

Maxwell 材料における粘弾性定数の一決定法

EVALUATION TECHNIQUE FOR VISCOELASTIC CONSTANTS OF
MAXWELL MATERIAL

色 部 誠*・赤 木 知 之**

By Makoto Irobe and Tomoyuki Akagi

1. まえがき

有限要素法による粘弾性構造解析は、多くの内外研究者^{1)~8)}によって試みられている。そのなかで、増分形の解法を与えているものに山田・岩田⁵⁾および赤木・大野・色部⁸⁾らの論文があげられる。その定式化の過程で、山田・岩田らは一般化 Voigt モデルに適用されるクリープコンプライアンスを用いてクリープ積分法則から、赤木・大野・色部らは一般化 Maxwell モデルに適用される緩和関数を用いて緩和積分法則から、増分形応力一ひずみマトリックスを導いている。この二つを比較すると、前者では、クリープ積分法則を応力について解き、しかるのち、応力一ひずみマトリックスを得るのであるが、後者においては、緩和積分法則から直接それが導かれている。材料実験の側面から見るならば、定応力クリープ試験によってクリープコンプライアンスを求めることは容易である。一方、理論的には、定ひずみ応力緩和試験によりただちに緩和関数をきめ得るわけであるが、応力緩和試験はクリープ試験に比べてはるかにむずかしい。

以上の所論から、応力一ひずみマトリックスをつくる段階では、第一の方法に比べて第二の方法に便宜さが認められるが、材料定数決定の困難さから、一見、第二の方法は実用的でないようと思われる。増分形をとらない解法についても、クリープコンプライアンス、緩和関数のいずれに依拠するかによって、同じことが言える。

本報告は、通常のクリープ試験によって一般化 Maxwell モデルの緩和関数に含まれる材料定数を決め得ることを示し、粘弾性構造解析にあたって構造材料に Maxwell モデルを仮定することに対する支障を除こうとするものである。

2. 積分形構成方程式と微分形構成方程式

線形粘弾性材料の応力一ひずみ関係をあらわす構成方程式には、積分表示と微分表示の二つが用いられている。

ある系の時刻 t における状態が、時間 τ だけ遡った $-\infty < (t - \tau) < t$ なるすべての時点の状態に依存するところの履歴現象は、一般に汎関数によってあらわすことができる。特に、この系において、線形性がなりたち、履歴依存性が時間に対して一様なるとき、履歴効果の重ね合わせが可能となる。線形粘弾性材料に、積分形構成方程式が用いられるのは、このことに基づいている。

一軸応力状態のもとにある線形粘弾性体（以下においては、特に区別を明示する必要のある場合を除き、線形の字を省略する）では、時刻 t の状態を、記憶関数 $E(t)$ などを用い、記憶積分

$$\left. \begin{aligned} \sigma(t) &= \int_{-\infty}^t E(t-\tau) \frac{d\varepsilon}{d\tau} d\tau \\ \varepsilon(t) &= \int_{-\infty}^t J(t-\tau) \frac{d\sigma}{d\tau} d\tau \end{aligned} \right\} \dots \quad (1)$$

によって表わすことができる。式(1)の第1式を緩和積分法則、第2式をクリープ積分法則と呼んでいる。多軸応力状態に対する構成方程式は、テンソル記号を用い、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= \int_{-\infty}^t K(t-\tau) \frac{d\varepsilon_{kk}}{d\tau} d\tau \delta_{ij} \\ &\quad + 2 \int_{-\infty}^t G(t-\tau) \frac{d\varepsilon'_{ij}}{d\tau} d\tau \\ \varepsilon_{ij}(t) &= \frac{1}{9} \int_{-\infty}^t B(t-\tau) \frac{d\sigma_{kk}}{d\tau} d\tau \delta_{ij} \\ &\quad + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^t C(t-\tau) \frac{d\sigma'_{ij}}{d\tau} d\tau \end{aligned} \right\} \dots \quad (2)$$

によって与えられる。ここで、 δ_{ij} はクロネッカーデルタであり、 ε'_{ij} 、 σ'_{ij} はひずみならびに応力の偏差成分

* 正会員 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木工学科

** 正会員 工修 秋田大学助手 鉱山学部土木工学科

とすれば、式(14)と式(15)とは一致する。

よって、積分形構成方程式と微分形構成方程式とは同等なことがわかる。ただし、式(14)の成立すなわち式(11)の逆変換可能の条件として、 $p \leq r$ が必要とされる。

$p \geq r$ にして、 $t=0$ における応力およびひずみならびにそれらのすべての time rate が 0 であれば、同様の手続きにより、式(7)より式(2)の第2式と同等の関係式を導くことができる。

3. Maxwell モデルと Voigt モデル

任意の緩和現象は、ばね、ダッシュポットおよび Maxwell 要素の結合により、またクリープ現象は、ばね、ダッシュポットおよび Voigt 要素の組み合わせにより表現し得る。

現実の材料に対して、長い時間領域にわたって満足すべき材料模型を得るために、多数の要素の組み合わせを必要とするであろう。

Fig. 1 に Maxwell モデルと Voigt モデルの一般形を示す。これらの力学モデルに対して、応力一ひずみ間にになりたつ微分方程式は、次のとおりである。

Maxwell モデルに対して

$$\sigma(t) = \left[E_0 + \frac{E_1 D}{D + \frac{1}{T_{R1}}} + \cdots + \frac{E_n D}{D + \frac{1}{T_{Rn}}} \right] \varepsilon(t) \quad \dots \dots \dots (17)$$

Voigt モデルに対して

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) = & \left[J_0 + \frac{J_1}{T_{C1}(D + \frac{1}{T_{C1}})} + \cdots \right. \\ & \left. + \frac{J_n}{T_{Cn}(D + \frac{1}{T_{Cn}})} \right] \sigma(t) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (18)$$

さきにあげた初期条件の成立を前提とし、Laplace 変

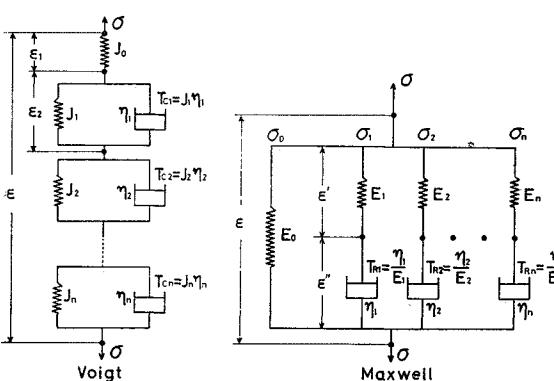


Fig. 1 Generalized model

換を用いて、式(17)から解

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= (E_0 + E_1 + \cdots + E_n) \varepsilon(t) \\ &- \int_0^t \varepsilon(\tau) \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=1}^n E_k e^{-\frac{t-\tau}{T_{Rk}}} \right) d\tau \\ &= \int_0^t \frac{d\varepsilon(\tau)}{d\tau} \left(E_0 + \sum_{k=1}^n E_k e^{-\frac{t-\tau}{T_{Rk}}} \right) d\tau \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (19)$$

式(18)から解

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= J_0 \sigma(t) + \int_0^t \sigma(\tau) \frac{d}{d\tau} \left(\sum_{k=1}^n J_k (1 - e^{-\frac{t-\tau}{T_{Ck}}}) \right) d\tau \\ &= \int_0^t \frac{d\sigma(\tau)}{d\tau} \left[J_0 + \sum_{k=1}^n J_k (1 - e^{-\frac{t-\tau}{T_{Ck}}}) \right] d\tau \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (20)$$

を得ることは容易である。すなわち、一般化 Maxwell モデルからは緩和積分法則を、一般化 Voigt モデルからはクリープ積分法則をただちに導き得る。

式(17),(18)を式(7)の形に整理すれば、 $\sigma(t)$ にかかる演算子 D と $\varepsilon(t)$ にかかる演算子 D の次数の等しいことは明らかである。よって、一般化 Maxwell モデルに対してもクリープ積分法則がなりたつ。すなわち、式(17)右辺の [] 内を一般の式と同様に扱い、通分して分子を D に関する n 次の多項式と見なし、その根を $-\rho_1, -\rho_2, \dots, -\rho_n$ とすれば、その逆数を次のように部分分数に分解することができる。

$$\begin{aligned} &\frac{1}{E_0 + \frac{E_1 D}{D + \frac{1}{T_{R1}}} + \cdots + \frac{E_n D}{D + \frac{1}{T_{Rn}}}} \\ &= \xi_0 + \sum_{k=1}^n \frac{\xi_k}{\rho_k (D + \rho_k)} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (21)$$

$\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$ は未定係数であるが、両辺の分子について、 D の同次の項の係数比較によって定め得る。よって、式(17)より式(18)と同じ形をなす次式を導き得る。

$$\varepsilon(t) = \left[\xi_0 + \sum_{k=1}^n \frac{\xi_k}{\rho_k (D + \rho_k)} \right] \sigma(t) \quad \dots \dots \dots (22)$$

Voigt モデルの材料定数が、クリープ試験（静的には $\sigma(t) = \text{const.}$ 、動的には $\sigma(t) = p_0 \sin \omega t$ の定常応力を与える定応力試験）によって求められるのに対し、Maxwell モデルの材料定数は、応力緩和試験（静的には $\varepsilon(t) = \text{const.}$ 、動的には $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin \omega t$ を加える定ひずみ試験）によって求められている。実際には、操作の困難なため、緩和試験は一般的とは言いたい。

しかし、上に述べたいいくつかの条件が満足されれば、Maxwell モデルと Voigt モデルとは等価であるから、応力緩和試験の困難性をさけて、クリープ試験によって Maxwell モデルの粘弾性定数を決定することができる。

4. Maxwell モデルの緩和関数の決定

式 (19) から、一般化 Maxwell モデルの緩和関数の一つが

$$E(t) = E_0 + \sum_{k=1}^n E_k e^{-\frac{t}{T_{Rk}}} \quad \dots \dots \dots (23)$$

の形をなすことを知った。この実の指数関数からなる級数は Prony 級数と呼ばれるもので、材料力学における記憶衰退の公理に合致するものである。

前節において、一般化 Maxwell モデルに対する微分方程式として、式 (17) の表現と式 (22) の表現の得られるることを示した。式 (22) と式 (18) との比較から

$$\xi_0 = J_0, \xi_k = J_k, \rho_k = \frac{1}{T_{Ck}} \quad (k=1, 2, \dots, n) \quad \dots \dots \dots (24)$$

である。

前と同じく、演算子 D を単なる記号とみなし、式 (17), (18) から、等式

$$\frac{1}{E_0 + \sum_{k=1}^n \frac{E_k D}{D + \frac{1}{T_{Rk}}}} = J_0 + \sum_{k=1}^n \frac{J_k}{T_{Ck} \left(D + \frac{1}{T_{Ck}} \right)} \quad \dots \dots \dots (25)$$

をつければ、両辺の分母、分子を比較して

$$\left. \begin{aligned} & \left(D + \frac{1}{T_{R1}} \right) \left(D + \frac{1}{T_{R2}} \right) \cdots \left(D + \frac{1}{T_{Rn}} \right) \\ & = D^n + \frac{1}{J_0} \left(\frac{J_0 + J_1}{T_{C1}} + \cdots + \frac{J_0 + J_n}{T_{Cn}} \right) D^{n-1} + \cdots \\ & \quad + \frac{1}{J_0} \cdot \frac{1}{T_{C1} \cdot T_{C2} \cdots T_{Cn}} (J_0 + J_1 + J_2 + \cdots + J_n), \\ & E_0 + E_1 + \cdots + E_n = \frac{1}{J_0}, \\ & (E_0 + E_1 + \cdots + E_n) \left(\frac{1}{T_{R1}} + \frac{1}{T_{R2}} + \cdots + \frac{1}{T_{Rn}} \right) \\ & \quad - \frac{E_1}{T_{R1}} - \frac{E_2}{T_{R2}} - \cdots - \frac{E_n}{T_{Rn}} \\ & = \frac{1}{J_0} \left(\frac{1}{T_{C1}} + \frac{1}{T_{C2}} + \cdots + \frac{1}{T_{Cn}} \right), \\ & \cdots \cdots \cdots \\ & \frac{E_0}{T_{R1} \cdot T_{R2} \cdots T_{Rn}} = \frac{1}{J_0} \frac{1}{T_{C1} \cdot T_{C2} \cdots T_{Cn}} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (26)$$

が得られる。

通常のクリープ試験によって、材料定数 $J_0, J_1, \dots, J_n; T_{C1}, T_{C2}, \dots, T_{Cn}$ が得られれば、 $T_{R1}, T_{R2}, \dots, T_{Rn}$ は式 (26) の第1式から、 n 次方程式

$$D^n + \left(\frac{1+J_1}{T_{C1}} + \cdots + \frac{1+J_n}{T_{Cn}} \right) D^{n-1} + \cdots$$

$$+ \frac{1+J_1+\cdots+J_n}{T_{C1} \cdot T_{C2} \cdots T_{Cn}} = 0 \quad \dots \dots \dots (27)$$

の根の逆数として求まり、 E_0, E_1, \dots, E_n は式 (26) の残りの $(n+1)$ 個の式を解いて得られる。このようにして、一般化 Maxwell 材料にクリープ試験を行ない、その結果を用いて材料の緩和関数を定めることができるのである。

$E(t), J(t)$ は、それぞれ、一次元の応力一ひずみ状態に対する緩和関数とクリープコンプライアンスであって、はりの粘弾性曲げなどの解析には、これだけ知れていればよいのであるが、一般の構造物の粘弾性解析には、緩和関数 $K(t), G(t)$ 、またはクリープコンプライアンス $B(t), C(t)$ が明らかにされていなければならぬ。 $B(t), C(t)$ が知られていて、 $K(t), G(t)$ を定めることを次に考えてみる。

一般化 Maxwell モデルに対して、緩和積分法則とクリープ積分法則の両者の適用が可能であるから、同時に、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij}(t) &= \left\{ K(0)\varepsilon_{kk}(t) + \int_0^t \varepsilon_{kk}(t-\tau) \frac{dK}{d\tau} d\tau \right\} \delta_{ij} \\ &\quad + 2 \left\{ G(0)\varepsilon_{ij}'(t) + \int_0^t \varepsilon_{ij}'(t-\tau) \frac{dG}{d\tau} d\tau \right\} \\ \varepsilon_{ij}(t) &= \frac{1}{9} \left\{ B(0)\sigma_{kk}(t) + \int_0^t \sigma_{kk}(t-\tau) \frac{dB}{d\tau} d\tau \right\} \delta_{ij} \\ &\quad + \frac{1}{2} \left\{ C(0)\sigma_{ij}'(t) + \int_0^t \sigma_{ij}'(t-\tau) \frac{dC}{d\tau} d\tau \right\} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (28)$$

がなりたつ。式 (28) の右辺の {} 内はすべて結合関数をなしているから、Laplace 変換を行なえば、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma}_{ij} &= \bar{K}s \bar{\varepsilon}_{kk} \delta_{ij} + 2 \bar{G}s \bar{\varepsilon}_{ij}' \\ \bar{\varepsilon}_{ij} &= \frac{1}{9} \bar{B}s \bar{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \frac{1}{2} \bar{C}s \bar{\sigma}_{ij}' \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (29)$$

を得る。式 (29) の第1式、第2式の辺々を相乗すれば、

$$\left. \begin{aligned} \bar{K} \cdot \bar{B} &= \frac{1}{s^2} \\ \bar{G} \cdot \bar{C} &= \frac{1}{s^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (30)$$

の関係を得る。

$K(t), G(t); B(t), C(t)$ についても Prony 級数による表示は妥当である。いま、式 (20) を参照して

$$\left. \begin{aligned} B(t) &= B_0 + \sum_{k=1}^n B_k (1 - e^{-\frac{t}{T_{Bk}}}) \\ C(t) &= C_0 + \sum_{k=1}^n C_k (1 - e^{-\frac{t}{T_{Ck}}}) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (31)$$

とおけば、一軸載荷のクリープ試験の際でも、少なくも載荷軸方向とそれに対する直角方向の2成分のひずみを測定しておけば、結果を式 (28) の第2式に用いて、 $B(t), C(t)$ に含まれる定数を求めることができる。

次に、式 (31) の $B(t)$ の Laplace 変換をつくれ

ば、

$$\bar{B} = \frac{B_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{B_k}{s T_{Bk} \left(s + \frac{1}{T_{Bk}} \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (32)$$

であり、緩和関数 $K(t)$ については、

$$K(t) = K_0 + \sum_{k=1}^n K_k e^{-\frac{t}{T_{Kk}}} \quad \dots \dots \dots \quad (33)$$

とおき得るから、これより

$$\bar{K} = \frac{K_0}{s} + \sum_{k=1}^n \frac{K_k}{s + \frac{1}{T_{Kk}}} \quad \dots \dots \dots \quad (34)$$

を得る。式 (32), (34) を式 (30) に入れれば、

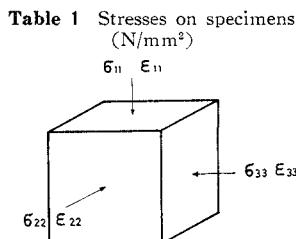
$$\frac{1}{K_0 + \sum_{k=1}^n \frac{K_k s}{s + \frac{1}{T_{Kk}}}} = B_0 + \sum_{k=1}^n \frac{B_k}{T_{Bk} \left(s + \frac{1}{T_{Bk}} \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (35)$$

を得る。これは、形において、式 (25) と一致するものであり、前に述べたのと同じ手続きにしたがい、 $K_0, K_1, \dots, K_n; T_{K1}, T_{K2}, \dots, T_{Kn}$ を定めることができる。このようにして、緩和関数 $K(t)$ は、クリープ試験によって $B(t)$ が求まれば、これから決定することができる。 $C(t)$ が求まれば、 $G(t)$ についても同様である。

5. 適用例

一般に、土の三軸試験では、軸方向ひずみは測れても横方向ひずみを測ることはできない。一成分のひずみしか測定し得ない場合でも、主応力和と偏差応力との比を変え試験を行なえば、すなわち、軸圧対側圧の比を異にする二つのクリープ試験を行なえば、その結果から試料の粘弾性定数を求めることができる。

計算例として、



Stress	Uniaxial Test	Triaxial Test
σ_{11}	10.6	10.4
σ_{22}	0	6.82
σ_{33}	0	3.35

Jordaan, Illston¹⁰⁾ の実験結果の一部 (Series 2) を借用して、Maxwell 材料と見なした場合のコンクリートの緩和関数を求めてみる。

Table 1 に与えられた応力の大きさを示す。よって、一軸試験に対しては、

$$\sigma_{kk} = -10.6 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{11}' = -\frac{21.2}{3} \text{ N/mm}^2$$

三軸試験に対しては、

$$\sigma_{kk} = -20.57 \text{ N/mm}^2 \quad \sigma_{11}' = -\frac{10.63}{3} \text{ N/mm}^2$$

である。 $t=0$ で、Table 1 の応力状態を瞬間的につくり、これを持続し得たものとすれば、クリープ積分法則から

$$\varepsilon_{11}(t) = \frac{1}{9} B(t) \sigma_{kk} + \frac{1}{2} C(t) \sigma_{11}'$$

であるから、これに上掲の 2 組の応力値を入れれば、

$$\varepsilon_{11}^{(1)}(t) = -\frac{10.6}{9} B(t) - \frac{21.2}{6} C(t)$$

$$\varepsilon_{11}^{(3)}(t) = -\frac{20.57}{9} B(t) - \frac{10.63}{6} C(t)$$

を得る。 $\varepsilon_{11}^{(1)}$ は一軸試験において得られた x 軸方向のひずみであり、 $\varepsilon_{11}^{(3)}$ は三軸試験において得られた同種のひずみである。これより

$$B(t) = 0.2947 \varepsilon_{11}^{(1)}(t) - 0.5894 \varepsilon_{11}^{(3)}(t) \text{ mm}^2/\text{N}$$

$$C(t) = -0.3801 \varepsilon_{11}^{(1)}(t) + 0.1959 \varepsilon_{11}^{(3)}(t) \text{ mm}^2/\text{N}$$

を得る。

Fig. 2 に、 $\varepsilon_{11}^{(1)}(t)$ および $\varepsilon_{11}^{(3)}(t)$ を示す。図から得られる値を前掲の式に入れて求めた $B(t), C(t)$ を Fig. 3 に示す。Table 2 は、同じ文献のなかにある Jordaan, Illston の実験 Series 1 における同配合コンクリートに対する等圧三軸試験の結果から直接得られる $B(t)$ の値と上に求めた $B(t)$ とを比較したもので、両者はほとんど一致している。

Fig. 3 の曲線 $B(t), C(t)$ は 3 項からなる Prony 級

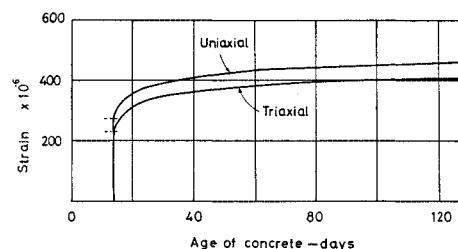


Fig. 2 Creep curves for ε_{11} -strains

Table 2 Comparison of volumetric creep compliance $B(t)$ obtained from two test series

t	0	6	26	46	66	86	106
Series 1	—	78.9	92.5	98.1	101.4	104.1	105.0
Series 2	54.7	77.9	91.2	97.0	100.6	102.6	103.8

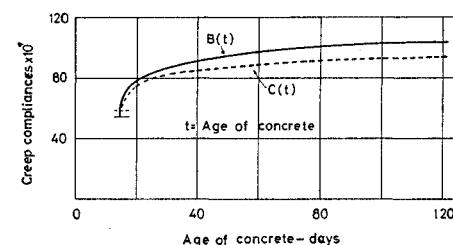


Fig. 3 Curves of creep compliances

* 1 N (newton) = 0.225 lb ≈ 0.1 kg

数

$$B(t) = \{54.7 + 20.2(1 - e^{-\frac{t}{3.5}}) \\ + 28.3(1 - e^{-\frac{t}{33.4}})\} \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

$$C(t) = \{58.7 + 14.3(1 - e^{-\frac{t}{3.3}}) \\ + 20.8(1 - e^{-\frac{t}{32.8}})\} \times 10^{-7} \text{ cm}^2/\text{kg}$$

によって、良好な精度をもって、あらわすことができる。これらのクリープコンプライアンスの形から、実験の対象とされたコンクリートは 5 要素モデルであらわし得る。

この $B(t)$ から、緩和関数 $K(t)$ は、次式を解いて求められる。まず、 T_{K_1} 、 T_{K_2} は、二次方程式

$$s^2 + \left(\frac{1+0.369}{3.5} + \frac{1+0.517}{33.4} \right) s \\ + \frac{1+0.369+0.517}{3.5 \times 33.4} = 0$$

の根を求め、その逆数の符号を変えて求まり、 K_0 、 K_1 、 K_2 はこの T_{K_1} 、 T_{K_2} の値を次の連立方程式

$$K_0 + K_1 + K_2 = \frac{1}{54.7} \cdot 10^7$$

$$(K_0 + K_1 + K_2) \left(\frac{1}{T_{K_1}} + \frac{1}{T_{K_2}} \right) - \frac{K_1}{T_{K_1}} - \frac{K_2}{T_{K_2}} \\ = \frac{1}{54.7} \left(\frac{1}{3.5} + \frac{1}{33.4} \right) \cdot 10^7$$

$$\frac{K_0}{T_{K_1} \cdot T_{K_2}} = \frac{1}{54.7} \cdot \frac{1}{3.5 \times 33.4} \cdot 10^7$$

に入れ、これを解いて求まる。結果は、

$$T_{K_1} = 2.53 \text{ 日} \quad T_{K_2} = 24.6 \text{ 日}$$

$$K_0 = 97.2 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2,$$

$$K_1 = 62.3 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2,$$

$$K_2 = 33.3 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

であり、これより、

$$K(t) = \{97.2 + 62.3 e^{-\frac{t}{2.53}} \\ + 33.3 e^{-\frac{t}{24.6}}\} \cdot 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

である。

同じような計算を行ない、 $C(t)$ から緩和関数 $G(t)$

$$G(t) = \{106.5 + 35.2 e^{-\frac{t}{2.64}} \\ + 28.6 e^{-\frac{t}{25.6}}\} \cdot 10^3 \text{ kg/cm}^2$$

を得る。

この計算結果から、 $K(0) = 183 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ の瞬間体積弾性係数および $G(0) = 170 \times 10^3 \text{ kg/cm}^2$ の瞬間せん断弾性係数を得る。これらの数値から瞬間ポアソン比は 0.14 となる。これらの値は、同じ文献中のほかの実験値と比べて妥当なものである。

6. む す び

静的なクリープ試験によって、Maxwell 材料の緩和関数を決定する方法を示した。適用例からわかるように、クリープコンプライアンスがきまれば、あとは容易である。クリープ曲線を Prony 級数に表示するための系統的な方法はないようである。クリープコンプライアンスの Prony 級数表示が、この方法を用うる際のもっとも困難を伴うところである。

従来のクリープ試験では、一軸試験しか行なわれていない例が多い。構造解析においては、一般に、体積成分とせん断成分の 2 種類のクリープコンプライアンスまたは 2 種類の緩和関数を必要とする。したがって、クリープ試験においても緩和試験においても体積成分とせん断成分の材料関数をきめ得るよう、ひずみ測定、載荷などへの配慮が望まれる。

参 考 文 献

- White, T.L.: Finite elements in linear viscoelasticity, 2nd Conference on Matrix Methods in Structural Mechanics, Oct. 1968.
- Zienkiewicz, O.C., Watson, M. and King, I.P. : A numerical method of visco-elastic stress analysis, Inter. Jour. Mech. Sci., Vol. 10, 1968.
- 田中豊喜：有限要素法による線型粘弾性体の応力解析，日本鋼構造協会第3回大会研究集会，マトリックス構造解析講演論文集，1969年5月
- 堀井健一郎・川原睦人：有限要素法による粘弾性体の解析法，土木学会論文集 No. 179, 1970-7.
- 山田嘉昭・岩田耕司：粘弾性問題の有限要素法解析，日本鋼構造協会第5回大会研究集会，マトリックス構造解析講演論文集，1971年6月
- Malone, M.D. and Conner, J. : Finite elements and dynamic viscoelasticity, Proc. ASCE, Vol. 97, No. EM 4, Aug. 1971.
- 渡辺啓行：有限要素法による粘弾性体の振動解析，土木学会論文報告集，No. 198, 1972-2.
- 赤木知之・大野大明・色部誠：有限要素法による P C 格納容器の粘弾性解析，土木学会論文報告集第214号 登載予定
赤木知之・色部誠：プレストレストコンクリート構造物の粘弾性解析，土木学会第27回年次学術講演会講演概要集第1部，昭和47年10月。
- Eringen, A.C. : Nonlinear Theory of Continuous Media, McGraw-Hill, New York, 1962.
Eringen, A.C. : Mechanics of Continua, John Wiley & Sons, New York, London, Sydney, 1967.
- Jordaan, I.J. and Illston, J.M. : The creep of sealed concrete under multiaxial compressive stresses, Magazine of Concrete Research, Vol. 21, No. 69, Dec. 1969.

(1972.10.18・受付)