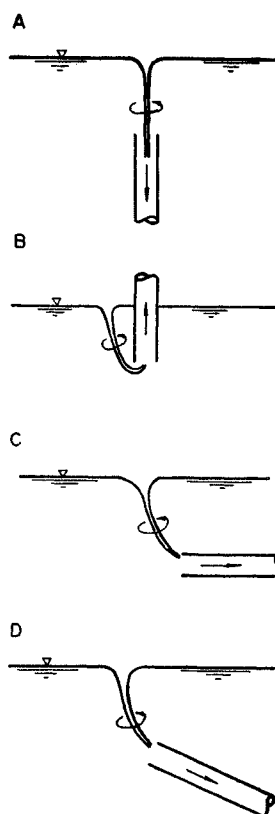


図-1 流出渦の分類

「鉛直流出渦」は管軸にそってほぼ軸対称である。図-2に示すように、管軸にそって鉛直上向きに z 軸をとった円柱座標系 (r, θ, z) を採用して、各物理量を次の文字で表わす。

u, v, w : r, θ, z 方向の速度成分

t : 時刻

ρ : 流体密度

g : 重力の加速度

p : 圧力

* 正会員 工修 山梨大学助教授 工学部土木工学科

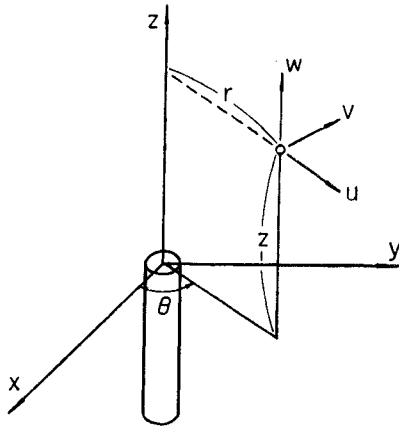


図-2 座 標 系

流れはz軸に関して軸対称であるとし、粘性項を無視して定常流の基礎方程式を導くと、運動方程式として

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + w \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots(1)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial r} + w \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{uv}{r} \dots\dots\dots(2)$$

$$u \frac{\partial w}{\partial r} + w \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} = -g \dots\dots\dots(3)$$

連続の方程式として

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{u}{r} \dots\dots\dots(4)$$

が得られ、その特性方程式は

$$udz - wdr = 0 \dots\dots\dots(5)$$

$$udu + wdw + gdz + \frac{1}{\rho} dp - \frac{v^2}{r} dr = 0 \dots\dots(6)$$

$$d(rv) = 0 \dots\dots\dots(7)$$

となる。式(5)は流線の方程式、式(6)はエネルギー方程式、式(7)は渦の強さ循環 ($\Gamma = 2\pi rv$) が一定であることを示している。これらの3式は同時に成立することが必要であるから、一流線上では Bernoulli の式が成立し、循環 Γ が一定であることを示している。これが完全流体軸対称流としての流出渦の安定条件である。

式(6)を式(7)の条件を加えて積分し、 $z=h$ (水面)において $p=0$ とすれば

$$h = h_t - \frac{\Gamma^2}{8\pi^2 g} \frac{1}{r^2} - \frac{1}{2g} (u^2 + w^2) \dots\dots\dots(8)$$

なる安定渦の水面形状を示す式が求まる。この式が水面形方程式として利用されるためには、水面における流速の r, z 方向成分 u, w が r の関数として与えられなければならない。

(2) 発達性・消滅性

次に、式(2)に非定常項を加えて、 $w \partial v / \partial z$ を他の

項に比較して小さいものとして省略すれば

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial r} + \frac{uv}{r} = 0 \dots\dots\dots(9)$$

となり、変形すれば

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{u}{r} \frac{\partial(rv)}{\partial r} \dots\dots\dots(10)$$

となる。一般に $u < 0$ であるから

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} > 0 \text{ のとき渦は発達し}$$

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} = 0 \text{ のとき渦は安定}$$

$$\frac{\partial(rv)}{\partial r} < 0 \text{ のとき渦は消滅}$$

することになる。この関係を図示すると、図-3 に示すようになる。

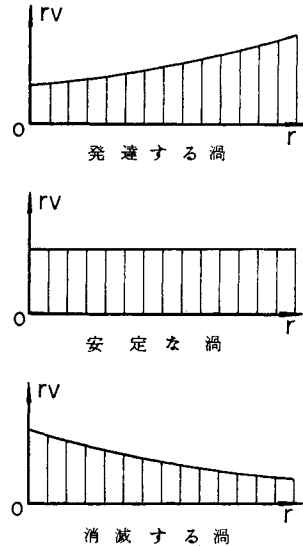


図-3 渦の発達・消滅性

H.A. Einstein と H. Li²⁾ は定常渦に対して循環 Γ が粘性流体の場合には r 方向に変化し $\partial(rv)/\partial r > 0$ なる関係があることを理論的に示している。粘性係数が無限大になれば固体の回転運動なることを考えても当然のことである。このように粘性を考慮する場合には図-3 の関係は修正しなければならない。

物部¹⁾および H.O. Anwar^{3),4)} は式(8)の u, w に関する項は他の項に比較して小さいとして、安定渦の形状計算式として

$$h = h_t - \frac{\Gamma^2}{8\pi^2 g} \frac{1}{r^2} \dots\dots\dots(11)$$

を示した。これに前述の渦の発達・安定・消滅の条件を加えて大略の渦形状を描くと図-4 になる。渦形状が安定な場合を中心に発達、消滅の形状が存在しており、形状が両者の間を往復運動するように振動している

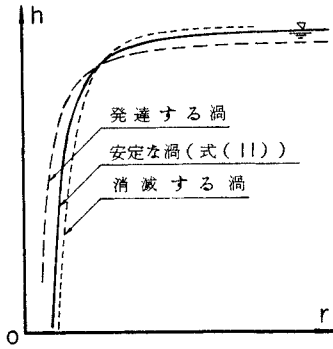


図-4 渦の形状と発達・消滅性

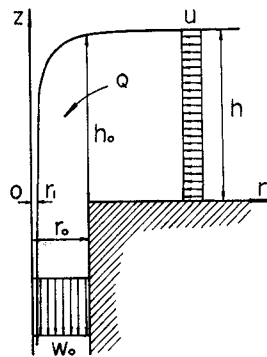


図-5 流速の平均化

のが実際の現象である。

(3) 循環 Γ の伝播

次に、図-5 のように流速の平均化をすると、取水管(流出管)の半径を r_0 として、 $r=r_0$ における水深を h_0 、流量を Q で表わすと、各流速成分は

管の内側 ($r < r_0$) においては

$$u = -\frac{r^2 - r_1^2}{2\pi r h (r_0^2 - r_1^2)} Q \dots\dots\dots (12)$$

$$w = -\frac{h_0 - h}{\pi h_0 (r_0^2 - r^2)} Q \dots\dots\dots (13)$$

管の外側 ($r \geq r_0$) においては

$$u = -\frac{Q}{2\pi h r} \dots\dots\dots (14)$$

$$w = 0 \dots\dots\dots (15)$$

となる。いま渦の半径 r_1 が流出管の半径 r_0 に比較して小さいことを考慮して r_1^2 を r^2 および r_0^2 に比較して無視すれば

$$u = -Q/(2\pi r h) \quad (r \geq r_0) \dots\dots\dots (16)$$

$$u = -w_0 r/(2h) \quad (r < r_0) \dots\dots\dots (17)$$

ただし

$$w_0 = Q/(\pi r_0^2) \dots\dots\dots (18)$$

と表わされる。この関係を用いて式(9)の特性微分方

程式⁵⁾

$$dt = \frac{dr}{u} = -\frac{r dv}{uv} \dots\dots\dots (19)$$

を解くと、式(9)の一般解は F を任意関数として

$$r \geq r_0 \text{ のとき } F\left(t + \frac{\pi h}{Q} r^2, vr\right) = 0 \dots\dots (20)$$

$$r < r_0 \text{ のとき } F\left(\frac{1}{r} e^{-(w_0 t)/(2h)}, vr\right) = 0 \dots\dots (21)$$

と示される。この関係より、循環 $\Gamma = 2\pi r v$ の値は

$r \geq r_0$ においては

$$t + \frac{\pi h}{Q} r^2 = \text{Const} \dots\dots\dots (22)$$

$r < r_0$ においては

$$\frac{1}{r} e^{-w_0 t/(2h)} = \text{Const} \dots\dots\dots (23)$$

なる関係を保ちながら図-6に示されるように渦の外側より内側に向かって運ばれてくることになる。このことは前述の図-3に示す渦の発達・安定・消滅の三形態を説明するのに役立つ。

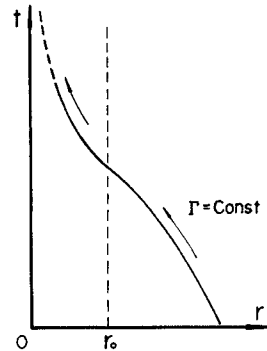


図-6 循環 Γ の移動

(4) 抵抗力による不安定性

また、流体の抵抗の面より流出渦の安定性を論ずると、次に示すような単純な例でわかるように、循環 Γ の値を流れの全域にわたって一定に保ち、渦を安定化することは不可能である。

すなわち、渦は回転のため円筒状の周辺よりせん断抵抗を受ける。いま、 $r=r$ の円筒状の境界面を考えて、その水深を h として粘性抵抗力を層流的に考えると

$$F = 2\pi r h \cdot \tau = 2\pi r h \mu \frac{\partial v}{\partial r}$$

となる。底面に働く抵抗力を無視すると、この F の値は r に関係なく一定であるから

$$\frac{\partial v}{\partial r} = \frac{E}{r h} \quad \left(E = \frac{F}{2\pi \mu}\right)$$

となり、水深 h をほぼ一定とみなして積分すると

$$v = \frac{E}{h} \log\left(\frac{r}{R}\right) \dots\dots\dots (24)$$

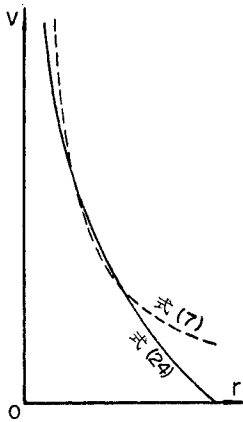


図-7 安定な流速分布と抵抗力より定まる流速分布

なる関係が得られる。これを 図-7 に式 (7) で示される安定渦の条件と重ねて示すと、両者は本質的に一致しないことがわかる。流れが乱流であっても同じような不一致を生ずることになる。

このことは、流出渦は式 (7) の流速分布を保持しなければ安定しないのに、抵抗力によって式 (24) の流速分布を強制されて、安定性を不可能にしている。

3. 流出渦の形状

今日まで、定常的な流出渦の形状計算式として知られているものは物部³⁾および Anwar^{3),4)} の示した式 (11) であって、循環流が求心方向の流速に比較して大きい一般の流出渦においては良好な結果をもたらしている。この論文では 図-5 に示す流速の平均化の仮定のもとに、流出渦の形状を流線の方程式より求め、式 (11) と一致することを示すとともに、別に式 (1) の運動方程式を積分することにより、開水路の不等流の水面形と類似な方法により流出渦の水面形状の特長を示した。

(1) 諸量の無次元化表示

計算式の簡潔化をはかり、単位の混用による計算の誤りを防止するほかに、現象の相似則的理解を深めるために、前述の諸量および方程式の無次元化表示をする。

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{r}{r_0} & \xi_1 &= \frac{r_1}{r_0} \\ \eta &= \frac{h}{r_0} & \eta_0 &= \frac{h_0}{r_0} \\ \eta_t &= \frac{h_t}{r_0} & \mu &= \frac{u}{w_0} \\ \sigma &= \frac{w}{w_0} & f &= \frac{w_0}{\sqrt{2gr_0}} \\ r &= \frac{r}{2\pi r_0 w_0} \Gamma \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ξ, η は流出管の半径 r_0 を基準にした距離 r , および

水深 h の無次元量, μ, σ は管内平均流速 w_0 を基準にした r 方向の流速成分 u, z 方向の流速成分 w の無次元量, f は管内平均流速を管径によりフルード表示した無次元量, Γ は循環 $\Gamma = 2\pi r v$ の無次元量である。

これらの無次元量を用いて式 (12), (13) を書きなおすと

$$\mu = -\frac{\xi^2 - \xi_1^2}{2\xi\eta(1 - \xi_1^2)} \dots\dots\dots (26)$$

$$\sigma = -\frac{\eta_0 - \eta}{\eta_0(1 - \xi^2)} \dots\dots\dots (27)$$

となる。

(2) 流線の方程式より決まる形状

流出渦の水面も一つの流線であるから、流線の方程式より形状を定めることができる。流線の方程式

$$dh/dr = w/u$$

へ管の内側の流速計算式 (12), (13) を代入して積分すると、積分定数を c として

$$h = \frac{r^2 - r_1^2}{(r^2 - r_1^2) + c(r_0^2 - r^2)} h_0 \dots\dots\dots (28)$$

となる。無次元化表示をすれば

$$\eta = \frac{\xi^2 - \xi_1^2}{(\xi^2 - \xi_1^2) + c(1 - \xi^2)} \eta_0 \dots\dots\dots (29)$$

これを、式 (26) へ代入して半径方向の流速成分 μ を与える式を作れば

$$\mu = \frac{1}{2\eta_0(1 - \xi_1^2)} \left\{ (c-1)\xi - (c - \xi_1^2) \frac{1}{\xi} \right\}$$

となる。 $\xi \rightarrow 0$ のとき $\mu \rightarrow 0$ になるためには

$$c = \xi_1^2 \dots\dots\dots (30)$$

でなければならない。一般に管入口部分における空気錐の半径は管の半径に比較して小さいため、 ξ_1^2 は 1 に比較して無視されて、 μ, σ, η の計算式は管の内側で

$$\mu = -\frac{\xi}{2\eta_0} \dots\dots\dots (31)$$

$$\sigma = -\frac{\xi_1^2}{\xi^2} \dots\dots\dots (32)$$

$$\eta = \left(1 - \frac{\xi_1^2}{\xi^2}\right) \eta_0 \dots\dots\dots (33)$$

と示される。また、管の外側においては

$$\left. \begin{aligned} \mu &= -\frac{1}{2\eta_0\xi} \\ \sigma &= 0 \\ \eta &= \eta_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

となる。一方、物部の示した式 (11) の無次元式は

$$\eta = \left(1 - \frac{f^2 r^2}{\eta_0 \xi^2}\right) \eta_0 \dots\dots\dots (35)$$

であり、式 (33) と比較すると

$$\xi_1 = f r / \sqrt{\eta_0} \dots\dots\dots (36)$$

なる結果が得られる。すなわち、空気錐の管入口にお

る半径 ξ_1 を式 (36) で与えると、流線による流出渦の形状計算式は物部および Anwar の示した式 (11) と全く一致することになる。

(3) 運動方程式より決まる形状

流速を平均化して示す 図-5, すなわち式 (16), (17) の流速表示によれば、半径 r 方向の流速 u の z 方向の変化はなくなるので、運動方程式 (1) は

$$u \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} = \frac{v^2}{r} \dots\dots\dots(37)$$

となる。また、回転方向の流速 v も u と同様に z 方向に一様であると仮定すれば、式 (2) は

$$\frac{\partial v}{\partial r} + \frac{v}{r} = 0$$

となる。すなわち、循環 Γ は流れの全域にわたって一定になる。

$$\Gamma = 2\pi r v = \text{Const} \dots\dots\dots(38)$$

また、 z 方向の慣性力は重力に比較して小さいものとし、静水圧分布を仮定すれば

$$p = \rho g(h - z) \dots\dots\dots(39)$$

となり、式 (37) の運動方程式は常微分方程式になり次のようになる。

$$u \frac{du}{dr} + g \frac{dh}{dr} = \frac{\Gamma^2}{4\pi^2 r^3} \dots\dots\dots(40)$$

a) 管の内側の形状

管の内側における流速 u は式 (17) で示される。これを式 (40) の渦形状微分方程式へ代入すると

$$\frac{dh}{dr} = \frac{\Gamma^2 / (4\pi^2 r^3) - Q^2 r / (4\pi^2 r_0^4 h^2)}{g - Q^2 r^2 / (4\pi^2 r_0^4 h^3)} \dots\dots\dots(41)$$

無次元化して

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{f^2 \eta}{\xi^3} \left(\frac{4r^2 \eta^2 - \xi^4}{2\eta^3 - f^2 \xi^2} \right) \dots\dots\dots(42)$$

となる。分子を 0 にすることにより開水路不等流における等流水深に相当する水深が求まり、分母を 0 にすることにより限界水深に相当する水深が求まる。これらの水深をこの論文では等流水深、限界水深と呼ぶ。

式 (42) より求まる等流水深は

$$\eta_n = \xi^2 / (2r) \dots\dots\dots(43)$$

限界水深は

$$\eta_c = (f^2/2)^{1/3} \xi^{2/3} \dots\dots\dots(44)$$

となり、渦形状の性質を示すのに役立つ。

また、式 (42) において、渦軸 (z 軸, η 軸) の近くにおいては ξ^4 , $f^2 \xi^2$ の項が他の項に比較して無視され

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{2f^2 r^2}{\xi^3}$$

積分して

$$\eta = \eta_0 - \frac{f^2 r^2}{\xi^2} \dots\dots\dots(45)$$

となり、式 (35) と一致する。

b) 管の外側の形状

管の外側の流速 u は式 (16) で示される。これを式 (40) の渦形状微分方程式に代入すると

$$\frac{dh}{dr} = \frac{\Gamma^2 / (4\pi^2 g r^3) + Q^2 / (4\pi^2 g h^2 r^3)}{1 - Q^2 / (4\pi^2 g h^3 r^2)} \dots\dots\dots(46)$$

無次元化して

$$\frac{d\eta}{d\xi} = \frac{f^2 \eta}{\xi} \left(\frac{4r^2 \eta^2 + 1}{2\eta^3 - f^2} \right) \dots\dots\dots(47)$$

となる。等流水深は存在しないが、限界水深は存在して $\eta_c = (f^2/2)^{1/3} \xi^{-2/3} \dots\dots\dots(48)$

$\xi=1$ において式 (44) の η_c と接続する。

c) 渦形状の略図

前述の水面方程式の特性を限界水深線、等流水深線をもとにして大略作図すれば 図-8 のように示される。

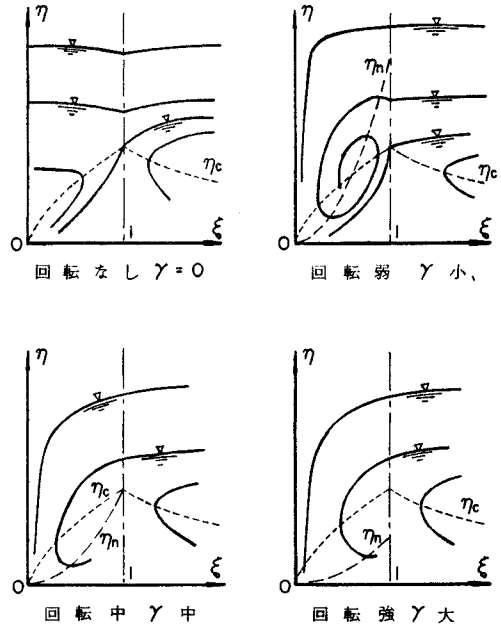


図-8 渦水面形の特

(4) 実験値との比較

a) 実験装置と実験方法

鉛直流出渦の実験装置は幅 1.20 m, 長さ 1.20 m, 深さ 90 cm の側面鏡ガラス張り正方形断面の水槽の中央より鉛直下方に流出管を引き出したものである (図-15)。流出管の内径は 5, 6, 7, 8, 9 cm の 5 種類である。水の補給は流出管中心より半径 20 cm 以遠に径 20 mm の孔を 50 mm 間隔であけた水槽底の敷板より一様に上方に行なわれ、外的に循環が与えられないようになっている⁶⁾。

実験は流入量と流出量の相互調節により安定する水槽内水位に対して発生する空気吸込渦を側面ガラス壁より

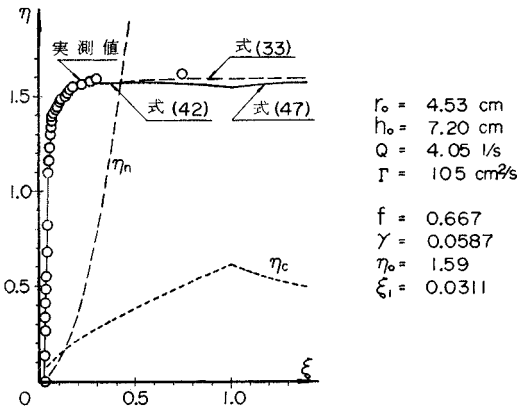


図-9 (a) 渦水面形の計算値と実験値の比較の一例

$r_0 = 4.53 \text{ cm}$
 $h_0 = 7.20 \text{ cm}$
 $Q = 4.05 \text{ l/s}$
 $\Gamma = 105 \text{ cm}^2/\text{s}$
 $f = 0.667$
 $\gamma = 0.0587$
 $\eta_0 = 1.59$
 $\xi_1 = 0.0311$

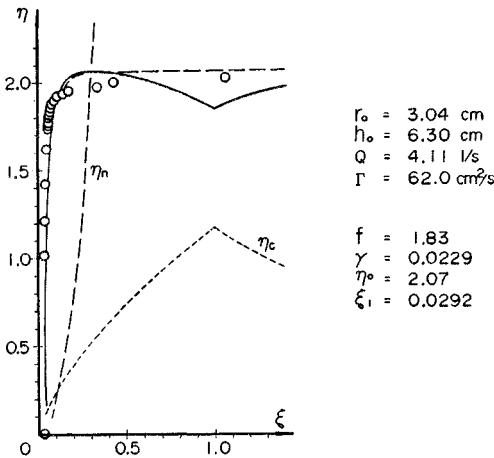


図-9 (b) 渦水面形の計算値と実験値の比較の一例

$r_0 = 3.04 \text{ cm}$
 $h_0 = 6.30 \text{ cm}$
 $Q = 4.11 \text{ l/s}$
 $\Gamma = 62.0 \text{ cm}^2/\text{s}$
 $f = 1.83$
 $\gamma = 0.0229$
 $\eta_0 = 2.07$
 $\xi_1 = 0.0292$

写真撮影をし、光学的な修正をして渦形状を定める方法によった。

b) 計算値と実験値の比較

渦形状計算式 (33) による計算値と、渦形状微分方程式 (42), (47) の数値積分値とを実測値と比較したものが図-9である。計算にあたり循環 Γ , r は式 (36) を用い実測の渦半径 r_1 より求めたものを使った。

微分方程式 (42), (47) の積分曲線は管径 ($r=r_0$, $\xi=1$) のところで水面が窪む傾向にある。この窪みは実験においても水深の浅い場合に認められる (図-17)。

4. 流出渦の発生条件

ここでは、空気錐が管内へ達する空気吸込渦の発生条件について、ポテンシャル流れよりの推定、管入口部分の圧力よりの推定、流れのエネルギー関係よりの推定の三方法について示し、それらを総合して発生領域を定める。

流出渦の発生条件について栗津⁷⁾は水槽内流体の乱れに原因があるとし、水槽に水を入れ、その後の経過時間により乱れを静めてから水槽底の孔より流出させる方法により実験的に確かめ、静止時間の長い場合には乱れが小さく渦が発生しにくいことを示した。

この論文では、流れを大局的に取扱って渦発生について論じようとするものである。

(1) ポテンシャル流れよりの推定

図-10 に示す z 軸上の $z=\pm h_0$ に強さ Q の吸込みが存在する三次元軸対称流の速度ポテンシャルは

$$\varphi = \frac{Q}{4\pi} \left\{ \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z-h_0)^2}} + \frac{1}{\sqrt{r^2 + (z+h_0)^2}} \right\} \dots\dots\dots(49)$$

Stokes の流れの関数は

$$\psi = \frac{Q}{4\pi} \left\{ \frac{z-h_0}{\sqrt{r^2 + (z-h_0)^2}} + \frac{z+h_0}{\sqrt{r^2 + (z+h_0)^2}} \right\} \dots\dots\dots(50)$$

となる。この流れの r 軸より下側の部分を流出渦の流れに近似する。

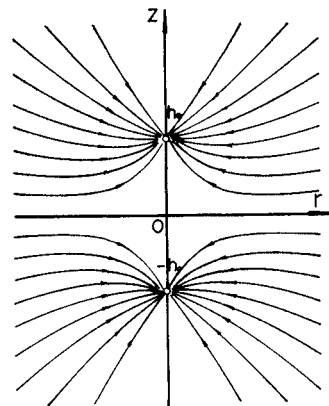


図-10 ポテンシャル軸対称流の流線

流速成分は

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{Q}{4\pi} r \left[\frac{1}{\{r^2 + (z-h_0)^2\}^{3/2}} + \frac{1}{\{r^2 + (z+h_0)^2\}^{3/2}} \right] \\ w &= -\frac{Q}{4\pi} \left[\frac{z-h_0}{\{r^2 + (z-h_0)^2\}^{3/2}} + \frac{z+h_0}{\{r^2 + (z+h_0)^2\}^{3/2}} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(51)$$

となり、 r 軸 ($z=0$) における流速は

$$\left. \begin{aligned} u &= -\frac{Q}{2\pi} \frac{r}{\{r^2 + h_0^2\}} \\ w &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(52)$$

r 軸上における圧力分布は

$$\frac{p}{w} = \frac{p_0}{w} - \frac{Q^2}{8g\pi^2} \frac{r^2}{(r^2 + h_0^2)^3} \dots\dots\dots(53)$$

図-11 に示すように $r=h_0/\sqrt{2}$ で圧力が最も低下し、その低下量は $Q^2/(54g\pi^2h_0^4)$ になる。この低下量が kh_0

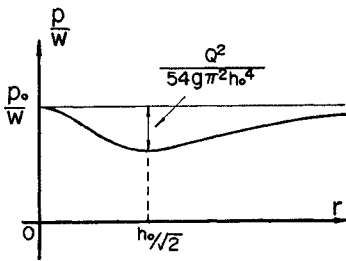


図-11 ポテンシャル軸対称流の r 軸上の圧力分布

より大きくなったとき空気吸込渦が発生するとすれば、その発生条件式は

$$\left. \begin{aligned} Q > \sqrt{54 g k \pi} h_0^{2.5} \\ f > 3 \sqrt{3 k} \eta_0^{2.5} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (54)$$

で示される。

(2) 管入口の圧力低下よりの推定

流出渦の発生が呑口部分の圧力低下に関係するとして論じたものに物部¹⁾、栗津²⁾などの研究がある。呑口部分の圧力は近似的に

$$\frac{p}{\rho g} = h_0 - \frac{w_0^2}{2g} \dots\dots\dots (55)$$

により代表され、 $p < 0$ の範囲で空気吸込渦が発生するとすれば、発生条件式として

$$\left. \begin{aligned} Q > \sqrt{2g\pi} r_0^2 \sqrt{h_0} \\ f > \sqrt{\eta_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (56)$$

が得られる。

(3) エネルギー関係よりの推定

水面にそう流線上でのエネルギー方程式 (8) を無次元化表示すれば

$$\eta_t = \eta + f^2(\mu^2 + \sigma^2) + r^2 f^2 / \xi^2$$

平均流速 μ , σ の計算式 (31), (32) および η の計算式 (33) を上式へ代入すると

$$\eta_t = \eta_0 + \frac{f^2}{4\eta_0^2} \xi^2 + \frac{r^2 f^2 - \eta_0 \xi_1^2}{\xi^2} + \frac{f^2 \xi_1^4}{\xi^4} \dots (57)$$

ξ の値に関係なく η_t を一定に保つことはできない。回転がなく水が流れるためには $r=0$ の状態において、 $\xi = \xi_1$ のときの全水頭 η_t が $\xi=1$ のときの η_t より小さくなければならない。そのための条件式としては

$$f < \frac{2\eta_0 \sqrt{\eta_0}}{\sqrt{4\eta_0^2 - 1}} \dots\dots\dots (58)$$

この関係は渦が発生しないための条件であり、不等号の向きが反対になれば外側にエネルギー不足が生じて、流れが不安定になり渦が発生することになる。したがって発生条件の推定式として

$$f > \frac{2\eta_0 \sqrt{\eta_0}}{\sqrt{4\eta_0^2 - 1}} \dots\dots\dots (59)$$

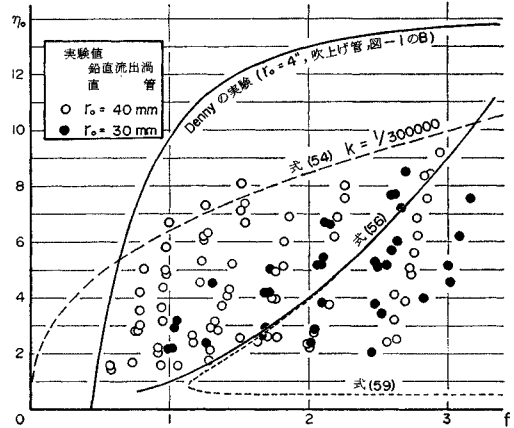


図-12 空気吸込渦発生領域

が考えられる。式 (56) と (59) は η_0 の大きい場合にはほぼ同一の条件となる。

(4) 空気吸込渦の発生領域

空気吸込渦の発生領域の推定式として式 (54), (56), (59) の3式が与えられ、 $k=1/300000$ として図示すると図-12のように示される。実験値と比較すると、式 (54) の範囲は比較的良好な一致を認められ、他の式 (56), (59) の条件は十分な一致が認められない。図-12の式 (56) の条件以外の範囲で空気吸込渦の発生が実験によると認められる。これは管呑口部分の圧力が大気圧以上であっても空気吸込渦が発生することを意味する。

実験によれば空気吸込渦の発生範囲には、 f に最小値、 η_0 に最大値が存在する。D.F. Denny と G.A.J. Young による実験^{8),9)}によってもこのことが認められている。すなわち、かぶり水深 h_0 に関係なく管内流速 w_0 がある値以下の場合には空気吸込渦が発生しないこと、管内流速 w_0 の値に関係なくかぶり水深 h_0 がある値以上になれば空気吸込渦が発生しないことの二限界条件が示されている。

a) f の最小値

図-12の実験値において認められるように、空気吸込渦の発生限界を示す f の最小値 (f_{min} とする) は管半径 r_0 の値によって変化する。 r_0 が小さいほど f_{min} は大きくなることが実験により判明した。この関係を図示したものが図-13である。

管内レイノルズ数を $Re=2w_0 r_0/\nu$ (ν : 水の動粘性係数) で表わすと、 f と Re の間には

$$Re = \frac{\sqrt{8g r_0^3}}{\nu} f \dots\dots\dots (60)$$

なる関係が存在し、 f_{min} のかわりに Re の最小値 Re_{min} により空気吸込渦の発生限界を示せば、 Re_{min} は管半径 r_0 に関係なくほぼ一定になることが認められる。した

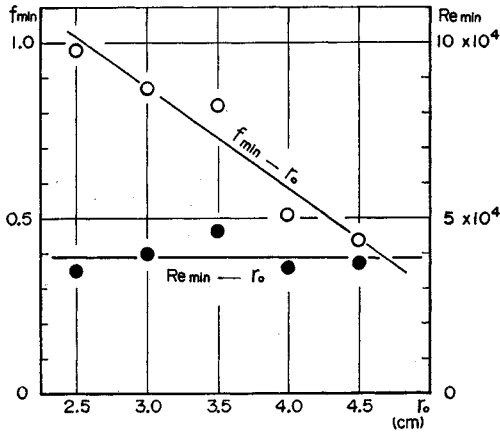


図-13 管半径 r_0 と f_{min} , Re_{min} の関係 (鉛直流出渦, 直管)

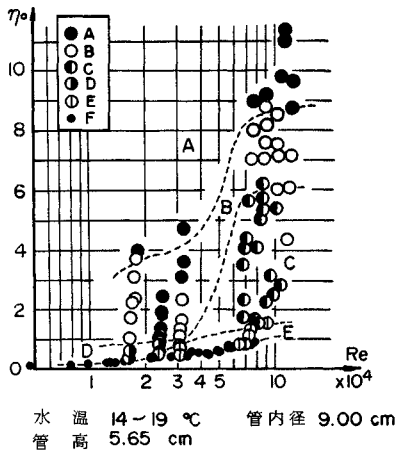


図-14 (a) 渦発生領域の実験値 (鉛直流出渦, 直管)

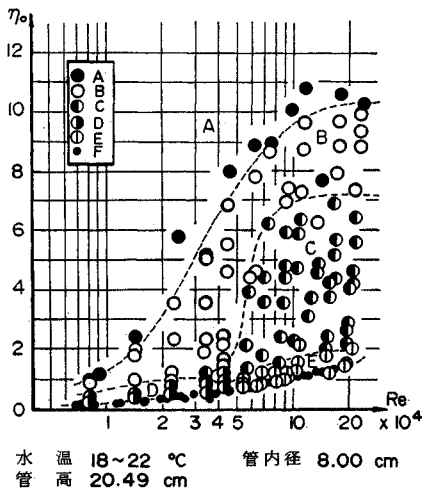


図-14 (b) 渦発生領域の実験値 (鉛直流出渦, 直管)

がって、発生限界値として Re_{min} を用いるほうが良好である。図-14 は流出渦の発生範囲を 図-17 に示す発生形態にしたがって Re と η_0 とによって分類した実験資料の一例である。 Re を用いることは流体粘性が渦発生に関係することを考慮しても合理的である。

D.F. Denny⁹⁾ や K.J. Zanker¹⁰⁾ は水面付近の流速が流出渦の形成に関与するとし、管内平均流速と水面流速との間に比例関係を仮定し、Denny は 1/16 の模型に

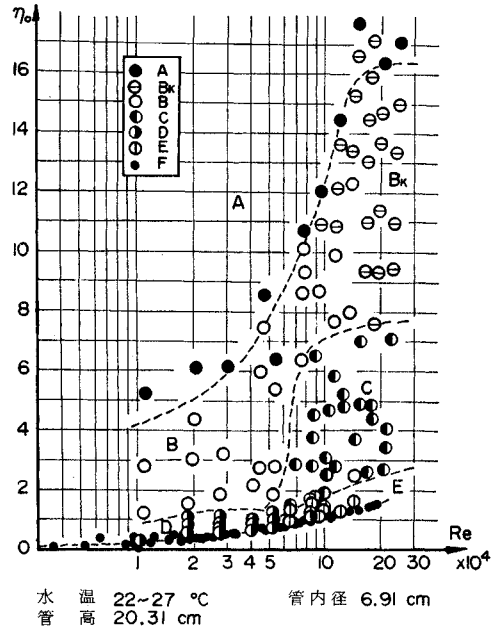


図-14 (c) 渦発生領域の実験値 (鉛直流出渦, 直管)

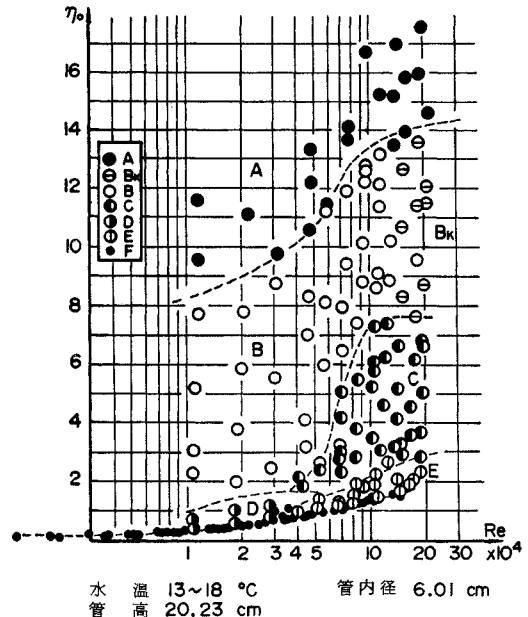
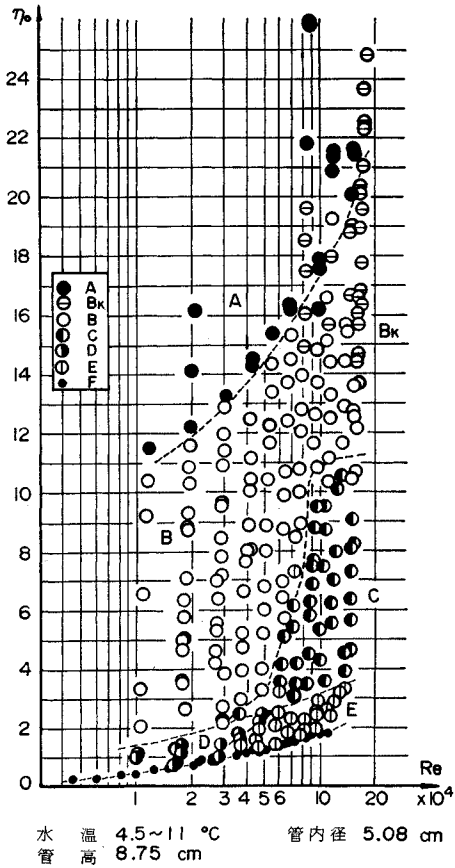


図-14 (d) 渦発生領域の実験値 (鉛直流出渦, 直管)



図一14 (e) 渦発生領域の実験値 (鉛直流出渦, 直管)

ついて等流速の相似則を用い, Zanker は 1/200 の模型について We/Re 相似則 (We : ウェバー数) を用い, とともに Froude の相似則は用いることができないことを指摘している。

b) η_0 の最大値

実験資料に基づく流出渦の発生領域を示した 図一14 ($Re < 200,000$) より判断されるように, 空気吸込渦 C の発生領域は Re 数の大きい部分では Re 数に関係なく η_0 のある限界値によって決まる。この η_0 の限界値を η_0 の最大値と呼び η_{0max} で表わすと, 空気吸込渦の発生領域が

$$\eta_0 < \eta_{0max}, Re > Re_{min}$$

の二条件を同時に満足することによって定められる。

Denny も実験の結果より管内流量すなわち Re が大きくなると, η_{0max} はある値に収束する漸近線をもっているとしている。

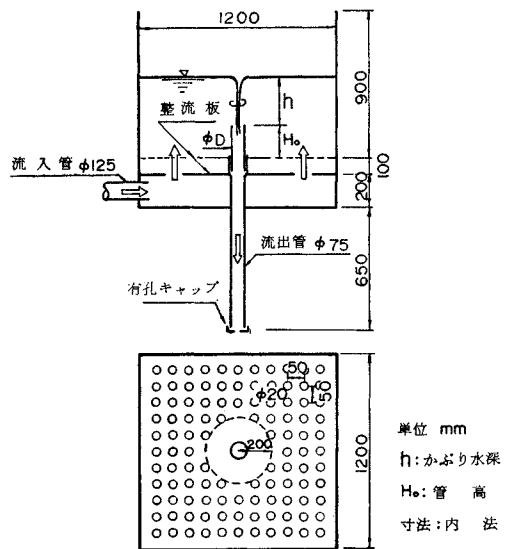
しかしながら, 式 (54) の関係を用いて η_{0max} の値を Re の大きい領域 ($Re > 200,000$) まで拡張するほうが空気吸込渦防止の面よりみれば安全である。

5. 実験に基づく空気吸込渦の発生領域

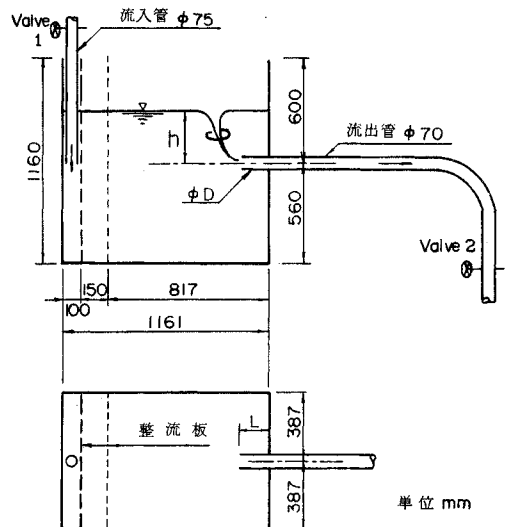
(1) 実験の種類と実験装置

実験水槽は鉛直流出渦用のものと水平流出渦用のものと二種類用意した。鉛直流出渦用の水槽は 3. (4) で説明したもので, 図一15 に示されている。呑口の形状は, 管を直角に切り落した状態のもの (直管と呼ぶ), ベルマウス状のもの, 直管の上に円板状の笠をつけたものの 3 種類がある。

水平流出渦用水槽は 図一16 に示した直方体型の両側



図一15 鉛直流出渦実験装置



図一16 水平流渦実験装置

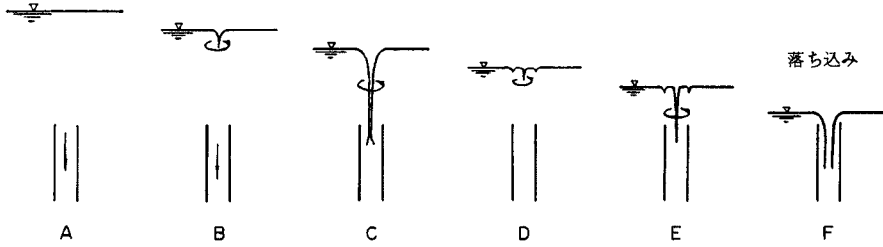


図-17 鉛直流出渦の発生形態の分類

面一部ガラス張りのもを用いた。呑口の形状は直管である。

図-14 に示した流出渦の発生形態の分類は 図-17 に示す A, B, C, D, E, F によっている。B_K は B の状態の渦が複数個水面に存在する状態である。

(2) 鉛直流出渦における管径の影響

先に空気吸込渦の発生領域は管内レイノルズ数の最小値 Re_{min} とかぶり水深比の最大値 η_{0max} とによって定めることができることを説明した。これらの値が管半径 r_0 の値によってどのように変化するか図示したものが 図-18, 19 である。

図-18 に動粘性係数 ν がほぼ一定として等流速を与える線 $V/\nu = 5800 \text{ cm}^{-1}$ を入れると実験値と必ずしも一致しない。これは、Denny のいう等流速相似則では満足でないことを意味している。

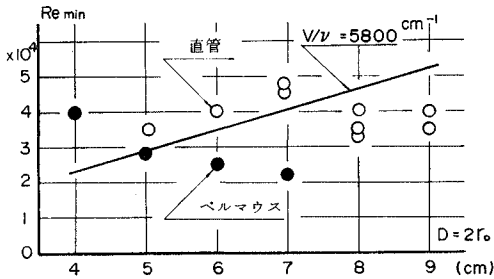


図-18 鉛直流出渦の管径 D と Re_{min} の関係

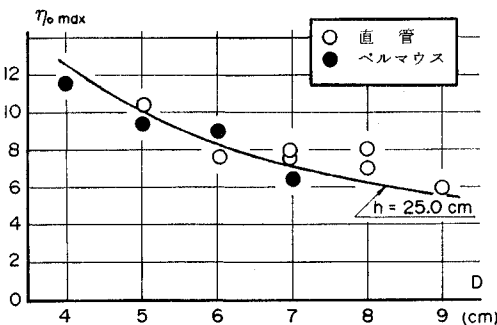


図-19 鉛直流出渦の管径 D と η_{0max} の関係

図-19 の η_{0max} の値は管半径 r_0 が大きくなるほど小さくなる傾向にあり、空気吸込渦の実験を小さい模型で行ない、 η_{0max} で原型の空気吸込範囲を定めれば、空気の吸込まれない場合も含むことになって渦防止の面からみれば安全側になる。

(3) 鉛直流出渦における笠の影響

図-20 に示すように、鉛直流出管の上部に円板状の笠を設置して、軸対称流を成立不可能にすると、空気吸込渦の発生が妨害される。笠の直径が Re_{min} , η_{0max} にどのように関係するか図示したものが 図-21 である。 η_{0max} には笠の効果が認められないが、 Re_{min} の値には効果が現われている。

同じ実験範囲 ($Re < 200000$) において $Hd/D > 1.2$, $Dd/D > 1.2$ の場合には空気吸込渦の発生が認められない⁶⁾。

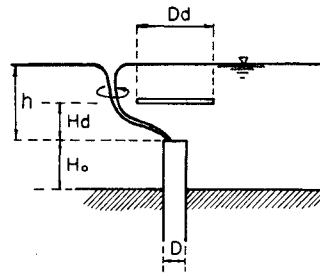


図-20 笠つきパイプにおける流出渦

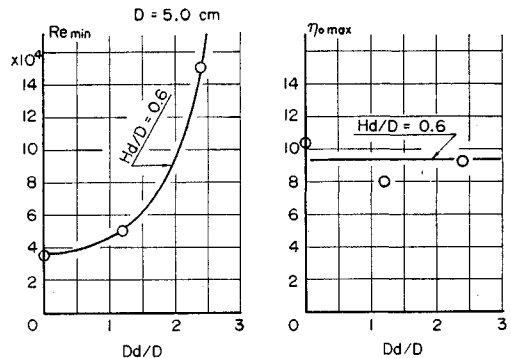


図-21 笠の径と Re_{min} , η_{0max} の関係

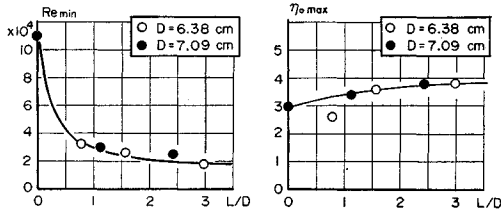


図-22 水平流出渦の管突出長と Re_{min} , η_{0max} の関係

(4) 水平流出渦における管突出長の影響

水平流出渦においては、水槽への管突出長 L (図-16) が空気吸込渦の発生領域 Re_{min} , η_{0max} にどのように関係するか実験値を整理すると 図-22 のとおりである。 $L/D > 1.0$ となるとほとんど突出長の影響はなくなる。突出長 L が小さい時には水槽壁によって渦の回転が妨害され、 Re_{min} の値が大きくなり、 η_{0max} の値は小さくなって空気吸込渦は発生しにくくなる。

6. む す び

この論文では、流出渦の安定性、形状、空気吸込渦の発生条件について理論的説明を加え、実験値との比較を行なった。

(1) 完全流体の渦理論による Thomson の定理「流体とともに移動する閉曲線に沿う循環は時間的に変化しない」、および、Helmholtz の渦法則「渦は閉じているか、流体の境界についているか、それとも無限遠方まで伸びているかのいずれかで流体中に端を持たない」に示されるように、渦のないところから渦は発生しない。発生するとすれば完全流体でなく、流体の粘性に原因がある。すなわち、自由流出渦の発生には粘性力を無視することはできない。空気吸込渦の発生領域を示す Re_{min} , η_{0max} の方法はこの意味からも適当である。これらの値は実験によると下の表のようになる。

表-1 空気吸込渦の発生領域 ($Re < 200,000$)

	Re_{min}	η_{0max}	$(h/D)_{max}$
鉛直流出渦 { 直管 ベルマウス	3.0×10^4	6~12	3~6
	2.0×10^4	6~12	3~6
水平流出渦	2.0×10^4	4	2

$Re > 200,000$ の範囲では、式 (54) により η_{0max} の値を表-1 を参照して延長すると良い。なお、通産省省令¹²⁾では水平流出渦について $\eta_{0max} = 3$ と定めている。

(2) 循環は流れとともに渦の内側へ向って移動するため、周辺の流れ方が渦発生に関係する。渦防止の面から周辺に循環を与えるような取水構造は望ましくない。この論文では周辺から循環が補給されない自由流出渦について論じたものである。

(3) 安定した流出渦の水面形状について本論文では限界水深線、等流水深線による説明を示し、管の縁付近に窪みの生ずる渦形式 D, E (図-17) についての説明を容易にした。また空気錐の管入口における太さ $r_1(r_1)$ は式 (36) により示され、Vortex Number¹¹⁾ に相当する。

(4) 空気吸込渦に関係する力は、重力、慣性力、粘性力、表面張力などが考えられる。したがって、その力学的相似則については、① 渦の発生していない単なる水槽よりの流出現象については重力と慣性力が支配的であって Froude の相似則、② 渦の発生する時点においては、表面張力と粘性力が支配的であって We/Re の相似則、③ 渦の発達した後における渦形状の分類などについては慣性力と粘性力が支配的であって Reynolds の相似則、がおのおの適合すると推測され、流れの形態ごとに相似則を使い分ける必要があると判断される。

謝 辞：本研究にあたり当初よりご指導頂いた東洋大学 本間仁教授、埼玉大学 嶋祐之教授をはじめ、論文のまとめの段階でご指導ご鞭撻を下された東京工業大学 吉川秀夫教授に深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 物部長徳：水理学 (昭和 27 年版), pp. 209~212, 岩波書店
- 2) Einstein, H.A. and H. Li: Steady vortex flow in a real fluid, La Houille Blanche, Aout-Sept., 1955-No. 4, pp. 483~505
- 3) Anwar, H.O.: Flow in a free vortex, Water Power, pp. 153~161, April, 1965
- 4) Anwar, H.O.: Vortices at low-head intakes, Water Power, pp. 455~457, Nov., 1967
- 5) 寺沢寛一：自然科学者のための数学概論 (昭和 38 年増訂版), pp. 320~348, 岩波書店
- 6) 荻原能男：流出渦の実験的研究, 山梨大学工学部 研究報告, 第 13 号, pp. 132~139, 昭和 37 年 12 月
荻原・遠山：流出渦の実験的研究 (第 2 報), 山梨大学工学部研究報告, 第 15 号, pp. 158~168, 昭和 39 年
- 7) 栗津清蔵：流出渦について, 土木学会論文集, 第 13 号, pp. 46~54, 昭和 27 年 3 月
- 8) Denny, D.F. and A.J. Young: The prevention of vortices and swirl at intakes, Proc. 7th Congress of IAHR, pp. C 1-1~C 1-8, 1957
- 9) Denny, D.F.: An experimental study of air-entraining vortices in pump sumps, Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 170, No. 2, pp. 106~116, 1956
- 10) Zanker, K.J.: Some hydraulic modelling techniques, Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 182, Pt. 3 M, pp. 54~63, 1967~1968
- 11) Stevens, J.C. and R.C. Kolf: Vortex flow through horizontal orifices, Proc. ASCE., Sanitary Div., Paper 1461, Dec. 1957
- 12) 通産省：発電用水力設備に関する技術基準を定める省令および発電用水力設備に関する技術基準の細目を定める告示, 第 30 条の式