

# 機械化土工における工程計画管理最適化問題の定式化

## A PROBLEM FORMULATION FOR OPTIMIZATION OF SCHEDULING AND CONTROL FOR EARTH MOVING

庄子幹雄\*・荒井克彦\*\*

By Mikio Shoji and Katsuhiko Arai

### 1. ま え が き

建設工事の大規模化、複雑化に伴い施工計画管理業務の合理化が重要な課題とされてきた。施工計画管理業務の合理化においては、業務担当者が正確な意志決定を行なえるように、最適性の定量的評価に基づく判断資料を提供することが基本的目標である。しかし土工における要素の多面性、不確実性などに起因する複雑さのために、たとえばネットワーク手法だけでは工程計画管理における最適性を正確に評価することが困難であり、現時点では施工計画管理業務を一貫して合理化する手法体系が確立されていない。多面的性格をもつ施工計画管理業務の合理化を実現するためには大規模な組織的研究が必要であるが、筆者らは個人的な試みとして、機械化土工工事を具体的な例にとり、最適制御理論に基づく工程計画管理の合理化に関する検討を行なう。ただし、本報で述べる手法は機械化土工工事だけでなく、工程上における施工機械・作業員などの操作方法が施工計画管理における支配的な要素となる一般的な工事に対して有用である。本報では機械化土工工事を対象として工程計画管理最適化問題の定式化について述べ、数値計算法および計算結果については稿を改めて報告する<sup>4)</sup>。

### 2. 最適施工計画と管理

施工計画管理業務の合理化が要求される理由として、たとえば以下のものがあげられる。

- i) 工事規模の拡大、複雑化のために、施工実績の個人的蓄積に基づく従来の計画管理技術では施工の最適性の評価が不十分であり、また作業が繁雑である。
- ii) 工事件数、業務量の増加により業務担当者の経験、

能力の活用が困難になり、またたとえば企業レベルなどでの計画管理が困難になる。

このような問題に対処する手段の1つが定量的評価に基づいて意志決定を行なう方法である。また施工計画管理に関する研究例では、たとえば施工機種選定の評価において、作業数量当り単価→最小、のように部分的最適化の立場で最適性の検討を行なっているものが多い。しかし前述のような問題に対処するためには建設プロジェクト全体、工期全体にわたる最適性について評価を行なう必要がある。施工機種選定の評価なども作業数量当り単価だけでなく、工事・工期全体を通じた評価を行なうのがより現実的である。したがって、できるだけ全体的最適化の立場で、定量的評価に基づいて計画管理に関する意志決定を行なう手法を得ることが施工計画管理の合理化における当面の目標となる。しかし最適化の範囲を拡大することは際限がないので、本報では対象を1つの建設プロジェクトにとどめる。またたとえばネットワーク手法の適用に際して説明されるように、施工計画管理作業はプランニング(Planning)、スケジューリング(Scheduling)などのいくつかの段階に分けられる<sup>1)~8)</sup>。さらに、実際の施工計画管理においては建設プロジェクトに参画する立場の相違などに基づいて、種々のタイプ、レベルの問題が存在する。しかし筆者らの基本的意図は複雑な施工現象を工学的に表現することであり、建設プロジェクトにおける多面的な目的、立場などを一般的に表現するための合理的な手段を得ることが当面の目標である。より具体的には、実際に施工を計画・遂行・管理する立場で、1つの建設プロジェクト全体に対して比較的詳細なレベルで合理的な工程計画管理を行なうことを想定する。しかし本報で述べる手法を実際の工事に適用した結果を蓄積することにより、定量的根拠に基づく概略工程計画管理の合理化なども可能であろう。いずれにしても実際の施工計画管理業務に対して、本報で述べる手法を適用する段階・レベルなどの妥当性については、実

\* 鹿島建設(株)技術研究所主任研究員

\*\* 正会員 工修 鹿島建設(株)技術研究所企画調査室

際の工事への適用結果を蓄積した上で今後改めて検討されるべき課題である。

(1) 施工計画の最適化<sup>1)</sup>

建設工事では工程上の不確実性の影響がひじょうに大きいので、工程管理を中心とする施工管理が重要な意味をもつ。しかし現時点では計画(Scheduling)の段階で、制御作用に相当する管理(Control)を具体的に評価することが困難なため、計画と管理を一応分離し、初めに施工計画の最適化について述べる。

図-1 に示すように、 $t$  時点までの累積出来高  $x_1(t)$ ,

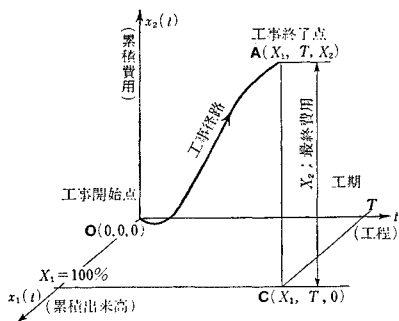


図-1

累積費用  $x_2(t)$ , 工程  $t$  を座標軸とする 3 次元状態空間において施工現象を表現する。ただし出来高と費用の関係については 3. (2) で後述する。図-1 において工事開始点  $O(0,0,0)$  から工事終了点  $A(X_1, T, X_2)$  に到る工事径路 (Construction Trajectory) が描かれる。したがって、工事・工期全体にわたる施工計画最適化問題が図-1 に示す 3 次元状態空間における最適工事径路決定問題として表わされる。

一方、実際に施工作业を遂行するため、および図-1 における  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$  を正確に把握するために、施工機械、作業員など(このように、実際の施工作业を遂行するために必要な施工機械、作業員、材料などを以下では資源 (Resource) と総称する)を投入する時期・量が明らかにされる必要がある。つまり施工計画最適化問題の解は工程上の資源の投入量・操作方法(施工段取)により与えられる必要がある。建設工事において基本的工法が与えられても、施工段取により図-1 に示す工事径路  $OA$  が変化し、結果として最終工費  $X_2$ , 工期  $T$  が各施工段取に応じて変化する。最終出来高  $X_1=100\%$  は常に固定されているから、工期  $T$  を固定してみると、図-2 に示すように施工段取に応じておのおの工事径路が与えられ、点  $C(X_1, T, 0)$  上における工事終了点  $A$  が各工事径路に対応していくつか決まる。つまり、工期  $T$  を固定し、図-3 に示すように施工段取を表わす仮

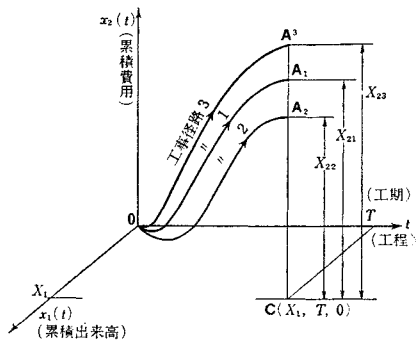


図-2

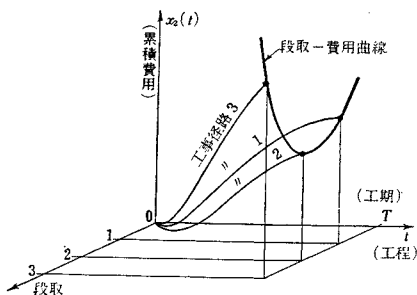


図-3

想的な座標軸を考えると、種々の施工段取に応じて‘段取-費用曲線’が考えられる。そして図-3 の場合は、最終費用  $X_2$  を最小にする工事径路 2, すなわち施工段取 2 が選択されることは当然である。したがって、工期  $T$  が与えられたとすると、施工段取の面からみた工程計画の費用最小化問題が、次式  $J$  を評価関数とする最適工事径路決定問題として定式化される。

$$J = X_2 = x_2(T) \rightarrow \min \dots \dots \dots (1)$$

ここで  $X_2 = x_2(T)$  は最終累積費用すなわち工事全体費用を表わす。

図-2, 3 に関して述べた操作を、工期  $T$  を変えて繰り返すことにより、図-4 に示すような、ある基本的工

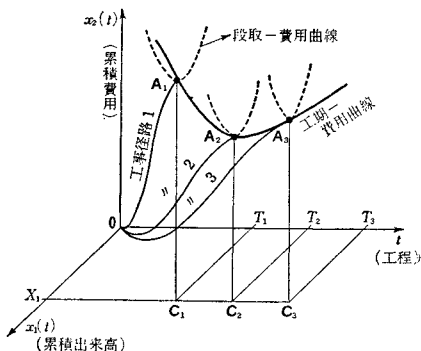
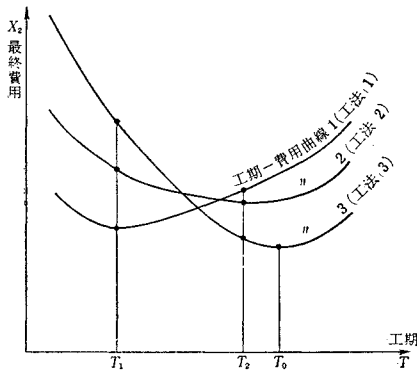


図-4

法が与えられた場合の‘工期—費用曲線’が得られる。このようにして得られた工期—費用曲線については、施工段取の面からみた費用最小化がすでに行なわれていることを注意しておく。

図—4 の操作を、常識的に考えられるすべての基本的工法について行なうことにより各工法ごとの工期—費用曲線が得られ、図—5 に示すような‘工法—工期—費用



図—5

図’が得られる。先に強調したように、これらの工期—費用曲線については最小費用を与える施工段取（資源の操作方法）が付随しており、工期—費用曲線上の1点を選択することは‘与えられた工法・工期のもとでの（すでに得られている）最小費用の施工段取’を選ぶことを意味する。たとえば図—5のような工法—工期—費用図が求められたとすると、費用の点のみからみるならば、

i) 工期の制約がない場合：工法3の工期  $T_0$  の施工計画

ii) 工期が  $T_1$  に指定された場合：工法1の施工計画

iii) 工期が  $T_2$  に指定された場合：工法3の施工計画

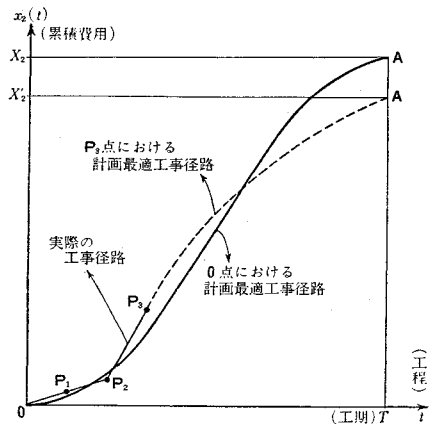
が、それぞれ最も有利な選択といえる。また、最小費用を与える施工計画案が他の案より、どの程度有利であるかの比較も容易に可能である。ただし、式(1)に関して述べた費用最小化の評価基準は施工段取（工程上の資源操作方法）のみに関する評価基準であることを注意しておく。そして図—2, 3 に関して述べたことから明らかのように、施工段取の選定に関して費用最小化を評価基準とすることは妥当なことと考えられ、施工段取の評価における他の要因は後述するように工程上の資源操作に対する制約条件、作業条件として考慮されるべきであろう。したがって、前述の操作により得られた工法—工期—費用図は最小費用の施工段取に裏づけられているにすぎず、本報で必ずしも費用最小化を全体的最適化の評価基準としているわけではないことを注意する。つまり図—5 は最小費用の施工段取に裏づけられた工法—工期—費用の一般的な関係を表わすものと解釈される。以上の

ことから、工法—工期—費用図を参考にして、工法、工期、費用などの種々の条件を考慮した、定量的評価に基づく意志決定が可能と考えられる。また図—5 を中心とする上述の操作において、施工法の信頼性、安全性などの定量的に評価しにくい要素に対する業務担当者の経験的判断などが加えられることにより、いわゆる最適施工計画と称しうる計画案の選定が可能であろう。

手計算により施工計画・見積り作業を行なう場合、上述のような操作は実際に困難であるが、大型電子計算機を利用すれば現実に可能である。筆者らが意図する手法は、ある工法が与えられた場合に図—4 に示すような（最小費用の施工段取のもとでの）工期—費用曲線を与える方法である。

(2) 施工管理の最適化<sup>1)</sup>

前述のように建設工事では工程上の不確実性の影響が大きいので、施工計画と、その計画を目標とする施工管理の関係を明らかにする必要がある。前述の最適施工計画においては、目標に対して実際の現象を近づけるという制御の意味での管理を評価していないので、定常最適化と称すべき段階にすぎない。前述の操作により得られた最適施工計画、すなわち図—6 に示す最適工事径路



図—6

$\vec{OA}$  は、 $O$  点（施工計画作成時点）における情報に基づく最適性の評価により得られた計画最適工事径路である。一方、 $\vec{OA}$  を管理の目標として  $\vec{OA}$  に付随する資源の操作方法のとおりに行なった結果得られた実際の工事径路を  $\vec{OP_1P_2P_3}$  とする。たとえば  $P_3$  が  $\vec{OA}$  から大きくはずれる原因に次のものが考えられる。

- i) 施工機械作業能力、作業能率などの不正確な推定
- ii) 気象条件、事故など予測しえない現象の発生

i) については過去の施工実績を整理してまばらつきを示すものが大半であり、完全な予測が困難である。ii) に

については、本質的に不確定な現象であるため予測がきわめて困難である。これらの例のように建設工事の工程上では、確率分布に従う性格をもつ不確定現象と、ほとんど予測しえない不確定現象が混在しており、たとえば前者について確率関数を評価関数の中にとり入れて施工計画を作成するとしても、その確率分布に関する情報もまた、工事開始点においては完全でない場合が多い。したがって、工事終了点まで図-6の $\overrightarrow{OA}$ を目標として管理を行なうことが十分に意味をもつとはいえない。つまり $\overrightarrow{OA}$ は施工機械、作業員などの資源の操作方法に裏づけられた施工計画であり、 $\overrightarrow{OA}$ から大きくはずれた $P_3$ 点以後 $\overrightarrow{OA}$ に近づくように施工を行なうためには、資源の操作方法が $\overrightarrow{OA}$ に付随するものとは異なる可能性が強い。すなわち図-6において、 $P_3$ 点における状態および情報に基づき、 $O$ 点におけるのと同じ操作により得られた $P_3$ 点以後の計画最適工事経路 $\overrightarrow{P_3A'}$ は $\overrightarrow{OA}$ とは異なると予想され、 $P_3$ 以後も $\overrightarrow{OA}$ を目標として施工管理を行なう意味が不明確になる。また、 $P_3$ が $\overrightarrow{OA}$ からはずれる程度により、それが単なる変動によるものであり、 $\overrightarrow{OA}$ に付随する資源操作を続けて行けば $\overrightarrow{OA}$ に戻るのか、または前述のように工程上の各段階において、その時点までの状態と情報に基づき、その時点以後の目標自体を修正しながら施工を進めるといふ、いわゆる適応制御(Adaptive Control)<sup>2),3)</sup>に相当する操作を行なう必要があるかを選択しなければならないなどの多くの問題が残されている。しかし現時点では工程上の不確定現象に関する情報が十分得られていないので、その性格を明らかにすることが困難である。そこで本報では前述の定常最適化の段階として、不確定現象を従来のように平均的に処理し、確定条件下における施工計画最適化問題について検討するにとどめる。ただし、工程上の各段階で筆者らの方法を用いて、その時点以後の全体的最適化を行なって目標(工事経路)を修正しながら施工を進めることにより、前述の適応制御に近い管理を行なえる可能性があることを指摘しておく。

### 3. 問題の説明

#### (1) オペレーションとアクティビティ<sup>4)~16)</sup>

建設工事において基本的な工法が決まれば実際に必要な作業が列挙される。さらに、その作業を遂行するために必要な施工機械、作業員などの資源があげられる。すべての費用は資源の操作により生じ、工事の出来高も資源の操作によりあげられて行く。したがって費用を評価するため、および工事の出来高を把握するためにそれぞれ必要な資源のまとまりを想定する必要がある。これらに対応するものとして、費用の見積り(Cost Estimating)における施工作業の最小要素を‘オペレーション(Operation)’、工程計画における最小要素を‘アクティビティ(Activity)’と称する。現時点では費用評価の規格化が十分なされていないためオペレーションの概念は明らかでない。またPERT系手法を用いる詳細さのレベル、つまりアクティビティを設定するレベルに関する組織的研究も十分報告されていない<sup>4),5)</sup>。手計算による計画見積り作業においては、計画の精度、重要度に応じてオペレーション、アクティビティのレベルがそのつど決められるが、電子計算機利用を前提とした規格化を行なうためには標準工種作業コードなどにより、これらの設定方法、レベルを規準化する必要がある。このような規格化は組織的研究によらざるを得ないので、本報では機械化土工事を例としてオペレーション、アクティビティの設定に関する指針を探るにとどめる<sup>4)~16)</sup>。本節で述べるオペレーション、資源、資源グループ、作業グループの概念は基本的にJACOBS ASSOCIATES見積システム<sup>14)</sup>に基づくものである。

#### a) オペレーション

費用の評価を行なうにはオペレーションと資源の関係を明らかにしなければならない。切盛土工(重機土工事)を例にとり、その基本的工法が表-1に示すように

表-1

オペレーション				アクティビティ			
No. (i)	名 称	数 量 (TOQ <sub>i</sub> )	単 位	No. (j)	名 称	数 量 (TQ <sub>j</sub> )	先行アクティビティ
1	伐 開 除 根	60,900	m <sup>2</sup>	1	伐 開 除 根	60,900	
2	ブルワーク 50m	288,224	m <sup>3</sup>	2	ブルワーク 50mA	156,661	1
				3	“ B	131,563	1
3	キャリワーク 100m	161,444	m <sup>3</sup>	4	キャリワーク 100mA	97,903	2, 3
				5	“ B	63,541	2, 3
4	キャリワーク 150m	135,101	m <sup>3</sup>	6	キャリワーク 150mA	6,658	4
				7	“ B	128,443	5
5	キャリワーク 200m	56,543	m <sup>3</sup>	8	キャリワーク 200m	56,543	6

表-2

資 源	固定費用	稼働費用								搬入費用	搬出費用		
	円/日	円/時間								円/回	円/回		
	固定損料	稼働損料	修繕費	油 脂 燃 料				消耗的 部品費	労務費				
			軽 油	ガソリン	モビール	ギヤオイル	作 動 油	グリース					
			54円/l	84円/l	260円/l	220円/l	240円/l	450円/kg					
ブルドーザ D-80	11,600	1,680	440	702	13 l/hr	0.1 l/hr	0.3 l/hr	0.1 l/hr	0.1 kg/hr	240	1,804	107,600	107,600

与えられたとする。表-1におけるブルドーザワーク 50 m を遂行するためには、掘削押土用ブルドーザ、敷均用ブルドーザ、各施工機械オペレータなどの資源が必要である。またブルドーザを稼働させるには、ブルドーザ本体の他に図-8に示すように油脂燃料、オペレータ、修繕費などが必要であるが<sup>9)~11)</sup>、これらの項目をそのまま資源としてとり扱うことは繁雑である。そこで、これらの要素から成る資源項目を設定し、これを改めて‘資源 (Resource)’と定義する<sup>14)</sup>。表-2にその具体例を示す。表-2のブルドーザ D-80 はいわゆる機械費に属する資源であるが、費目の分類に応じた費用成分、資源項目の規格化が同様に行なわれる。

一方、前述のオペレーション、ブルドーザワーク 50 m において掘削押土用ブルドーザ D-8-36 A、D-8-46 A、敷均用ブルドーザ D-80 の稼働台数の間には次のような一定の比率がある。1時間当りのブルドーザ作業能力はたとえば次式で求められる<sup>15),16)</sup>。

$$\langle Q \rangle = 60 \cdot q \cdot f \cdot E / C_m \quad (\text{m}^3/\text{hr})$$

$$C_m = l/v_1 + l/v_2 + t_g \quad (\text{min})$$

ただし上式中の記号の意味、D-8-36 A、D-8-46 A、D-80 の作業能力を表-3に示す<sup>11),15),16)</sup>。したがって掘

表-3

	単 位	記 号	D-8-36A	D-8-46A	D-80
押 土 距 離	m	$l$	50	50	20
前 進 速 度	m/min	$v_1$	72	72	50
後 進 速 度	m/min	$v_2$	93	106	92
ギャチェンジ時間	min	$t_g$	0.30	0.25	0.30
サイクル・タイム	min	$c_m$	1.53	1.42	0.92
1 回 の 排 土 量	m <sup>3</sup>	$q$	3.8	4.2	2.7
土量換算係数		$f$	0.8	0.8	0.9
作業係数		$E$	0.9	0.9	0.9
時間当り作業量	m <sup>3</sup> /hr	$\langle Q \rangle$	107	128	143

削押土用に D-8-36 A、D-8-46 A を 1 台ずつ用いる場合、敷均用ブルドーザ D-80 が次のように 0.8 台必要になる。

$$\begin{aligned} & (\langle Q_{D-8-36A} \rangle + \langle Q_{D-8-46A} \rangle) \cdot r / \langle Q_{D-80} \rangle \\ & = 107 \text{ m}^3/\text{hr} + 128 \text{ m}^3/\text{hr} \cdot 0.4 / 143 \text{ m}^3/\text{hr} \doteq 0.8 \end{aligned}$$

ここで  $r$ : 敷均作業が必要な土量率とする。この掘削押土用ブルドーザ、敷均用ブルドーザの例のように1つのクルー (Crew) として稼働する施工機械や作業員の組合

せを‘資源グループ (Resource Group)’と称する<sup>14)</sup>。1つのオペレーションはこのような資源グループのいくつかの集まりにより遂行され、1つのオペレーションを遂行するために必要な資源グループの集合を‘作業グループ (Operation Group)’と称する<sup>14)</sup>。オペレーションは作業グループと1対1に対応し、逆の表現をすればオペレーション設定の規格化は作業グループの規格化を考慮して行なわれるべき性格のものである。作業グループ、資源グループの設定要素については後で詳述する。また、ここでいうオペレーション、作業グループに似た概念として小寺の‘要素施工’があることを付言する<sup>13)</sup>。

b) アクティビティ

オペレーションの設定に際しては、同一の作業グループに対応する作業の集合という意味が強く、実際の作業間の工程上の順序関係は考慮されていない。前述のブルドーザワーク 50 m について、1つの工事の中にブルドーザを用いて 50 m 搬土する作業が複数個あっても、それらが同一の作業グループをもつ限り、それらの作業を別々のオペレーションとはせず、1つのオペレーションにまとめられる。これは後述するような見積りの目的からは妥当なことであるが、施工上の順序関係は1つ1つの作業について表わされるのが普通である。このように施工工程上の順序関係を表わし得る作業の単位を以下では、アクティビティと称する。ただし本報で用いるアクティビティの意味は PERT 系手法におけるアクティビティとは異なる。PERT 系手法におけるアクティビティは矢線図 (Arrow Diagram) に基づくものであり、時間的意味が強く実際の作業の概念に近い<sup>9)~8)</sup>。一方、本報でいうアクティビティは必ずしも矢線図に基づく必要はなく、単に施工工程上の順序関係の制約を表わすものであるため、作業の量的意味が強く、むしろオペレーションの概念に近い。

建設工事においてはアクティビティ・タイム (Activity Time) が投入資源数量に応じて変化するのが一般的であるにもかかわらず、PERT 計算を行なうにはアクティビティに付属するアクティビティ・タイムを固定して与える必要がある。つまりアクティビティを設定するに際してアクティビティ・タイム (すなわち投入資源数

量)に関する決定を行なわなければならない。したがってアクティビティの設定を適切に行なわないと山積み、山崩し計算なども妥当性の根拠が不明確になり、またクリティカル・パス (Critical Path) も単に時間軸での Critical Condition を表わすにすぎなくなるなどの恐れが強い。また矢線図表現を行なうためにはアクティビティをかなり詳細なレベルで設定する必要があるが、あまり詳細なレベルにすると工程上の不確実性の影響が累積されて大きくなり、計画の精度が悪くなるおそれがある。一方、CPM (Critical Path Method) においては、費用との関係 (Activity Cost-Time Curve) によりアクティビティ・タイムが可変であるが、建設工事に関する限りアクティビティごとに費用を把握するのは一般に困難である<sup>4)~8)</sup>。

建設工事の工程計画管理について矢線図を作成するには上述のような複雑な操作、配慮が必要であり、施工経験の豊富な技術者により初めて妥当な矢線図が得られる性格が強い。そして矢線図が得られた段階では、上述の複雑な問題を経験的に処理した施工計画案がすでに得られている可能性が強い。PERT・CPM においては、資源、作業量、作業時間、費用、施工順序関係など種々の複雑な要素を、アクティビティの設定の仕方により表現する必要のあることがアクティビティの概念の一般化を困難にしている一因と解釈される。そこで筆者らはアクティビティに時間的要素 (アクティビティ・タイム) などを初めから付属させることをせず、アクティビティを単に「施工工程上における順序関係の制約を表わすための作業量のまとまり」と考える。この結果アクティビティは表-1 に例を示すように、工程上の順序関係を表わせる程度にオペレーションを分割したものと与えられ、すなわち次式が成立する。

$$TOQ_l = \sum_{j \in A_l} TQ_j \dots\dots\dots (2)$$

ここで  $TOQ_l$  : オペレーション  $l$  の総作業数量,  $TQ_j$  : アクティビティ  $j$  の総作業数量,  $A_l$  : オペレーション  $l$  に属するアクティビティの集合, とする。なお、吉川・春名はアクティビティの順序関係を技術的順序関係と管理的順序関係に分類している<sup>35)</sup>、本報でいう順序関係は制約条件としての技術的順序関係に相当する。

工程計画、見積りにおける基本的要素は以上に述べたように資源、資源グループ、作業グループ、オペレーション、アクティビティであり、これらの関係を図-7 に示す。

c) 作業グループと資源グループ

① 資源グループ<sup>14)</sup> : 資源グループ (No.  $k$ ) を設定する要素は表-4 に示すように、資源名 (No.  $i$ )、資源数量 ( $QR_{ik}$ )、資源稼働時間率 ( $UR_{ik}$ )、共用可能性、の 4 つである。表-4 における資源グループ B を例にとる

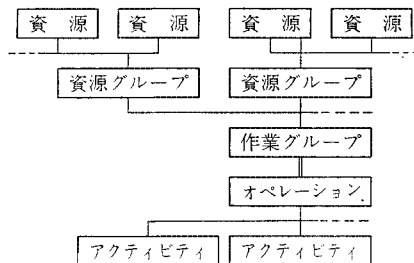


図-7

表-4

No. (k)	資源グループ名称	資源名	資源数量 ( $QR_{ik}$ )	資源稼働率 ( $UR_{ik}$ )	共用可能性
1	A	ブルドーザ D-80	1.0	1.0	可
		ブルドーザ D-8-36A	1.0	1.0	可
2	B	ブルドーザ D-80	1.0	0.8	可
		ブルドーザ D-8-36A	1.0	1.0	可
		ブルドーザ D-8-46A	1.0	1.0	可
3	C	ブルドーザ D-8-46A	1.0	0.5	不可
		ブルドーザ D-8-36AC	1.0	1.0	不可
		スクレーパ 18	1.0	1.0	不可
		ブルドーザ D-8-46AC	1.0	1.0	不可
		スクレーパ 22	1.0	1.0	不可
4	D	ブルドーザ D-80	1.0	1.0	可

と、資源グループ B は掘削押土用ブルドーザ D-8-36 A (資源名) 1 台 (資源数量)、同 D-8-46 A 1 台、敷均用ブルドーザ D-80 1 台から構成される。また D-8-36 A の 1.0 稼働時間に対して D-8-46 A、D-80 の稼働時間率はそれぞれ 1.0、0.8 であり、これらの資源は並行して他のオペレーションに共用されうることを意味する。資源数量、稼働時間率を決めて資源グループを設定する際には、問題の具体的定式化において後述する種々の要素に関する配慮が必要である。

② 作業グループ<sup>14)</sup> : 作業グループは前述のように資源グループの集合として定義される。資源グループには、先に例にあげた表-4 における B のように、資源グループの投入量により時間当たり作業能力が比例的に増加するものと、たとえば搬路整備用ブルドーザのように、そのオペレーションを遂行するために必要ではあっても、時間当たり作業能力に直接影響を与えないものとの 2 つのタイプがある。前者を比例型、後者を固定型と称する。したがって表-5 に例を示すように作業グループ (No.  $l$ ) を設定する要素は、資源グループ名 (No.  $k$ )、資源グループ数量 ( $QRG_{kl}$ )、比例型固定型指定の 3 つである。固定型資源グループについては、資源グループ数量がそのまま実際の作業グループにおける資源グループ数量になる。しかし比例型については、資源グループ数量が作業グループにおける資源グループの構成比率を表わし、表-5 の資源グループ数量に作業グループ数量 (後述す

表-5

No.	作業グループ (I) 名 称	資源グループ 名 称	資源グループ 数量 (QRGki)	比例 固定型
1	伐 開 除 根	A	1.0	比 例
2	ブルワーク 50m	B	1.0	比 例
3	キャリワーク 100m	C	1.0	比 例
		D	0.9	比 例
4	キャリワーク 150m	C	1.0	比 例
		D	0.8	比 例
5	キャリワーク 200m	C	1.0	比 例
		D	0.7	比 例

る操作変数)を乗じた値が実際の作業グループを構成する資源グループ数量になる。また表-5の例で同じキャリオール・スクレパワークでも搬土距離の変化にしたがって作業グループを構成する資源グループの構成比率が異なり、これらは別々の作業グループとして定義される必要がある。この例からも明らかのように、資源グループ、作業グループを設定する方法は必ずしも一意的ではなく、各場合に依って業務の標準化やデータ作成の手間などを考慮した広範な検討が必要である。また、詳細については省略するが、固定型資源グループを考慮すると後述する工程計画管理最適化問題が凸計画ではなくなるなどのやっかいな問題が生じる。そこで、本報では固定型資源グループを考慮しない。ただし、機械化土工において固定型資源グループに属する資源には、その工程上の操作方法が全体費用に対して大きな影響を与えないものが多い。さらに、固定型資源グループとして実際に考えられる資源としては、常にその工事現場に存置しておき、必要に応じて各作業に投入されるものが大半であり、施工段取が問題になることは少ないと判断される。これらの理由から、本報で述べる手法を実際の工事に適用する場合には、比例型資源グループのみを対象として計算を行ない、その結果に固定型資源グループに対する計画を付加する方法がより現実的であろう。本報で述べる手法を実際の工事に適用する際には上述のような現実的な配慮が効果的な役割を果たす場合が多いことを付言しておく。

(2) 費用の評価

a) 見積りと費用の評価

いわゆる見積りと称される作業には次のような相反する内容が含まれる。

① 費用による施工法の評価を目的とする、プロジェクト、工種 (Item)、作業 (Operation) の各レベルに応じた費用の把握

② 見積り結果の妥当性の評価を目的とする、作業数

量当り単価 (Unit Cost)、歩掛 (Prosperity) などの算出

①の目的を満たすためには、その作業に必要な直接、間接のすべての費用を含める必要があるが、②については機械運搬費のような間接的費用を含まない標準的な資源項目のみの単価、金額を求める必要がある。また図-8に示す機械費に属する資源の直接費についても、固定

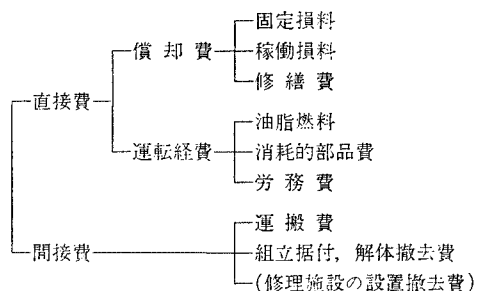


図-8

損料のように稼働時間に関係なく、その現場に存置するだけで増大する費用 (固定費用) と、稼働損料以下の費用成分のように稼働時間に比例して増大する費用 (稼働費用) の2つのタイプがある<sup>14)</sup>。この固定費用や間接費における機械運搬費などは工程計画を中心とする施工計画が得られた後初めて正確に得られる。これらの複雑な要因のため、手計算を前提とする見積り作業では前述の目的を明確に満たす結果を得ることが實際上困難であり、②の目的を強調した予算書を得ることに重点が置かれる。ここでは費用の評価に基づく施工計画の最適化に関する検討を行なう準備として、作業数量当り単価を利用した工事出来高の把握と、工事費用の評価について述べる。

b) 作業数量当り単価

工程上における資源の操作を考慮しない場合、直接工事費を把握するために次のように作業数量当り単価が求められる<sup>15)</sup>。表-1におけるオペレーション、ブルドーザワーク 50 m を例にとる。まず作業グループの時間当り作業能力が表-3, 4, 5を参照して次式で与えられる。

$$\langle WH_2 \rangle = \langle Q_{D-8-36A} \rangle + \langle Q_{D-8-46A} \rangle = 107 \text{ m}^3/\text{hr} + 128 \text{ m}^3/\text{hr} = 235 \text{ m}^3/\text{hr}$$

一方、作業グループの時間当り費用が表-4, 5, 7を参照して次のように与えられる。表-4, 5, 7より作業グループ構成資源であるブルドーザ D-8-36 A について、

・時間当り固定損料

$$= \text{固定損料} / 1 \text{ 日当り実稼働時間} / \text{稼働日数率} = 24,000 / \text{円} / \text{日} / 12 \text{ 時間} / \text{日} / 0.64 \div 3,120 \text{ 円} / \text{hr}$$

(稼働日数率としては表-7における全ステージ平均を

表-6

オペレーション				アクティビティ			
No. (i)	名称	作業数量当り単価 (UOC <sub>i</sub> )	単位	No. (j)	名称	作業数量当り単価 (UC <sub>j</sub> )	総出来高 (TC <sub>j</sub> )
1	伐 開 除 根	55.6	円/m <sup>2</sup>	1	伐 開 除 根	55.6	3.17 (%)
2	ブルワーク 50m	139.6	円/m <sup>3</sup>	2	ブルワーク 50mA	139.6	20.47
				3	〃 B	139.6	17.20
3	キャリワーク 100m	160.4	円/m <sup>3</sup>	4	キャリワーク 100mA	160.4	14.69
				5	〃 B	160.4	9.54
4	キャリワーク 150m	189.0	円/m <sup>3</sup>	6	キャリワーク 150mA	189.0	1.18
				7	〃 B	189.0	22.72
5	キャリワーク 200m	208.4	円/m <sup>3</sup>	8	キャリワーク 200m	208.4	11.03
							100.00 (%)

用いた。)

● 時間当り稼働費用

＝図-8 における稼働損料～労務費の和＝9,000円/hr。したがって D-8-36 A の1台1時間当り費用は両者を加えて 12,120 円/hr となる。作業グループを構成する他の資源についても同様な計算から次の値を得る。

ブルドーザ D-8-46 A : 15,460 円/hr

ブルドーザ D-80 : 6,540 円/hr

したがって作業グループ2 (ブルドーザワーク 50m) の時間当り費用 COG<sub>2</sub> が表-4, 5 を参照して次のように求まる。

$$COG_2 = 12,120 \times 1.0 + 15,460 \times 1.0 + 6,540 \times 0.8 \\ \div 32,820 \text{ 円/hr}$$

以上の結果からオペレーション2 (ブルドーザワーク 50m) の作業数量当り単価 UOC<sub>2</sub> が次式で求められる。

$$UOC_2 = \text{時間当り費用} / \text{時間当り作業能力} \\ = 32,820 \text{ 円/hr} / 235 \text{ m}^3/\text{hr} \div 139.6 \text{ 円/m}^3$$

このようにして求められた作業数量当り単価を用いて、見積金額 CT が次式のように求められる (表-1, 6 参照)。

$$CT = \sum_i (UOC_i \cdot TOQ_i) \dots\dots\dots (3)$$

ただし、本報の数値計算モデルは架空のものであり、費用、単価などの値が必ずしも妥当ではないことを付記する。

c) 工事費用と出来高の評価

費用の評価に基づいて工程計画を決定するためには、資源の操作に伴って生じる費用をそのまま表現して、費用により資源の操作を評価する必要がある。たとえば施工機械の操作により生じる費用としては図-8 に示す間接費などのすべての成分を考慮する必要がある。また直接費についても時間当り作業能力、稼働日数率などの環境条件が工程上およびアクティビティごとに变化する。さらに固定損料金額、機械運搬費などは前述のように工

程上の資源の操作が決定した後で正確に得られる。これらの理由により、前述の、費用の評価に基づく施工計画最適化の立場からは、b) で述べたようにして求められる作業数量当り単価に基づく方法は不十分である。そこで筆者らは次のように、実際の資源の操作に伴って生じる費用をできるだけそのまま表現することを試みる。

資源の操作により生じる費用を次の3つのタイプに分類する。

- ① 固定費用：資源の存置により生じる費用 (固定損料その他) 円/日
- ② 稼働費用：資源の稼働により生じる費用 (油脂燃料費その他) 円/時間
- ③ 資源搬入出費用

図-8 に示す資源費用成分を表-2 に示すように上述の3つのタイプにまとめる。ただし間接費のうち修理施設などに関する成分は考慮していない。費用タイプの分類、考慮すべき費用項目などについては多くの問題が残されていると想像されるが、本報では簡単のため上述のようにモデル化する。これらの3つのタイプの費用を別個にとり扱って、資源の操作により生じる費用をそのまま表現する。具体的な費用計算の方法は 4. (2) e) で述べる。また本報で対象としている数値計算モデルにおける資源費用成分の数値を表-7 に示す。

一方、本報の定式化では 4. (2) d) で後述するように、前述のように求められる作業数量当り単価を工事出来高の把握に用いる。ただしアクティビティ j の作業数量当り単価 UC<sub>j</sub>、および総出来高 TC<sub>j</sub> を次のように定義する。(式 (2), (3), 表-6 参照)

$$UC_j = UOC_i \quad (j \in A_i) \dots\dots\dots (4)$$

$$TC_j = TQ_j \cdot UC_j / CT \cdot 100 (\%),$$

$$\sum_j TC_j = 100\% \dots\dots\dots (5)$$

このことは作業数量当り単価によりアクティビティの出来高に重みづけすることを意味する。もし作業数量当り



表-7

No. (i)	資源名称	固定費用 ( $RCD_i$ )	稼働費用 ( $RCH_i$ )	搬入費用 ( $RCIM_i$ )	搬出費用 ( $RCEX_i$ )	利用可能最大数量 ( $QMAX_i$ )
		円/日	円/時間	円/回	円/回	
1	ブルドーザ D-80	11,600	5,020	107,600	107,600	10
2	ブルドーザ D-8-36A	24,000	9,000	120,000	120,000	10
3	ブルドーザ D-8-46A	35,200	10,880	131,200	131,200	10
4	ブルドーザ D-8-36AC	30,400	6,920	126,400	126,400	10
5	スクレーパ 18	13,200	700	80,000	80,000	10
6	ブルドーザ D-8-46AC	41,000	8,700	137,000	137,000	10
7	スクレーパ 22	14,800	700	80,000	80,000	10

単価を中心とする従来の見積り作業を‘静的見積り(Static Estimating)’と称するとするならば、工程上の資源の操作を費用により評価して最適施工計画を選定する作業は‘動の見積り(Dynamic Estimating)’と称することができよう。そして本報のモデル化において、静的見積りの結果である作業数量当り単価を、前述のように工事出来高の把握に用いることは、静的見積りの動の見積りへの時間(工程)軸における拡張と解釈される。

### (3) 従来の研究

建設工事の工程計画管理に PERT 系手法が導入されて以来、グラフ理論に基づく特色である、表現の利便さ、理論的簡明さなどの利点により広く普及し、電子計算機の発達にしたがって実際の工程計画管理に適用され大きな役割を果たしてきた。しかし建設工事の計画管理はきわめて多面的な諸相をもっており、建設工事の工程計画管理への適用を意図して開発されたものではないPERT系手法のみでは、施工計画、見積り、管理の複雑な段階を一貫して合理化することが困難である。工程計画管理最適化問題は後述の定式化から明らかなように、資源の搬入搬出の面からみれば在庫管理問題<sup>24)</sup>に、アクティビティの順序関係の面からみればスケジューリング(Scheduling)問題<sup>25)</sup>になるなど見方に応じて種々の最適化問題を含んでいる。PERT・CPM などのネットワーク手法を建設工事の計画管理に適用する際の主な難点は、3.(1)で述べたように工程計画管理における種々の要素のすべてをアクティビティの設定を通じて表現しようとするため、工程上の資源の操作が十分表現できないこと、および工程の関数である作業条件(稼働日数率その他)などが十分考慮されえないことである。したがって上述の在庫管理、スケジューリング問題などの側面を明確に表わすことができない。そして矢線図が得られた段階では、上述の在庫管理、スケジューリング問題などを経験的に処理した施工計画がすでに得られており、PERT 計算は単に時間的意味でのクリティカルな作業を求める操

作にすぎなくなる可能性も強い。したがって PERT 系手法は意志決定のための最適化手法とみなすよりは、グラフ理論に基づく特色である‘表現のための手法’という面が強調されるべきである。CPM はむしろ最適化手法に属するといえるが、基本的にはグラフ理論に基づくため、ネットワーク手法における上述の難点が解決されない。

これらの問題に関連して次のような報告がなされている。Butcher<sup>26)</sup>、Meyer ら<sup>27)</sup>は CPM においてアクティビティの費用—時間関係を任意にする試みをしているが、資源の操作に関する表現が十分ではない。Wiest<sup>28)</sup>、Zangwill<sup>29)</sup>、Pritsker ら<sup>30)</sup>、Davis ら<sup>31)</sup>、Growston ら<sup>32)</sup>は主にスケジューリング理論に基づいて、資源の制約を考慮した工程計画管理問題について検討している。

しかし存置資源数量、各アクティビティに対する資源投入数量(したがってアクティビティ・タイムも)などを固定して与えているため、やはり資源の操作に関する表現が十分ではなく、ネットワーク手法における前述の難点が解決されていない。Galbreath<sup>33)</sup>、Bennett<sup>34)</sup>は必ずしもネットワーク手法に基づかずに、ある種のアルゴリズムによって近似的に最適な資源の操作方法を得ようとする方法を提案しているが、最適性の理論的裏づけが十分明らかでない。

これらの研究とは別の立場で、主に制御工学の分野で発展した最適制御理論(Optimal Control Theory)を一般的な計画管理問題に応用する試みがなされつつある<sup>35)~42)</sup>。ただし最適制御理論自体が発展過程にあり、現実の問題を解くには多くの制約が存在するため、現時点ではこれらの試みはモデル的な問題を対象としたものが多い。

このように、オペレーションズ・リサーチにおける問題に対する最適制御理論の適用という立場に属するものとして、筆者らは多段決定過程モデルを利用した工程計画管理最適化問題の定式化を試みる<sup>19)~23)</sup>。

### 4. 多段決定過程としての定式化

#### (1) 多段決定過程モデル<sup>19)~23)</sup>

一般的な多段決定過程モデル（または離散型最適制御問題）は次のように表現される。図-9 において  $\theta^n$ ,

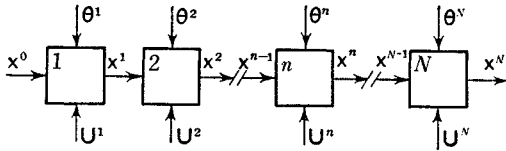


図-9

$x^n, U^n, (n=1, 2, \dots, N)$  をそれぞれ第  $n$  段階における操作変数 (Control or Decision Variable), 状態変数 (State Variable), 外乱 (Disturbance) とする。

$$\left. \begin{aligned} \theta^n &= (\theta_1^n, \theta_2^n, \dots, \theta_m^n)^T \text{注1)} \\ x^n &= (x_1^n, x_2^n, \dots, x_l^n)^T \\ U^n &= (U_1^n, U_2^n, \dots, U_k^n)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

$\theta^n$  は外部から自由に操作しうる変数,  $x^n$  は  $\theta^n$  を通じてのみ操作しうる変数,  $U^n$  はまったく制御できない変数である。これらの変数は次の状態方程式により関係づけられる。

$$x^n = f^n(x^{n-1}, \theta^n, U^n) \dots\dots\dots (7)$$

そして、次式で表わされる目的関数の極値を与える操作変数  $\theta^n$  を求める問題を多段決定過程と称する。

$$J = \phi(x^N) \rightarrow \min$$

#### (2) 工程計画管理最適化問題の定式化

##### a) 工程変化の表現

工期  $T$  が与えられたとして、全体の工程を  $N$  個のステージ (Stage) で表わす。すなわち次式のように、工期単位  $\Delta T$  で  $T$  を  $N$  分割する。

$$T = \Delta T \cdot N \dots\dots\dots (9)$$

図-1 における工事開始点  $O$  から終了点  $A$  に到る工事径路の変化を連続的なもの (微分方程式系) とする考え方もあろうが<sup>40)</sup>、建設工事においては、上述のように離散的な多段過程として表現した方が計画管理の都合上便利と推察される。したがって式 (19) における工期単位  $\Delta T$  としては、1日、1週間、10日などの計画管理上の単位となる長さが選ばれるべきであり、計画の精度に応じた実際の検討が必要である。ただし  $\Delta T$  は日単位で与えたとし、本報の例では5日をとる。このように分割した工程を表わす段階を最初のステージから 1, 2, ...,  $N$  ステージと称し、図-9 の多段決定過程モデルを用いて

注 1) ( )<sup>T</sup>: 転置行列を表わす。

表現する。

##### b) 操作変数

操作変数としては、その工事現場における各資源の存置数量、および各アクティビティにおける作業グループ投入数量を選ぶ。

$$\theta^n = \left( \begin{matrix} q^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad \left. \begin{aligned} q^n &= (q_1^n, q_2^n, \dots, q_M^n)^T \\ v^n &= (v_1^n, v_2^n, \dots, v_L^n)^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

ここで、 $q_i^n$ : 第  $n$  ステージにおける資源  $i$  の存置数量,  $v_j^n$ : 第  $n$  ステージ・アクティビティ  $j$  における作業グループ投入数量,  $M$ : 資源の総種類数,  $L$ : 総アクティビティ数, とする。

$v_j^n$  については、オペレーションが前述のようにアクティビティの集合と考えているので、各アクティビティに対する作業グループが一意的に決まる。また作業グループ投入数量  $v_j^n$  の増加にしたがって、時間当り作業能力は図-10 に示す実線のように増加すると推定される。

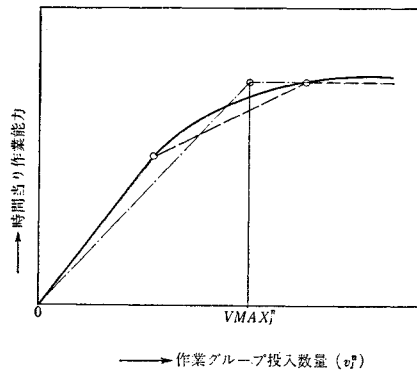


図-10

より厳密には図-10 に示す点線のように近似するべきであるが、本報では簡単のため図-10 における1点鎖線のように近似し、その勾配  $WH_j^n$  と限界  $VMAX_j^n$  を後述するように環境条件として与えるものとする。

##### c) 外 乱

外乱  $U^n$  に相当する気象条件、作業条件、作業能力などは本来、不確定変数として扱われるべきであるが、本報では前述のように定常最適化を目標としているので、これらの要素をすべて平均値のみで表わしシステムの環境条件と考える。次のデータを環境条件として与える。

$WH_j^n$ : 第  $n$  ステージ・アクティビティ  $j$  における1作業グループの時間当り作業能力 (図-10 の1点鎖線の勾配)

$VMAX_j^n$ : 第  $n$  ステージ・アクティビティ  $j$  における作業グループ最大投入数量

$RH_j^n$ : 同上の  $n \cdot j$  における1日当り実稼働時間

$UD_j^n$ : 同上の  $n \cdot j$  における (月当り) 稼働日数率

本報で扱うモデルについては具体的な数値を表-8 のように与える。ただし簡単のため、表-8 に示すように

表-8

No. (j)	アクティビティ 名 称	1作業グループ 時間当り作業能力 ( $WH_j^n$ )	最大投入作業 グループ数量 ( $VMAX_j^n$ )	1日当り 実稼働時間 ( $RH_j^n$ )	稼働日数率 ( $UD_j^n$ ) $\Delta T=5$ 日					
					1 月	2 月	3 月	4 月	5 月	6 月
					$n=1\sim6$	7~12	13~18	19~24	25~30	31~36
1	伐 開 除 根	335 (m <sup>3</sup> /hr)	5	12 時間	0.68	0.75	0.60	0.62	0.57	0.58
2	ブルワーク 50mA	235 (m <sup>3</sup> /hr)	10	12	"	"	"	"	"	"
3	" B	235 "	10	12	"	"	"	"	"	"
4	キャリワーク 100mA	320 "	10	12	"	"	"	"	"	"
5	" B	320 "	10	12	"	"	"	"	"	"
6	キャリワーク 150mA	268 "	10	12	"	"	"	"	"	"
7	" B	268 "	10	12	"	"	"	"	"	"
8	キャリワーク 200m	240 "	10	12	"	"	"	"	"	"

$WH_j^n$ ,  $VMAX_j^n$ ,  $RH_j^n$  が全ステージを通じて一定としている。

d) 出来高の表現

式 (4), (5) および 3. (2) e) で述べたことを考慮し、上述の環境条件パラメータを用いて、第  $n$  ステージ・アクティビティ  $j$  における 1 作業グループ当り出来高  $W_j^n$  が次式で与えられる。

$$W_j^n = WH_j^n \cdot RH_j^n \cdot \Delta T \cdot UD_j^n \cdot UC_j^n / CT \cdot 100(\%) \quad \dots\dots\dots(11)$$

したがってアクティビティ  $j$  の第  $n$  ステージでの出来高が ( $W_j^n \cdot v_j^n$ ) で与えられ、第  $n$  ステージまでのアクティビティ  $j$  の累積出来高  $r_j^n$ 、および全累積出来高  $x_1^n$  が次式で与えられる。

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n, \quad r_j^N = TC_j \quad \dots\dots\dots(12)$$

$$x_1^n = x_1^{n-1} + \sum_j (W_j^n \cdot v_j^n), \quad x_1^N = 100(\%) \quad \dots\dots\dots(13)$$

e) 費用の表現

各資源ごとに、3. (2) c) で述べたように次の資源費用成分をデータとして与える。

- $RCD_i$  : 資源  $i$  の固定費用 (円/日)
- $RCH_i$  : 資源  $i$  の稼働費用 (円/時間)
- $RCIM_i$  : 資源  $i$  の搬入費用 (円/回)
- $RCEX_i$  : 資源  $i$  の搬出費用 (円/回)

表-2 に示す資源費用成分を与えて、表-7 に示すように上述の費用成分にまとめると考えるほうが合理的であろう。また稼働費用は各資源ごとに与えているが、次のように作業グループごとにまとめたほうが便利である。

3. (1) c) で述べたことを参照して作業グループ  $l$  の時間当り稼働費用  $COH_l$  が次式で与えられる。

$$COH_l = \sum_i (WR_{il} \cdot RCH_i) \quad \dots\dots\dots(14)$$

ここで  $WR_{il}$  は作業グループ  $l$  における資源  $i$  の稼働数量であり次式で与えられる。

$$WR_{il} = \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) \quad \dots\dots\dots(15)$$

ここで、 $QR_{ik}$ ,  $UR_{ik}$ ,  $QRG_{kl}$  については 3. (1) c) を参照されたい。これらの要素を用いて、第  $n$  ステージ・アクティビティ  $j$  における 1 作業グループ当り稼働費用  $CW_j^n$  が次式で与えられる。

$$CW_j^n = COH_l \cdot RH_j^n \cdot \Delta T \cdot UD_j^n, \quad (j \in A_l) \quad \dots\dots\dots(16)$$

以上のことから第  $n$  ステージで生じる費用が次のように求められる。

- 固定費用 :  $\sum_i (RCD_i \cdot \Delta T \cdot q_i^n)$
- 稼働費用 :  $\sum_j (CW_j^n \cdot v_j^n)$
- 搬入費用 :  $\sum_i (RCIM_i \cdot V[q_i^n - q_i^{n-1}])$
- 搬出費用 :  $\sum_i (RCEX_i \cdot V[q_i^{n-1} - q_i^n])$

$$\left. \begin{aligned} & \text{ただし, } V[x] = x : x > 0 \\ & \qquad \qquad \qquad = 0 : x \leq 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(17)$$

また、第  $n$  ステージまでの累積費用  $x_2^n$  が次式で与えられる。

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ RCD_i \cdot \Delta T \cdot q_i^n + RCIM_i \cdot V[q_i^n - q_i^{n-1}] + RCEX_i \cdot V[q_i^{n-1} - q_i^n] \} + \sum_j \{ CW_j^n \cdot v_j^n \} \quad \dots\dots\dots(18)$$

f) 状態変数と状態方程式

d), e) で述べた式 (12), (13), (18) が前述の式 (7) の状態方程式に対応する。式 (12), (13) における  $r_j^n$ ,  $x_1^n$  には次の関係がある。

$$x_1^n = \sum_j r_j^n \quad \dots\dots\dots(19)$$

したがって、 $x_1^n$  と  $r_j^n$  は古典力学におけるホロノームな (holonomic) 関係にある状態変数であり、一方は不要である<sup>18)</sup>。後述するように、アクティビティの順序関係の制約を表現するためには  $r_j^n$  が必要であるため、 $r_j^n$  を状態変数に選ぶ。次に、式 (18) には  $(n-1)$  ステージの操作変数  $q_i^{n-1}$  が含まれており、式 (7) の関

係になっていない。そこで次のような仮想的操作変数  $u_i^n$  を導入し、 $q_i^n$  を状態変数とする<sup>19)</sup>。

$$u_i^n = q_i^n - q_i^{n-1}, (q_i^n = q_i^{n-1} + u_i^n) \dots\dots\dots(20)$$

具体的には、 $u_i^n$  が搬入 ( $u_i^n > 0$ ) または搬出 ( $u_i^n < 0$ ) 資源数量を意味する。以上をまとめると以下の様になる。

• 操作変数

$$\theta^n = \left( \begin{matrix} u^n \\ v^n \end{matrix} \right), \quad u^n = (u_1^n, \dots, u_M^n)^T \\ v^n = (v_1^n, \dots, v_L^n)^T \} \dots\dots\dots(21)$$

• 状態変数

$$x^n = \left( \begin{matrix} q^n \\ r^n \\ x_2^n \end{matrix} \right), \quad q^n = (q_1^n, \dots, q_M^n)^T \\ r^n = (r_1^n, \dots, r_L^n)^T \} \dots\dots\dots(22)$$

• 状態方程式

$$q_i^n = q_i^{n-1} + u_i^n (i=1, \dots, M) \dots\dots\dots(23)$$

$$r_j^n = r_j^{n-1} + W_j^n \cdot v_j^n (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots(24)$$

$$x_2^n = x_2^{n-1} + \sum_i \{ RCD_i \cdot \Delta T \cdot (q_i^{n-1} + u_i^n) \\ + RCIM_i \cdot V[u_i^n] + RCEX_i \cdot V[-u_i^n] \} \\ + \sum_j \{ CW_j^n \cdot v_j^n \} \dots\dots\dots(25)$$

• 状態方程式境界条件

$$\left. \begin{matrix} q_i^0 = 0, (i=1, \dots, M) \\ r_j^0 = 0, (j=1, \dots, L) \\ x_2^0 = 0 \end{matrix} \right\} \dots\dots\dots(26)$$

$$r_j^N = TC_j, (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots(27)$$

g) 制約条件

資源の操作について次の制約条件がある。

$$0 \leq q_i^n \leq QMAX_i, (i=1, \dots, M) \dots\dots\dots(28)$$

$$\sum_j (h_{il} \cdot v_j^n) \leq q_i^n, (j \in A_i, i=1, \dots, M) \dots\dots\dots(29)$$

$$0 \leq v_j^n \leq VMAX_j^n, (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots(30)$$

$$r_j^n \leq TC_j, (j=1, \dots, L) \dots\dots\dots(31)$$

式 (28) は利用可能な資源数量の限界 ( $QMAX_i$ ) を与える。式 (29) は稼働資源総数量が存置資源数量を越えないことを意味する。ただし  $h_{il}$  は作業グループ  $l$  が 1 作業グループ稼働するために必要な資源  $i$  の数量を表わし、次式で定義される。

$$\left. \begin{matrix} h_{il} = \sum_k (QR_{ik} \cdot UR_{ik} \cdot QRG_{kl}) : i \text{ が共用資源} \\ = \sum_k (QR_{ik} \cdot QRG_{kl}) : i \text{ が非共用資源} \end{matrix} \right\} (32)$$

式 (30) の  $VMAX_j^n$  は図-10 参照。式 (31) は各アクティビティの累積出来高が各アクティビティの総出来高を越えないことを意味する。

次に、前述したアクティビティの(技術的)順序関係の制約を表わすものとして次式が成立する。

$$v_j^n \cdot (r_k^{n-1} - TC_k) = 0, (k \in P_j, j=1, \dots, L) \dots\dots\dots(33)$$

ここで  $P_j$  がアクティビティ  $j$  の先行アクティビティの集合を表わし、式 (33) は先行アクティビティ  $k$  について  $r_k^{n-1} \neq TC_k$  の場合、後続アクティビティ  $j$  について  $v_j^n = 0$  とならなければならないことを意味する。

h) 目的関数

式 (1) に関連して前述したように、全体費用を最小にする施工段取の選定を評価基準として、目的関数が次式で与えられる。

$$J = x_2^N + \sum_i (RCEM_i \cdot q_i^N) \rightarrow \min \dots\dots\dots(34)$$

ただし上式における第 2 項は最後まで現場に存置された資源の総搬出費用を表わす。

(3) 結論と考察

前節までで機械化土工における工程計画管理最適化問題が、式 (23)~(33) の条件の下で式 (34) を最小にする操作変数  $u^n, v^n$  を求める多段決定過程として定式化された。実際の応用を計るためには、さらに多くの要素を考慮し、より複雑な定式化を行なう必要があるが、基本的には本報で述べた定式化の方法を拡張して表現できると推察される。

このような多段決定過程問題を具体的に解く方法としては最適制御理論またはプロセスシステム工学と称される分野で、離散型最大原理、ダイナミック・プログラミング、勾配法など多彩な手法が開発されてきている<sup>17)~23)</sup>。しかし、前節の定式化から明らかのように、工程計画管理最適化問題は状態変数の等式および不等式制約条件付最適制御問題<sup>20)~23)</sup> であり、解を得るのは必ずしも容易ではない。さらに問題を複雑にしているのは資源存置数量  $q^n$ 、作業グループ投入数量  $v^n$  などが整数解として与えられる必要があることである。また、このことから資源グループ、作業グループの設定に対して現実的な配慮が必要なことも注意を要する。

工程計画管理最適化問題は前述のように、資源の操作の面からみれば一種の在庫管理問題に、またアクティビティの順序関係の面からみればスケジューリング問題になるなど複雑な諸相をもち、しかも在庫管理、スケジューリング理論の相方とも現実的な問題を取り扱うには多くの制約がある。しかし筆者らの方法により工程計画管理最適化に関する、より一般的なモデルが得られた。しかも、このモデルは在庫管理、スケジューリングモデルよりは数値解を得る見とおしが明るい。筆者らは表-1~8 に示す具体的な数値計算モデルに対して、勾配法を用いた数値計算を行なったが、その結果については稿を改めて報告する<sup>43)</sup>。

また筆者らの定式化において強調されるべきことは、計算の条件として与えるデータ(時間当り作業能力、資源費用成分など)が標準化しやすい性格のものだけから成ることである。したがって計画作業中に、たとえば PERT 系手法や前述の Wiest<sup>28)</sup> 以下の方法におけるように、各アクティビティに対する投入資源数量すなわちアクティビティ・タイムや存置資源数量はどの在庫管理、

スケジューリング問題などを含む面倒な最適化問題に関する意志決定を、業務担当者自身が行なう必要はない。すなわち業務担当者が各建設工事個有のデータ（作業数量、施工順序関係など）と、蓄積された標準的データ（時間当り作業能力、資源費用成分など）を与えることにより、与えられた条件の下での最小費用の（資源操作に裏づけられた）工程計画案が自動的に得られる。この計画案を業務担当者の経験により評価し、かつ2.(1)で述べたように施工条件を変えて上述の最適化計算を繰返すことにより、最適施工計画を決定できると推察される。このような操作がいわゆる定量的評価に基づく施工計画管理の最適化であり、計画管理業務のシステム化に寄与することができるであろう。なお、本報で述べた見積り計算、工程計画最適化計算の組織的計算手順を文献43)で要約する。

## 5. 結 論

得られた主な結果は次のとおりである。

(1) 工程計画管理におけるスケジューリング問題、在庫管理問題などの複雑な側面が従来は別々にとり扱われてきたが、筆者らは機械化土工工事を具体例として、これらの問題を有機的に関連づけて、施工段取を中心とする動的な工程計画管理の表現方法を得た。この結果、施工計画・見積り・管理を総合的に結びつけて合理化する基礎が得られた。

(2) (1)の考え方を明らかにするために、工程上における資源の操作、資源グループ、作業グループ、オペレーション、アクティビティ、出来高、費用の概念およびそれらの関係を、より現実的に明確に定義した。

(3) (1)の考え方と(2)の概念に基づいて、機械化土工における工程計画管理最適化問題が多段決定過程として定式化されることを示した。特に施工段取を中心とする操作変数、状態変数の表現を用いることにより、スケジューリング問題、在庫管理問題などを含む、より一般的な最適化問題が数学的に表現された。また、定式化されたモデルの数値解を求める指針を示した。

本報では機械化土工工事を対象として上述の定式化を行なったが、必要に応じて多少の修正を加えることにより、工程上の資源操作が施工計画管理における支配的な要素となる一般的な建設工事に対しても、本報で述べた手法が適用できることが明らかである。

## 6. あとがき

施工計画・見積り・管理業務の合理化が多方面で要請

され、業務の規格化や作業の省力化を目標とするプログラミング・システムの開発が進みつつある。しかし複雑な計画管理業務について最適性の評価を検討する研究はあまり進んでいないのが現状である。施工計画管理最適化問題の内容が複雑であるため組織的研究が必要なことは明らかである。本報では組織的研究の基礎づけとして、機械化土工における工程計画管理の動的な面について問題の説明と定式化を行なった。その結果、従来は明確な表現が困難であった工程計画管理最適化問題が工学的に表現された。具体的な数値解析と計算結果については稿を改めて報告する。モデル化や実際的な応用については多くの問題が残されていると推察され、今後この分野の研究が盛んになることを期待したい。

最後に、本研究の遂行に際してご指導とご助力をいただいた京都大学土木工学教室 島昭治郎教授、同太田秀樹助教授、鹿島建設(株) 多田義雄常務取締役をはじめとする同土木見積り部、同電子計算センター、同技術研究所企画調査室の諸氏に感謝の意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) 島・荒井：土工機械の待合せに関する基礎的考察，土木学会論文報告集，No. 194，pp. 127～140 (1971)
- 2) 増淵：最適制御入門，オーム社 (1964)
- 3) E. Mishkin, L. Braun (磯部他訳)：適応制御系，コロナ社 (1963)
- 4) T.M. Antill, R.W. Woodhead：Critical Path Methods in Construction Practice, John Wiley & Sons (1965)
- 5) L.R. Shaffer, J.B. Ritter, W.L. Meyer：The Critical Path Method, McGraw-Hill (1965)
- 6) 庄子：現場技術者のためのわかりやすい PERT・CPM，鹿島出版会 (1968)
- 7) 佐用：工事管理，鹿島出版会 (1971)
- 8) G.E. Deatherage：Construction Scheduling and Control, McGraw-Hill (1965)
- 9) G.E. Deatherage：Construction Estimating and Job Preplanning, McGraw-Hill (1965)
- 10) H.E. Pulver：Construction Estimate and Costs, McGraw-Hill (1960)
- 11) 工事費積算研究会編：標準積算便覧，鹿島出版会 (1970)
- 12) 特集・積算，土木学会誌，Vol. 55, No. 1, pp. 3～57 (1970)
- 13) 土木学会：土木工事の積算 (1970)
- 14) Jacobs Associates Estimating System User's Manual (1970)
- 15) 伊丹：機械化施工の計画と管理，山海堂 (1962)
- 16) 日本建設機械化協会編：現場技術者のための建設機械と施工法，技報堂 (1966)
- 17) L.A. Zadeh, C.A. Desoer (関根他訳)：線形系の理論，コロナ社 (1971)
- 18) D.G. Schultz, L.L. Melsa (久村訳)：状態関数と線形制御系，学献社 (1970)
- 19) L.T. Fan, C.S. Wang (高松他訳)：離散型最大原理，コロナ社 (1972)
- 20) 高松編：プロセスシステム工学，日刊工業新聞社 (1972)
- 21) A.P. Sage：Optimum Systems Control, Prentice Hall (1968)
- 22) A.E. Bryson, Y.C. Ho：Applied Optimal Control, Ginn (1969)

- 23) M.M. Denn : Optimization by Variational Methods, McGraw-Hill (1969)
- 24) 松田・春日井編：生産在庫管理における OR 技法，培風館 (1963)
- 25) R.W. Crway, W.L. Maxwell, L.W. Miller(関根訳)：スケジューリングの理論，日刊工業新聞社 (1971)
- 26) W.S. Butcher : Dynamic Programming for Project Cost-Time Curves, J. Const. Div., Proc. of ASCE, Vol. 93, pp. 59~73 (1967)
- 27) W.L. Meyer, L.R. Shaffer : Extending CPM for Multiform Project Time-Cost Curves, J. Const. Div., Proc. of ASCE, Vol. 94, pp. 161~180 (1968)
- 28) J.D. Wiest : Some Properties of Scheduling for Large Projects with Limited Resources, J. ORSA, Vol. 12, pp. 395~418 (1964)
- 29) W.I. Zangwill : A Deterministic Multiproduct, Multifacility Production and Inventory Model, J. ORSA, Vol. 14, pp. 486~507 (1966)
- 30) A.A.B. Pritsker, L.J. Watters, P.M. Wolfe : Multi-Project Scheduling with Limited Resources, A Zero-One Programming Approach, Management Sci., Vol. 16, No. 1, pp. 93~108 (1969)
- 31) E.W. Davis, G.E. Heidorn : An Algorithm for Optimal Project Scheduling under Multiple Resource Constraints, Management Sci., Vol. 17, No. 12, pp. B-803~816 (1971)
- 32) W. Growston, G.L. Thompson : Decision CPM : A Method for Simultaneous Planning, Scheduling, and Control of Projects, J. ORSA, Vol. 14, pp. 407~426 (1966)
- 33) R.V. Galbreath : Computer Program for Leveling Resource Usage, J. Const. Div., Proc. of ASCE, Vol. 91, pp. 107~124 (1965)
- 34) F.L. Bennett : Critical Path Resource Scheduling Algorithm, J. Const. Div., Proc. of ASCE, Vol. 94, pp. 161~180 (1968)
- 35) 吉川・春名：施工計画における最適ネットワーク作成法に関する一考察，土木学会論文報告集，No. 182, pp. 41~58 (1970)
- 36) G.S. Tracz : A Selected Bibliography on the Application of Optimal Control Theory to Economic and Business Systems, Management Science, and Operations Reserch, J. ORSA, Vol. 16, pp. 174~185(1968)
- 37) R.T. Nelson : Labor Assignment as a Dynamic Control Problem, J. ORSA, Vol. 14, pp. 369~376 (1966)
- 38) C.L. Hwang, L.T. Fan, L.E. Erickson : Optimum Production Planning by the Maximum Principle, Management Sci., Vol. 13, No. 9, pp. 751~755(1967)
- 39) C.L. Hwang, L.T. Fan : The Application of the Maximum Principle to Industrial and Management Systems, J. Ind. Eng., Vol. 17, No. 11, pp. 589~593 (1966)
- 40) V.N. Burkov : Application of Optimal Control Theory to the Problems of Resource Distribution, Deterministic Optimal Control, Session 19, Paper 19. C, pp. 6~, IFAC Cong., London, England, June (1966)
- 41) 成田：電力系統の経済運用計算に対する最大原理の適用，電気学会雑誌，Vol. 85-11, No. 926, pp. 1883~1891 (1965)
- 42) 呉：電力系統の経済運用計算に対する離散系の最大原理の適用，電気学会雑誌，Vol. 87-4, No. 943, pp. 737~746 (1967)
- 43) 庄子・荒井：勾配法による機械化土工・工程計画管理の最適化，土木学会論文報告集，No. 215 登載予定 (1972.11.10・受付)