

Suboptimization による鋼連続桁の最適設計

OPTIMUM DESIGN OF STEEL CONTINUOUS GIRDERS USING SUBOPTIMIZATION OF GIRDER ELEMENTS

奥村 敏 恵*・大久保 禎 二**
By Toshie Okumura and Sadaji Ohkubo

1. ま え が き

構造物の最適設計法に関しては、これまでに比較的単純な構造物の最適設計問題について、種々の数理計画理論の適用が試みられ、その適用性や問題点などがしだいに明らかにされつつある。しかし実際にわれわれが当面するような大規模でかつ複雑な構造物の最適設計問題においては、考慮すべき設計変数や制約条件の数が非常に多くなること、制約条件や目的関数の内容が複雑なことなどの理由により、設計変数や制約条件をすべて並列して考慮し、数理計画法の各解法をそのまま単純に拡大して適用しても、解式の複雑化、計算時間の増大、最適解への収束の困難さなどをひきおこし、さらに使用する計算機の容量の制限なども加わって、一般に最適解を得ることはきわめて困難となる。したがって大規模でかつ複雑な一般の構造物の最適設計問題をいかにして合理的に能率よく解くかという問題は、実際の構造物の最適設計を行なう立場からきわめて重要なテーマの一つであるわけである。

このような大規模でかつ複雑な構造物の最適設計法に関して、著者はすでに SLP 法および部材要素の Suboptimization により能率よく解く方法を提案し、トラス構造物の最適設計に適用した例を発表しているが^{3),4)}、本論文ではこの方法をさらに発展させ、構造物の各構成(部材)要素に使用する材料の最適な選択をも含む最適設計法を提案し、この方法により弾性理論に基づく鋼連続桁の最適設計を行なった結果について述べるものである。

ところで、弾性理論に基づく鋼連続桁の最適設計法に関しては、これまでに桁の断面寸法および応力度に関する制約条件のもとで、まず桁の各断面要素を Fully st-

ressed 状態とし、次に Dynamic Programming の手法を用いてフランジ断面の寸法を平滑化し、最小製作費の連続桁を設計する方法が Razani, Goble⁵⁾, Goble, Desantis⁶⁾, 山田・国広⁷⁾らによって研究されているが、不静定構造物では一般に Fully stressed 状態を与える設計変数の組み合わせは数多く存在し、連続桁の最適設計という見地からは、むしろ最適解に収束するような Fully stress の状態をまず見出すことのほうが重要であるといえる。また桁のたわみが支配的な制約条件となる場合には、どのようにして Fully stress の状態を求めることができるかという問題も生ずる。

本研究では、連続桁の設計変数として、各部材の断面寸法および使用鋼種、断面寸法の変化位置、支点の位置を考え、制約条件としては桁断面の設計に関するすべての制約条件および桁のたわみに関する制約条件、さらに使用鋼板の板厚として整数値(離散値)を選択することを条件として考慮し、目的関数として桁の製作費を考え、最小の製作費を与える設計変数を決定することとした。このように複雑でかつ多くの設計変数および制約条件を有する最適設計問題では、同時に考慮すべき設計変数および制約条件式を合理的に集約し減少させる Suboptimization による方法がきわめて有効である。本研究ではまず曲げモーメントを受ける種々の材種の桁断面の Suboptimization を行ない、桁の断面二次モーメントと最大抵抗曲げモーメントおよび最小製作費の関係曲線を求め、これらの関係式を用いて設計変数および制約条件式群を集約し減少させるとともに、材料の最適選択をも自動的に行なうための「材料選択変数」を導入し、これを独立変数として上記の設計変数と並列して考慮することにより、最適な材種をも決定する方法を提案している。

計算例として、活荷重および死荷重を受ける鋼単純桁、2 径間および 3 径間の鋼連続桁の最適設計例を示した。

なお、Suboptimization による最適設計法の定義およ

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 愛媛大学助教授 工学部土木工学科

び実行可能な条件については付録でのべているので参照されたい。

2. 設計変数

連続桁の最適設計を行なう場合、考慮すべき設計変数としては橋長、桁の配置および本数、支点の位置、連続桁を構成する各部材要素の断面形状、断面寸法、使用材料の種類および各部材要素の変化位置が考えられる。本研究では図-1に示すようなI型断面を有する鋼連続桁を考え、まずマスタープランなどにより橋長、桁の配置、本数および桁高は決定されているものとし、それ以外のすべての設計変数を考慮した(図-1, 図-2 参照)。

すなわち、連続桁は N 個の部材要素から成るものとし、各部材要素について桁高を除くすべての

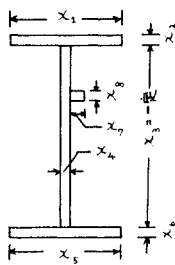


図-1 I型断面

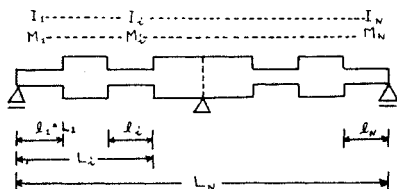


図-2 連続桁の設計変数

断面寸法： $(x_1, x_2, x_3 \dots x_6)$ 、使用鋼材の種類 (M) および部材要素の変化位置 (L_1, \dots, L_{N-1}) を設計変数とした。この場合中間支点の位置も1つの断面変化位置として考慮し最適な支間長を決定した。また本研究では使用可能な鋼種として一応 SS 41, SM 50, SM 58 の3種類を考え計算例を示したが、一般的には幾種類の鋼種があっても同様に取り扱うことが可能である。

ところで連続桁の設計には、桁高を支間内で徐々に変化させる場合および全支間を通じて一定とする場合の二通りがあるが、本研究では桁高は全支間を通じて一定として設計されるものとした。この場合桁高は重要な設計変数の1つであるが、これは橋全体の美観的な見地から、橋長や支間長とのバランスを考えて決定されるべき要素が強いことなどの理由により本研究では一応桁高を一定として計算を行なった。

3. 制約条件式

鋼連続桁の設計において考慮すべき制約条件としては、まず桁断面に対して許容応力度に関するもの、板厚

に関するもの、板幅に関するものおよび水平・垂直補剛材の必要剛度に関するものがあり、本研究ではこれらの制約条件式として昭和 39 年 5 月、日本道路協会 制定 (昭和 43 年 5 月増補) の「溶接鋼道路橋示方書」¹⁰⁾にしたがうものとして計算を行なった。また鋼桁断面の板厚に関して整数値を選択することをも条件として考慮した。

桁のたわみに関しては各支間における最大たわみが許容たわみ量をこえないことを条件として考慮している。

4. 目的関数

本研究では目的関数として桁の製作費を考え、「鋼道路橋原価計算表 (昭和 46 年度)」¹¹⁾ を参照してその算定式を決定した。

桁全体の製作費 ($T \text{ COST}$) は、各部材要素 (i) の単位長さ当りの製作費 (C_i) \times 各部材要素の長さ (l_i) および断面変化点におけるフランジの突合せ溶接費 (BW_j) の桁全体の総和、すなわち

$$T \text{ COST} = \sum_{i=1}^N C_i l_i + \sum_{j=1}^{NB} BW_j \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 NB : フランジの突合せ溶接箇所数として計算されるものとした。また C_i は鋼材費 (CM_i)、製作加工費 (CF_i) および工場間接費よりなるものとし次式より計算した。

$$C_i = CM_i + CF_i \times (1 + FF) \dots \dots \dots (2)$$

ここに FF は工場間接費に関する係数で $FF=2.30$ と仮定した。また CM_i は断面 i に使用する各鋼板の容積 (重量) \times 鋼材単価 (円/mm³ または 円/kg) の和であり、各使用鋼板の鋼材単価はベース価格、エキストラ料、規格料、ノルマライズ料の和として各鋼板ごとに計算した。製作加工費 (CF_i) は組立溶接工程以外の原寸、け書、矯正、切断、孔明、鍛冶、削成、鉸鉚、仮組立てなどの加工費およびすみ肉溶接による組立溶接費よりなるものとし、前者については鋼材の単位容積 (重量) 当たりの単価を、また後者についてはすみ肉溶接の単位溶接量 (mm³) 当たりの単価を用いて計算を行なった。

フランジの突合せ溶接費 (BW_j) は各フランジ突合せ溶接箇所における溶接量 (mm³) \times 溶接単価より計算されるものとし、文献 11) を参考にして、すみ肉溶接および突合せ溶接における単位溶接量 (1 mm³) 当たりの直接工数を SS 41 では 0.00002457, SM 50 では 0.00002837, SM 58 では 0.00003831, 1 工数当たりの単価を 3300 円と仮定して溶接単価を計算した。

5. 最適設計法の概要

連続桁の最適設計は 2. および 3. でのべた設計変数、

制約条件式をすべて考慮し、4. で述べた目的関数(式1)を最小とする設計変数の値を決定する問題となるが、本研究で用いた最適設計法の概要を述べると次のとおりである。

① 連続桁の各点におけるたわみおよび各断面に作用する部材力の大きさは、桁を構成する各部材要素の弾性係数、断面二次モーメントの大きさ (I_i) および長さ (l_i) により決定される。また目的関数の C_i および BW_i も I_i の関数として表わされ、さらに I 型断面を有する鋼連続桁においては、各部材要素の断面諸元を曲げモーメントにより決定すれば、せん断力に対しても一般に十分余裕のある断面となる。以上のことより、まず外力として曲げモーメントを受ける桁断面について Suboptimization を行ない、種々の桁高および鋼種について断面二次モーメント (I) —最大抵抗曲げモーメント (RBM), 断面二次モーメント (I) —最適断面寸法 (SDIM), 断面二次モーメント (I) —最小コスト (COST) の諸関係曲線群を求め、この3つの関係曲線群を利用することにより、桁断面の寸法に関する設計変数群: ($x_1, x_2, x_4, \dots, x_8$) および断面に関するすべての制約条件式群をそれぞれ I および I-RBM 関係式一つに集約することができ、さらに 7. で述べるごとく最適鋼種を自動的に決定するための「材料選択変数: $M=(MP, MM)$ 」を導入することが可能となった。したがって、桁断面の Suboptimization により各部材要素に対する設計変数は I, L, M となり、制約条件式は I-RBM 関係式一つに集約されるわけである。

② 連続桁の状態変数(応力およびたわみ)、制約条件式の上下限およびそれぞれの設計変数 (I, L, M) に関する影響係数を計算する。

③ I-COST 関係曲線より、目的関数の I, L, M に関する影響係数を計算する。この場合、目的関数としては式 (1) の第 1 項のみを考慮し、第 2 項については ⑥ において考慮することとする。

④ ① で求めた I-RBM 関係式、② および ③ で求めた状態変数、目的関数およびその影響係数を用いて設計変数の変化量 ΔX に関する線形な制約条件式群

$$\left. \begin{aligned} X_u - X &\geq \Delta X \\ X_l - X &\leq \Delta X \\ [B - Z_i] \Delta X &\geq Y_i - Y \\ [B - Z_u] \Delta X &\leq Y_u - Y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

および目的関数

$$C \Delta X \dots\dots\dots (4)$$

を作成し、 I, L, M すべてを連続型の変数とみなして SLP 法(文献 3) 参照)により最適解を求める。この場合鋼種 M については、各計算サイクルごとに改良された Discrete な鋼種に修正を行なう。ただし式 (3) お

よび式 (4) において

$$X: \text{設計変数マトリックス} \\ = [X_1, \dots, X_n]^T$$

$$\Delta X: \text{設計変数の変化量のマトリックス} \\ = [\Delta X_1, \dots, \Delta X_n]^T$$

$$Y: \text{状態変数のマトリックス} \\ = [Y_1, \dots, Y_m]^T$$

$$B: B_{ij} = \frac{\partial Y_i}{\partial X_j} \text{ を要素とする } m \times n \text{ 次のマトリックス}$$

$$Z_u, Z_l: Z_{ij} = \frac{\partial Y_{iu}}{\partial X_j} \text{ または } \frac{\partial Y_{il}}{\partial X_j} \text{ を要素とする } m \times n \text{ 次のマトリックス}$$

u, l : 上限および下限を表わすサフィックス

$$C: \text{目的関数 (T COST) に関する } \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial X_j} \text{ を要素とする } 1 \times n \text{ 次のマトリックス}$$

である。

⑤ ④ において材料選択変数 M も連続型の変数として扱っているので、最適解の近傍で、 I, L を変化させるよりも M をわずかに変化させるほうが有利となる場合には M が Discrete な値をとらず、したがって計算をくり返しても結果が振動し、制約条件がわずかではあるが満足しないことが起こり得る。このような場合には鋼種を固定し、 M を設計変数群から除き、 I および L のみを設計変数とすることにより容易に最適解に収束させることができる。

⑥ 以上により目的関数として式 (1) の第 1 項のみを考慮した場合の最適 I, L, M が求められるが、最適解で相隣 I の差が非常に小さい場合には、小さいほうの I を大きいほうの I に等しくするほうがフランジ相互の突合せ溶接 (BW) をするよりも経済的となることがある。したがって ①~⑤ より求めた最適解についてこの検討を行ない、必要であれば I の修正を行なう。

⑦ I-SDIM 関係曲線より各部材要素の I に対する断面寸法を決定する。

以上により連続桁の最適設計を行なうことができるが、つぎに各段階における理論式、計算結果などについてさらに詳しく述べることにする。

6. 桁断面の Suboptimization

桁断面に関する I-RBM, I-SDIM および I-COST の諸関係を求めるため、まず種々の桁高、鋼種および曲げモーメントの組み合わせについて桁断面の最適設計を行なった。この場合桁断面に関して「溶接鋼道路橋示方書」¹⁰⁾ に規定している制約条件のほかに、板厚を整数値とする条件をも考慮している。整数型(離散型)の変数

をも含む最適問題の解法には混合整数計画法、枝払い法、動的計画法などの適用が考えられるが、本論文では枝払い法 (Branch and Bound Method) の基本的な考え方^{5),6)} と SLP 法とを組み合わせた方法を用いることによりきわめて容易に最適解を求めることができた。この方法の詳細については文献 2) にくわしく述べているが、その概要を述べると次のとおりである。

すなわち、まず設計変数群： $X=[x_1, \dots, x_N]^T$ を整数型 (離散型) の設計変数群： $X_I=[x_{I1}, x_{I2}, \dots, x_{Im}]^T$ と連続型の設計変数群： $X_c=[x_{c1}, x_{c2}, \dots, x_{cn}]^T$ に分け、 X_I の整数条件なしで SLP 法により最適解：

$X_I^0=[x_{I1}^0, \dots, x_{Im}^0]^T$, $X_c^0=[x_{c1}^0, \dots, x_{cn}^0]^T$ を求める。次に X_I 群について Branch and Bound する順序を決定する。この場合、他の設計変数の決定および目的関数に大きな影響を与える設計変数 (以下重要度の大きい変数という) ほど先に Branch and Bound するものとする。この順序にしたがってまず設計変数 (x_{Ii}) を選び、上で求めた最適解 x_{Ii}^0 が整数値あるいは実行可能な離散値であるかどうか調べる。もしそうでなければ上で求めた x_{Ii}^0 をはさむ 2 つの整数値 (離散値) を定め、それぞれの整数値 (離散値) について ($x_{I1}, \dots, x_{Ii-1}, x_{Ii+1}, \dots, x_{Im}$) の整数条件なしで SLP 法により最適解を求め、目的関数の値が最小となる x_{Ii} を決定する。このようにして決定した x_{Ii} は他の未知設計変数を決定する時には、定数と考え設計変数群より消去する。このようにして逐次 X_I 群の変数の整数値を決定してゆけば最終的に X_I は整数値 (離散値) のみとなり、きわめて能率的に整数型の最適解が得られることとなる。この最適設計法の概略的な流れ図を示すと図-3のごとくなる。

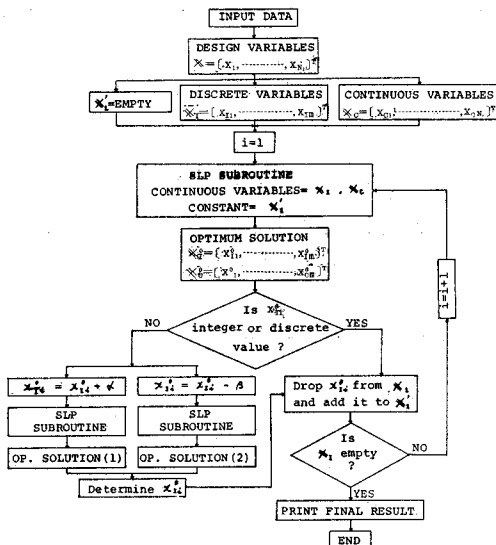


図-3 「枝払い法」の概略的な流れ図

ところでここでのべた方法は、整数変数の整数化の順序をその重要度に応じて前もって決定していることおよび連続変数と仮定して求めた解をはさむ 2 つの整数値についてのみ大小を比較していることなどの理由により、必ずしも整数型変数を含むすべての最適問題に適用できるとは限らない。また得られた結果も真の最適解の近似解である場合もあり得る。しかし一般の最適設計問題においては、本研究で行なっているように技術的判断により変数の重要度を決定できる場合も多く、実際に最適解を求めるという立場から考えれば本研究で述べた方法を適用できる最適設計問題も多いと考えられる。また整数型変数の Branch and Bound する順序が決定できない場合には、SLP 法により得られた解をはさむ両整数値 (離散値) を上限または下限とする変数の変域を制限する条件式を原問題に追加した 2 つの最適問題を作成し、変数の数を変化させないで Branch and Bound を進める方法により最適解を求めることができるが⁹⁾、この場合には最適解を得るための計算量は上に述べた方法よりかなり増加することが考えられる。

計算例として、桁高： $x_3=1500$ mm の桁断面が 100 t-m の曲げモーメントを受ける場合の計算結果を表-1 に示す。ただし桁断面の長さを 5 m とし、1 m ごとに垂直補剛材が配置されているものとした。

この計算例では、 x_2, x_4, x_6, x_8 の整数条件を含まない最適解として表-1 の左端の列に示す結果 (X^0) が得られ、目的関数として 169 890.6 円を得た。 x_2, x_4, x_6, x_8 の整数解を得るための Branch and Bound する順序としては、桁高の大きい I 型断面の設計においては腹板厚 x_4 の値が桁断面の製作費およびフランジや水平・垂直補剛材の寸法の決定に最も大きな影響を与え、腹板厚を可能なかぎり薄くするほうがフランジや補剛材の断面を小さくするよりも一般に経済的となることより、まず x_4 の整数値を決定し、次に x_2, x_6, x_8 の順序で整数値を決定した。この例では腹板の最小板厚の制約条件より $x_4^0=8.00$ mm とすでに整数解が得られているのでつ

表-1 I 型断面の最適設計例

$x_3=1500$ mm BM=100 ton-m (単位: mm)

設計変数	整数条件なし (X^0)	BRANCH AND BOUND x_2		BRANCH AND BOUND x_6	
		$x_2=11.00$	$x_2=12.00$	$(x_2=12.0)$ $x_6=9.0$	$(x_2=12.0)$ $x_6=10.0$
x_1	276.04	272.00	257.40	実	257.18
x_2	11.17	11.00	12.00	行	12.00
x_4	8.00	8.00	8.00	不	8.00
x_5	288.12	86.98	287.96	可	269.12
x_6	9.34	32.50	9.33	能	10.00
x_7	64.61	64.61	64.61		64.61
x_8	8.00	8.00	8.00		8.00
目的関数 (円)	169 890.6	170 488.5	169 904.5	—	169 911.3

ぎに x_2 の整数解を求めた。 $x_2^0=11.17$ mm であることより x_2 に 11 mm および 12 mm の整数値を代入し、 x_1, x_5, x_6, x_7, x_8 を設計変数として最適解を求めると、 $x_2=11$ mm に対して目的関数として 170 488.5 円を得たのに対し、 $x_2=12$ mm の場合は 169 904.5 円と安くなっている。したがって x_2 の整数解として 12 mm と決定した。 $x_2=12$ mm の最適解より $x_6^0=9.33$ mm を得たので $x_6=9$ mm および 10 mm の値を代入し再び最適解を求めると、 $x_6=9$ mm の場合はフランジの突出幅の制限より実行不可能となり、 $x_6=10$ mm に対して目的関数として 169 911.3 円を得た。この解において x_8 も 8 mm と整数であるのでこの解が最終的な最適解となる。この最終解と x_2, x_4, x_6, x_8 の整数条件のない場合の最適解 X^0 とを比較すると、断面の寸法においては 7% 程度変化しているものもあるのに対し、目的関数はわずかに 0.012% 増加しているにとどまっている。

この計算例からも推察されるように、板厚に整数値をとることを条件とする I 型断面の最適な板厚は、整数条件なしで得られた最適解より常に大きくかつ最も近い整数値を取り、これらの整数値を定数として SLP 法により x_1 および x_5 を求めることにより最適の断面寸法が容易に求められることが明らかとなった。また当然のことながら、目的関数の値は整数条件を追加するごとに増加していくことも認められる。

上述の方法により種々の桁高の断面に対する I-RBM, I-SDIM, I-COST 関係曲線を得たが、桁高 1500 mm の断面に関する結果を示すとそれぞれ 図-4, 図-5, 図-6 のごとくなる。上下フランジの所要幅は、曲げモーメントが小さい範囲においては、理論的にきわめて小さくなるが、実際の製作および架設のことを考慮してフランジの最小幅を 10 cm とした。I-RBM 関係曲線(図-4)において、曲げモーメントが小さい範囲で所要断面二次モーメントが一定となっているのはこのためである。また I-SDIM 関係曲線における点線の部分は、この区間内で上フランジまたは下フランジの厚さ(図のAまたはC)が 1 mm だけ不連続に変化し、したがって各フランジの幅(BまたはD)も不連続に変化する区間であることを示す。

図-4 および 図-6 に示す I-RBM, I-COST 関係式は一般に

$$\left. \begin{aligned} \text{RBM}(I) &= a \cdot I + b \\ \text{COST}(I) &= c \cdot I + d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

として表わすことができ桁高 1500 mm に対する a, b, c, d の値を表-2 および 表-3 に示す。表-3 および 図-6 に示すごとく、I-COST 関係曲線において c, d の値が不連

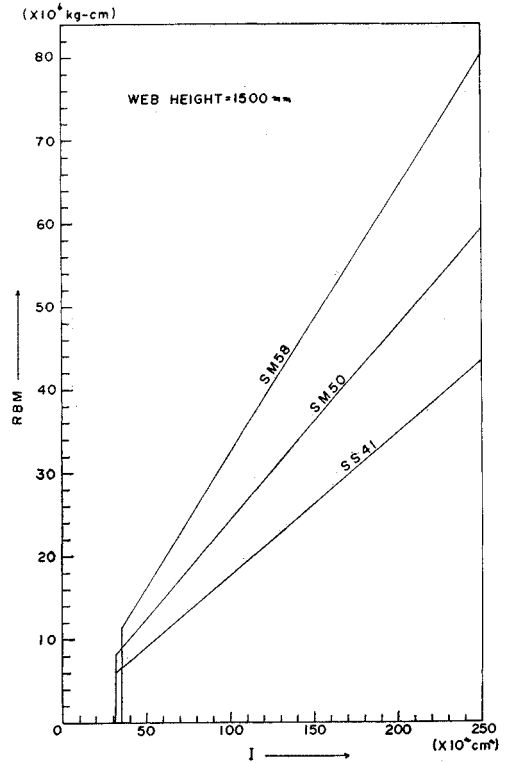


図-4 I-RBM 関係曲線

続に変化しているのは、鋼板のエクストラ料および規格料が板厚に関して階段状に変化していることにより、フランジの厚さによって鋼材の単価が不連続に変化するためである。

このようにして導入した I-RBM 関係曲線は、部材要素の断面二次モーメントが I である場合、許容応力度のみならず断面の設計に考慮すべきすべての制約条件を満足し、かつ最も経済的な断面が抵抗し得る曲げモーメントの上限を与えるものである。したがって部材要素に作

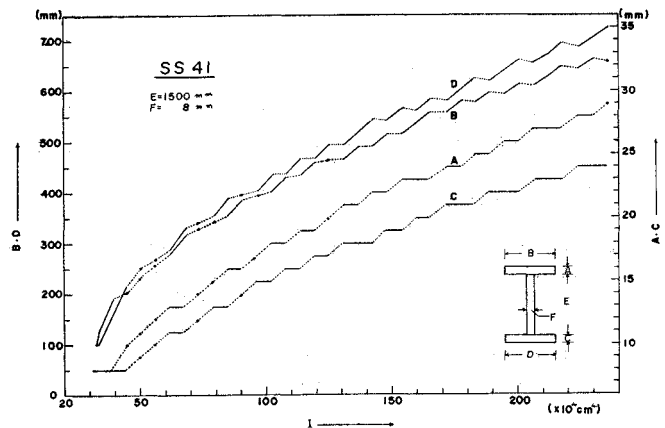


図-5.1 鋼 I-SDIM 関係曲線 (SS41)

用する外力による最大曲げモーメントがここで得られた抵抗曲げモーメントより小さければ、その桁断面は部材に関するすべての制約条件を満足していることとなる。したがって、この I-RBM 関係曲線を断面に関するすべての条件式群のかわりに用いることによって、桁断面に関する制約条件式を 1 個に集約させるとともに、桁断面に関する設計変数をも部材の断面二次モーメント (I) 1 個に集約させることができ、構造物全体の最適解をきわめて能率的に求めることが可能となった。

7. 材料選択変数の導入

6. で述べた桁断面の Suboptimization により種々の鋼種の I-RBM, I-COST 関係曲線を得たが、これらの関係曲線より、同一の I において鋼種のみが変化した場合の RBM および T COST の変化量を知ることができる。この変化量は、もし鋼種を決定するための設計変数が存在するものとすれば、その設計変数が単位量変化した場合の影響値 (影響係数) と考えることができるわけである。この考えに基づいて、本研究では各部材要素に使用する最適な鋼種 (M) を自動的に決定するため次のような「材料選択変数」を導入し、こ

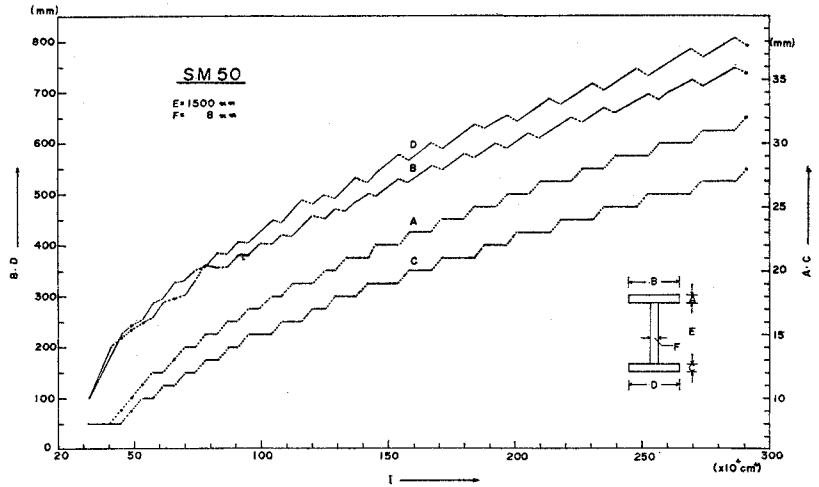


図-5.2 I-SDIM 関係曲線 (SM 50)

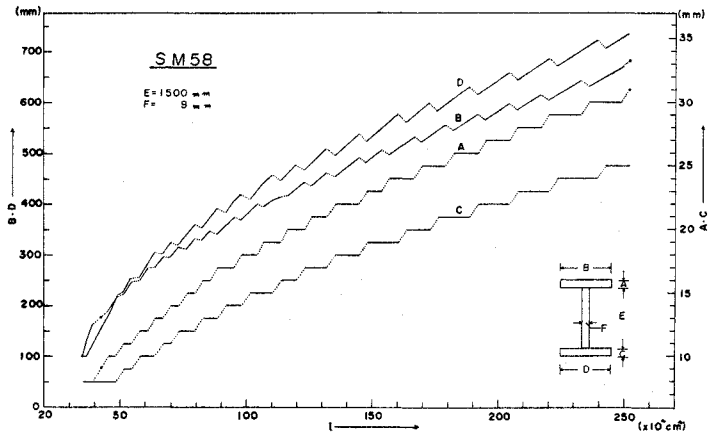


図-5.3 I-SDIM 関係曲線 (SM 58)

表-3 c, d の値

	I (cm ⁴)	c	d
SS 41	0~326 047.9	0	298.0622
	326 047.9~677 333.3	0.0001749416	241.1564
	677 333.3 以上	0.0001716910	243.3581
SM 50	0~326 047.9	0	334.7594
	326 047.9~ 659 027.0	0.0001911519	272.4662
	659 027.0~1 203 892.0	0.0001886820	274.0939
	1 203 892.0~1 668 108.0	0.0001871769	275.9059
	1 668 108.0~2 478 000.0	0.0001873568	275.6059
	2 478 000.0~2 565 297.0 以上	0.0002422152	139.6668
		0.0001882014	278.2280
SM 58	0~355 427.9	0	428.1479
	355 427.9~ 918 600.0	0.0002084417	354.3720
	918 600.0~1 229 600.0	0.0002066524	356.0156
	1 229 600.0~1 261 160.0	0.0002547182	296.8183
	1 261 160.0~1 730 400.0	0.0002061719	358.1460
	1 730 400.0~1 825 460.0	0.0002404897	298.8364
	1 825 460.0~2 329 500.0	0.0002071181	359.7549
	2 329 500.0~2 362 080.0	0.0003027739	136.9247
	2 362 080.0 以上	0.0002084834	359.6464

表-2 a, b の値

	I (cm ⁴)	a	b	
SS 41	0~326 047.9	0	5 820 000.0	
	326 047.9~677 333.3	17.58729	87 546.250	
	677 333.3 以上	17.29560	285 113.10	
SM 50	0~326 047.9	0	7 980 000.0	
	326 047.9~ 659 027.0	24.11546	107 269.50	
	659 027.0~1 246 216.0	23.84241	287 209.00	
	1 246 216.0~1 668 108.0	23.67244	499 030.70	
	1 668 108.0 以上	23.42620	922 571.00	
SM 58	0~355 427.9	0	11 720 000.0	
	355 427.9~ 794 040.0	32.50975	185 955.60	
	794 040.0~1 198 080.0	32.17503	451 737.00	
	1 198 080.0~1 447 600.0	32.06156	587 689.00	
	1 447 600.0~2 044 680.0	31.82153	935 151.00	
		2 044 680.0 以上	31.57990	1 429 216.0

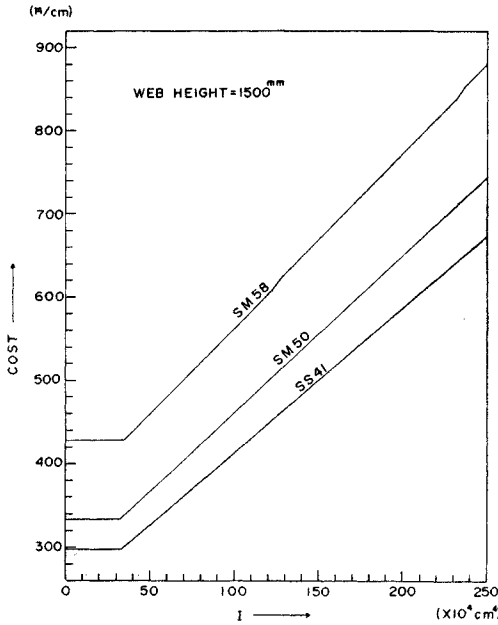


図-6 I-COST 関係曲線

れを I や L と同様に独立変数として式 (3) および式 (4) において同時に考慮することにより最適な I, L および M を決定することができた。この「材料選択変数」は、各部材要素に対して MP と MM の 2 種類より成り、MP は現在考慮している鋼種より強度の大きい鋼種を選択するためのものであり、MM は現在考慮している鋼種より強度の小さな鋼種を選択するためのものである。本研究では SLP 法により最適解を求める過程での 1 計算サイクルにおいて変化し得る鋼種を最隣接のいずれかの鋼種のみとした。したがって MP, MM のとり得る大きさの限界は、

- SS 41 では MP=+1, MM=0
- SM 50 では MP=+1, MM=+1
- SM 58 では MP=0, MM=+1

となり、MP あるいは MM の値が 0.5 を越えたとき隣接の鋼種に変化させるものとした。

8. 連続桁の状態変数および影響係数の算定

(1) 状態変数およびその影響係数

連続桁の状態変数（ここでは各部材要素に作用する最大曲げモーメントおよび最大たわみ）およびその影響係数は変位法により解き、それぞれの影響線の縦距は、各部材要素の n 等分点において求めた。

いま S_m : 部材剛性マトリックス

$$= \begin{pmatrix} \frac{12 EI}{l^3} & \frac{6 EI}{l^2} & -\frac{12 EI}{l^3} & \frac{6 EI}{l^2} \\ \frac{6 EI}{l^2} & \frac{4 EI}{l} & -\frac{6 EI}{l^2} & \frac{2 EI}{l} \\ -\frac{12 EI}{l^3} & -\frac{6 EI}{l^2} & \frac{12 EI}{l^3} & -\frac{6 EI}{l^2} \\ \frac{6 EI}{l^2} & \frac{2 EI}{l} & -\frac{6 EI}{l^2} & \frac{4 EI}{l} \end{pmatrix} \dots (6)$$

- S_{dd} : 格点剛性マトリックスのサブマトリックス
- D_d : 未知格点変位マトリックス = $\{D_d\}$
- D_m : 部材端変位マトリックス = $\{D_m\}$
- A_{fm} : 外力による部材端力マトリックス = $\{A_{fm}\}$
- A_d : 未知変位格点に作用する等価格点外力マトリックス = $\{A_d\}$
- A_m : 未知部材端力マトリックス = $\{A_m\}$

とすると D_d および A_m は次式より計算される。

$$\left. \begin{aligned} D_d &= S_{dd}^{-1} \cdot A_d \\ A_m &= A_{fm} + S_m \cdot D_m \end{aligned} \right\} \dots (7)$$

部材要素内の任意の点におけるたわみ D および部材力 A は D_d および A_m より容易に求めることができる。

また D および A の設計変数 X に関する影響係数 $\partial D / \partial X$ および $\partial A / \partial X$ は、次に示す D_d および A_m の偏微係数 $\partial D_d / \partial X, \partial A_m / \partial X$ を用いて計算することができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D_d}{\partial X} &= \frac{\partial S_{dd}^{-1}}{\partial X} A_d + S_{dd}^{-1} \cdot \frac{\partial A_d}{\partial X} \\ \frac{\partial A_m}{\partial X} &= \frac{\partial A_{fm}}{\partial X} + \frac{\partial S_m}{\partial X} D_m + S_m \cdot \frac{\partial D_m}{\partial X} \end{aligned} \right\} (8)$$

ここに

$$\frac{\partial S_{dd}^{-1}}{\partial X} = -S_{dd}^{-1} \cdot \frac{\partial S_{dd}}{\partial X} \cdot S_{dd}^{-1}$$

ただし、上式中の偏微係数は設計変数 X の性質によりそれぞれ異なった計算式を用いなければならない。すなわち、設計変数 X として i 番目の部材要素の断面二次モーメント (I_i) を考える場合には、 I_i の変化による死荷重の変化を無視すれば $\partial A_d / \partial I_i, \partial A_{fm} / \partial I_i$ ともに 0 となり、式 (8) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial D_d}{\partial I_i} &= \frac{\partial S_{dd}^{-1}}{\partial I_i} A_d \\ \frac{\partial A_m}{\partial I_i} &= \frac{\partial S_m}{\partial I_i} D_m + S_m \frac{\partial D_m}{\partial I_i} \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

と簡単にすることができる。また上式中の $\partial S_m / \partial I_i$ は、

$$\frac{\partial S_{mi}}{\partial I_i} = \begin{pmatrix} \frac{12 E}{l_i^3} & \frac{6 E}{l_i^2} & -\frac{12 E}{l_i^3} & \frac{6 E}{l_i^2} \\ \frac{6 E}{l_i^2} & \frac{4 E}{l_i} & -\frac{6 E}{l_i^2} & \frac{2 E}{l_i} \\ -\frac{12 E}{l_i^3} & -\frac{6 E}{l_i^2} & \frac{12 E}{l_i^3} & -\frac{6 E}{l_i^2} \\ \frac{6 E}{l_i^2} & \frac{2 E}{l_i} & -\frac{6 E}{l_i^2} & \frac{4 E}{l_i} \end{pmatrix} \dots (10)$$

$$\frac{\partial S_{mj}}{\partial L_i} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (j \neq i) \dots \dots \dots (11)$$

となる。したがって $\partial S_{dd}/\partial L_i$ は、着目している i 番目の部材要素に関する要素のみ上記の $\partial S_{mi}/\partial L_i$ の各要素を有し他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。

次に部材要素の i 番目の変化位置 (L_i) を設計変数と考える場合には、 i 番目の部材要素および $i+1$ 番目の部材要素ともに影響を受け、部材剛性マトリックスの偏微係数は

$$\frac{\partial S_{mi}}{\partial L_i} = \begin{pmatrix} \frac{36 EI_i}{l_i^4} & -\frac{12 EI_i}{l_i^3} & \frac{36 EI_i}{l_i^4} & -\frac{12 EI_i}{l_i^3} \\ \frac{12 EI_i}{l_i^3} & -\frac{4 EI_i}{l_i^2} & \frac{12 EI_i}{l_i^3} & -\frac{2 EI_i}{l_i^2} \\ \frac{36 EI_i}{l_i^4} & \frac{12 EI_i}{l_i^3} & -\frac{36 EI_i}{l_i^4} & \frac{12 EI_i}{l_i^3} \\ -\frac{12 EI_i}{l_i^3} & \frac{2 EI_i}{l_i^2} & \frac{12 EI_i}{l_i^3} & -\frac{4 EI_i}{l_i^2} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{\partial S_{mi+1}}{\partial L_i} = \begin{pmatrix} \frac{36 EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & \frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{36 EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & \frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \\ \frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{4 EI_{i+1}}{l_{i+1}^2} & -\frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{2 EI_{i+1}}{l_{i+1}^2} \\ -\frac{36 EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & -\frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{36 EI_{i+1}}{l_{i+1}^4} & -\frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} \\ \frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & \frac{2 EI_{i+1}}{l_{i+1}^2} & -\frac{12 EI_{i+1}}{l_{i+1}^3} & -\frac{4 EI_{i+1}}{l_{i+1}^2} \end{pmatrix} \dots \dots \dots (13)$$

$$\frac{\partial S_{mj}}{\partial L_i} = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix} \quad (j \neq i, i+1) \dots \dots (14)$$

となる。したがって $\partial S_{dd}/\partial L_i$ は、 i および $i+1$ 番目の部材要素に関する要素のみ上記の各要素を有し、他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。

また固定ばり (図-7) における等価格点モーメントは

$$\left. \begin{aligned} M_A &= -P \xi_a \xi_b^2 l \\ M_B &= P \xi_a^2 \xi_b l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (15)$$

より計算される。したがって等価格点外力マトリックス A_d の影響係数 $\partial A_d/\partial L_i$ は、部材要素 i の曲げモーメントに対して

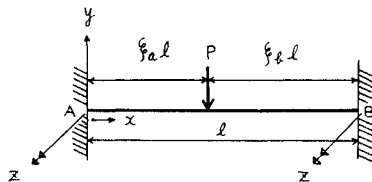


図-7 固定ばり

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_{Ai}}{\partial L_i} &= -P \xi_a \xi_b^2 l \\ \frac{\partial M_{Bi}}{\partial L_i} &= P \xi_a^2 \xi_b l \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (16)$$

部材要素 $i+1$ の曲げモーメントに対して

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial M_{Ai+1}}{\partial L_i} &= P \xi_{a,i+1} \xi_{b,i+1}^2 \\ \frac{\partial M_{Bi+1}}{\partial L_i} &= -P \xi_{a,i+1}^2 \xi_{b,i+1} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (17)$$

の要素を有し、他の要素はすべて 0 となるマトリックスとなる。また外力による部材端力マトリックス A_{fm} の影響係数 $\partial A_{fm}/\partial L_i$ は上記の $\partial M_A/\partial L_i$ および $\partial M_B/\partial L_i$ の符号が逆となる要素を有するマトリックスとなる。

D_d および A_m の材料選択変数 (MP, MM) による影響係数： $\partial D_d/\partial MP_i$ 、 $\partial D_d/\partial MM_i$ 、 $\partial A_m/\partial MP_i$ 、 $\partial A_m/\partial MM_i$ は、使用鋼種 (M) が変化しても EI あるいは l が変化しないことよりすべて 0 となる。

(2) 制約条件の上下限に対する影響係数

設計変数が増加するとそれに伴い制約条件の上限および下限も変化する。したがって SLP 法により最適解を求める場合には、制約条件の上限および下限に対する影響係数 (式 (3) の Z) も考慮しなければならない (文献 3) 参照)。この制約条件の上下限に対する各設計変数の影響係数は次のようにして求めることができる。

まず桁断面の断面二次モーメント I_i が変化すればその桁断面の最大抵抗曲げモーメントも変化し、その影響係数の値は式 (5) の I-RBM 関係式により

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i \text{ allowable}}}{\partial I_i} &= a \\ \frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial I_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (18)$$

となる。設計変数 L_i の変化に対しては桁断面の最大抵抗曲げモーメントは変化せず

$$\frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial L_i} = 0 \quad (\text{すべての } j \text{ に対して}) \dots \dots \dots (19)$$

となる。また材料選択変数 MP および MM の変化によりその桁断面の最大抵抗曲げモーメントは大きく変化する。この影響係数は 図-4 の I-RBM 関係曲線より鋼種が SS 41 の場合には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i \text{ allowable}}}{\partial MP_i} &= \text{RBM}_{50}(I_i) - \text{RBM}_{41}(I_i) \\ \frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MP_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (20)$$

$$\frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MM_j} = 0 \quad (\text{すべての } j \text{ に対して}) \dots \dots \dots (21)$$

鋼種が SM 50 の場合には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i \text{ allowable}}}{\partial MP_i} &= RBM_{58}(I_i) - RBM_{50}(I_i) \\ \frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MP_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i \text{ allowable}}}{\partial MM_i} &= RBM_{41}(I_i) - RBM_{50}(I_i) \\ \frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MM_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

鋼種が SM 58 の場合には

$$\frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MP_i} = 0 \quad (\text{すべての } j \text{ に対して}) \dots\dots\dots (24)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial A_{i \text{ allowable}}}{\partial MM_i} &= RBM_{50}(I_i) - RBM_{58}(I_i) \\ \frac{\partial A_{j \text{ allowable}}}{\partial MM_i} &= 0 \quad (j \neq i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

より計算することができる。ただしすでに 7. で述べたごとく材料選択変数 MP および MM の取り得る値は最大 1, 最小 0 である。

桁の活荷重による最大許容たわみ量 $D_{\text{allowable}}$ に関しては、鋼道示 37 条においてプレートガーダー橋では支間の 1/500 以下と規定されており、最大たわみ量の上限は支間の関数となっている。したがって鋼道示にしたがえば $D_{\text{allowable}}$ は L_i について影響係数を有することとなるが、本研究では一応各支間における最大許容たわみ量は支間の長さに関係なく一定であると仮定し全設計変数に対して

$$\frac{\partial D_{\text{allowable}}}{\partial X} = 0 \dots\dots\dots (26)$$

とした。

(3) 目的関数の影響係数

目的関数に対する各設計変数の影響係数 $\partial T \text{ COST} / \partial X$ は式 (1) および I-COST 関係曲線より次のようにして求めることができる。ただし 5. の ③ および ⑥ で述べたように式 (1) の第 2 項については別の方法で考慮しているので、ここでは第 1 項についてのみ考慮した。

まず設計変数が I_i の場合には式 (1) より

$$\frac{\partial T \text{ COST}}{\partial I_i} = C_i \times l_i \dots\dots\dots (27)$$

となる。また設計変数が L_i の場合には部材要素 i と $i+1$ との COST の差として次式より計算することができる。

$$\frac{\partial T \text{ COST}}{\partial L_i} = \text{COST}(I_i) - \text{COST}(I_{i+1}) \dots\dots (28)$$

また目的関数の MP および MM に関する影響係数は、図-6 に示す I-COST 関係曲線より同一断面二次モーメントにおける各鋼種間の COST の差×部材要素の長さ (l_i) として求められる。したがって鋼種が SS 41 の場合には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MP_i} &= \{\text{COST}_{50}(I_i) - \text{COST}_{41}(I_i)\} \times l_i \\ \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MM_i} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

鋼種が SM 50 の場合には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MP_i} &= \{\text{COST}_{58}(I_i) - \text{COST}_{50}(I_i)\} \times l_i \\ \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MM_i} &= \{\text{COST}_{41}(I_i) - \text{COST}_{50}(I_i)\} \times l_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

鋼種が SM 58 の場合には

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MP_i} &= 0 \\ \frac{\partial T \text{ COST}}{\partial MM_i} &= \{\text{COST}_{50}(I_i) - \text{COST}_{58}(I_i)\} \times l_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

となる。

9. 制約条件式群および目的関数の形成

8. で求めた状態変数, 目的関数 および それぞれの影響係数を式 (3) および式 (4) に代入し, 最適な ΔX を求めるための制約条件式群および目的関数をまとめてみると次のようになる。

すなわち制約条件式として, 部材断面の曲げモーメントに関して

$$\left[\frac{\partial A}{\partial X} - \frac{\partial A_{\text{allowable}}}{\partial X} \right] \cdot \{ \Delta X \} \leq \{ A_{\text{allowable}} - A \} \dots\dots\dots (32)$$

部材要素の最大変位に関して

$$\left[\frac{\partial D}{\partial X} - \frac{\partial D_{\text{allowable}}}{\partial X} \right] \cdot \{ \Delta X \} < \{ D_{\text{allowable}} - D \} \dots\dots\dots (33)$$

設計変数の変化量 ΔX に関して

$$-\varepsilon X \leq \Delta X \leq \varepsilon X \dots\dots\dots (34)$$

ここに, ε : ΔX の変化量を制限する係数 (Move Limit)。また目的関数として

$$\left[\frac{\partial T \text{ COST}}{\partial X} \right] \cdot \{ \Delta X \} \dots\dots\dots (35)$$

が得られ, シンプレックス法により目的関数を最大に減少させる ΔX を求め, $X' = X + \Delta X$ として設計変数 (X) を変化させるとともに ε の大きさをも調整しながら計算をくり返し, 最適解に収斂させることができる。

10. 計算例

(1) 上のべた理論をまず図-8に示す単純桁に適用し、本理論により全域的な最適解が得られることを確認したが、その結果を次に示す。単純桁の設計変数として各部材要素の断面二次モーメント、長さおよび鋼種を考慮し、荷重として移動集中荷重： $P=20$ ton，等分布活荷重： $Q_l=2$ ton/m，等分布死荷重： $Q_d=2$ ton/m が載荷するものとし、桁中央のたわみを 5 cm まで許容することとした。

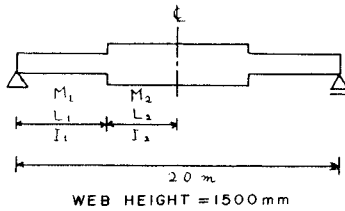


図-8 単純桁

まず突合せ溶接費を考慮しない場合の最適解を求めると、この例では最適解の近傍で断面二次モーメント (I) および断面変化位置 (L) の Move Limit を 0 に近づけてもなおかつ部材要素 1 の鋼種として SM 50 および SS 41 を交互に選択し一定の解に収束しなかった。そこで部材要素 1 の鋼種を SS 41 および SM 50 とした場合の最適解を求めてみるとそれぞれ表-4 の A および Bのごとくになり、桁の製作費として第 7 列に示す値を得た。この結果より突合せ溶接費を考慮しない場合の全域的な最適解は部材要素 1 の鋼種が SM 50 の場合 (B) であることがわかる。しかし、部材要素 1 が SS 41 の場合 (A) の最適解との差は、目的関数の値で比較してわずかに 0.015% ときわめて小さく、実際にはこれらの最適解は等しいといえることができ、どちらを最適解として決定してもよいわけである。したがって本理論により正確に最適鋼種をも選択できることが明らかとなった。また最適解における桁中央のたわみ量は第 6 列に示すごとくたわみ制限 5 cm に比べて余裕のある構造となっており、各断面は I-RBM 条件のみにより決定されたことがわかる。単純桁の桁断面が I-RBM 曲線のみによ

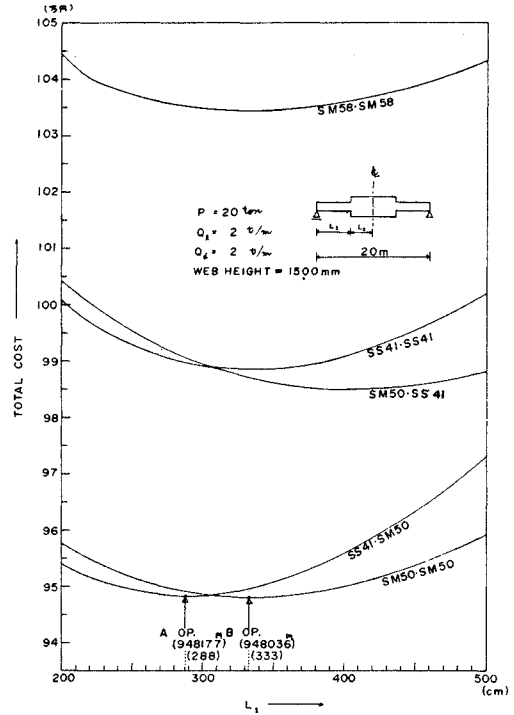


図-9 L_1 -TOTAL COST 関係曲線

り決定される場合には、図-4 および 図-6 を用いて種々の鋼種および L_1 における Fully stressed Design を比較することによってもその最適解を求めることができるが (図-9 参照)、この方法によっても上記の最適解と全く同一の最適解を得、本理論により全域的な最適解が得られたことが確認できた。

次に表-4 の A および B における部材要素 1 と 2 の突合せ溶接費および部材要素 1 を 2 と同一断面にする場合の製作費の増加量を計算すると、それぞれ表-4 の第 8 および 9 列に示すごとくになり、この例では A, B ともに部材要素 1 および 2 の断面を変化させたほうが経済的であることがわかる。また A, B における突合せ溶接費と先に求めた製作費との和を比較して最終的に B の結果が最適解であると決定することができる。

(2) 図-10 に示す 2 径間連続桁に移動荷重 $P=20$ ton および $Q_l=2$ ton/m，死荷重 $Q_d=2$ ton/m が載荷するものとし、I-RBM の制約条件のもとで突合せ溶接

表-4 単純桁の最適解

	部材要素	断面二次モーメント (I_i) (cm ⁴)	鋼種	L_i (cm)	BM/RBM	最大たわみ量 (cm)	製作費 (円)	突合せ溶接費 (円)	同一断面にする場合の費用の増加 (円)	最小製作費 (円)
A	1	837 950	SS 41	288	1.000	2.910	948 177	29 804 × 2 = 59 608**	35 306 × 2 = 70 612	1 007 785
	2	1 246 220	SM 50	712	1.000					
B	1	685 927	SM 50	333	1.000	2.977	948 036	10 480 × 2 = 20 960*	35 380 × 2 = 70 760	968 996
	2	1 246 220	SM 50	667	1.000					

* 上下フランジのみ溶接 ** 上下フランジおよびウェブを溶接

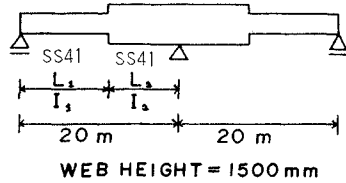


図-10 2 径間連続桁

表-5 2 径間連続桁の最適解

(SS 41)				
	$I_1 (\times 10^6 \text{cm}^4)$	$L_1 (\text{cm})$	$I_2 (\times 10^6 \text{cm}^4)$	$L_2 (\text{cm})$
初期値	2000	1000	2000	1000
最適解	1205	1972	1318	28
BM/RBM	1.000		0.981	
製作費	1801936 (円)			

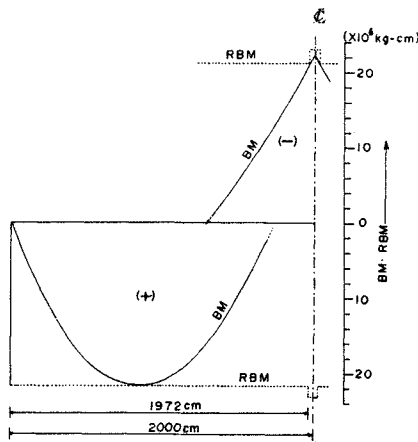


図-11 最大曲げモーメント図

費を考慮しない場合の最適な I および L を求めた結果を表-5に示す。桁の各点における最大曲げモーメント図(図-11)より、得られた結果が全域的な最適解であることがわかる。また最適解では部材要素1の実曲げモーメントと最大抵抗曲げモーメントが等しくなっているのに対し、部材要素2ではこの比が0.981となっており、応力的にわずかではあるが余裕のある部材構成が最適解を与えている。

次に部材要素1および2の突合せ溶接費(フランジのみ)および部材要素1を2と同一断面にする場合の製作費の増加量を比較すると、それぞれ40110円および73070円となり、この例でも部材要素1および2の断面を変化させたほうが経済的であり、最終的な製作費として1842046円を得た。

(3) 図-12に示す3径間連続桁が例(2)と同様の荷重を受けるものとし、最適設計を行なった結果を表-6および表-7に示す。これらの表において解Iは鋼種をも設計変数として考慮した場合の最適解を示し、解II

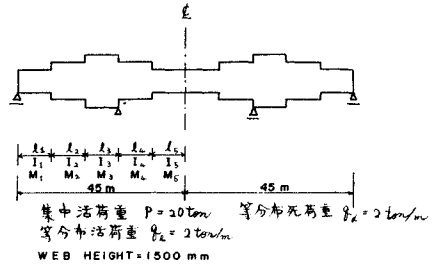


図-12 3 径間連続桁

は解Iの結果より最適鋼種を決定し、他の設計変数の修正を行なった最適解を示すものである。

表-6は桁のたわみの制約条件を考慮しない場合の結果である。解Iでの最適鋼種の選択はきわめて良好で、初期鋼種がどのようなものであれ、数回のくり返し計算で最適鋼種を決定している。しかし材料選択変数を連続型の設計変数として考慮しているため、表-6の第5列に示すごとく最適解においてもなお多少のプラス方向の鋼種(この例ではすべての部材要素に対してSM58)への変更を示唆しており、このため各部材の実曲げモーメントと最大抵抗曲げモーメントの比はすべて1に近い値ではあるがわずかに大きくなっている。そこで次に、解Iの結果より最適鋼種としてすべての部材にSM50を採用し、他の設計変数 I および L の修正を行なうと解IIを得、 $I_1=I_2$ 、 $I_3=I_4$ となりすべての部材において $\text{BM/RBM} \approx 1.00$ となっている。また最小製作費として5176328円を得た。この製作費は当然のことながら解Iの製作費よりわずか1.0%ではあるが高くなっている。また最適支間として28.95m, 32.10m, 28.95mを得た。

次に各部材要素間の突合せ溶接について(1)、(2)の例と同様の検討を行ない表-6の第6,7列の結果を得た。この結果より解IIの断面構成が最終的な最適解となり最小製作費として5300676円を得た。

表-7は表-6の連続桁に、さらに活荷重による各支間における桁の最大許容たわみ量の絶対値を6cmに制限する条件を追加した場合の最適解を示すものである。この例では桁のたわみ量の制限が支配的な制約条件となり、各部材要素に必要となる断面二次モーメントは表-6の最適解よりも大きくなっている。したがって最適な鋼種も曲げモーメントの小さい範囲ではSS41で十分となっており、その大きな部分ではSM50を選択している。また最適解ではすべての支間における最大たわみ量が最大許容たわみ量と等しくなっており、最適支間長として28.73m, 32.54m, 28.73mを得た。実曲げモーメントと最大抵抗曲げモーメントの比は部材1,2については0.999~1.01、部材3~5については0.93~0.94

表—6 3 径間連続桁の最適解（たわみ制限なし）

		最適値	最適鋼種	BM/RBM	最適解における材料選択変数の値	初期値	
解 I	I_1 L_1	1 647 100 (cm ⁴) 1 022 (cm)	SM 50	1.038	+0.0866	2 000 000 (cm ⁴) 1 000 (cm)	SS 41
	I_2 L_2	1 671 890 2 731	SM 50	1.023	+0.0449	2 000 000 2 000	SS 41
	I_3 L_3	1 851 400 2 892	SM 50	1.039	+0.0996	2 000 000 3 000	SS 41
	I_4 L_4	1 698 670 3 098	SM 50	1.130	+0.3617	2 000 000 4 000	SS 41
	I_5 L_5	1 328 490 4 500	SM 50	0.999	0.0	2 000 000 4 500	SS 41
	製作費		5 122 761 円			突合せ溶接費 (円)	同一断面にする場合の費用の増加 (円)
解 II	I_1 L_1	1 706 430 (cm ⁴) 1 016 (cm)	SM 50	1.003	0.0	73 162	254 540
	I_2 L_2	1 706 430 2 797	SM 50	1.003	0.0		
	I_3 L_3	1 949 900 2 895	SM 50	0.996	0.0	—	—
	I_4 L_4	1 949 900 3 118	SM 50	0.996	0.0		
	I_5 L_5	1 299 110 4 500	SM 50	1.000	0.0	51 186	336 540
	製作費		5 176 328 円			最小製作費	5 300 676 円

表—7 3 径間連続桁の最適解 ($\delta_{\text{allowable}}=6\text{ cm}$)

		最適値	最適鋼種	BM/RBM	$\delta/\delta_{\text{allowable}}$	最適解における材料選択変数の値	初期値	
解 I	I_1 L_1	2 007 080 (cm ⁴) 793 (cm)	SS 41	1.039	0.834	+0.0953	2 000 000 (cm ⁴) 1 000 (cm)	SS 41
	I_2 L_2	2 314 440 2 482	SS 41	1.025	1.005	+0.0867	2 000 000 2 000	SS 41
	I_3 L_3	2 066 080 2 867	SM 50	0.912	0.318	-0.4080	2 000 000 3 000	SS 41
	I_4 L_4	2 084 730 3 814	SM 50	0.904	0.741	-0.4372	2 000 000 4 000	SS 41
	I_5 L_5	2 145 370 4 500	SS 41	0.930	1.003	0.0	2 000 000 4 500	SS 41
	製作費		5 708 184 円			突合せ溶接費 (円)	同一断面にする場合の費用の増加 (円)	
解 II	I_1 L_1	2 179 600 (cm ⁴) 853 (cm)	SS 41	0.999	0.856	0.0	86 252	55 928
	I_2 L_2	2 369 880 2 552	SS 41	1.011	1.001	0.0	—	—
	I_3 L_3	2 004 110 2 873	SM 50	0.931	0.258	0.0	89 830	—
	I_4 L_4	2 004 110 3 732	SM 50	0.931	0.679	0.0	89 830	—
	I_5 L_5	2 104 060 4 500	SS 41	0.940	1.004	0.0	—	—
	製作費		5 728 390 円			最小製作費	5 963 978 円	

と多少余裕のある断面構成となっている。また最小製作費も 5 728 390 円と表—6 の最適解より 10.7% 増加している。

次に各部材要素間の突合せ溶接費について検討すると表—7 の第 7, 8 列のごとくになり、この例では部材要

素 1, 2 間の突合せ溶接費が 86 252 円となるのに対し、1, 2 を同一断面にする場合の製作費の増加が 55 928 円と安くなり、結局部材要素 1 を 2 と同一断面とし、他は解 II の断面を有する桁が最終的な最適解となり、最小製作費として 5 963 978 円を得た。

表-8 各部材要素の断面寸法

(単位: mm)

	部材要素	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	鋼種
表-6	1	546	24	1500	8	587	21	SM 50
	2	546	24	1500	8	587	21	SM 50
	3	586	26	1500	8	651	22	SM 50
	4	586	26	1500	8	651	22	SM 50
	5	476	20	1500	8	497	18	SM 50
表-7	1	662	29	1500	8	703	25	SS 41
	2	662	29	1500	8	703	25	SS 41
	3	604	26	1500	8	642	23	SM 50
	4	604	26	1500	8	642	23	SM 50
	5	624	27	1500	8	669	23	SS 41

また表-6 および表-7 の最適解における各部材要素 1~5 の断面寸法は、各鋼種の I-SDIM 関係曲線(図-5.1~5.3 参照)よりただちに求められ表-8 に示す。

11. あとがき

本研究において、大規模かつ複雑な一般構造物の最適設計問題を解く方法として、まず構造物を構成する各要素ごとに Suboptimization を行ない、その結果得られる各要素の集約された最適設計に関する情報を利用して SLP 法により構造物全体の最適設計を能率的に行なう方法を述べ、これを桁高が一定である鋼連続桁の最適設計に適用した場合の理論式および計算結果を示し、この方法により比較的容易に最適解が得られることを示した。この場合連続桁の設計変数としては、各部材要素の断面寸法およびその変化位置(支点の位置も含む)のみならず、各部材要素の使用鋼種をも考え、桁に関するすべての制約条件のもとで、製作費を最小とする設計変数を決定した。特に最適な使用鋼種を決定するために、部材断面に関する Suboptimization の諸関係式を利用して「材料選択変数」を導入する方法を提案し、これにより自動的かつ容易に最適な鋼種をも決定できることを示した。この「材料選択変数」による最適材料の決定法は、本研究でとりあげた鋼連続桁の例のように弾性係数が等しい同種の材料間の最適選択のみならず、弾性係数の異なる異種の材料間の最適選択の問題にも、材料相互間の弾性係数の比によって断面二次モーメントの大きさを修正することにより、まったく同様に適用することができるものである。

本研究の桁断面の Suboptimization において、連続型および離散型の設計変数を有する最適設計問題を枝払い法および SLP 法により解き、離散型変数の Branch and Bound する順序を前もって決定することにより、きわめて容易に最適解を求めることができることを示した。また枝払い法は離散型変数の Branch and Bound

する順序を前もって決定することが困難な最適問題においても、離散型変数の変域に関する条件を原問題に追加した 2 つの最適問題を作成し、それぞれの結果を比較しながら Branch and Bound を進めることにより、計算量の増加は避けられないが比較的容易に離散型の最適解を求めることができるものであり、離散型の設計変数を含むあらゆる最適問題のきわめて有力な解法と考えることができよう。

また本研究において最適解を求める過程で、断面二次モーメント (I) と断面変化位置 (L) の 1 計算サイクルにおける変化量を制限する Move Limit の大きさを、必要な場合にはそれぞれ独立に変化させ得るようにプログラムを作成したが、この方法により最適解へより容易に収斂させることができた。ただし材料選択変数については上限を 1.0 とするのみで Move Limit は変化させなかった。このように 1 つの最適設計問題において性質の異なる設計変数群を同時に考慮し SLP 法により最適解を求める場合には、各設計変数群に用いる Move Limit の大きさをそれぞれ独立に変化させ得るようにプログラムを作成することが望ましい。

本研究では連続桁の部材要素の数 (N) として 2 径間連続桁の場合には 4 個、3 径間連続桁の場合には 10 個の例を示した。実際に連続桁の最適設計を行なう立場からは、さらに数種の部材要素数について最適解を求め、その結果を比較することが必要とならう。しかしこの場合注意すべきことは、 N の違いによる美観の問題、製作の難易さ、溶接におけるひずみ直しの問題、架設の難易さなど、本研究で考慮しなかった種々の問題点をも十分考慮すべきであり、単に数学的な立場からのみ判断して N の値を決定すべきではない。このような意味で本研究の方法により得られる最適解はあくまでも設計を行なう際の技術的判断のためのきわめて有力な資料として意義があるわけである。

今後トラス構造物や連続桁のみならず、実際に種々の形式の構造物の最適設計を行なう場合にも、本研究や文献 3) で提案しているような各部材要素の Suboptimization による諸関係式は重要なものとなるであろう。またある地域における構造物の全体的な構造計画を行なう場合には、構造形式別の Suboptimization による諸関係式を利用することにより、より容易に最適な構造計画を行なうことも可能となるわけである。このためには今後最適設計法の研究とあわせて、実際の構造物の最適設計例の結果をつみあげていく努力も大切であろう。

おわりに、本研究の一部は昭和 46 年度文部省科学研究費の補助を受けて行なったものであり、計算は九州大学大型計算機センターの FACOM 230-60 により行なったことを付記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 大久保禎二：連続桁の最適設計法に関する研究，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp. 385~388，昭和47年10月。
- 2) 大久保禎二・畝田隆司：桁断面の最適設計法に関する研究，土木学会中国四国支部第24回学術講演会概要集，pp. 29~32，昭和47年5月。
- 3) 大久保禎二：トラス構造物の最適設計法に関する研究，土木学会論文報告集，第177号，pp. 9~19，1970年5月。
- 4) Okubo, S.: Optimization of Truss Using Suboptimization of Member, Transactions of JSCE, Vol. 2, Part 1, pp. 111~118, December 1970.
- 5) 古瀬大六：数値計画法I，共立出版，pp. 211~222，昭和46年。
- 6) Nicholson, T.A.J.: Optimization in Industry, Vol. 1, Longman, pp. 123~140, 1971.
- 7) Razani, R. and Goble, G.G.: Optimum Design of Constant-Depth Plate Girders, Proc. ASCE, Vol. 92, ST 2, pp. 253~281, April 1966.
- 8) Goble, G.G. and Desantis, P.V.: Optimum Design of Mixed Steel Composite Girders, Proc. ASCE, Vol. 92, ST 6, pp. 25~43, December 1966.
- 9) 山田善一・国広昌史：桁の最適設計についての一研究，土木学会第26回年次学術講演会講演集，第1部，pp. 617~618，昭和46年10月。
- 10) 日本道路協会：溶接鋼道路橋示方書，昭和39年5月（昭和43年5月増補）。
- 11) 日本橋梁建設協会・鉄骨橋梁協会共編：鋼道路橋原価計算表，昭和46年度版。

【付 録】 Suboptimization による最適設計法の定義および実行可能な条件

最適設計問題：Aを

$$g_i(X) \leq 0 \quad (i=1, \dots, m) \dots\dots\dots(A1)$$

の制約条件のもとで，

$$Z = f(X) \dots\dots\dots(A2)$$

を最小とする X を決定する問題であるとする。ここに X は A においてたがいに独立なすべての設計変数である。

いま，設計変数 X を X_I, X_{II} の2つの集合に分け次式のごとく表わされるものとする。

$$\left. \begin{aligned} X &= [x_1, x_2, \dots, x_n]^T = [X_I, X_{II}]^T \\ \text{ここに} \\ X_I &= [X_{I1}, X_{I2}, \dots, X_{Ij}]^T \\ X_{Ij} &= [x_{1j-1}, \dots, x_{1j}]^T \\ X_{II} &= [x_{1j+1}, \dots, x_n]^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(A3)$$

また，考慮すべきすべての制約条件式 $G = \{g_1(X), g_2(X), \dots, g_m(X)\}$ も J 個の条件式群の集合 G_I および K 個の条件式の集合 G_{II} に分割できるものとし， G_{Ij} に含まれる設計変数を X_{Ij} および X_{II} とする。

$$\left. \begin{aligned} G &= \{G_I, G_{II}\} \\ \text{ここに} \\ G_I &= \{G_{I1}, \dots, G_{Ij}\} \\ G_{Ij} &= \{g_{1j+1}(X_{Ij}, X_{II}), \dots, g_{1j}(X_{Ij}, X_{II})\} \\ G_{II} &= \{g_{II}(X), \dots, g_{IIK}(X)\} \\ \text{ただし } g_{IIk} &\notin G_I, (k=1, \dots, k) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(A4)$$

さらに G_I の各条件式群 G_{Ij} に対して目的関数 $Z = f(X) \rightarrow$ 最小 に矛盾しない目的関数

$$Z_{1j} = f_{1j}(X_{Ij}, X_{II}) \dots\dots\dots(A5)$$

が存在するものとすれば，Suboptimization による最適設計法を次のごとく定義することができる。

すなわち，まず $G_{Ij}, Z_{1j} (j=1, \dots, J)$ に対して X_{II} の値および G_{Ij} に作用する外的な条件（たとえば作用外力など）をパラメトリックに変化させ，それぞれの最適解 X_{Ij}^{OP} を求め，この結果を用いて X_{Ij} に含まれる設計変数より少ないあらたな変数（通常1個）

$$x_{1j}' = p_{1j}(X_{Ij}, X_{II}) \dots\dots\dots(A6)$$

および G_{Ij} に含まれる制約条件式の数より少なくかつ x_{1j} および X_{II} の関数として表わされるあらたな制約条件式（通常1式）

$$g_{1j}'(x_{1j}', X_{II}) \leq 0 \dots\dots\dots(A7)$$

を導入する。このようにして導入した各 G_{Ij} のあらたな変数および制約条件式

$$\left. \begin{aligned} X_I' &= [x_{11}', \dots, x_{1j}']^T \\ g_{1j}'(x_{1j}', X_{II}) &\leq 0 \quad (j=1, \dots, J) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(A8)$$

を用いて最適設計問題：Aを

$$\left. \begin{aligned} g_{1j}'(x_{1j}', X_{II}) &\leq 0 \quad (j=1, \dots, J) \\ g_{IIk}(X_I', X_{II}) &\leq 0 \quad (k=1, \dots, K) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(A9)$$

の制約条件のもとで

$$Z = f'(X_I', X_{II}) \dots\dots\dots(A10)$$

を最小とする X_I', X_{II} を決定する問題に変換し，より容易に最適解を求めようとする方法である。

したがって最適設計問題において，Suboptimization が実行可能であるために満足されなければならない条件として次のものがあげられる。

① 最適設計問題において考慮すべき制約条件式群 $g_i(X) \leq 0 (i=1, \dots, m)$ が式(A4)に示す2つの条件式群の集合 G_I, G_{II} に分割され，かつ G_{Ij} に含まれる設計変数 X_{Ij} の各要素が，他の $G_{Ii} (i \neq j)$ の設計変数として含まれていないこと。

② G_{Ij} に対して目的関数 $Z = f(X) \rightarrow$ 最小 に矛盾しない目的関数 Z_{1j} (式(A5)) が存在すること。

③ G_{II} 集合の各制約条件および目的関数 $Z = f(X)$ が，あらたに導入される変数 X_I' の関数として式(A9)，(A10)のごとく表わされること。

④ あらたに導入される変数 x_{1j}' が式(A6)の関係を満足すること。

⑤ X_I' を導入し式(A9)，(A10)の変換を行なうことによって， X_{II} の変域が原問題より厳しく制限されることなく，かつその独立性も完全に保たれること。

(1972.11.17・受付)