

【討議】

青木徹彦 共著 “鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす残留応力分布の影響について”への討議
 福本勝士

(土木学会論文報告集 第201号、1972年5月号掲載)

討議者：宇佐美 勉（岐阜大学工業短期大学部）

上記の論文は、柱の非弾性座屈強度を信頼性の立場から実験的に研究されたもので、数多くの実験データを分析、整理され、明解な結論を導びかれている点で貴重な研究であると思われます。同様なテーマを理論的に研究した論文^{a)}が最近発表されていますが、多数の実験結果に基づいた著者らの研究は、より実用的なアプローチであると思われます。

以下に、著者らの論文を拝見して筆者が気付いた点を二、三述べさせていただきます。

1. われわれが残留応力を測定する場合、頭を悩ますのはそのデータ整理の方法です。測定した残留応力は、一般にはばらつきが非常に大きく、分布形も対称とはならず断面内でつり合っていない場合が多い。そのようなデータから対称でかつ自己つり合いで保つ分布形を見出す過程には、主観的な要素がかなり入って来るものと思われます。Fig. 9(b), (c), (d) の測定結果もかなり非対称な分布形を示していますが、これらのデータから Fig. 9(a) に示してある対称な分布形を見出す過程について、著者のとられた方法を補足説明していただきたいと思います。

2. 式(21), (22) の ω_{cr} は σ_{cr} のばらつきを表わす一つの尺度ではあるが、変動係数（標準偏差／平均値）とはいえないと思います。 σ_{cr} の変動係数は γ の分布形が既知でないと求まらないし、もし既知としても、一般に、めんどうな数値計算を必要とすると思います。そこで、 σ_{cr} の変動係数の推定値を簡単に求めるために、 γ が正規分布（平均値 γ 、変動係数 ω_R ）にしたがうと仮定し、最尤推定法^{b)}を式(20)に用いれば、 ω_{cr} は近似的に

$$\omega_{cr}/\omega_R \approx \gamma \lambda'^2 / (1 + \gamma \lambda'^2) \quad \dots \dots \dots (a)$$

で表わされます。したがって、 $\lambda'=1$ のときの $\omega_{cr}/\omega_R - \omega_R$ 関係を表わす Fig. 15 の曲線群は、近似的に横軸に平行な直線群となります。

3. E , σ_y および γ の3つが同時にばらついた場合に、それらが座屈強度におよぼす影響(4.(4))については定量的な考察はなされておられません。しかし、次のような方法^{b)}で、近似的にではあるが、その影響を簡単に求めることができる。一例として、残留応力は放物線分布をなすとし、弱軸まわりの座屈を考える。 E , σ_R , σ_y , σ_{cr} の（平均値、変動係数）を (\bar{E}, ω_E) , $(\bar{\sigma}_R, \omega_R)$, $(\bar{\sigma}_y, \omega_y)$, $(\bar{\sigma}_{cr}, \omega_{cr})$ とする。座屈応力 σ_{cr} は、一般に E , σ_R , σ_y を確率変数とした次式で表わされる。

$$\sigma_{cr} = g(E, \sigma_R, \sigma_y) \quad \dots \dots \dots (b)$$

関数 g は、弾性域では Euler 座屈を表わす式(式(18))で $E_t = E$ とおいた式)、非弾性域では式(20)、また全断面降伏域では σ_y に等しくなる。このとき、 E , σ_R , σ_y

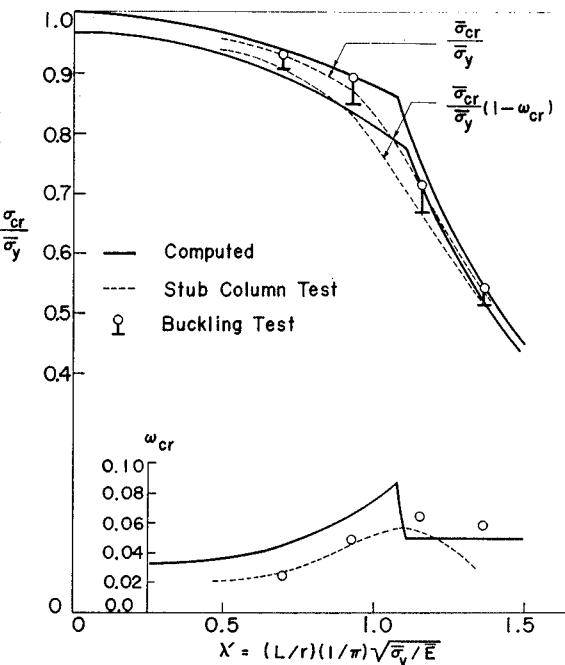


Fig. A Comparison of Probabilistic Solution and Test Results

が統計的に独立で正規分布をなすとすれば、 σ_{cr} の平均値、標準偏差は近似的に次式で表わされる^{c)}。

$$(\omega_{cr}\bar{\sigma}_{cr})^2 = \left\{ \frac{\partial}{\partial E} g(\bar{E}, \bar{\sigma}_R, \bar{\sigma}_y) \right\}^2 (\omega_E \bar{E})^2$$

$$+ \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma_R} g(\bar{E}, \bar{\sigma}_R, \bar{\sigma}_y) \right\}^2 (\omega_R \bar{\sigma}_R)^2$$

$$+ \left\{ \frac{\partial}{\partial \sigma_y} g(\bar{E}, \bar{\sigma}_R, \bar{\sigma}_y) \right\}^2 (\omega_y \bar{\sigma}_y)^2 \dots \text{(d)}$$

上式を計算した結果は次のようになる。

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_{cr}/\bar{\sigma}_y &= 1/\lambda'^2 && \text{(弹性域)} \\ &= 1/(1+\gamma\lambda'^2) && \text{(非弹性域)} \\ &= 1 && \text{(全断面降伏域)(e)}\end{aligned}$$

および

$$\omega_{cr} \equiv \omega_E \quad (\text{弹性域})$$

$$= \frac{\gamma \lambda'^2}{1 + \gamma \lambda'^2} \sqrt{\omega_E^2 + \omega_R^2 + \left(\frac{1 + \gamma \lambda'^2}{\gamma \lambda'^2} \omega_y \right)^2}$$

(非弹性域)

$= \omega_y$ (全断面降伏域)…(f)

Table 2 の引張試験の結果および $r=0.14$, $\omega_R=0.42$ を用いて式 (e), (f) を数値計算した結果は Fig. A のようになります。

参 考 文 献

- a) Chung, B. T. and Lee, G. C.: "Buckling Strength of Inelastic Columns Based on Random Parameters", Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST 7, July, 1971.
 - b) Ravindra, M. K. and Galambos, T. V.: "文献 a) に対する Discussion", Proc. of ASCE, Vol. 98, No. ST1, Jan., 1972.
 - c) Haugen, E. H.: 信頼性を考える材料力学／設計, 学研社

【回 答】

回答者：青木徹彦（名古屋大学工学部）
福本囯士（同）

著者らの論文にご注目と評価をいただきいたうえ、細部にわたるご検討をいただきありがとうございました。以下、討議の順に従ってお答えし、また最近のこの分野に関する研究状況について一言付けさせていただきます。

1. 本文中の説明にあるように、Fig. 9(a) は残留応力の値を各測定点ごとに平均し、さらに上下フランジの平均値に差がみられなかったために、これをさらに平均した値を図示したものです。したがって単に測定値の平均であるから、その意味において主観的因素は含まれておりません。一方測定値の分布形が断面内で自己つりあいを保っているかについては各測定値を用いて、軸方向力、強軸、弱軸まわりのモーメントのつり合いを求めてみると、各測定値はほぼこれらの条件を満たしているか、そうでない場合でも引張残留応力の値が少し変わる程度であり、座屈強度に大きな影響を与える圧縮残留応力の大きさ、および分布形は変化することがないことがわかつております。

Fig. 9 (b), (c), (d) のように個々の測定値には相当大きなばらつきがみられるが、これを平均すると同図 (a) のようななめらかな曲線になります。

2. 式(21)で定義した座屈荷重に対する係数 w_{cr} は、ご指摘のとおり一般に定義される変動係数ではありません。したがって変動係数という言葉を用いたのは一般的

ではないと思われますが、ここでは ω_{cr} を式(21)で定義したような座屈荷重の変動を表わす係数と考えていただきたいと思います。このように定めた ω_{cr} は次のような意味をもっておりまます。いま残留応力の一つの基準値として γ_{m+s} (平均値 γ +標準偏差 $\gamma \cdot \omega_R$) があり、この値に対する座屈荷重 σ_s' が計算されているとすると、 γ の超過確率 $P\{\gamma \geq \gamma_{m+s}\}$ は、 γ と σ_{cr} の間に単調、連続的関係があるとき確率密度関数に無関係に σ_{cr} の非超過確率 $P\{\sigma_{cr} \leq \sigma_s'\}$ に等しくなります。このような意味をもつ σ_s' を座屈荷重の平均値 σ_{cr}' と比較し、変動を示す係数として用いました。Fig. 15 はこのような ω_{cr} と ω_R との関係を図示したものです。

3. 本文 4.(4) では E , σ_y および残留応力比 γ のばらつきが座屈荷重のばらつきとどのような関係があるかを概念的につかむために, $\sigma-E_t$ 図と $\sigma_{cr}-1/r$ 図とを対応させて述べたものです (Fig. 16)。討議者の式 (f) のうち弹性域および全断面降伏域は Fig. 16 では (a) および (b) に相当し, 同図をみてもおわかりのように従来の座屈式からただちに求めることができます。非弾性域では E および σ_y の項が入ってまいりますが, γ のばらつきの大きさに比べると比較的小さな値であることを実験値は示しております。座屈実験推定のためには, 討議者が数値計算で用いられた Table 2 の引張試験の結果よりも, 同表短柱実験結果を用いるのが妥当と思われます。引張試験は短柱試験と違って柱断面の平均的な値ではなく, 柱のウェブ, およびフランジの一部から取り出した

ものであり、断面全体の挙動をつかむには無理があります。短柱実験の値を用いた場合には **Fig. A** の実線は Fig. 14(b) の点線にはほぼ一致し、**Fig. A** の弾性域の変動直線は約 1/3 に低下します。

いずれにしても座屈荷重の実験値の変動は Fig. 17 に ○印で示したように細長比とともに連続的に変化し、実験データの中に含まれている現実の不規則性の因子をより深く考えながら、本文結論(2)で述べたように残留応力のみではなく、初期たわみなどの影響をも含ませた統計的解析が必要となろうと思われます。

以上、討議内容の順に従ってお答えしましたが、本論文では序論でも触れましたように、合理的設計法確立のために安全性あるいは信頼性の見地から構造強度を見直そうとする世界的動向に対し、統計的に利用しうる実験あるいは実測データを一つでも提供しようという意図がありました。構造強度に関してより現実に近い姿を捉えようとするなら、一方で確率論的解析の発展はもちろんですが、生の統計データを出すことが研究の第一歩と考えられるからです。そして次の段階としてこれに統計的見地から解析を加えていき、確率論的処理は母集団の分布形などの一般的性質がより一層明確になった時点で行なうことが望ましいと思われます。したがって今回の報告では実験データの分布形については特に調べることはやめ、平均値と標準偏差とを用い、座屈耐力のばらつきの性質をつかむことを主眼としました。正規分布は実際の現象に多くみられること、式の中での取扱いが容易なことで一般によく用いられる分布形ですが、実験データの中に含まれている意味を十分吟味する前に、安易に分布形を仮定し、確率計算を行なうことは現象の本質を見失うおそれがあるため極力避けるように努めました。

次にスウェーデンにおけるこの分野の研究に関して知る機会がありましたので以下に紹介します。

Dr. Göran Alpsten の研究^{d), e)}によれば、スウェーデンはほとんどすべての圧延 H 形鋼がひずみ矯正のため、ローラー・ストレイトナーの中を通過させており、これにより、H 形断面の弱軸まわりに塑性変形を生ずる結果、圧延過程により生ずる残留応力分布のみでなく、さらに矯正の影響により断面内の残留応力分布が明らか

に影響を受ける。圧延のまま 1 回通し、2 回通し、多数回通しを行ない残留応力分布の結果を比較すると、多数回通しになるほどフランジ内の残留応力分布の値は減少する傾向を示す。この結果柱の最大強度は単なる圧延のままより高くなり、強度の向上が明らかに認められる。ローラーによるひずみ矯正によって初期変形の矯正が行なわれるのみでなく、残留応力をも積極的に改善する結果、柱の最大強度を高める効果をもたらす。

ところで Alpsten との私信によると、著者らの論文中 Fig. 9 の一部にみられる残留応力分布はひずみとり矯正の効果がフランジ上に現われているのではないかとの意見が寄せられました。わが国でもはり高さ 400 mm 程度の圧延 H 形鋼は製鋼過程で、ローラーストレイトナーによってひずみ矯正が行なわれており、たとえば Fig. 9 (b) のウェブ両面の残留応力の測定値が上半分だけ (+), (-) に分かれているなど、その結果が残留応力分布の形状に部分的に影響を与えているものと思われます。座屈強度ならびにそのばらつきに与えるひずみ矯正の効果も今後の検討事項の一つとして考えています。

おわりに、実験あるいは実測データに測した構造強度の信頼性に関する研究では、データを統計量として数多く用意しなければならず、費用はもとより多大の労力と期間が必要となります。しかし構造物に真の安全性をもたらすためにはこの方面的活動を見落すことはできません。今後とも実験、実測による統計データを含んだ論文の提出と研究が活発に行なわれることを期待するとともに各方面のご理解をいただくようこれを機会に特記いたします。

参考文献

- d) Göran Alpsten: Residual Stresses and Mechanical Properties of Cold-Straightened H Shapes, Särt-ryckvur Jernkontorets Annaler, Vol. 154, 1970, s. 255-283 (in Swedish).
- e) Olle Ersrik, Göran Alpsten: Experimentell undersökning av knäckhållfastheten hos bred flänsprofiler HE 200 A riktade på olika sätt (An Experimental Investigation of the Column Strength of Hot-Rolled Steel Columns Roller-Straightened in Different Ways), STALBYGGNABS INSTITUTET, Rapport 19:3, December 1970.

“Diffusion due to Random Waves”

By Nobuyuki TAMAI

Proc. of J.S.C.E., No. 203, July 1972, pp. 79-91

Table of Errata

1. p. 80 Eq. (9): The phrase after Eq. (1) should be replaced by the following expression. It is to be remarked that the quantities α , β , δ need not be restricted to mean the initial coordinates of a particle; they may be any three quantities which serve to identify a particle, and which vary continuously from one particle to another. If we generalize the meanings of α , β , δ , the form of the dynamical equation is not altered. Under the generalized situation the equation of continuity for an incompressible fluid is most conveniently expressed by

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{\partial(x, y, z)}{\partial(\alpha, \beta, \delta)} \right] = 0 \quad \dots \dots \dots \quad (2)$$

Hereafter, α , β , and δ denote the coordinates of a particle at rest.

2. p. 80 Eqs. (6), (7), and (8): For the present expressions of the fourth equations, partial derivative with respect to time should be taken.
3. p. 80 Eq. (8): The fifth term in the right-hand side of the third equation should be $-z_{11t\ell} z_{1\ell\delta}$

instead of $-z_{11t\ell} z_{11\delta}$.

4. p. 80 Eq. (8): The tenth term in the right-hand side of the fourth equation should be $y_{11\alpha} x_{1\beta}$ instead of $y_{11\alpha} z_{1\beta}$.
 5. p. 80 Eq. (8): The third term in the square bracket in the coefficient of $d\beta$ should be $y_{11t\ell}$ instead of $y_{11\ell}$ in the right-hand side of the fifth equation.
 6. p. 82 Eq. (13): The part with respect to ω in the coefficient of the third term in the right-hand side should be read
- $$\omega_2(\omega_2^2 - 2\omega_1^2)^2 / (\omega_2 - 2\omega_1).$$
7. p. 84 Remark of Eq. (24): The first term in the bracket in the numerator should be read $-4\omega_2^4$.
 8. p. 85 Eq. (32): The exponent of β should be 3 instead of 2.
 9. p. 86 Eq. (35): The coefficient of the trigonometric part of the term ⑪ in the right-hand side should be read $-\alpha_1^3 \omega_1^5 t/g^2$.

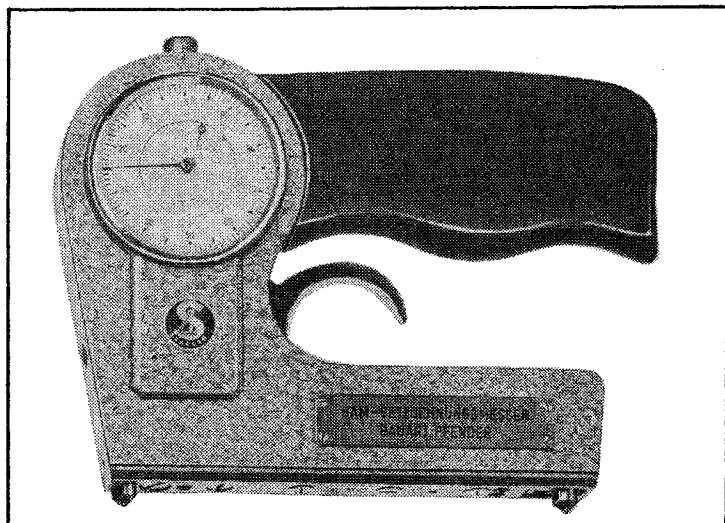
10年間ベスト・セラーを続ける



Contact-Type Strain Gauge!

《コンタクト型歪測定器》

全国の大手、一流企業の
溶研、中研や大学、
官庁に納入実績が延べ
数百台に及びなお人気
上昇中！



機械的方法による静的歪測定

* 特長

消耗品は $1.6\phi\text{ mm}$ 鋼球だけ。維持費は極めて安価
軽便で片手操作でも確実な測定が出来る。
測定標点の設定は確実で耐久性がありラフな条件にも可能誰でも簡単に測定ができ、長期的検査測定も出来る。

* 用途

造機、造船、鉄骨橋梁に於ける構造部分の歪測定を始めコンクリート、紙類、プラスチック等の歪測定が出来る。

* 仕様

本体による測定標点距離 $l = 100-60-40-20\text{mm}$
BAMアダプター併用による測定距離 $l = 20\text{mm}, 10\text{mm}$
延長部品併用による測定距離 $l = 200\text{mm}, 300\text{mm}$
(猶、別に 500mm 用延長部品もある)
これによる測定可能な伸び若しくは収縮の範囲は士 0.5mm
測定精度 $1/1000\text{mm}$
(鋼の抗張力試験に於ては、 100mm の測定標点距離をとることにより、 0.2kg/mm^2 に至る迄正確に測定出来る)

— ドイツ・フリッツステーゲル社・日本総代理店 —



愛知産業株式会社

本社 東京都品川区北品川5-3-20 〒141 電話東京(03)441-5116(代)
(03)443-0201(代)

関西支社 神戸市兵庫区大開通8-2 〒652 電話神戸(078)576-7214(代)

営業所 広島 電話(0822)21-5414

出張所 水戸 電話(0292)31-3709 千葉 電話(0472)41-2908

操作性、信頼性の高いデータレコーダを豊富に揃えてあります



共和のデータコーダは、マイクロオーダの技術、ひずみ測定器づくりの技術と精密な工作技術を生かし、またどのような使用条件でも最高の性能を發揮するように徹底した信頼性試験を行なって設計製作されています。

共和のデータコーダは、高精密電子サーボ機構によるSN比50dB以上、周波数特性、DC～10KHz、非直線性0.5%、小型軽量、テープ速度は駆動中でもワンタッチ切換できる、プラグインヘッド、サーボモニタ、位相、振巾平坦切換のフィルタなど性能、操作性ともすぐれ特に電算機でのデータ処理に抜群の性能を発揮します。

共和のデータコーダは超小型、車載型、高性能携帯型、多チャンネル型、長時間型からデータ収録用の装置まで各種製作して、あらゆるご要求に満足するよう準備をしています。

●高性能携帯型 RTP-100型

携帯型としては性能、機能とも抜群

8チャンネル、5速(IRIG規格)

●車載型 RTP-208型

寸法・重量は世界最小、耐ヨーイング性は抜群

8チャンネル、4速(IRIG規格)

●多チャンネル型 RTP-110型

3/4インチテープで、15チャンネル記録できる

テープ速度 5速(IRIG規格)

●記録専用器 RTP-115型

RTP-110の記録専用器

小型、軽量、現場、車載でより効果的

●長時間用 RTP-300型

地震計測、船舶自動計測などに最適

記録時間、50時間(0.76cm/sec)

●多チャンネル型 RTP-700型

33チャンネル、5速度、連続時間記録(4.75cm/sec)調整はサーボガスにより自動的に行なえる

ので、準備時間は非常に短い。

記録器の専門メーカー

共和事業

本社・工場 東京都調布市調布ヶ丘3-5-1
電話 東京調布0424-83-5101

東京事業所 03-502-3551

大阪営業所 06-942-2661

名古屋営業所 052-782-2521

福岡営業所 092-41-6744

広島営業所 0822-21-9536

札幌営業所 011-261-7629

水戸出張所 0292-25-1074