

# ポリマー稀溶液の流体抵抗減少 (いわゆる Toms 効果) に関する研究

## INVESTIGATION ON DRAG REDUCTION BY LINEAR HIGH-POLYMER

日野 幹 雄\*・大川 秀 雄\*\*

By Mikio Hino and Hideo Okawa

### 1. はじめに

単純液体のある媒質に微量の線状高分子を添加すると、管内流での乱流域における摩擦抵抗が著しく減少することが 1948 年 Toms<sup>1)</sup> によって発見された。その後の多くの研究から、高分子の種類とその濃度を適当に選ぶことによって、管内流では 80% もの抵抗減少が得られることが知られている。この現象は Toms 効果と呼ばれ、工学的応用上、また乱流とその発生機構という基礎的課題への解をさぐる手掛りとして、以来多くの分野で数多く研究されている。今までの多くの研究によって次のようなことが明らかにされてきた。

(1) 添加される高分子は、分子量が大きい線状高分子ほど、低濃度で顕著な効果を発揮する。

(2) 溶液の粘性は、現象の支配的なパラメーターではなく、またその非 Newton 性も Toms 効果の必要条件ではない。

(3) 壁面付近にポリマーが存在することが重要であり、管内流や平板流などに Toms 効果が見られる。壁面から離れたところのポリマーは現象に直接関与せず、この点粒子浮遊流の抵抗変化とはその機構を異にする。

(4) Toms 効果は、流れの Reynolds 数がある臨界値に達して初めて現われる。

(5) 抵抗減少率には限界があって、最大 80% 程度である。

(6) 管内流では、一般に管径が小さいものほど Toms 効果大きい。

上に掲げたことは実験によってだいたいの傾向として確かめられたことであるが、種々の困難が伴うため詳細なことはまだ不明な部分が多い。

また、解析的な研究として、Virk<sup>2)</sup> の壁面せん断応力

による Toms 効果の開始点仮説、Walsh<sup>3)</sup> の高分子鎖を Hook ばねのように考える乱流エネルギー平衡の変化説、Lumley<sup>4)</sup> の溶液の粘弾性説、富田<sup>5)</sup> の偏差応力による混合距離の減少説などがあるが、いずれも仮説であり、決定的なものがない。さらにはレオロジーの分野でも興味の対象として研究されており、たとえば、Reiner<sup>6)</sup> は、ゴム・トルエンの分散系を用いて、毛細管粘度計と回転粘度計との測定結果から、レオロジー的解析を試みている。このレオロジー的解析は、場合によっては非常に有効な手段となり得るが、対象とする溶媒と溶質の物性論的解析が大部分であって、構造粘性係数等の考え方はあるが、われわれの工学的分野での興味の対象である乱流構造等に対する解答は与えられていない。

いずれにしても、工学的応用の面で大変おもしろく、その方向からのアプローチもなされている。たとえば、管水路、消火ホースでの摩擦抵抗の減少による能率化、あるいは船舶の流体抵抗の減少などが考えられている。また変わったところでは、魚などの皮膚の分泌物をこういったことと関連させて考えることが可能であると一部でいわれている。

本研究は、これまでの他の研究者が、現象のメカニズムに関して、まず方程式モデルの設定による仮説から出発し、ポリマー (Toms) 効果を説明しようとしたり、逆に熱膜流速計による乱流メカニズムの高度な測定を試みたものの、流れの中に何らかの測定器が入ってしまうために、水に異物の混入しているポリマーでは水の場合とは違って、本質的な現象がおおいかくされてしまって確実な結論が得られなかった点を反省し、むしろ最も単純ではあるが、信頼度の高い流量測定というマクロな実験結果からポリマー効果の内部機構の解明を目指すものである。

この論文でマクロな立場からのポリマー流の研究を目指したのは次の二つの理由による。一つは、ポリマー流についての流体力学的なミクロな測定が、これまでのと

\* 正会員 工博 東京工業大学教授 工学部土木工学科

\*\* 学生会員 東京工業大学大学院学生

この失敗におわるか(著者らもそうであったが)、ない

しは信頼度の高い結果が得られなかったため、やむを得

ずマイクロな測定法を用いたという消極的理由である。他

の一つは、非常に複雑で得体の知れない対象にせまるの

に、マイクロな方法もなかなか有効で重要であることが最

近認められてきたという理由である。たとえば、奇病の

原因解明における疫学的方法の重要さは最近特に注目さ

れるところであり、また、流体力学における非線形問題

の一つとして層流から乱流への遷移問題の入り応答関

係による解明という谷らの思考方法の果たした役割も大

きい。本研究はむしろこうした積極的理由からマイクロな

立場からのポリアー現象の解明を行なおうとするもので

ある。これから導かれる結論をまっとうして、どんなミクロな

量で、何を指標にして行なえば良いのかという次の研究

段階へ進むことを考えている。

なお、Toms 効果は乱流域での現象であり、層流から

乱流への遷移域にマイクロな解明のカギがあるとの推定

のもとに、これまでの実験ではあまり行なわれていない

この遷移域にも重点を置いて研究した。これらの実験結

果、およびすでに述べた諸実験結果のいすれをも矛盾な

く説明しうる仮説が立てられれば、すなわちここでの状

況証拠が一つの方向を示せば、もう問題の解決は近いと

いえる。

## 2. 実験装置と方法

図一のように装置としては、ごく単純なものであ

る。水槽を上げ下げしてヘッドを変えた。ヘッドは実験

室内に立てたスタッフを用いて測定した。測定用ガラス

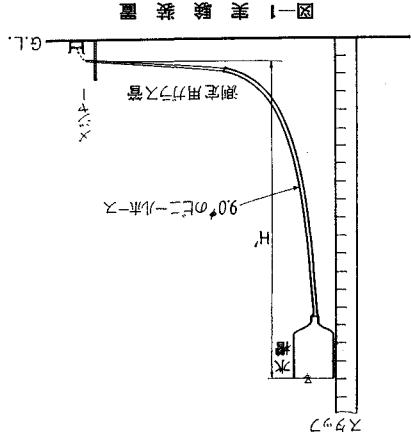
管は、出口での噴流をなめらかにするため、少し傾けて

固定されている。水槽とガラス管は内径が9.0mmの

透明ビニール・ホースでつながっており、長さが1.00

mと4.18mの2本を用いた。使用したガラス管は、

内径の均一性がよいパイプックス(なるべく管径が一樣



図一 実験装置

表一 測定用ガラス管の寸法

内径 D	長さ l
0.095 cm	20.1 cm
0.182	80.3
	110.1
	123.1
0.326	120.1
0.432	120.1

である部分を運ぶとともに、使用したものは短いので、その管径の均一性については問題ないと考えられる)で、内径が異なる4種類を選んだ。それらの寸法は表一に示されている。なお、内径は小さく正確な実測ができないので、水を流して、層流状態とみなせる範囲で、Poiseuille の法則

$$u_m = \frac{D^2}{32\mu} \frac{dP}{dx} \dots \dots \dots (1)$$

$u_m$ : 平均流速,  $D$ : 内径

より逆算して  $D$  を定めた。流量が大きくなるにつれて、ビニールホースの部分での摩擦抵抗によるヘッドロスが徐々に大きくなるため、そのぶんを測定したヘッドロスから差し引かねばならない。そのため、ガラス管を接続しない

で、ビニールホースだけを流して、流量とヘッドロスの関係をあらかじめ求めた。そしてガラス管を接続しての測定で、おのおの流量に対して、ビニールホースによるヘッドロスを差引いて、測定用ガラス管にかかる実際のヘッドを算出した。その際、水槽とビニールホース、ビニールホースとガラス管の2つの接続部でのヘッドロスを無視した。なお、内径が0.095

cmのガラス管については、ビニールホースとの接続部での断面変化が大きいことと、ガラス管内での流速が大

きいことにより、ヘッドロスが大きくなるため、ガラス管の入口部分に内径0.35cmのガラス管をなめらかに継ぐことにより、ヘッドロスを付けたようにして、その影響を小さくするようにした。ビニールホースの曲がりによるヘッドロスは、ビニールホースのヘッドロスを測定する際に、ガラス管を用いての測定するときと同じ程度の曲がりを与えることによって相殺し得たと

使用する。使用した線状高分子材料は、ポリエチレンオキサイドで、通称 PEO (ペオ) と呼ばれているものの一種で、平均分子量が400万~500万のものである。化学式は  $HO-[CH_2CH_2O]_n-CH_2CH_2OH$  で示され、長い鎖状分子で、分子構造はらせん状をなして、水に溶かす前は、白色で柔かい団粒状になっていて、高分子洗剤のような外見をしている。これを水道水に溶解させて、用いるポリマーを作った。濃度は35, 55, 75, 95 wppm の4種類である。

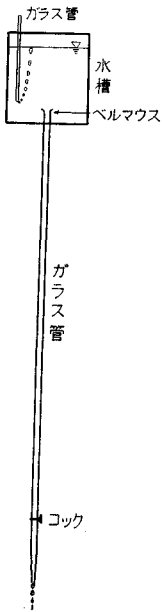


図-2

ところでポリマーは、溶かし方、そのときの温度、放置した時間、実験するときの温度、水の pH、金属イオン等の存在、さらにはそのポリマーが未使用か否かなどによって、その性質が違ってくることが知られているので、なるべくそれらの条件を一定に保つように注意した。そのため、PEO の細かくほぐした粉末をポリパケツの水面に一様にまいて、一晩放置し、翌日の実験前に一様になるまで（最初は表面にだけ溶けている）静かに時間をかけて、手で入念にかきまぜた。そして使用したポリマーは、再使用せずに廃棄した。また、実験が気温の比較的低い時期に行なわれたことと、PEO を水に溶かしてからだいたい 24 時間以内

であったということから、“サンデックス C” 等の安定剤は使わなかった。なお、1 回に作るポリマーの量は 30~40 l であった。測定用ガラス管の出口は空中へ開放した。

次に、流れの層流から乱流への遷移域において、色素による安定度の可視化実験を行なった。実験装置は図-2 に示すように、径 40 cm、深さ 50 cm のプラスチック

ク製水槽に水あるいはポリマー液を満たし、水槽底部の径 2.1 cm、長さ 230 cm のガラスより液を流下させた。トレーサー色素には重クロム酸カリを用い、径 0.4 mm の注射針より流した。

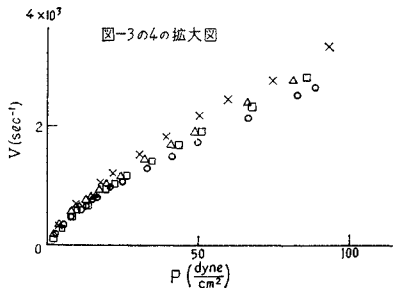
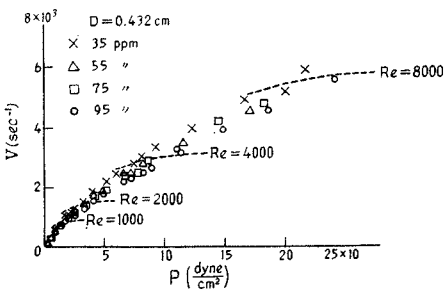
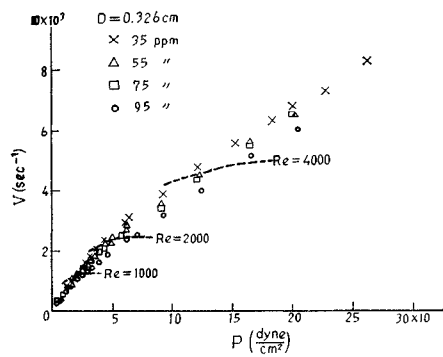
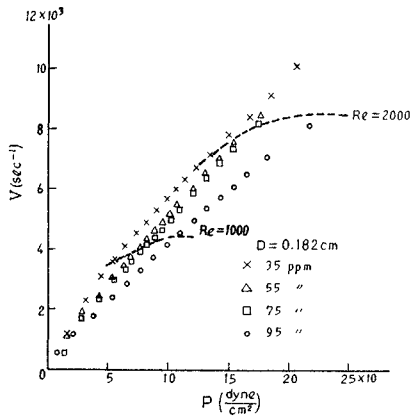
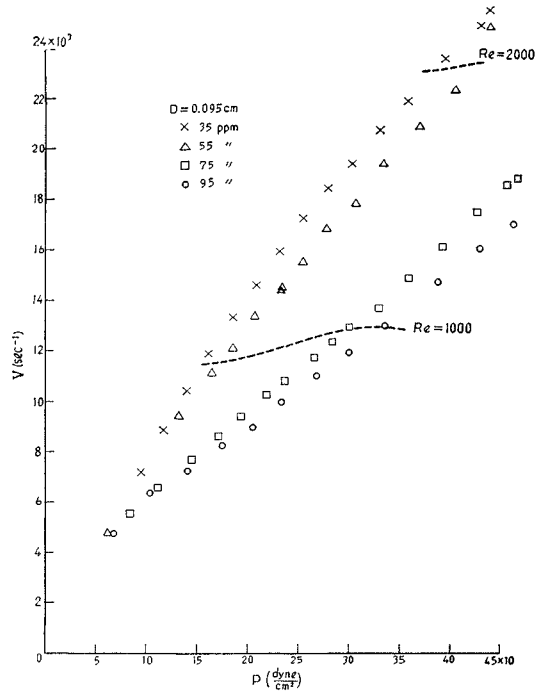


図-3 V-P 曲線

3. 実験結果

実験により直接測定される量は、C.G.S. 単位で、

$l$  : 測定用ガラス管の長さ (cm)

$s$  : 流量を測定した時間 (sec)

$Q$  :  $s$  の間に流出した容積 (cm<sup>3</sup>)

$H'$  : 測定用ガラス管出口と水槽の液面間距離 (cm)

の4つの量である。前に述べたように、 $H'$  よりピニールホースでのヘッドロスを差引いて、測定用ガラス管にかかるヘッド  $H$  とした。ガラス管の内径は Poiseuille の法則より求めた。

(1) コンシステンシー変数

$$V = \frac{4Q}{\pi a^3 s} \dots\dots\dots (2)$$

$$P = \frac{a \rho g H}{2l} \dots\dots\dots (3)$$

$a$  : ガラス管の半径,  $\rho$  : 密度

この式で計算される  $V$  と  $P$  を、レオロジーでは、コンシステンシー変数という。 $V$  を縦軸、 $P$  を横軸にプロットしたとき得られる曲線上のある点と原点を結ぶ直線の傾き

$$\frac{V}{P} = \frac{8lQ}{\pi a^4 \rho g H s} = \frac{1}{\mu} (= \varphi) \dots\dots\dots (4)$$

は、粘性係数の逆数を与え、 $\varphi$  は流動度係数とよばれる。流れを層流とすれば、 $P$  はガラス管の内壁面でのせん断応力  $\tau_{r=a}$  を意味する。また、 $V$  はそこでの速度勾配  $\left. \frac{du}{dr} \right|_{r=a}$  を表す。この  $V$ - $P$  曲線を、図-3 に示す。

このグラフで、平均流速  $u_m \rightarrow 0$  としたときの粘性係

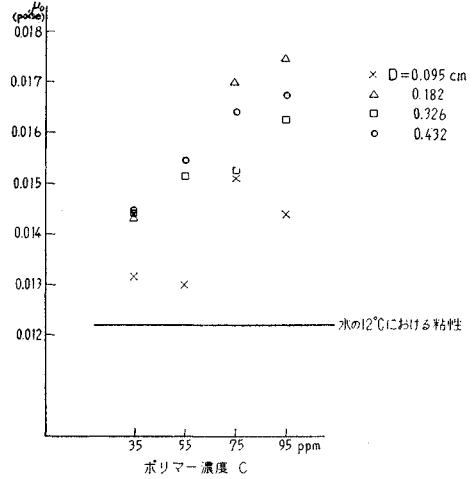


図-4

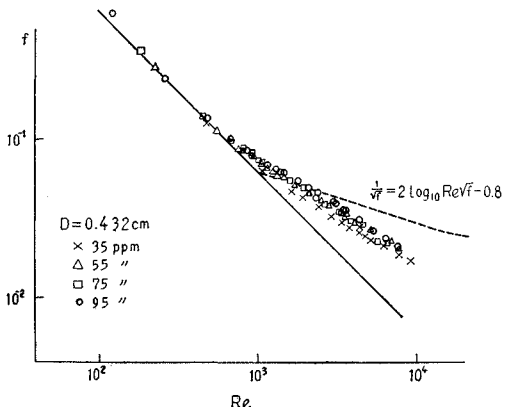
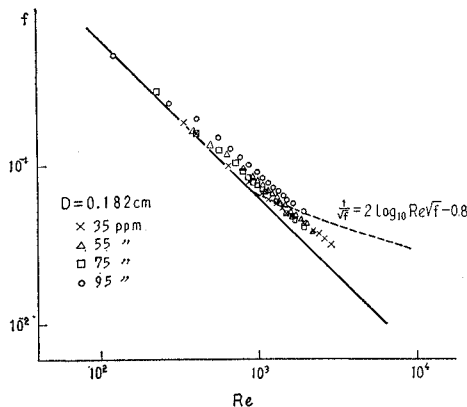
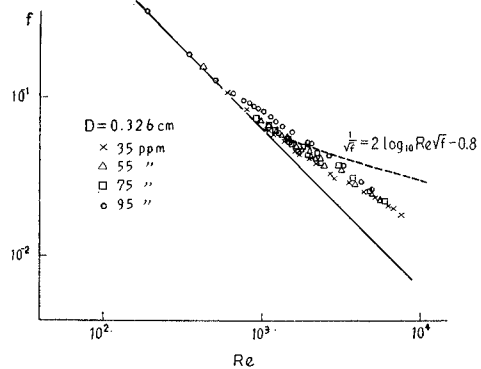
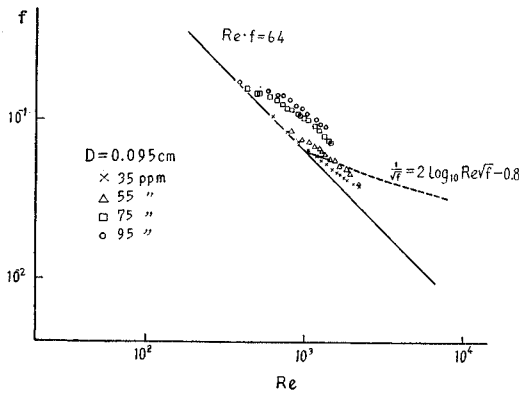


図-5  $f$ - $Re$  曲線 (a)  $\mu$  : 溶液の静止粘性係数

数  $\mu$ , つまり

$$\frac{1}{\mu_0} = \lim_{\mu \rightarrow 0} \frac{V}{P} \dots\dots\dots (5)$$

で定義される静止粘性係数  $\mu_0$  を求め、管径  $D$  をパラメーターとして、ポリマーの濃度に対してプロットしたものが図-4である。なお、求める方法は、最小二乗法で放物線に近似し、その傾きを計算した。

次に、抵抗係数  $f$  を

$$f = \frac{4\pi^2 a^3 g H s^2}{l Q^2} \dots\dots\dots (6)$$

で計算し、粘性係数  $\mu$  を、静止粘性係数  $\mu_0$  に等値して、Reynolds 数を

$$R_e = \frac{2\rho Q}{\pi\mu_0 a s} \dots\dots\dots (7)$$

で求め、 $f-R_e$  曲線を両対数でプロットしたものを、図

-5 に示す。なお、 $\mu$  を水の粘性係数としたときのものが図-6である。

(2) 遷移実験

前述の方法により線色素の乱れ方による遷移の判定を行なった。乱れによる分類は図-7 (a) に示すように分け、それに従い、乱れを起こすために管の入口においた円柱の径  $t$  をパラメーターにして Reynolds 数と流れの状態を水とポリマー液の双方について調べた結果が図-7 (b) である。なお、熱線流速計や水素気泡式流速計による乱れの直接的測定も試みたが、線にポリマー分子がからんで信頼しうる満足な結果は得られなかった。図-9 によれば、予想に反して、円管内ポリマー液では乱流への遷移が早められていることがわかる。

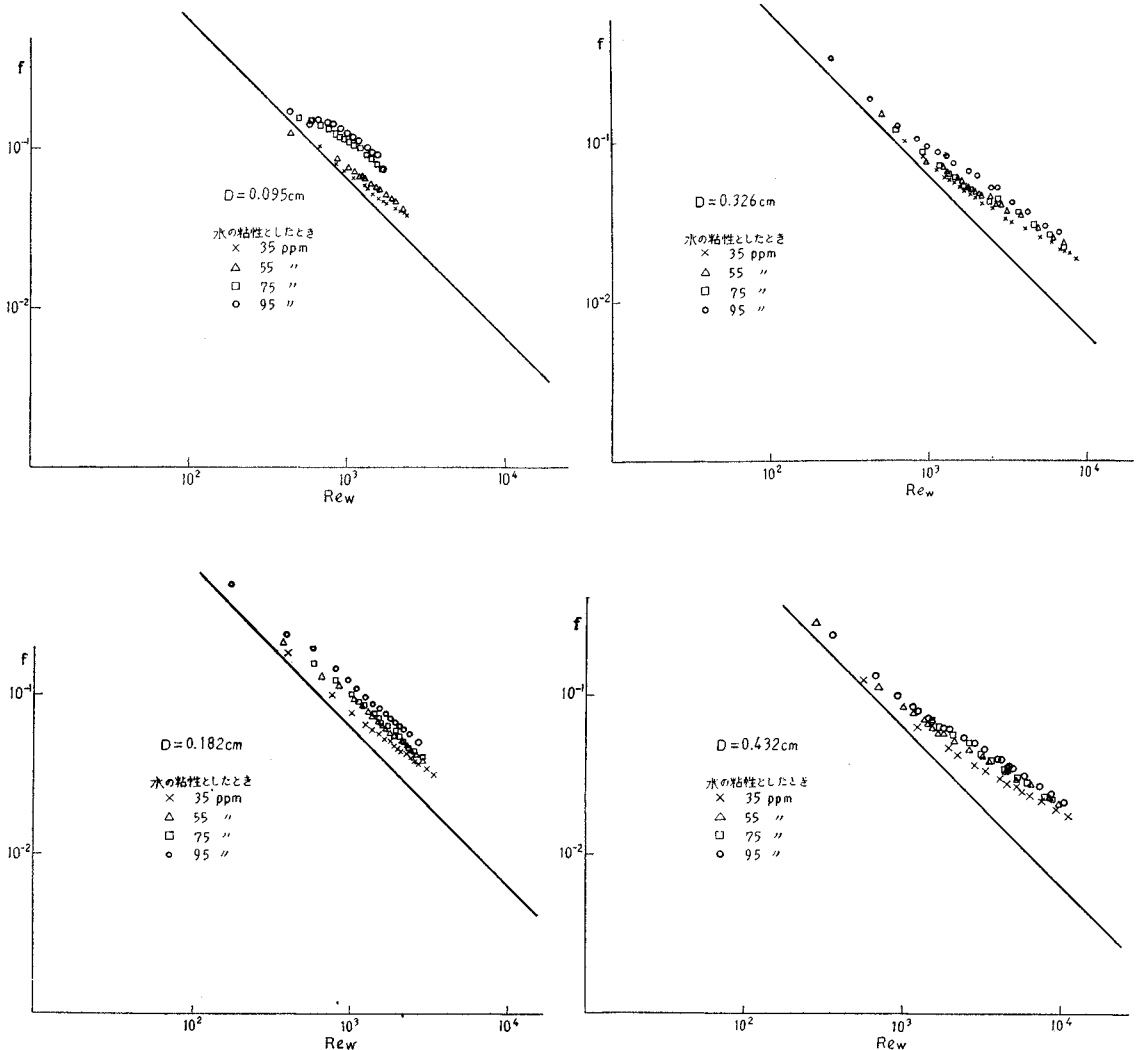
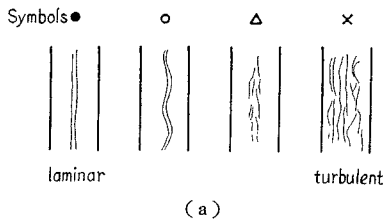


図-6  $f-R_e$  曲線 (b)  $\mu$ : 溶媒の粘性係数



(a)

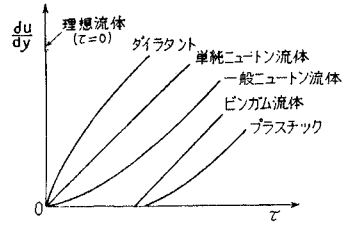


図-8

$\phi(h, \epsilon)$  は、流体力学的相互作用  $h$  と、排除体積効果  $\epsilon$  を示す係数で、この場合  $2 \times 10^{21} \text{ mol}^{-1}$  としてよい。 $[\eta]$  と  $M$  には一定の関係があって、ポリエチレンオキサイドでは次の式で与えられる。

$$[\eta] = 1.25 \times 10^{-4} M^{0.78} \dots \dots \dots (9)$$

したがって、分子量を  $4.5 \times 10^6$  とすれば、 $\langle s^2 \rangle^{1/2}$  が計算され、この場合、約  $1440 \text{ \AA}$  となる。濃度については、高分子鎖が  $\langle s^2 \rangle^{1/2}$  の半径の球となって最密充填するときの濃度  $C^*$  を求めると、約  $0.45 \times 10^{-1} \text{ g/dl}$  となり、重量濃度では  $0.045\% = 450 \text{ wppm}$  である。せん断変形を受けている状態では、分子の広がりが増して、もっと低い濃度で接触し

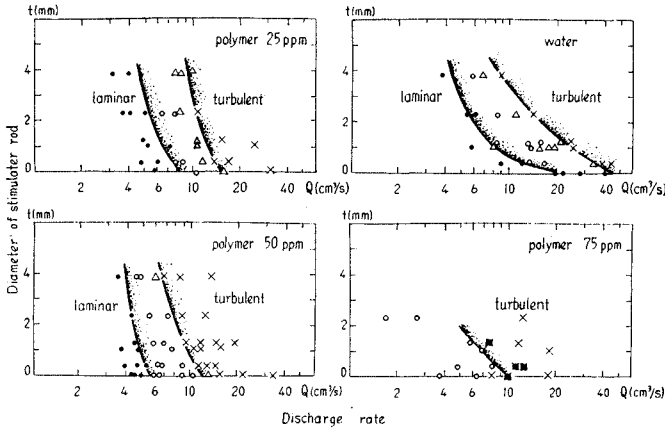
始めていると考えられる。

円管内の流れが層流の場合、最大せん断面は管壁に平行、つまり、流れの方向に一致している。ポリエチレンオキサイドの分子が、流れとほぼ  $45^\circ$  の主軸の方向に引き伸ばされている。そのため、 $\partial u / \partial r$  によって分子間の摩擦のようなものが増加して、粘性係数  $\mu$  が変わるとも考えられる。したがって、層流とみなせるような低い Reynolds 数のところでは、 $\mu$  が水より大きくなっていることはうなずける。また、Peterlin<sup>7)</sup> はせん断応力の増加に対する柔軟なポリマーの鎖状分子の、粘性の増加に対しての可能性について論じている。Selby<sup>8)</sup> は、これを“擬ダイラタンシー”と呼んでいる。今回の実験では、この場合に相当すると思われる。ところで、このことは乱流の場合とは区別されなければならない。なおポリエチレンオキサイドが高濃度になると、擬プラスチック性を示す。このことと、低濃度でのダイラタントの性質が、どのように結びつくのか不明である。いずれにしても、真の液体中に剛体球が分散した分散系においては、Einstein が導いた方程式

$$\eta_{\text{soln}} = \eta_{\text{solv}} (1 + 2.5 C_v) \dots \dots \dots (10)$$

$\eta_{\text{soln}}$  : 溶液の粘性係数,  $\eta_{\text{solv}}$  : 溶媒の粘性係数,  
 $C_v$  : 体積濃度

の場合とは異なっている。この違いは、ポリマーではせん断速度の増加につれて、分散相の構造が変化するため起こるものと考えられ、配向と考える説、弾性変形、



(b)

図-7

#### 4. 考 察

##### (1) 粘性から見たレオロジー的性質

一般に知られている流体を大別すると、図-8 のようになる。100 ppm 以下程度の濃度のポリマー液の実験値 図-3 と 図-8 を照らし合わせると、ダイラタントの性質を示していることがわかる。つまり、水は単純 Newton 流体の代表的なものであるが、100 ppm 以下のポリエチレンオキサイドの添加により、速度勾配の増加に対して、せん断応力の増加の方が大きくなる。つまり、ポリエチレンオキサイドの分子が水の中にあるために、水だけのときとは違って、速度勾配に対して  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$  の  $\mu$  が定数ではなく、また、水に比べて同じ速度勾配に対してせん断応力は大きくなっている。これは、鎖状分子が各層間のずれを阻害していることを示している。

次に、ポリエチレンオキサイドの分子について考えてみる。分子の骨格構造模型から、分子鎖を伸長したときの両端距離を計算すると、およそ  $29 \mu$  で直径と長さの比は約  $9.4 \times 10^3$  である。また、静止溶液中における高分子鎖の実際的な広がり、平均二乗慣性半径  $\langle s^2 \rangle$  で表わされる。これは高分子溶液の極限粘度  $[\eta]$  と分子量  $M$  より、次の Flory の式で示される。

$$[\eta] M = \phi(h, \epsilon) 6^{3/2} \langle s^2 \rangle^{3/2} \dots \dots \dots (8)$$

分子の直線化，あるいは短小化などの種々の説があるが，いずれも明らかでない。

(2)  $f-R_e$  曲線について

図-5 でわかるように，Reynolds 数  $R_e$  の小さいところでは層流状態を示す  $f \cdot R_e = 64$  の線にのっているが， $R_e$  が 1000 より少し小さいところから，徐々にこの線からはずれ始めている。しかし，溶媒（水）の限界 Reynolds 数の 2000 以上のところでは，明らかに Toms 効果が認められる。円管内に水が流れるとき，乱流域で成り立つことが知られている Prandtl-Kármán の抵抗公式

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \times \log_{10}(R_e \sqrt{f}) - 0.8 \dots \dots \dots (11)$$

が図-5 の上に示されているが，この曲線を Reynolds 数が 2000 よりも小さい範囲まで伸ばすと，層流を示す直線と， $R_e = 1000$ ， $f = 0.064$  にて交わる。ポリマー流では，この点より Reynolds 数が少し小さいところで，すでに層流の直線よりはずれ始めるようである。そして， $R_e < 2000$  の範囲では，一般的にいえることとして，流れが層流であるとすれば同一管径においては，濃度が高いほど見かけの粘性は大きい。つまり， $f \cdot R_e = 64$  よりのはずれが大きい。特に管径が小さいほど，濃度による差は著しく，濃度が大きいもの（たとえば，75, 95 ppm）は，Reynolds 数が 500 付近で，水での遷移に似た現象が見られる。そして，濃度をパラメーターとしてみたとき，Reynolds 数が 1000 付近において，濃度の違いによる抵抗係数  $f$  の差が最大となり，Reynolds 数がそれより大きくなるにしたがって，この濃度による  $f$  の差はしだいに小さくなる。

等濃度のときは，管径が大きいほど，同じ Reynolds 数に対して抵抗係数  $f$  は大きい。つまり管径が小さいほど，ポリマーによる抵抗減少が大きいことを示している。ただし，これは乱流域と考えられる  $R_e > 2000$  の範囲についてであって，これより小さな Reynolds 数のところでは逆である。このことは，図-3 の  $V-P$  曲線からもわかる。また，Reynolds 数を固定すると，平均流速  $u_m$  と管径  $D$  は反比例するので， $D$  が大きいほど  $u_m$  は小さく，したがって管内のせん断力も小さくなっていると考えられる。それゆえ，Toms 効果は，せん断力に密接に関係していることを示している。せん断力については，後でさらに述べてみたい。

ところで，図-4 によると，静止粘性係数が，濃度  $C$  と管径  $D$  で，どのように変化するかがわかるが，管径による傾向はこの図からはつかみにくい。 $D$  が 0.095 cm のときの値を除けば，当然ではあるが，濃度の増加とともに粘性が大きくなることははっきりわかる。ま

た，濃度がさらに大きくなれば，ポリマーの粘度もさらに大きくなって，全体としての抵抗が増すために，Toms 効果にはその極大をもたらすポリマーの濃度が存在するはずであるが，35~95 ppm の範囲のデータからは，そのような濃度は得られなかった。なお，35 ppm の濃度については，管径による  $f-R_e$  曲線の差がほとんどなかったので，実験式を求めてみると，

$$\frac{u}{u_*} = 15.09 \log_{10} \frac{u_* y}{\nu} - 4.22$$

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 5.35 \log_{10} R_e \sqrt{f} - 8.99$$

である。そして濃度の増加によって，5.35 と 8.99 の値は大きくなる傾向があるようである。

(3)  $A_s$  の変化について

ポリマー稀溶液流の乱流流速分布は対数則に従い，カルマン定数  $\kappa$  は溶媒である水の値と差異はない。ただ，対数則分布の定数項  $A_s$  に変化が起こることが知られている（カルマン定数の変化を考えての理論展開では，いずれも現象を完全に説明できない）。このためいわゆる Toms 効果が発生すると解釈される。 $A_s$  の変化は，以下に述べるように，粘性底層（Couette 層流）の安定性の増加とみなされる。

Prandtl の運動量輸送理論によれば，乱流による摩擦応力  $\tau$  は，混合距離  $l$  を用いて

$$\tau = \rho l^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \frac{du}{dy} \dots \dots \dots (12)$$

で示される。そして，壁での摩擦応力を  $\tau_0$  とし， $l = \kappa y$  とおく。これを積分して

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= A_s + 5.75 \log_{10} \frac{u_* y}{\nu} \\ \frac{u_0}{u_*} &= A_s + 5.75 \log_{10} \frac{u_* a}{\nu} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (13)$$

ここで，普通の流体の場合は  $A_s = 5.5$  とすれば実験と良く一致することが確かめられている。しかし，ポリマー稀溶液では  $A_s$  はこの値とは異なっていると考えられる。一方，Ernst<sup>10)</sup>の実験によれば，Karman 定数  $\kappa$  は溶媒と変わらないことが認められている。この点でも土砂流とは大いに異なっている。

さらに，円管断面について積分して，平均流速  $u_m$  を求めると

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{u_0}{u_*} - \frac{3}{2\kappa}$$

$$= (A_s - 3.75) + 5.75 \log_{10} \frac{u_* a}{\nu} \dots \dots \dots (14)$$

となるが，ポリマーでは， $A_s \neq 5.5$  と考えて

$$4A_s = A_s - 5.5$$

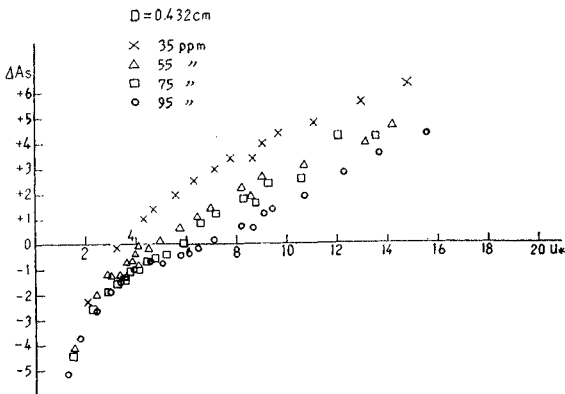
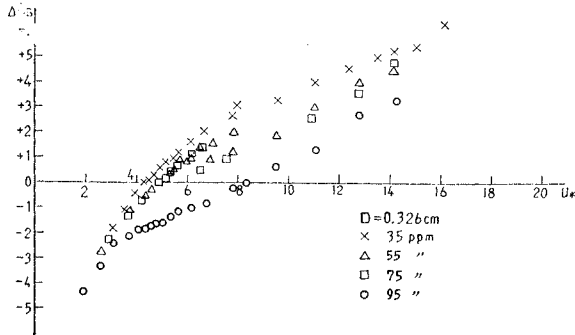
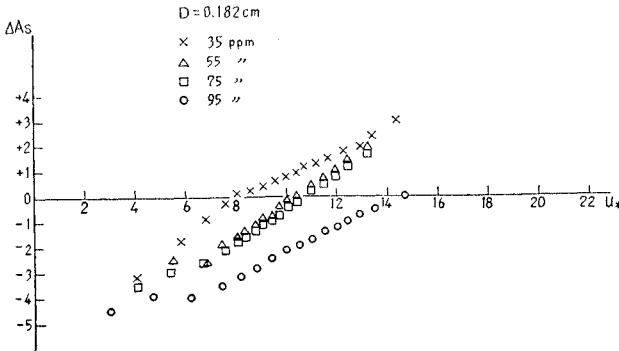
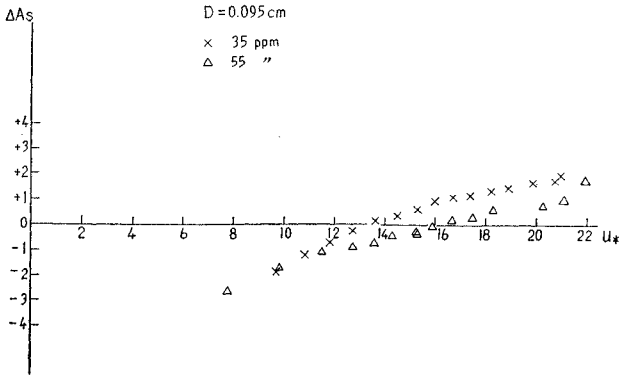


図-9  $\Delta A_s - u_*$

$$= \frac{u_m}{u_*} - 1.75 - 5.75 \log_{10} \frac{u_* a}{\nu} \dots\dots\dots (15)$$

として、 $A_s$  の 5.5 からのずれ  $\Delta A_s$  を定義する。

ところで、粘性底層内の流速分布は

$$\frac{u}{u_*} = \frac{u_* y}{\nu} \dots\dots\dots (16)$$

であり、 $y = \delta_*$  で式 (13)、(16) で与えられる流速が一致する。この  $\delta_*$  は次の関係を満たす。

$$u_* \delta_* / \nu = R_* (= 11.6) = \text{const} \dots\dots\dots (17)$$

この  $R_*$  は粘性底層が直線せん断流 (Couette 流) が安定である臨界レイノルズ数の指標とみなされている。式 (13)、(16)、(17) より  $A_s$  は  $R_*$  の関数であり、式 (18) のようになる。

$$A_s = R_* - 5.75 \log_{10} R_* \dots\dots\dots (18)$$

したがって  $\Delta A_s$  が 0 ではないことは、ポリマーの溶解により粘性底層の Couette 流的安定性が変化 (この場合は増加) したと考えられる。 $\Delta A_s$  を  $u_*$  に対してプロットしたものが 図-9 であり、Reynolds 数に移し換えたものが 図-10 である。

対数法則での定数項の変化量  $\Delta A_s$  を示す 図-9 によれば、管径の小さいものについては、 $\Delta A_s = 0$  の軸の上下で、勾配が異なっている。この図での  $\Delta A_s = 0$  の軸上では、流れの抵抗が

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log_{10} Re \sqrt{f} - 0.91 \dots\dots (19)$$

で与えられる。水の乱流域では  $\Delta A_s$  が 0 となるはずであるから、ポリマーでは明らかに流れの状態が水とは違っていると同時に、 $\Delta A_s = 0$  の軸を境として、上と下では流れの状態が異なっていることがわかる。 $\Delta A_s < 0$  のところでは、層流の  $Re \cdot f = 64$  の場合に相当する。そして、 $\Delta A_s > 0$  のところでは、 $\Delta A_s = 0$  を境として折れ曲がり、さらに傾きが小さくなることから、乱流状態に近づいていることを示していると考えられる。この折れ点に相当する Reynolds 数は、およそ 1000 あるいはそれ以下である。

図-10 は  $\Delta A_s$  を Reynolds 数に対してプロットし直したもので、 $Re \cdot f = 64$  の層流に対応する曲線を破線で示してある。この図からも、層流からはずれ始める Reynolds 数は 1000 以下であるといえる。そして、同じ管径では、濃度が大きいほど、小さな Reynolds 数ではずれ始める。また、同じ濃度については、管径の違いによる Reynolds 数の差は、濃度の違いによるもの比べると小さい。つまり、濃度が流れの状態を規定する重要な因子であることを示している。



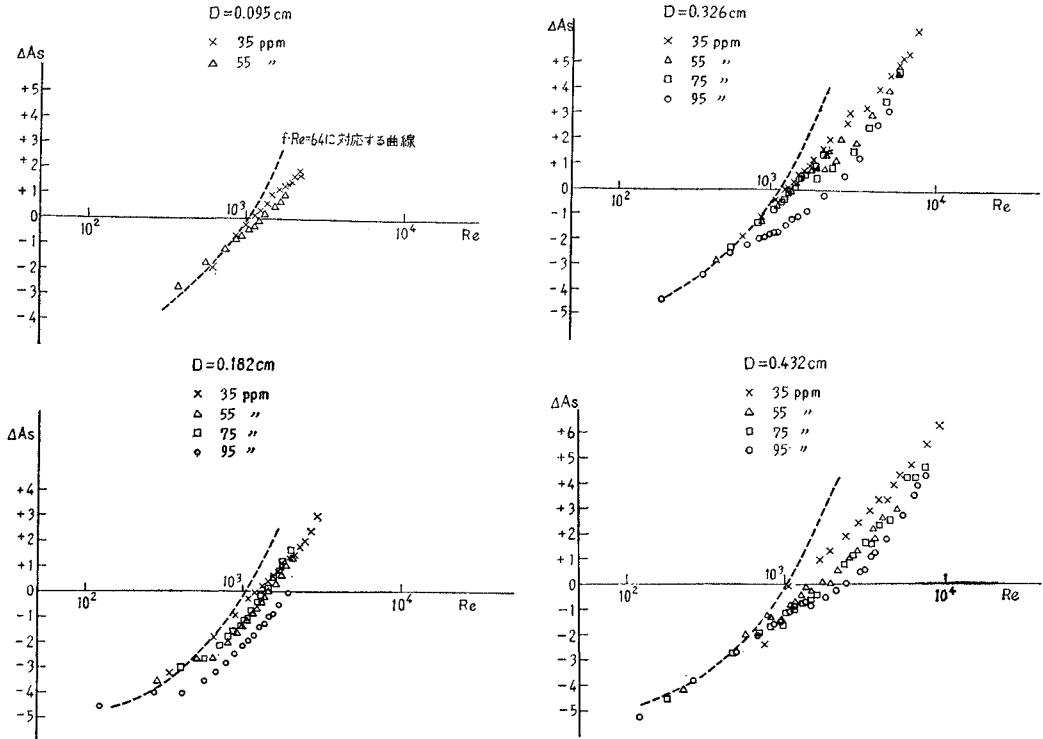


図-10  $\Delta A_s - Re$

Goren と Norbury<sup>11)</sup> によれば、Toms 効果があらわれるのは、ある限界の Reynolds 数以上になったときで、濃度によらないとし、その Reynolds 数をおよそ 11 150 と与えている。しかし、今回の実験結果によれば疑わしい。

図-7 に示したように、円管内のポリマー液では、Reynolds 数が約 800 を越えると、流脈が乱れ始め、小規模の拡散が見られる。このことは Reynolds 数が、1 000 以下のところで  $f \cdot Re = 64$  の線よりはずれることと関係がありそうである。また、Chun と Schwarz<sup>12)</sup> も流体の非 Newton 性が大きくなるにつれて、限界 Reynolds 数が小さくなると述べている。このことは次のように考えられる。ポリマー液の  $\mu$  はせん断応力  $\tau$  がある臨界値を越えると、一定値ではなく  $\tau$  あるいは  $du/dy$  の関数となる。その結果、層流流速分布も Hagen-Poiseuille 流れの場合と徐々に変わってきて、乱流への遷移 Reynolds 数も単純流体の場合より小さくなる（もっとも、Hagen-Poiseuille 流れの限界 Reynolds 数は線形安定

理論により十分解明されていないが）。ただ問題は、 $f - Re$  曲線からわかるように、層流から徐々にはずれるから、層流と乱流の境界はどこにしたら良いのかということである。なお、Reynolds 数がさらに大きくなると Toms 効果が消えるのではないかとこの疑問があるが、Goren らの実験によれば、Reynolds 数が  $10^5$  を越えても、その傾向は全く見られない。

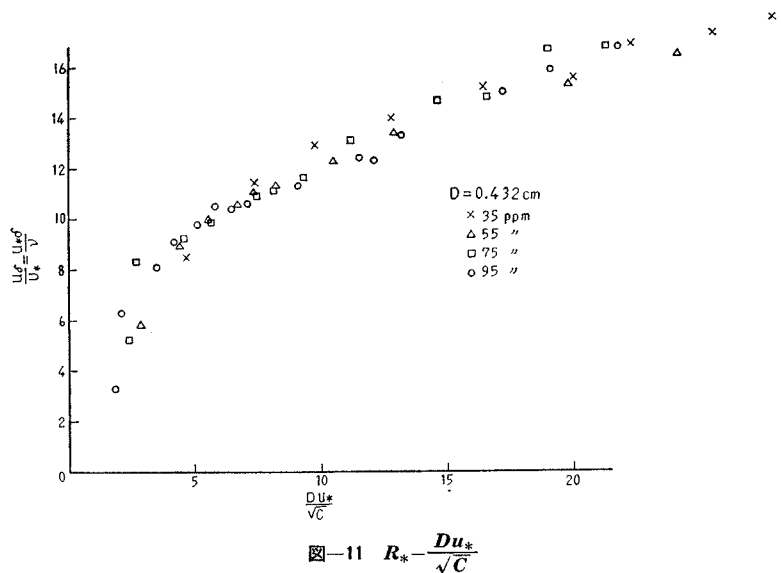


図-11  $R_* - \frac{Du_*}{\sqrt{C}}$

(4) 濃度と管径の Toms 効果におよぼす影響について——Toms 効果の予測式

すでに述べたように、Toms 効果は粘性底層限界レイノルズ数の変化として捉えるほうがより合理的である。そこで式 (18) により、 $u_\delta/u_*$  すなわち  $u_*\delta/\nu=R_*$  (ここに、 $\delta$ : 粘性底層厚さ、 $u_\delta$ : 粘性底層上端の速度、 $\nu=\mu_0/\rho$ ) を求め、これとこれまでの実験結果の検討より明らかになった Toms 効果に關係する因子  $u_*$ ,  $C$ ,  $D$  との關係を考へてみる。Toms 効果はポリマー分子にかかるせん断応力  $\tau_0=\rho u_*^2$  に關係するから、一分子あたりの受けもつ応力の指標として  $u_*^2/C$  あるいは  $u_*/\sqrt{C}$  と  $R_*$  の關係をプロットしてみると非常に良い關係曲線が得られる。さらに、管径効果を含んだ index  $Du_*/\sqrt{C}$  と  $R_*$  をプロットしたのが 図-11 である。 $D^2$  は管の断面面積を表わすから、ポリマー分子の置かれた場所の広がりみたくないものと解釈されるが、まだはっきりとはしていない。いずれにしても、管径  $D$  も Toms 効果を考へる上で重要なパラメーターである。なお座標の  $u_*\delta/\nu$  と  $Du_*/\sqrt{C}$  のどちらにも  $u_*$  が含まれているので、そのための相関ではないかと心配されるが、 $D$  については4倍ほど、 $\sqrt{C}$  についても約2倍ほどの範囲があるから、にせの相関ではないと判断される。

これによると、水の場合とは違つて、 $R_*=u_\delta/u_*=11.6$  ではなく、 $u_*$  の増加によつて  $R_*$  の値も大きくなつてゐる。そこで、

$$R_* = \frac{u_\delta}{u_*} = \frac{u_*\delta}{\nu} = 11.6 F(u_*; C, D) \dots\dots\dots (20)$$

とおいて、 $F(u_*; C, D)$  と  $\frac{D}{\sqrt{C}} u_*$  の平均的な關係を見ると 図-12 のようになる。なお、 $C \rightarrow 0$ ,  $Du_*/\sqrt{C} \rightarrow \infty$  では水の特性に近づき  $F \rightarrow 1$  でなければならない。なぜなら、 $C \rightarrow 0$  は水を意味し、 $D \rightarrow \infty$  については、管径の増大とともに Toms 効果が小さくなることに對し、 $u_* \rightarrow \infty$  は大きなせん断の中でポリマー分子が破壊されることに對するからである。しかし、本実験の範囲では曲線のこの部分は表われていない。

結局、ポリマーによる Toms 効果の予測式として次の諸式を得る。

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log_{10} R_e \sqrt{f} + \frac{A_s - 8.08}{2.83} \dots\dots (21)$$

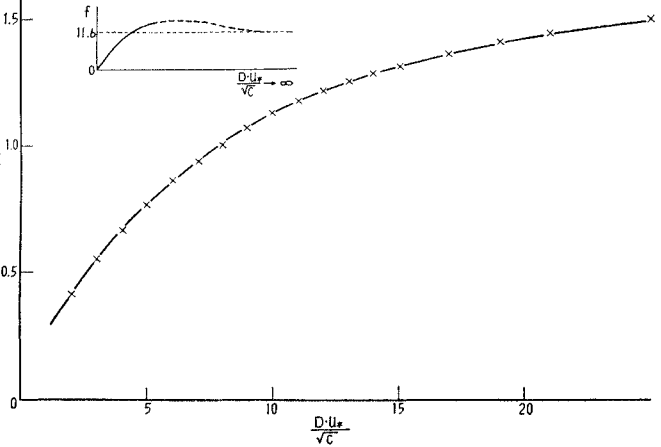
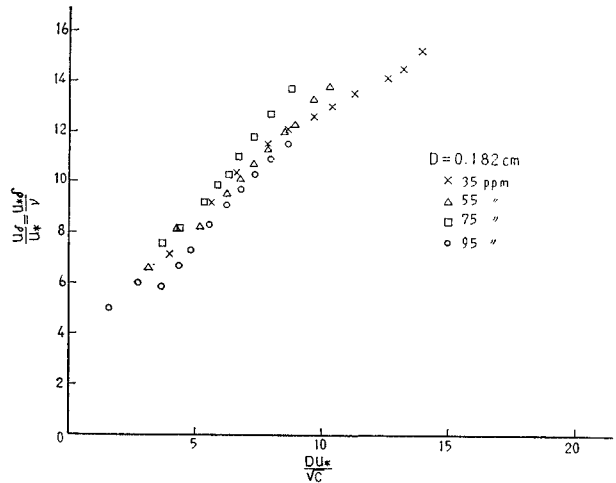
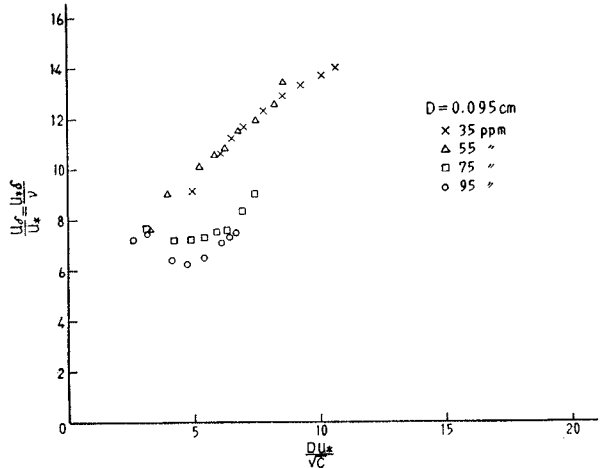


図-12

ここで、

$$A_s = R_* - 5.75 \log R_* = 11.6 F - 5.75 \log_{10}(11.6 F)$$

であるから、

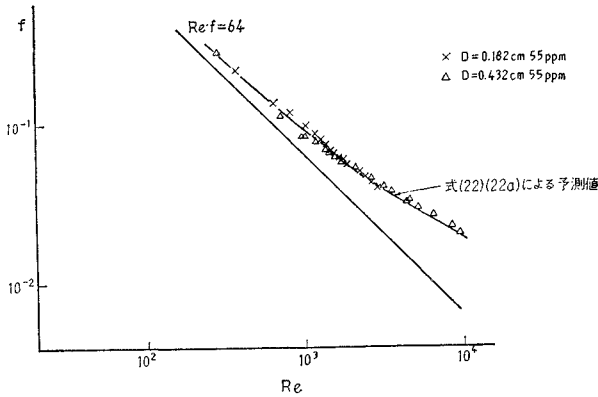


図-13

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = (2.03 \log_{10} Re \sqrt{f} - 0.91) + (4.1 F - 2.03 \log_{10} F - 4.1) \dots (22)$$

となって、Toms 効果は、滑面での Darcy・Weisbach 式の定数項の変化として表わせる。F と  $Du_* / \sqrt{C}$  の関係は二次式で近似すると

$$\left. \begin{aligned} \frac{Du_*}{\sqrt{C}} &= 4.54 F^2 + 3.0 F & \frac{Du_*}{\sqrt{C}} < 5 \\ \frac{Du_*}{\sqrt{C}} &= 11.8 F^2 - 8.0 F + 4.15 & 5 < \frac{Du_*}{\sqrt{C}} < 12 \\ \frac{Du_*}{\sqrt{C}} &= 76.2 F^2 - 160.8 F + 94.7 & \frac{Du_*}{\sqrt{C}} > 12 \end{aligned} \right\} \dots (22. a)$$

となる。図-13 に上式によるものと実験データの比較が示されている。

(5) ポリマー稀溶液流の力学機構

本研究の基本的態度は、すでに序論でも述べたごとく、従来主に行なわれてきた2つの立場、すなわち、まずポリマー流に関する流体方程式の仮説をたてこれを解いてポリマー効果を説明しうるか否かを調べるとか、あるいはポリマー分子のミクロな構造への作用を精密な計算により測定しようとするなどをやめ、むしろ平均流とか抵抗係数とかマクロなオーバオールであるが、しかし測定精度の信頼しうる状態量を測定し、この結果を従来の流体力学像と比較しつつ、多種類の実験結果のいずれをも矛盾なく説明しうるポリマー流に関する流体力学的物理像を帰納的に導こうとするものである。

(i) まず、ポリマー稀溶液流れでは層流から乱流への遷移が早められかつ滑らかな移行が行なわれることが、トレーサー実験と抵抗係数実験から認められた。これはポリマー流の非ニュートンの特性のため  $Re_e$  の増加につれて Poiseuille 流れの流速分布からの変化が生じ、この基本流速分布の不安定性が Poiseuille 流よりも小さい Reynolds 数で起こるためと考えられる。

(ii) 次に乱流域について考察する。土砂流ないしは粒子浮遊流では、流域の見掛けの動粘性の増加のために流れの壁面近くの構造変化——粘性底層厚の増加と粘性逸散の高い層の排除——が生じ、一方流れの outer layer では固体粒子の存在による実質エネルギー逸散体積の減少と固体粒子加速による混合距離の短縮（カルマン定数の変化）が生じた<sup>13),14)</sup>。

ポリマー流の場合、outer layer では、上述の固体粒子による二つの効果は期待しえない。事実、ポリマー流のカルマン定数は変化せず、また壁面にポリマー流をしみ出させた場合、すなわち outer layer にポリマーが存在しない場合にもい

わゆる Toms 効果が発生することは上の推論を実験的に裏付けるものである。したがって、ポリマー効果は viscous sublayer を主とする inner layer で発生するものと考えられる。すでにみたように、それは流速分布則における定数項  $A_s$  の増加であり、それはポリマーによる粘性底層 (laminar Couette 流) の層流安定の限界 Reynolds 数  $R_* = u_* \delta / \nu$  増加と解釈される。ところで安定限界  $Re_e$  に関与する動粘性係数は厳密には静止粘性係数  $\nu_0$  ではなく、せん断力のかかったそのときの動粘性係数  $\nu_p$  で決まるから

$$R_* = \frac{u_* \delta}{\nu_0} = \left( \frac{u_* \delta}{\nu_p} \right) \left( \frac{\nu_p}{\nu_0} \right)$$

と書き換えれば、 $\nu_p / \nu_0 > 1$  であることでも  $R_*$  が溶媒のみの場合の 11.6 より増加することに寄与している。もしこの点のみで Toms 効果が説明しうるとすれば、Toms 効果は単にポリマー稀溶液の粘性係数の非ニュートン流体的変化として kinematic に説明しうる。しかし、図-3 の 1（ほとんど層流状態でしかもハイ・シヤ）からも  $\nu_p / \nu_0$  が 50% も増加することは認められない。したがって、安定限界 Reynolds 数の増加は、ポリマー稀溶液の粘性底層の dynamic な挙動に求めなければならない。それには前報に述べたポリマー分子による“変形補強効果”<sup>15)</sup> の概念などを成式化することにより可能であろう。

5. 結 論

以上をまとめてみると

(1) ポリマー (PEO) 液の静止粘性係数は、水の粘性係数より大きく、濃度の増加とともに大きくなる。そのため、Reynolds 数が 2000 以下では明らかに水より抵抗係数は大きい。

(2) ポリマー液は、少なくとも 100 ppm 以下の濃度ではダイラタントの性質を示す。

(3) ポリマー流は Reynolds 数が 1000 以下で層流からはずれ始め、水の場合より小さな Reynolds 数で乱流に遷移していると思われ、濃度が大きいほど、そのはずれ始める Reynolds 数は小さい。これは、ポリマー流の非ニュートンの物性のために基本流の流速分布が Poiseuille 流れからずれて、攪乱に対する安定性が減少するためであると考えられる。

(4) ポリマー流では、流速分布および抵抗係数に関する定数  $A_s$  は一定値とならず、Reynolds 数の関数である。ポリマー効果 (Toms 効果) はこの  $A_s$  の増加によるものであり、これは力学機構的には粘性底層 Couette 流れの安定限界 Reynolds 数  $R_* = u_* \delta / \nu$  がニュートン流体の場合の値 ( $R_* = 11.6$ ) より増加することによる。

(5)  $f$  の減少、すなわちポリマー効果は、壁面せん断応力  $\tau_0 (= \rho u_*^2)$ 、ポリマー濃度  $C$ 、管径により評価でき、これらより作られる無次元パラメーター  $Du_* / \nu \sqrt{C}$  を用いて式 (22) (図-12) のように表わすことができる。

## 6. あとがき

本研究は、東工大土木工学科卒業研究として、昭和45年7月より46年1月にわたって行なわれた実験をも

とにしている。本研究に対して有益なご意見をいただいた吉川教授他研究室の方々、また実験に協力された古沢技官に謝意を表します。

## 参考文献

- 1) Toms, B.A. : Proc. 1st Int. Congress on Rheology (1948)
- 2) Virk, P.S., ほか : Modern Developments in the Mechanics of Continua, 37, Academic Press (1966)
- 3) Walsh, M. : Int. Shipbuild. Prog. 14-152 (1967)
- 4) Lumley, J.L. : Phys. Fluid, 7-3 (1964-3)
- 5) 富田 : 機械学会論文集, 32-234, (1966-2)
- 6) Reiner, M. : レオロジーの基礎理論, コロナ社
- 7) Peterlin, A. : J. Polymer Sci. 8, 621 (1952)
- 8) Selby, T.W. : Am. Soc. Testing Mater. Spe. Tech. Publ. 299 (1964)
- 9) Eirich, F.R. 編 : Rheology, Vol. IV, Academic Press (1967)
- 10) Ernst, W.D. : Turbulent Flow of an Elasticoviscous Non-Newtonian Fluid
- 11) Goren, Y. & Norbury, J.F. : Trans. ASME (1967-12)
- 12) Chun, D.H. & Schwartz, W.H. : Phys. Fluid 11-3 (1968-1)
- 13) Hino, M. : Proceedings of the Thirteenth Japan National Congress for Applied Mechanics (1963)
- 14) Hino, M. : Proceedings of the Fifteenth Japan National Congress for Applied Mechanics (1965)
- 15) 日野幹雄・長谷川佐代子 : ポリマー稀溶液に関する流体力学的な 2・3 の実験 (1969)

(1972. 10. 19・受付)