土木学会論文報告集
第 213 号・1973 年 5 月

工業開発地の多地域多段階建設計画モデルの提案

A MULTI-REGIONAL MULTI-STAGE INDUSTRIAL DEVELOPMENT MODEL

長尾義三*・森杉寿芳**・佐藤信秋***
By Yoshimi Nagao, Hisayoshi Morisugi and Nobuaki Sato

1. 緒　　言

前論文[1]において，経済計画から想定される工業用地需要を満たし，かつ，環境破壊を生ぜしめないようにしながら多数の候補地の代替案から，適正な工業開発地の選定とその規模の決定を行なうためにはいかにすればよいかを問題とし，これを達成するために

（1） 社会的費用を工業開発費用の中にできるだけ定量化して導入すること

（2） 都市開発計画を工業開発計画に導入し，工業用地との整合性を保ち，住民に快適な環境を準備すること

の2点を強調した。そして，大気汚染による社会的費用の計算法を提案するとともに，社会的費用および都市開発費用を含む工業開発費用が最小となる工業開発地の選定とその開発規模を決定するためのモデルを O-1 整数計画法によって定式化した。

本研究は，基本的には前論文と同様な問題意識にたっているが，需要の時間的流れを考慮し，開発地の選定とその開発規模の決定に加えて“いつ”という開発の手順をも同時に決定するための工業開発地の多地域多段階建設計画モデルを提案することを目的とする。

工業開発地には，多くの大規模な公共施設の整備と整然とした土地利用区分が必要とされるので，建設されてしまうとその撤去あるいは拡張はきわめて困難である。したがって，急増する需要を考慮した長期的な点に立った計画が必要となる。しかし，あまりに長期的な観点に立てば貴重な資本は過度に遊休するおそれがある。このため，長期的展望をもった代替案を選択し，その代替案を段階的に建設して順次供用を行なう段階開発が望ましい場合が少なくない。

段階開発に関する従来の研究は，大きく4つに分けられる。

第1の分野は，主として段階開発の概念および段階開発費用の算定に主眼をおいた研究であり，水資源[2]，道路[3),4),5)]の分野で段階建設計画として展開された。第2の分野は，港湾[6]，上下水道[7),8)]，工業基地建設[9]のように単一の部門の単一の地域の段階投資計画に関する研究であり，主として動的計画法の適用が提唱されている分野である。第3に，経済学では有名なターンパイクの定理（Turnpike Theorem）などを生み出した最適経済成長論として古くから論ぜられてきた[10),11),12)]。そして最後に本研究と同様多地域の多段階開発計画を定式化した研究がある[13),14)]。

しかしながら，本研究の対象とする工業開発のための多地域多段階建設計画への適用性という観点から従来の研究を概観したとき，第1の分野は基礎的概念を整理した点で注目されるが1地域1部門2または3段階という簡単な場合についてのみの解析にとどまっている点で検討の余地がある。また第2の分野は動的計画法という効率のよいしかも具体的な数値を計算できる手法を用いている点で注目されるが，多地域の段階開発では，次元が大きくなり，動的計画法の長所が失われてくる点が問題となる。第3の分野では，土木計画への適用を考えるにはあまりにも抽象的であり，実用性をもちえない。第4の分野は本研究と基本的に同じ考え方であるが，文献14）は，本研究で提案するモデルの特殊な場合，すなわち，各代替案が不可分である場合の定式化にあたる。

このため，本研究では，**3.** において述べるように O-1 整数計画法による多地域多段階建設計画モデルを策定し，その実用性を検討することとする。本研究で提案する段階建設計画モデルの評価基準は，前論文[1]において分析した社会的費用および都市開発費用を含む工業開発地の建設費用の現在価値を目的関数とし，工業用地需

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部交通土木工学科
** 正会員　京都大学助手　工学部交通土木工学科
*** 正会員　建設省東北地方建設局秋田工事事務所

要の時間的流れを有効度とする費用有効度基準である。もちろん，時間的流れを考慮したときに発生する特有な問題である将来財と現在財との価値比率は，社会的割引率によって現在価値に換算される。したがって，本研究の評価基準は，工業開発地の建設費用の現在価値最小となる。

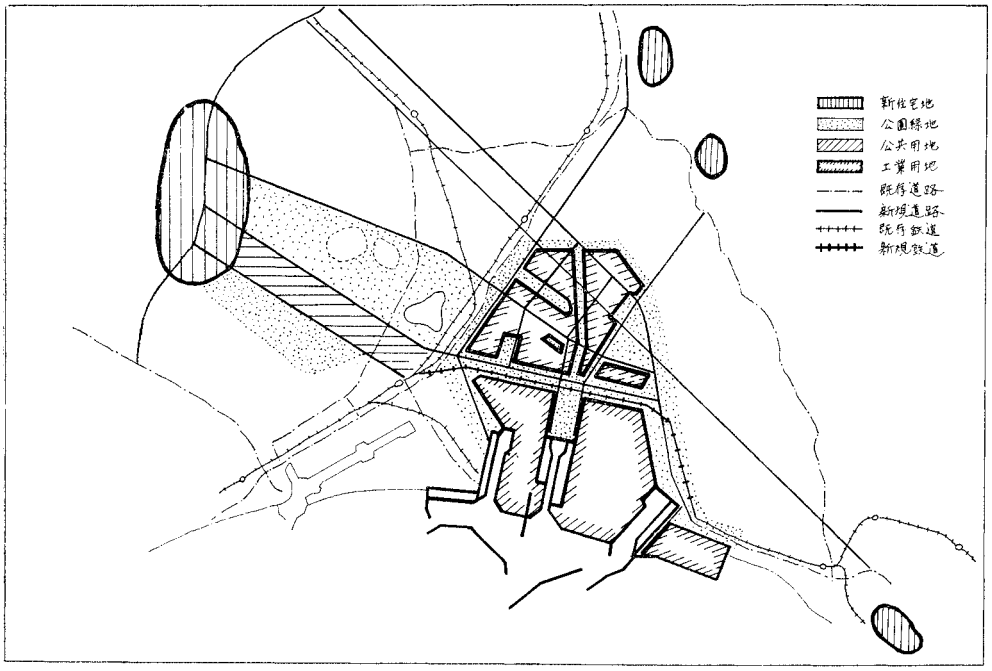
2. 段階建設費用の分析

(1) 代替案の定義

任意の1つの開発候補地を抽出する。工業開発のためにはこの候補地に仮に一定の開発規模が与えられた場合を想定して，開発規模に応じた工業地，住宅地，公共施設などの最適な配置を行なわねばならない。この作業は，さまざまな社会的，経済的，技術的および自然的条件下での土地利用計画を策定するわけであるから，非常に複雑であり多くの時間と労力を要する。またその作業の手順，評価基準，現象などについて確立した方法論があるわけではない。このような開発候補地内の土地利用計画の策定法は本研究に関連する重大な問題であるが，本研究の範囲を逸脱するため，ここでは想定された開発規模に応じてただ1つの土地利用計画を策定することができることを仮定しておく。このような計画案は想定された開発水準を当面の目標としているために，想定された規模以上の開発水準に応じた計画への修正拡張がきわめて困難な場合が多い。したがって，異なる開発水準に応じた計画案は相互に排他的であると仮定する。このように段階建設という視点から見て，最終段階における状態の土地利用計画案を代替案と呼ぶ。定義された代替案の作成には莫大な労力と時間を必要とすることを考慮すれば 4～5 点の開発水準に応じた代替案しか得られないことに注意を要する。

(2) 段階的建設の定義

必ずしも計画期間中でなくともよいが，究極的には想定された開発水準に対応する代替案を完成しなければならないという前提，および，代替案をそれぞれの部分に以前に建設された部分を付加して供用可能な数個の部分に分割することができるという前提のもとで，部分1，部分 2，…… という順に順次，各部分を建設する方式を段階的建設と呼ぶ。分割が不可能な場合，あるいは分割可能であっても，異時点に建設を行なうよりも一括して建設する方が有利な場合にはいわゆる一括建設がなされる。本研究で主として対象とする臨海工業地帯においては，港湾がその中心的位置を占め，港湾の建設に応じて近接地の工業用地部分が供用可能となり，港湾建設を後期の段階に遅らせて建設するようなことは工業地帯としての機能が港湾竣工まで事実上停止することを意味する。したがって，ある候補地のある代替案が K 段階に分割可能であるものとし，任意の段階 k に着目すれば，段階 k がある期 t 期に建設可能であるためには，

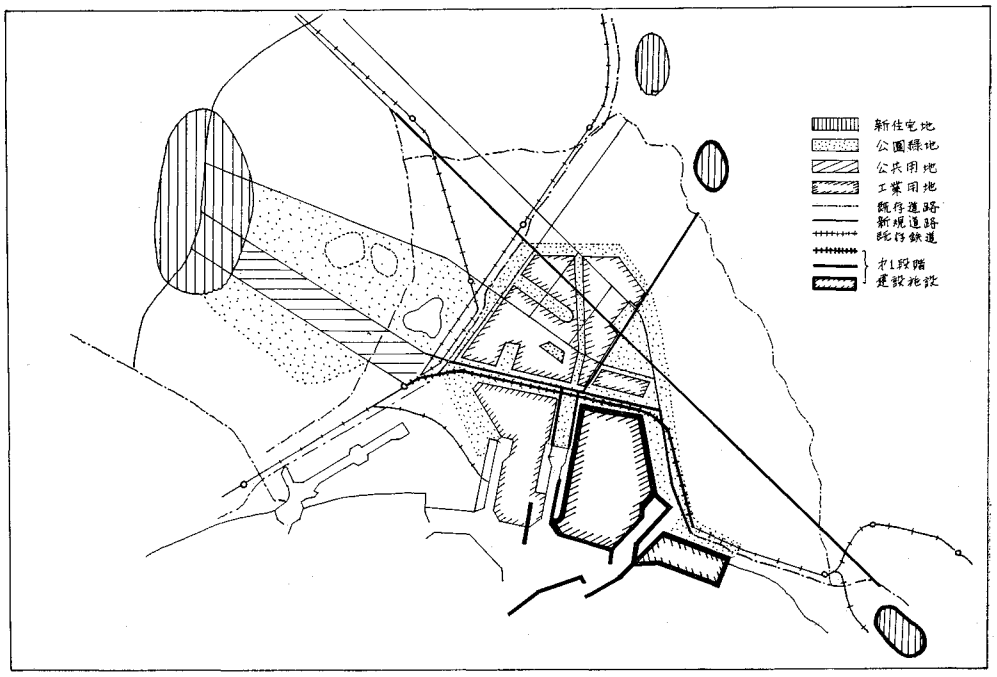


図—1 (a) K 工業基地——第3段階土地利用計画案

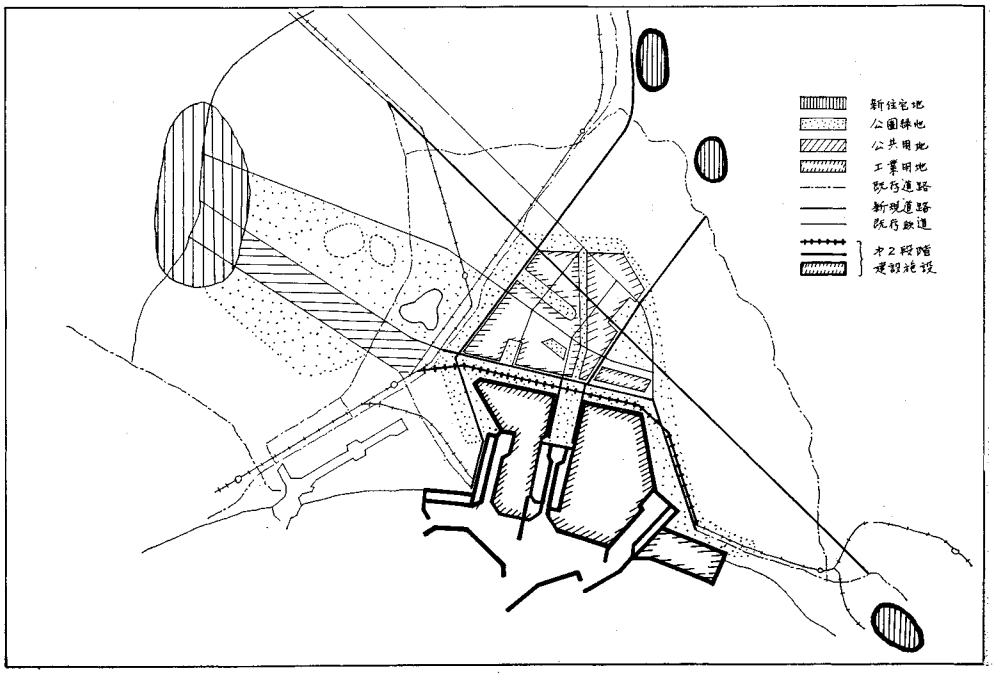
t 期または t 期以前に $(k-1)$ 段階までの段階が建設されていなければならないものとする。この仮定は分割された部分だけで独自に供用可能なものを第1段階とし，第2段階以後の各段階は独自には供用不可能であり，それ以前に建設された部分と結合して初めて供用可能であることを意味する。

(3) 段階建設の可能性

段階建設が可能であるためには，代替案が分割可能でなければならない。分割を不可能にする原因は大別して



図—1 (b) K 工業基地——第1段階土地利用計画案



図—1 (c) K 工業基地——第2段階土地利用計画案

技術的条件と社会的経済的条件に分類される。前者は，たとえば防波堤のように一定の後背地をしゃへいしなければ効果が得られないために一定の長さを必要とするという理由や，道路，鉄道のように2地点間を完全に結合しなければならないときに発生する。後者は，たとえば，工業用地だけを造って住宅地を造成しなければ工業用地として機能しえないという事情や，一定規模以下の工業用地は立地企業にとって採算が合わなくなるという事情などによって発生する。また，貯水池，汚物処理場などは一度建設してしまうとその拡張が困難なため最初から一定規模以上の施設の建設が要求されるという事情もまた社会的経済的原因の1つである。

工業開発地は不可分性の存在する諸施設の合体したものであるので，不可分性の単位の最も大きい施設の規模に応じた開発水準が最小の段階建設水準となる。本研究の主たる研究対象となる臨海工業地帯において，不可分性の単位の最も大きな施設は，一般に防波堤である。したがって，最小単位の防波堤の規模に応じて港湾施設，それに応じた工業用地，住宅地，そして住民の生活と産業活動を有効に発揮するための諸施設が段階建設水準の最小単位として選択される。

図—1 (a) はK工業基地の最終目標規模に応じた代替案である。これを，3段階に分割可能であるとすれば第1段階および第2段階の開発状態は，**図—1** (b)，および**図—1** (c) によって示される[15]。

(4) 段階的建設費用関数

$(k-1)$ 段階が建設されているものと仮定したときの，k 段階を建設するのに必要な追加的建設費用を k 段階の限界費用，追加的造成規模を限界造成規模という。

工業開発地の建設費用として計上すべき費用は，前論文の定義と同様，用地造成費，公共諸施設建設費，土地の機会費用，製品輸送費用および社会的費用からなる。

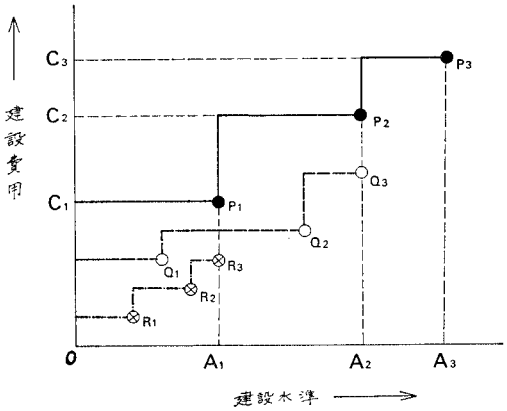
k 段階の限界費用は，$(k-1)$ 段階までがすでに建設されていて，k 段階を単独で建設する場合と $(k-1)$ 段階以前のいくつかの段階とを一括して同期に建設する場合とで変化しないものと仮定する。この理由は次のとおりである。すなわち工業開発地は種々の施設を必要とするので，その建設にあたって段取費のように一括建設によって節約される費用が存在する施設もありうるであろう。しかし第1に本研究で参考にした工業開発のための候補地，代替案，建設段階数を策定する開発計画例においては，建設費用の積算は，主として原単位法に基づく概算しか行なわれていない状態であって，限界費用の上記2つの場合の差を明確にし得るほどの精度を有していない。第2に，単独建設と一括建設の両者の限界費用の相違が存在する場合のモデルは，**3.** において定式化する両者の相違がない場合に比較して，複雑となりおそらく目的関数が2次形式をとるものと思われる。2次形式を含む O-1 整数計画法の解法はいくつかあるけれども，本研究からみていずれの解法が効率的であるかは今後の研究課題として残っている。

したがってここでは，単独建設と一括建設の両者の限界費用の相違が存在しない場合のみに限定し，両者の相違が存在する場合の費用分析と定式化は，今後の課題として残しておく。

さて単独建設と一括建設の限界費用の不変性を仮定したもとで，ある候補地のある代替案が3段階に分割可能であるとすれば，段階的建設費用関数は**図—2** のような3段階の階段状の関数となる。このように不可分性のためにある規模において建設費用が急激に増加することを，都市計画の分野では，スレッシュホールド (Threshold) が存在するといっている[16),17),18)]。

図—2 において，P_3 が代替案 P の最終的に達成されねばならない点を示す。この代替案の第1段階と第2段階の建設水準と建設費用が点 P_1 および P_2 によって示されている。したがって限界費用および限界造成規模はそれぞれ線分 OC_1, C_1C_2, C_2C_3, OA_1, A_1A_2, A_2A_3 で示される。

図—2 には，代替案 Q，代替案 R の段階建設費用関数も描いてある。また，P の第1，第2段階の建設費用は，A_1 および A_2 を最終規模とする代替案 R および Q の費用よりも高くなることが普通である。



図—2 段階建設費用

3. 工業開発地の多地域多段階建設モデルの定式化

以上の考察から，候補地と代替案が提示され，かつ，代替案の多段階建設が可能である場合には，段階建設費用の計算が可能であることがわかった。したがって，本

節では，工業用地需要が時系列として与えられ，かつ，多数の候補地の多数の代替案の段階造成水準とその費用が与えられているとき，建設費用の現在価値を最小とする開発地の選定，開発地における建設水準の決定およびその建設手順を求めるためのモデルの定式化を行なう。このため，まず，すべての代替案は固有の段階数の段階建設が可能であり，計画目標以外に達成せねばならない条件がない場合を想定したもっとも一般的な多地域多段階建設モデルの定式化を行ない，そののち，さまざまな特殊な制約や仮定がある場合の定式化について言及する。

（1） 一般的な多地域多段階建設モデル

いま，経済計画によって，計画期間1期，…，t 期，…，T 期までに，累積工業用地需要 $D_1, \cdots, D_t, \cdots, D_T$ だけの工業用地を造成しなければならないという計画目標の時系列が設定されているものとする。このため，N 個の候補地が列挙され，候補地 i には M_i 個の規模の異なる相互に排他的な代替案が提示されており，候補地 i の j 番目の代替案は K_{ij} 段階の段階建設が可能であるものとする。i 地域 j 代替案の建設段階 k（以下 (i, j, k) と書く）について述べる。$(i, j, k-1)$ がすでに造成されているとしたときの (i, j, k) を建設するのに必要な追加造成規模を ΔA_{ijk}，$(i, j, k-1)$ がすでに造成されているとしたとき，(i, j, k) を t 期に建設するに必要な限界建設費用の現在価値を ΔC_{ijkt} とする。そして，x_{ijkt} を，(i, j, k) を t 期に建設するとき 1，そうでないとき 0 となる O-1 整変数とする。したがって，たとえば，$x_{ij(k-1)t}=x_{ijkt}=1$ という解を得たとすれば，この解は，t 期に i 地域 j 代替案の $(k-1)$ 段階および k 段階を同時に建設せよということを示し，t 期の追加造成規模は $(\Delta A_{ij(k-1)}+\Delta A_{ijk})$ であり，t 期の末までに建設すべき i 地域の建設規模は $(\sum_{h=1}^{k}\Delta A_{ijh})$ であり，この水準を代替案 j の k 段階を建設することによって達成せよということを示す。

さて，計画目標の時系列 $D_1, \cdots, D_T$ を満足したうえで，建設費用の現在価値の総和を最小にする開発地の選定とその規模の決定とその建設手順とを同時に求める段階建設モデルは，O-1 整数計画によって以下のように定式化することができる。

$$\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{k=1}^{K_{ij}}\sum_{\tau=1}^{t}\Delta A_{ijk}X_{ijk\tau} \geqq D_t \quad (t=1, \cdots, T) \qquad \cdots\cdots(1.a)$$

$$\sum_{t=1}^{T}X_{ijkt} \leqq 1$$
$$(i=1, \cdots, N, j=1, \cdots, J_i, k=1, \cdots, K_{ij}) \qquad \cdots\cdots(1.b)$$

$$\sum_{\tau=1}^{t}X_{ij(k-1)\tau} \geqq X_{ijkt}$$
$$(i=1, \cdots, N, j=1, \cdots, J_i, k=2, \cdots, K_{ij}, t=1, \cdots, T) \qquad \cdots\cdots(1.c)$$

$$\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{T}X_{ijkt} \leqq 1 \quad (i=1, \cdots, N) \qquad \cdots\cdots(1.d)$$

$$X_{ijkt}=0 \text{ または } 1 \qquad \cdots\cdots(1.e)$$

のもとで

$$Z=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{k=1}^{K_{ij}}\sum_{t=1}^{T}\Delta C_{ijkt}X_{ijkt} \rightarrow \min \qquad \cdots(1.f)$$

ここに，式 (1.a) は，t 期までに造成された用地面積の合計値が t 期の累積工業用地需要を満足していなければならないことを示す。この条件は，計画期間における各期について成立する必要がある。

式 (1.b) は，(i, j, k) の時期 t に関する相互排他性を示す。すなわち，(i, j, k) をある期に建設したとすると計画期間中に2度と建設することが不可能であることを示した条件式である。

式 (1.c) は，建設順序を規定する制約式である。すなわち，いずれの地域のいずれの代替案のいずれの建設段階 (i, j, k) も，(i, j, k) を建設する期またはその期以前に1段階前の段階 $(i, j, k-1)$ までのすべての段階が建設されていない限り，(i, j, k) を建設することができないことを示す。

式 (1.d) は，代替案の相互排他性を示す制約式である。すなわち，式 (1.d) が，いずれの候補地においても，多くとも代替案の第1段階は1つしか建設し得ないことを示し，これに式 (1.c) を考慮すれば，いずれの候補地においても多くとも1つ以上の代替案を選択することができないということがわかる。

最後に，本モデルの目的関数である式 (1.f) は計画期間中に実行された工業開発地の建設に要する総費用の現在価値を最小にせよということを示している。

なお，t 期に建設された (i, j, k) の限界費用額を ΔC，1期あたりの社会的割引率を r とすれば ΔC の現在価値 PV は次式で定義されている。

$$PV=\Delta C(1+r)^{-n(t-1)} \qquad \cdots\cdots(2)$$

ここに，n は1期の年数である。

ΔC_{ijkt} にサフィックス t を付加した理由は，t 期に実行された (i, j, k) の限界建設費用の現在価値は，式 (2) より計算され，t によって変化するからである。

次に，式 (1) を解くには，分岐限定法 (Branch & Bound method)[19),20),21)] を適用することができる。特に式 (1.b) を内部ルーチン化したアルゴリズムは，計算時間とデータ入力の労力の節約をもたらす。

以上に述べたことからわかるように，本研究で提案する工業開発地の多地域多段階建設計画モデルは，各代替案の建設段階における限界造成規模と限界建設費用とを係数とし，それぞれの代替案の建設された時の開発状態

を知るには，X_{ijkt} が1となっている ΔA_{ijk} を各期に k について加算しなければならないという若干の煩雑さを伴うが式 (1.c) にみられるように，建設順序の規定を定式化できるために，多次元動的計画法における次元の処理という難問を回避できるという長所をもつ。

(2) 代替案の分割が不可能な場合

代替案をいつ建設するかという時間的選択は可能であるが代替案自体を分割して段階建設を行なうことが不可能である場合である。

i 地域 j 代替案 (i, j) の造成規模を A_{ij}, (i, j) を t 期に建設したときの費用を C_{ijt}, X_{ijt} を (i, j) を t 期に建設したとき 1，そうでないとき0とする O-1 整変数とすると，式 (1) において $K_{ij}=1$ $(i=1, \cdots, N, j=1, \cdots, J_i)$ として

$$\Delta A_{ij1}=A_{ij},\ \Delta C_{ij1t}=C_{ijt} \cdots\cdots\cdots\cdots (3)$$

を代入して求める解が，この場合の最適な開発地と開発案とその建設順序である。

式 (3) を式 (1) に代入したとき，式 (1.b) および (1.c) は有効な制約式ではなくなるのでこの場合の定式化は式 (4) で示すことができる。

$$\left.\begin{array}{l} \sum_{\tau=1}^{t} A_{ij}X_{ij\tau} \geqq D_t \ (t=1, \cdots, T) \\ \sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{T} X_{ijt} \leqq 1 \ (i=1, \cdots, N) \\ \text{のもとで} \\ Z=\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{J_i}\sum_{t=1}^{T} C_{ijt}X_{ijt} \rightarrow \min \end{array}\right\} \cdots\cdots\cdots (4)$$

式 (4) の定式化は，多地域1部門の場合であるが，多地域多部門の代替案の不可分性がある場合の定式化が T. Vietorisz によってなされている[14]。

(3) 代替案と建設段階とが一致する場合

異なる規模を造成するための代替案が相互に排他的であるのが通常の工業開発地の場合であるが，特殊な埋立方式の工業開発地にみられるように最大の造成規模をもつ代替案のいずれかの建設段階が，他の代替案の建設状態に一致する場合がある。

この場合には，当該地域 i においては代替案がただ1つであると考えることができるので，$M_i=1$ を代入した式 (1) から式 (1.d) の i 地域に対応する式を除いたものが求める定式化である。

4. 多地域多段階建設計画モデルの感度分析

2. において述べたように限界建設費用の推定には，相当程度の推定誤差を伴う。この誤差によって最適計画案が変化するかどうかは，本モデルの実用性と密接に関係する。このため，ここでは求まった最適解が変わらないような限界建設費用の上下限値の求め方を提案する。

計画目標である累積工業用地需要や，社会的割引率の変動による最適解におよぼす影響もまた限界建設費用の感度分析と同様，重要な問題であるが，筆者は，現在のところ，前2者の感度分析の一般的なアルゴリズムを開発し得ていない。したがって，計画目標と社会的割引率の感度分析は，**5.** における多地域多段階建設モデルの計算例の中で，検討することとする。

いま，i 地域 j 代替案の k 段階 (i, j, k) の限界費用 ΔC_{ijk} が α だけ変化したものとする。このとき，(i, j, k) を t 期に建設したときの現在価値の変動 α_t は割引率の存在によって，次式で表わされる。

$$\alpha_t=\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}} \cdots\cdots\cdots\cdots (6)$$

したがって，ΔC_{ijk} の変動 α は，$1, \cdots, T$ 期に建設したときの現在価値に，$\alpha_1, \cdots, \alpha_T$ なる変動をひきおこす。すなわち変動 α は，式 (1.f) の T 個の係数を同時に変動させることを意味する。

式 (1.f) のただ1つの係数が変動する場合には，前論文で述べた感度分析の方法で十分であるが，上述のように，多くの目的関数の係数の変動に関する感度分析は，さらに複雑さを増加する。

さて，ΔC_{ijk} の変動 α の感度分析のために，(1) (i, j, k) が最適解に含まれている場合と，(2) 含まれていない場合とに分けて考察する。

(1) (i, j, k) が最適解に含まれている場合

ΔC_{ijk} の変動がない前の最適解における (i, j, k) の建設時期を t_{op}，最適値を f_{op}，(i, j, k) を含まない解集合に対応する目的関数値の中での最小の現在価値を f_o, t_{op} を除く t 期に (i, j, k) を建設するという開発方式を含む解集合に対応する目的関数値の中での最小の現在価値を f_t $(t=1, \cdots, T, t \neq t_{op})$ とすれば

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t_{op}-1)}} \leqq \min\left[f_o, \min_{t \neq t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+r)^{n(t-1)}}\right)\right] \cdots (7)$$

を満足する α が，求める最適解が変わらない範囲である。ここに，

$$f_o \leqq \min\,[f_o, f_1, \cdots, f_T] \cdots\cdots\cdots\cdots (8)$$

$t_1 \geqq t_2$ なる t_1, t_2 に対して

$$\frac{1}{(1+r)^{n(t_1-1)}} \leqq \frac{1}{(1+r)^{n(t_2-1)}} \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

なる関係があることから，次のことがわかる。

a) もし $\alpha \geqq 0$ であるとすれば，$t \leqq t_{op}$ なる t に対して，$\alpha \geqq 0$ なるすべての値に対して

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t_{op}-1)}} \leqq f_t+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t-1)}} \cdots(10)$$

が成立する。したがって，求める α の範囲は式 (11) を満足する範囲である。

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t_{op}-1)}} \leqq \min\left[f_o,\ \min_{t \geqq t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t-1)}}\right)\right] \cdots(11)$$

b) もしも，$\alpha<0$ ならば，同様な事情により，$t \geqq t_{op}$ なる t に対して，式 (8) が成立するので，式 (12) が求める α の範囲である。

$$f_{op}+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t_{op}-1)}} \leqq \min\left[f_o,\ \min_{t < t_{op}}\left(f_t+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t-1)}}\right)\right] \cdots(12)$$

したがって，この場合の α の上限値は式 (11) で，α の下限値は式 (12) によって求めることができる。

(2) (i, j, k) が最適解に含まれていない場合

この場合は，最適解は α のいかんにかかわらず不変であるから，求める α の範囲は式 (13) を満足する範囲である。

$$f_{op} \leqq \min_{t=1,\cdots T}\left\{f_t+\frac{\alpha}{(1+\gamma)^{n(t-1)}}\right\} \cdots\cdots\cdots(13)$$

ただし，$f_o \leqq f_t$ $(t=1, \cdots, T)$

式 (13) からわかるように，最適解に含まれていない (i, j, k) の変動は，$\alpha>0$ ならば，最適解は変わらず，$\alpha<0$ では，式 (12) を満足する α が求める範囲であるから α は，下限値のみが存在する。

(3) アルゴリズム

いずれの場合においても，最適解，次善解，…，といった目的関数の値の小さい順に並べた一覧表とそれに応じた解を作成する。次に (i, j, k) を含まない解，t 期 $(=1, \cdots, T)$ に (i, j, k) を実行する解に分類し，各グループにおける最小の目的関数値をもつ解を選択する。これは，多くとも $(T+1)$ 個しかない。次に，$(T+1)$ 個を目的関数の小さい順に (1)…$(T+1)$ の番号を付す。以下のアルゴリズムは次のとおりである。

i. (i, j, k) が最適解に含まれている場合の上限値の求め方。

手順Ⅰ：次善解（番号2）が (i, j, k) を含んでいるかいないかを判定する。

手順Ⅱ：もし含んでいれば，次善解における (i, j, k) の実行時期を $t^{(2)}$ とすれば，$t^{(2)}>t_{op}$ であるかどうかを判定する。$t^{(2)}>t_{op}$ であれば

$$\beta^{(2)}=[f^{(2)}-f_{op}]\Big/\left[\frac{1}{(1+\gamma)^{n(t_{op}-1)}}-\frac{1}{(1+\gamma)^{n(t^{(2)}-1)}}\right] \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(14)$$

を計算する。

もし，$t^{(2)} \leqq t_{op}$ であれば，番号3の解において手順Ⅰ，Ⅱ，Ⅲを行なう。

手順Ⅲ：もし，次善解が (i, j, k) を含んでいなければ

$$\beta^{(2)}=[f^{(2)}-f_{op}]\Big/\left(\frac{1}{(1+\gamma)^{n(t_{op}-1)}}\right) \cdots\cdots(15)$$

を計算する。

手順Ⅳ：計算された $\beta^{(i)}$ を β, $t^{(i)}$ を t として記録しておく。

手順Ⅴ：β が一度計算された後は，(i) 以下順次次のことを行なう。

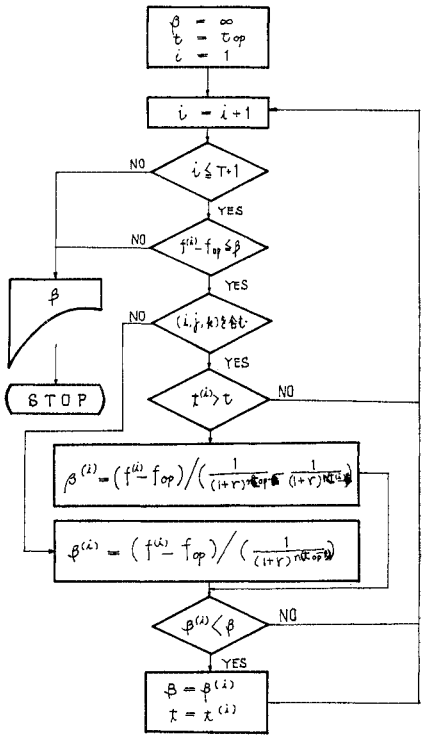
$$|f^{(i)}-f_{op}|>|\beta| \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

ならば，計算を打ち切る。求める α の上限値は β である。もし式 (16) を満足しないならば手順Ⅰに戻り手順ⅡおよびⅢにおいて，t_{op} に t を代入した手順を行なう。そして，手順Ⅳでは，$t^{(i)}$ の最大値を t, $\beta^{(i)}$ の最小値を β としておく。以上のアルゴリズムのフローチャートを **図—3** (a) に示す。

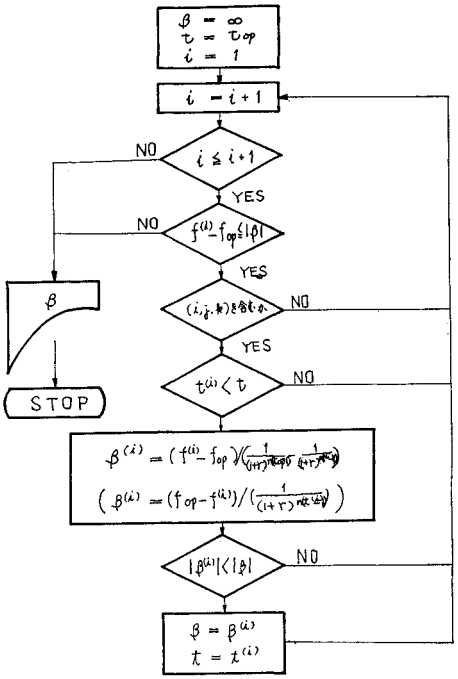
ii. (i, j, k) が最適解に含まれている場合の下限値の求め方

手順Ⅰ：番号2の解が (i, j, k) を含んでいるかいないかを判定する。含んでいなければ，次の番号で手順Ⅰを行なう。

手順Ⅱ：含んでいれば，$t^{(2)}<t_{op}$ であるかどうかを



図—3 (a) 上限値を求めるアルゴリズム



図—3 (b) 下限値を求めるアルゴリズム

判定する。$t^{(2)} < t_{op}$ であれば式 (14) を計算する。$t^{(2)} \geqq t_{op}$ であれば，番号 (3) において手順Ⅰを行なう。

手順Ⅲ：計算された $\beta^{(i)}$ を β, $t^{(i)}$ を t として記憶しておく。

手順Ⅳ：β が一度計算されると，式 (16) の判定を行ない，式 (16) を満足すれば，求める α の下限値は β である。もし式 (15) を満足しなければ，手順Ⅰに戻り，手順Ⅱにおいて，t_{op} に t を代入した手順を行ない，手順Ⅲでは，$t^{(i)}$ の最小値を t, $\beta^{(i)}$ の最大値を β としておく。以上のアルゴリズムのフローチャートを図—3 (b) に示す。

iii. (i, j, k) を最適解に含まないときの下限値

ii. における手順において式 (14) の代わりに式 (17) を使えばよい。

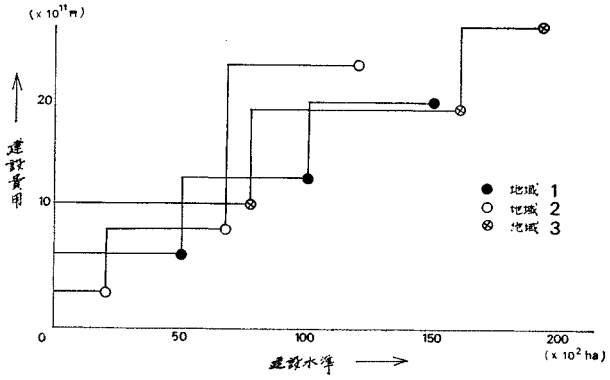
$$\beta^{(i)} = (f_{op} - f^{(i)})\left(\frac{1}{(1+\gamma)^{n(t^{(i)}-1)}}\right) \cdots\cdots\cdots (17)$$

このアルゴリズムのフローチャートは図—3 (b) においてカッコの部分を変更すればよい。

5. モデルの実用性に関する検討

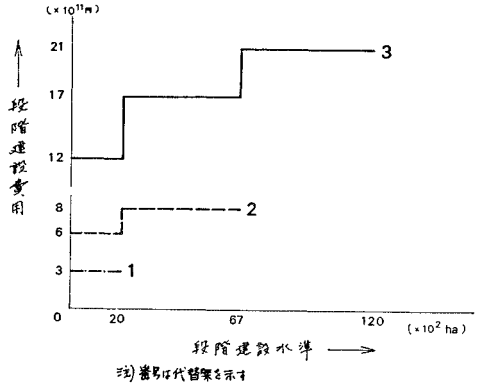
(1) 入力データの作成

交通投資効果委員会によってなされた図—1 のような

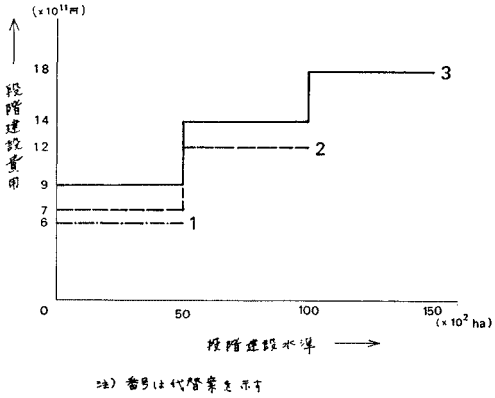


図—4 代替案の費用

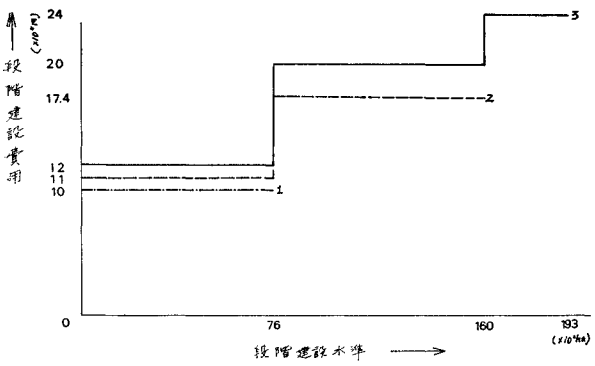
代替案とその段階建設のための分割を参考にして[15]，図—4 のような候補地3個，1候補地あたり代替案3個，図—5 のように代替案の建設段階数を 1～3 段階，計画期間 15 年，1期5年とした入力データを作成した。各候補地とも，代替案1は分割不可能のため段階建設が不可能である。代替案2は，2段階に分割可能であり，第1段階の開発規模が代替案1の開発水準と同規模であり，かつその費用は代替案1よりも高い段階をもつ。代替案3は，3段階の段階開発が可能であり，第1段階の規模



図—5 (a) 段階建設費用 (地域 1)



図—5 (b) 段階建設費用 (地域 2)



図—5 (c) 段階建設費用（地域 3）

は代替案2の場合と同じであり，かつその建設費用は代替案2の第1段階よりもさらに高い。第2段階についても，同様に，代替案2の最終段階の規模と同じであり，かつその費用は代替案2の最終段階の費用より高い。また，各代替案は，最終造成規模を超過する他の代替案の一部を構成しない。

以下に，前述の入力データに加えて工業用地需要と割引率を導入したデータを使用して試算した結果についての考察を行なう。

（2） 計算時間と計算結果

図—4 および 図—5 の入力データを式 (1) に代入した整数計画問題は，変数 54 個，制約式 60 個となっている。ただし，27 個の式からなる式 (1.b) は，前論文で提案した改良分岐限定法においては内部ルーチンとしてプログラムに組み込まれているので，制約条件とはならない。したがって，制約条件の数は 33 である。割引率と3期の計画目標値を変動させて，京都大学大型計算機 FACOM・230-60 を使用し，約30ケースを解いた結果，1題の解を得る平均計算時間は約 50 秒であった。また，この問題の所要計算容量は，約 2500 ワードであった。

この事実から，本モデルを解くための計算時間と計算容量についていえば，実用的な候補地数，代替案数，建設段階数および計画期間の期数をもつ問題を，実用的な時間と容量で計算し得るという保証が得られたと考える。

（3） 計算結果の考察

計算は，割引率 3～8%，第 1，2，3 期の計画目標をそれぞれ 70～90, 140～180, 210～270 (100 ha) の場合について行なった。表—1 は最適な開発地の選定と規模と建設手順を示したものである。5%～8%の割引率における最適解は，いずれのケースにおいても同じであったのでまとめてある。表—1 より，次のことがわかる。

（1） ケースⅠは，3～8% のいずれの割引率においても最適解は変わっていない。

（2） ケースⅡでは，3% から 4% への割引率の変化によって最適解が変化している。

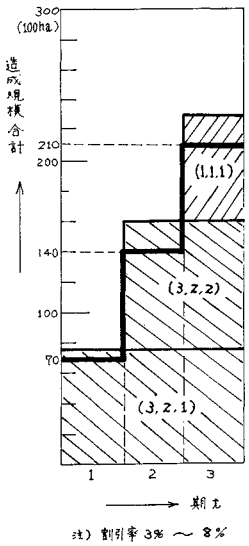
（3） ケースⅢでは，4% から 5% への割引率の変化によって最適解が変化している。

（4） 計画目標に関する感度分析

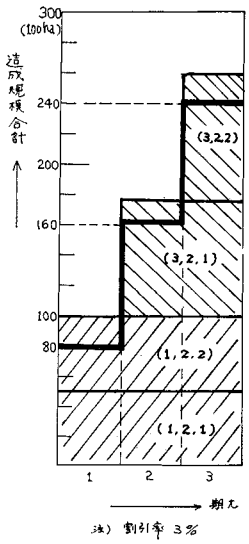
図—6 は，各期に選択された開発方式の累積造成規模の合計値をグラフにしたものである。図—6 の太線は計画目標水準である。図より，計画目標がそれぞれの累積造成規模まで増加しても最適解は変わらないことがわかる。たとえば，図—5 (a) においては，第 1，第 2，第 3 期の目標値が，それぞれ 70, 140, 210 (100 ha) から 76, 160, 230 (100 ha) に増加しても本最適解は変わらないことがわかる。このように，図—6 を書くことによっ

表—1 各期の造成規模（単位 100 ha）

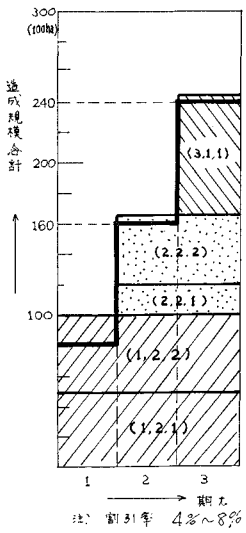
割引率	ケース＼期	Ⅰ 1	Ⅰ 2	Ⅰ 3	Ⅱ 1	Ⅱ 2	Ⅱ 3	Ⅲ 1	Ⅲ 2	Ⅲ 3
	累積用地需要	70	140	210	80	160	240	90	180	270
3%	地域 1	—	—	50 (1,1,1)	100 (1,2,1) (1,2,2)	—	—	50 (1,1,1)	—	—
	地域 2	—	—	—	—	—	—	67 (2,2,1) (2,2,2)	—	—
	地域 3	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)	—	—	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)	—	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)
4%	地域 1	—	—	50 (1,1,1)	100 (1,2,2)	—	—	50 (1,1,1)	—	—
	地域 2	—	—	—	—	67 (2,2,1) (2,2,2)	—	67 (2,2,1) (2,2,2)	—	—
	地域 3	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)	—	—	—	76 (3,1,1)	—	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)
5%～8%	地域 1	—	—	50 (1,1,1)	100 (1,2,2)	—	—	—	—	100 (1,2,2)
	地域 2	—	—	—	—	67 (2,2,1) (2,2,2)	—	20 (2,1,1)	—	—
	地域 3	76 (3,2,1)	84 (3,2,2)	—	—	—	76 (3,1,1)	76 (3 2,1)	84 (3,2,2)	—



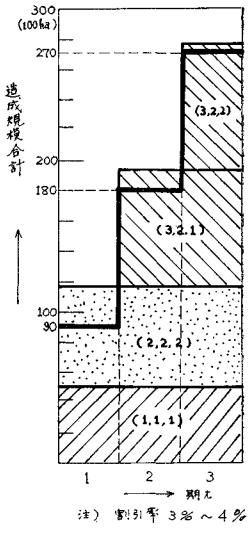
図—6（a） 合計造成規模



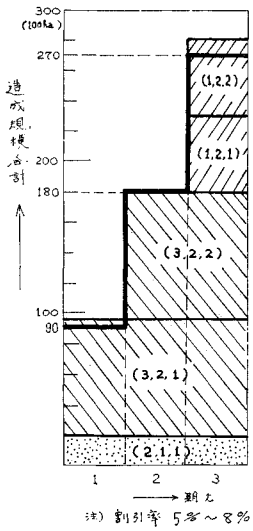
図—6（b） 合計造成規模



図—6（c） 合計造成規模



図—6（d） 合計造成規模



図—6（e） 合計造成規模

て計画目標値の増加に対する感度分析を行なうことができる。

（5） 社会的割引率に関する感度分析

（1） ケースⅠの場合には，**表—1** よりわかるように 3～8% の割引率の変化に対して最適解が変わっていない。この最適解の安定性について調べるために，**表—2** (a) は，ケースⅠでの割引率 3% の場合の目的関数の値の小さい順に並べたものであり，4%，5% の場合の目的関数の値とその順位も掲載している。

いま，任意の解の t 期の建設費用を C_t ($t=1, \cdots, T$)，割引率 r のとき第 2 期の現価係数を x とすれば

$$x=\frac{1}{(1+r)^n} \quad \cdots\cdots(18)$$

であるから t 期の現価係数は x^{t-1} となる。したがって割引率 r のときの目的関数の値は，

$$f=\sum_{t=1}^{T} C_t x^{t-1} \quad \cdots\cdots(19)$$

で表わされる。サフイックス (op) は最適解を示すものとし，最適解以外の任意の解に対して

$$f_{op}-f=\sum_{t=1}^{T}(C_t^{op}-C_t)x^{t-1} \leqq 0 \quad \cdots\cdots(20)$$

が成立する現価係数 x ならば最適解を変化させないことを意味する。

たとえば，少なくとも **表—2** (a) に載せた解は，すべて $0<x<1$ なる x に対して，式 (20) を満足していることがわかる。すなわち，ケースⅠの最適解は，割引率の変動に関して非常に安定しているといえる。

表—2 (a) 建設費用の現在価値の順位（ケースⅠ）

番号	開発方式 1期	建設費用 (×10¹¹ 円)	開発方式 2期	建設費用 (×10¹¹ 円)	開発方式 3期	建設費用 (×10¹¹ 円)	目的関数の値と順位 3% 順位	現価 (×10¹¹ 円)	4% 順位	現価 (×10¹¹ 円)	5% 順位	現価 (×10¹¹ 円)
1	(3,2,1)	11.0	(3,2,2)	6.4	(1,1,1)	6.0	1	20.984	1	20.313	1	19.697
2	(3,2,1)	11.0	(3,2,2) (1,1,1)	12.4	—	—	2	21.695	3	20.989	8	21.976
3	(3,2,1)	11.0	(3,2,2)	6.4	(1,2,1)	7.0	3	21.728	2	21.191	2	20.311
4	(3,2,1) (3,2,2)	17.4	—	—	(1,1,1)	6.0	4	21.864	4	21.453	4	21.083
5	(3,2,1)	11.0	(3,2,2)	6.4	(2,2,1) (2,2,2)	8.0	5	22.472	5	21.664	3	20.924
6	(3,2,1)	11.0	(2,2,1) (2,2,2)	8.0	(3,2,2)	6.4	10	22.662	6	21.897	5	21.196

表—2 (b) 建設費用の現在価値の順位（ケースII）

番号	1期		2期		3期		3%		4%	
	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	順位	現価 (×10¹¹円)	順位	現価 (×10¹¹円)
1	(1,2,2)	12.0	(3,2,1)	11.0	(3,2,2)	6.4	1	26.250	2	25.363
2	(3,2,1) (3,2,2)	17.4	—	—	(1,2,1) (1,2,2)	12.0	2	26.328	3	25.507
3	(1,2,1) (1,2,2)	12.0	(2,2,1) (2,2,2)	8.0	(3,1,1)	10.0	3	26.341	1	25.330

表—2 (c) 建設費用の現在価値の順位（ケースIII）

番号	開発方式						目的関数の値と順位			
	1期		2期		3期		4%		5%	
	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	開発方式	建設費用 (×10¹¹円)	順位	現価	順位	現価
1	(1,1,1) (2,2,2)	14.0	(3,2,1)	11.0	(3,2,2)	6.4	1	27.363	2	26.546
2	(2,1,1) (3,2,1)	14.0	(3,2,2)	6.4	(1,2,1) (1,2,2)	12.0	2	27.367	1	26.380

(2) **表—1** より，ケースIIの場合は，割引率3%から4%への変化に対して，最適解が変わっていて，しかも，4%～8%では同一の最適解をもつことがわかった。したがって **表—2** (b) では，3%と4%の割引率をもつ場合の最適解の近傍の解を列挙した。表より4%以上の場合の最適解は，3%では3位になっていることがわかる。解1と解3との建設費用の現在価値が等しくなる割引率を求めるには，求める割引率の現価係数をxとして，次式を解けばよい。

$$12.0+11.0x+6.4x^2=12.0+8.0x+10.0x^2$$

$$\therefore\ x=0 \text{ および } x \fallingdotseq 0.833$$

$x \neq 0$ であるから 0.833 の現価係数に対応する割引率は大体 3.5～3.8% である。

このことは，割引率が高くなると，解1に比較して後期に高額な限界費用をもつ解3の現在価値が，解3に比較して前期に高額な限界費用をもつ解1のそれに比して小さくなるために，解3のようないわゆる追いかけ型の方式が有利となることを示している。

(3) (2) の場合とまったく同様にして **表—2** (c) における解1と2との費用の現在価値が等しくなる現価係数は0.822であるから，求める割引率は約4%である。

(6) 限界建設費用に関する感度分析

表—3 に，それぞれの場合の最適解に含まれている建設段階の限界費用の上下限値の一部を示した。**表—3**(a) よりケースIでは，上下限値とも大きく，最適解が安定していることがわかる。また，**表—3** (b) よりケースIIの場合には上下限値とも比較的小さく，最適解が限界費用の変動に関して敏感であることがわかる。**表—3**(c) よりケースIIIでは，(1,1,1)，(2,2,1)，(2,2,2) の上限値および (3,2,1)，(3,2,2) の下限値が著しく小さいことがわかる。

表—3 (a) 限界建設費用の上下限値（ケースI 5%）

	上限	下限
(3,2,1)	1.254	∞
(3,2,2)	1.601	−4.526
(1,1,1)	1.212	−3.978

表—3 (b) 限界建設費用の上下限値（ケースII 3%）

	上限	下限
(1,2,1)	0.305	−∞
(1,2,2)	0.305	−∞
(3,2,1)	0.105	−0.090
(3,2,2)	0.122	−0.305

表—3 (c) 限界建設費用の上下限値（ケースIII 4%）

	上限	下限
(1,1,1)	0.004	−∞
(2,2,1)	0.044	−∞
(2,2,2)	0.044	−∞
(3,2,1)	2.821	−0.022
(3,2,2)	3.432	−0.027

したがって，ケースIIやケースIIIの場合には，上下限値が建設費用の推定誤差の範囲に入る可能性が大であり，この場合の上位2，3の建設方式は，いずれの方式においても現在価値からみれば大同小異であり，これらの中からの選択には，別の評価基準を必要とする。たとえば，計画目標に対する余裕度もしくは計画の弾力性といった視点からみることも可能と思われる。

5. 結　　論

本研究は，計画期間中の各期の累積工業用地需要量を満たし，かつ，社会的費用と都市開発費用を含む工業開発地の建設費用の現在価値を最小にするような開発地の選定，開発規模および建設手順の決定を行なうにはいかにすればよいかを問題にした。

主要な結論は以下のとおりである。

（1） 開発規模の異なる代替案は一般に相互に排他的である。

（2） 代替案の作成作業の困難さのために，実際の問題としては1地域の代替案の数は多くとも 4～5 個であろう。

（3） それぞれの代替案の段階建設が可能であるための条件は，代替案を，それぞれの部分と以前に建設されている部分とを結合して供用可能な数個の部分に分割できることである。そして，単独で供用可能な部分のみが，第1段階建設部分となりうる。

（4） 分割の不可能性は，工業開発地に必要な諸機能の不可分性に依存する。すなわち，不可分性の単位の最も大きい機能に応じた建設水準が最小の段階建設水準となる。

（5） 工業開発地の段階的建設の限界費用は，その段階の単独建設か，他の段階との一括建設かという条件の変化に対して，変化しないと仮定した。したがって，開発水準と累積建設費用の関係を示す費用関数は，単調増加で階段状の関数となる。

（6） このような費用関数をもつ工業開発地の多地域多段階建設計画モデルは，O-1 整数計画によって定式化することができ，分岐限定法によって解くことができる。

（7） 代替案の不可分性，代替案の完結性，代替案が他の代替案の1つの段階開発状態となっている場合についても簡単に同様な定式化が可能である。

（8） 分岐限定法では，次善解，三善解…を知ることが容易にできるので限界建設費用の変動に関する感度分析を本研究で提案したアルゴリズムにより比較的簡単に行なうことができる。

（9） 従来の動的計画法での定式化が次元の増大という困難性に遭遇するのに対して，本モデルは，O-1 整変数の特徴を生かして簡単に定式化でき，簡単に解が求まる点に特徴があると考える。

（10） 本モデルの計算時間および計算容量に関しては，試算例をもとにした計算例を示すことによって，実用的な候補地数，代替案数，可能な建設段階数および計画期間長をもつ問題を実用的な時間と容量で解き得る。

（11） 本モデルにおいても，社会的割引率の大小は最適解を大きく変動させる。これは公定歩合等の変動が建設方式に大きな影響を与えることを意味する[22]。

以上が本研究の主要な結論であるが，なお，問題点が残っている。第1に限界建設費用が，その段階の単独建設か，他の段階との一括建設かによって変化する場合の定式化とその解法の究明がなされねばならない。これは本モデルの工業開発計画以外の分野への適用可能性を高めるために緊急になされねばならないものと考える。第2に，都市開発計画を含む工業開発地域内の土地利用計画の策定法についての分析が不十分である。第3に，各代替案の段階建設の可能性と，適正な建設段階数の決定法についても，調査費と調査の効果との関係を分析した方法が今後開発されねばならないであろうと思われる。

最後に本論文の作成にあたっては，交通投資効果委員会の諸委員の方々より有益な助言と貴重な資料をいただいた。ここに記して謝す。

［付記］ この論文の一部はすでに昭和 47 年度土木学会関西支部年次学術講演会にて発表済みである。

参 考 文 献

1) 長尾義三・森杉寿芳・佐藤信秋：工業開発地の選定とその規模の決定法に関する研究，土木学会論文報告集，第 212 号，pp. 65～75, 1973.

2) Sorensen, K.E. & Jackson, R.D. : Economic Planning for Staged Development, Proceedings of ASCE, Vol. 94, No. HY 5, pp. 6114～1244, 1968.

3) Winfery, R. : Cost Comparision of Four-lane vs Stage Construction on Interstate Highways, H.R.B. Bulletin No. 306, pp. 64～80, 1961.

4) 高速道路調査会：高速道路の段階建設計画に関する基礎的研究，高速道路と自動車，Vol. XII, No. 2, pp. 53～62, 1969.

5) 吉田　滋：高速道路の段階的建設計画の基準（I），（II），高速道路と自動車，Vol. XII, No. 3, No. 4, pp. 30～36, pp. 25～29, 1969.

6) 長尾義三・高田邦彦・箕田　幹：段階的港湾投資計画に関する基礎的研究，土木学会第 26 回年次学術講演会講演概要，第4部，pp. 31～34, 昭和 46 年.

7) 大門良己・中村正久：施設規模決定のための数学モデルに関する一考察，土木学会第 26 回年次学術講演会講演概要，第4部，pp. 11～12, 昭和 46 年.

8) 住友恒（編）：衛生工学的側面からの接近-水道施設における余裕度の評価と分布，第6回土木計画学シンポジウム（前刷），pp. 41～50, 昭和 47 年.

9) 長尾義三・森杉寿芳・林恒一郎：工業基地の段階的建設計画に関する一考察，土木学会関西支部年次学術講演会講演概要，pp. IV-30～31, 昭和 47 年.

10) Von Neumann, J. : A Model of General Economic Equilibrium, Review of Economic Study, Vol. 3, No. 1, pp. 1 ～9, 1945～1946.

11) Leontief, W. : Studies in the Structure of the American Economy, Oxford Univ. Press, Chap. 3, 1953.

12) Dorfman, R., Samuelson, P.A. & Solow, R. : Linear Programming and Economic Analysis, Chap. 12, 1958.
13) 吉川和広・春名 攻・岡田憲夫・吉永一夫：浄水場の段階的規模拡張計画モデルについて，土木学会関西支部年次学術講演会概要，pp. Ⅳ-32～33, 昭和 47 年.
14) Vietorisz : Industrial Development Planning Models with Economies of Scale and Indivisibility, Papers of Regional Science Association, Vol. XII, pp. 157～192, 1964.
15) 交通投資効果研究会：港湾投資の地域開発に及ぼす効果に関する報告書，運輸経済研究センター，第3章および第4章，昭和 47 年.
16) Malisz, B. : Implication of Threshold for Urban and Regional Planning, Journal of T.P.I. Vol. 55, No. 2, pp. 108～110, 1969.
17) Lean, W. : An Economist's Note on the Validity of Urban Threshold Theory, J.T.P.I., Vol. 55, No. 3, pp. 311, 1969.
18) Kozlowski, J.M. : Optimization Method-A case for Research, J.T.P.I., Vol. 56, No. 4, pp. 134～137, 1970.
19) 茨木俊秀：整数計画法 (3)，オペレーションズ・リサーチ, Vol. 15, No. 11, pp. 51～57, 1970.
20) Lawler, E.L. & Wood, D.E. : Branch-and-bound Method; A survey, Operations Research, Vol. 14, pp. 699～719, 1966.
21) Mitten, L.G. : Branch-and-bound Methods; General Formulation and Properties, O.R., Vol. 18, pp. 24～34, 1970.
22) 長尾義三：土木計画序論，共立出版，pp. 285～291, 昭和 47 年.

(1972.7.19・受付)