

## 拡幅を伴う流路変動について

### RIVER-BED VARIATION WITH BANK EROSION

平野宗夫\*  
By Muneo Hirano

#### 1. まえがき

側岸が固定された流路における河床変動については、従来から多くの研究が行なわれており、一次元解析による計算法がほぼ確立されているといえる。しかし、沖積河川においては、側岸が浸食性である場合がむしろ一般的であり、蛇行や拡幅などの水平方向の変動を伴うのが普通である。このような変動現象のうち、流路の蛇行については、蛇行形状やその発生条件などを主な対象とする調査や研究が古くから行なわれており、その性状はある程度明らかにされてきている。一方、流路の拡幅現象は、側岸浸食のはげしい山地河川や、砂州の形成される河口部における流路変動などを予測するうえで重要な問題であるばかりでなく、蛇行の発生とも密接に関連する現象として注目されはじめ、いくつかの水理学的解析が試みられている。たとえば、長谷川・工藤・山岡<sup>1)</sup>は、直線水路の側方浸食機構に関して次元解析的なモデルを考え、流積を一定として拡幅計算を行ない、中藤・足立<sup>2)</sup>は、拡幅を伴う河床変動に関して、水路幅を未知関数とする拡散式を導いている。また、芦田・村本・奈良井<sup>3)</sup>は、側岸から土砂が供給される矩形水路の河床変動の式を導くとともに、側岸からの供給土砂量に関する式を仮定して拡幅と河床変動の計算を行なっている。しかし、いずれも導入された諸仮定に検討の余地があり、なお問題は残されているように思われる。

本論文においては、流路が蛇行せずに拡幅する場合がとりあつかわれており、まず、河床が横断方向に傾斜した斜面上において、流路変動に関する基礎式が導かれている。次に、河床を水平に近い河床領域と側岸近くの斜面領域とに分割したモデルを想定し、それぞれの領域の境界における流砂機構を検討して流砂条件を設定することにより、拡幅を伴う流路変動の計算式が導かれていく。

る。最後に、それらの式を用いた計算値と実験値の比較がなされており、計算式の適用性が確かめられている。

#### 2. 実験およびその結果

##### (1) 実験装置および方法

実験に用いた水路は、長さ 15 m、幅 1.2 m のコンクリート製水路で、移動床の長さは約 8 m である。河床材料には、ほぼ均一の粒度分布をもつ中央粒径 0.83 mm の砂を用いた。移動床の中央部に幅 30 cm、深さ 5 cm 程度のみぞを掘り、それに一定流量を通水し、水面幅、水面形および水路横断形状を、適当な時間間隔で測定した。各実験の条件は表-1 のようである。

表-1 実験条件

実験番号	河床勾配	流量	通水時間
Run 1	0.0040	4.2 l/s	140 分
Run 2	0.0024	2.8	1 000
Run 3	0.0168	4.8	50
Run 4	0.0086	5.6	120

##### (2) 実験結果

みぞに通水を開始すると、水路幅はしだいに拡大していく。その際、側岸近くの河床砂は、斜面上を水路中央へ向って転動しながら下流へ流送される。水際付近の砂が流送されて洗掘が起こると側岸上部の砂が水中へ落ちこみ、水路が拡幅される。水面から側岸天端までの高さが低い場合には、側岸土砂の落ちこみはほぼ連続的に起こり、したがって、拡幅は連続的である。これに対して、側岸が高い場合には、水際が洗掘されると側岸はオーバーハングの状態になり、やがて上部にクラックを生じて水中へ崩落するが、崩落した土砂が流送されて河床が洗掘され、再びオーバーハングするまでは崩落が起らないので、拡幅は間けつ的になる。このような連続的拡幅

\* 正会員 九州大学講師 工学部水工土木学教室

と間けつ的拡幅の起こる限界の側岸高さは、毛管水の上昇高さと関係すると思われるが、本実験では水面上 1~2 cm 程度であった。

水路の拡幅は、図-1 に示すように、通水初期には上下流を通じてほぼ一様に起こるが、時間がたつにつれて上流部と下流部の拡幅速度に差を生じ、下流部ほど水路幅が広くなる。

これは、上流端において砂の供給がないため、上流部では河床が低下して掃流力が減少し、側岸浸食が抑制されるのに対し、下流部では、上流から流送されてきた土砂が堆積して側岸浸食が助長されることによるものと思われる。

次に、図-2 は、中流部における水路横断面形状の時間的变化の一例を示したものである。図によると、時間がたつにつれて水路幅が拡がるとともに、河床は上昇しており、側岸浸食土砂が河床に堆積することを示している。また、図-3 は、水平方向の長さを水面幅  $B$  で割った無次元長さと、水深を水理水深  $D_m (=A/B, A=$  流積) で割った無次元水深を用いて横断形状を表わしたものである。水路幅と水深は図-2 のように大きく変化してい

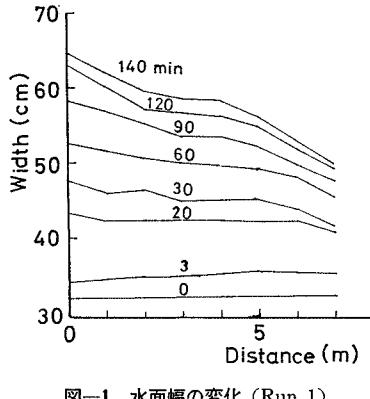


図-1 水面幅の変化 (Run 1)

るにもかかわらず、このような無次元量で表示すると断面形状はかなりの程度相似性を有することがわかる。

なお、いずれの実験においても、顕著な砂れき堆は形成されず、流路はほとんど蛇行しなかったが、Run 1 では 75 分以後、Run 4 では 60 分以後に、最深部が中心より片側に 10 cm 程度移行し、断面の非対称性が認められた。

### 3. 基礎式

#### (1) 流砂の連続の式

図-4 のように、流路横断面上の任意の点において、その接線方向に  $p$  軸、法線方向に  $r$  軸、流路方向に  $x$

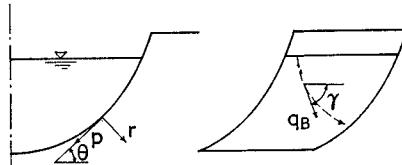


図-4 概略説明図

軸をとると、流砂の連続条件より次式が成立する。

$$\frac{\partial r}{\partial t} = \frac{1}{1-\lambda} \left( \frac{\partial q_{Bp}}{\partial p} + \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \right) \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここに、 $t$ : 時間、 $\lambda$ : 河床砂れきの空げきの割合、 $q_{Bp}$  および  $q_{Bx}$  はそれぞれ単位幅当たり流砂量  $q_B$  の  $p$  方向および  $x$  方向の成分、流砂の方向と  $x$  軸とのなす角を  $\gamma$  とすると、 $q_{Bp} = q_B \sin \gamma$ ,  $q_{Bx} = q_B \cos \gamma$  である。

#### (2) 斜面における掃流砂関数

##### a) 斜面上の限界掃流力

傾斜角  $\theta$  の斜面上に静止している砂粒に働く力は、流体力  $D_0$ 、重力  $W$  および摩擦力  $F_0$  であり、それぞれ次式で表わされる。

$$D_0 = \varepsilon C_D \alpha_1 \pi d^2 \frac{\rho u_d^2}{2} \dots \dots \dots \quad (2)$$

$$W = (\sigma - \rho) g \alpha_2 \pi d^3 \dots \dots \dots \quad (3)$$

$$F_0 = \mu_s (\sigma - \rho) g \alpha_2 \pi d^3 \cos \theta \dots \dots \dots \quad (4)$$

ここに、 $\varepsilon$ : 遮蔽係数、 $C_D$ : 砂粒の抗力係数、 $d$ : 砂粒の粒径、 $\alpha_1$ : 砂粒の面積係数で球の場合は  $1/4$ 、 $u_d$ : 砂粒に作用する流速、 $\sigma$ : 砂粒の密度、 $\rho$ : 水の密度、 $g$ : 重力の加速度、 $\alpha_2$ : 砂粒の体積係数で球の場合は  $1/6$ 、 $\mu_s$ : 砂粒の水中静摩擦係数である。移動限界状態においては、これらの力が斜面上でつり合っているから、

$$\sqrt{D_0^2 + (W \sin \theta)^2} = F_0 \dots \dots \dots \quad (5)$$

上式に式 (2) ~ (4) を代入して整理すると、

$$\tau_{*cs} = \mu_s \chi_s \cos \theta \sqrt{1 - \tan^2 \theta / \mu_s^2} \dots \dots \dots \quad (6)$$

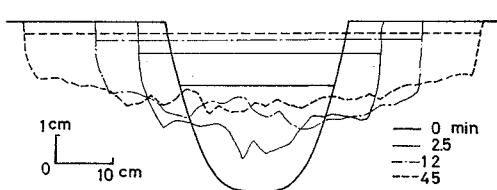


図-2 断面形状の変化 (Run 3)

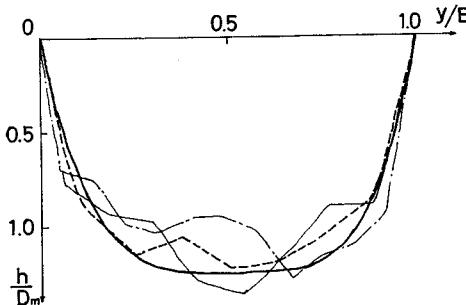


図-3 断面形状の無次元表示 (Run 3)



$$= \frac{\tau_*}{\tau_{*c} \cos \theta} \sqrt{1 + \left( \frac{\tan \theta}{\mu_s} \frac{\tau_{*c} \cos \theta}{\tau_*} \right)^2} \quad (20)$$

$(\tan \theta / \mu_s \cdot \tau_{*c} \cos \theta / \tau_*)^2 \ll 1$  の場合には,

$$T_* = \frac{\tau_*}{\tau_{*c} \cos \theta} \quad (21)$$

また, 移動限界状態における  $T_*$  を  $T_{*c}$  とすると

$$T_{*c} = 1 \quad (22)$$

したがって,  $q_B$  に関して次式の関係が予想される。

$$\frac{q_B}{u_* d} = f_2 \left( T_*, \frac{\tan \theta}{\mu_s} \right) \quad (23)$$

さらに,  $(\tan \theta / \mu_s \cdot \tau_{*c} \cos \theta / \tau_*)^2 \ll 1$  の場合には,

$$\frac{q_B}{u_* d} = f_3(T_*) \quad (24)$$

さて, 通常の流砂量の式は次式で表わされることが多い。

$$\frac{q_B}{u_* d} = K (\tau_* - \tau_{*c})^m \quad (25)$$

ここに,  $K$  および  $m$  は定数である。したがって, 斜面において式 (24) が成り立つとすれば,

$$\frac{q_B}{u_* d} = K_1 (T_* - 1)^m \quad (26)$$

としてよいであろう。さらに,  $T_*$  として式 (21) を用いれば

$$\frac{q_B}{u_* d} = K \left( \frac{\tau_*}{\cos \theta} - \tau_{*c} \right)^m \quad (27)$$

ここに,  $K = K_1 / \tau_{*c}^m$

#### 4. 流路拡幅の計算式

##### (1) 流路断面のモデル化

流砂量の式と流砂方向の式が与えられれば, それらを連続の式 (1) に適用することにより, 流路断面の変形過程を計算することが原理的には可能である。しかし, 式 (1) の逐次計算は非常に手間がかかるということのほかに, 前節で求めた流砂量と流砂方向の式が, 斜面勾配の急な水際付近においても適用できるかどうかという点に問題がある。そこで, ここでは, 図-7 のように, 流路断面を, 河床が水平に近く, 流砂量および流砂方向の式 (27) および (16) が適用できる河床領域と, 斜面としての特性の強い斜面領域とに分けて考えることにする。斜面領域においては, 式 (27) および (16) が適用できるかどうか疑問であるが, 境界における値は, それぞれ次のように与えることができる。

$$\text{水際 } (y=b) : q_{Bp} = (1-\lambda) H' \frac{\partial b}{\partial t} \left. \begin{array}{l} \\ \sin \gamma = 1 \end{array} \right\} \quad (28)$$

河床領域との境界 ( $y=b_s$ ) : 河床領域における値に接続

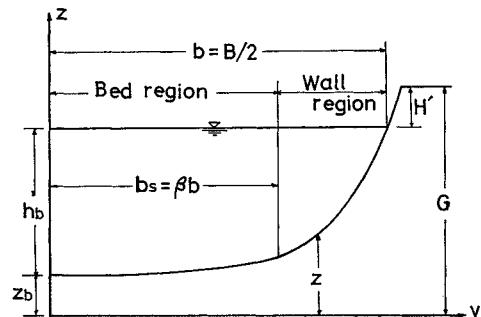


図-7 流路断面のモデル

ここに,  $y$ : 水路中央より横断方向にはかった長さ,  $b$ : 水面幅の  $1/2$ ,  $H'$ : 水面から側壁天端までの高さ,  $b_s$ : 水路中央から河床領域と斜面領域との境界までの距離である。このように, 境界における流砂と流砂方向が計算できるので, 断面の各地点の値がわからなくても, 断面形状が与えられれば, 式 (1) の計算は可能になり, かつ非常に簡略化される。そこで, 次に, 断面形を仮定することにする。流路の横断形状は, 主として, 水路中央の水深  $h_b$  と流路幅によって規定されると思われる所以, 次式

$$\frac{z-z_b}{h_b} = f(\eta, s) \quad (29)$$

$$\eta = y/b, s = h_b/b$$

を用いることとする。ここに,  $z$ : 河床高,  $z_b$ : 水路中央の河床高である。式 (29) の満たすべき条件としては

$\eta=0$  において  $f=0$  および  $\partial f / \partial \eta = 0$

$$\eta=1 \text{ において } f=1 \text{ および } \partial f / \partial \eta = \frac{b}{h_b} \tan \varphi_r$$

などが考えられる。ここに,  $\varphi_r$  は砂れきの水中安息角である。また, 式 (29) を用いて断面の諸特性値を表わすと,

$$A = 2 b h_b \left( 1 - \int_0^1 f d\eta \right), \tan \theta = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{h_b}{b} \frac{\partial f}{\partial \eta}$$

$$P_w = 2 b \int_0^1 \sqrt{1 + \left( \frac{h_b}{b} \frac{\partial f}{\partial \eta} \right)^2} d\eta, h = h_b (1-f)$$

ここに,  $A$ : 流積,  $P_w$ : 潤辺,  $h$ : 水深である。

##### (2) 流路変動の式

図-4 および図-7において,  $dz \cos \theta = -dr$ ,  $dy = -dp \cos \theta$  だから, 連続の式 (1) を横断方向に積分し,  $q_{Bp}$  について式 (28) および  $y=0$  において  $q_{Bp} = 0$  という条件を用いると, 次式がえられる。

河床領域 :

$$\int_0^{b_s} \frac{\partial z}{\partial t} dy = \frac{q_{Bp}s}{1-\lambda} - \frac{1}{1-\lambda} \int_0^{b_s} \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta dy \quad (30)$$

斜面領域：

$$\int_{b_s}^b \frac{\partial z}{\partial t} dy = H' \frac{\partial b}{\partial t} - \frac{q_{Bps}}{1-\lambda} - \frac{1}{1-\lambda} \int_{b_s}^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta dy \quad (31)$$

ここに,  $q_{Bps}$  は  $y=b_s$  における  $q_{Bp}$  の値である。

上式に式 (29) を代入して整理すると,

$$\begin{aligned} & \beta \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial h_b}{\partial t} \left( \int_0^\beta f d\eta + s \int_0^\beta \frac{\partial f}{\partial s} d\eta \right) \\ & - s \frac{\partial b}{\partial t} \left\{ \beta f(\beta, s) - \int_0^\beta f d\eta + s \int_0^\beta \frac{\partial f}{\partial \eta} d\eta \right\} \\ & = \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^{b_s} \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta dy \end{aligned} \quad (32)$$

および

$$\begin{aligned} & (1-\beta) \frac{\partial z_b}{\partial t} + \frac{\partial h_b}{\partial t} \left( \int_\beta^1 f d\eta + s \int_\beta^1 \frac{\partial f}{\partial s} d\eta \right) - \frac{\partial b}{\partial t} \\ & \times s \left\{ 1 - \beta f(\beta, s) - \int_\beta^1 f d\eta + s \int_\beta^1 \frac{\partial f}{\partial \eta} d\eta + \frac{H'}{h_b} \right\} \\ & = - \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_{b_s}^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta d\eta \end{aligned} \quad (33)$$

ここに,  $\beta=b_s/b$  である。

式 (32) および (33) において,  $f(\eta, s)$  の関数形が与えられれば,  $b$ ,  $z_b$  および  $h_b$  の変化を計算することができる。著者らは, 文献 5) において, 断面形状を指數式と仮定して計算を行なったが, 計算はかなり複雑になる。しかし, 式 (32) および (33) の中には, 影響の少ない項も含まれているので, これらの項を除いて計算を簡略化するために簡単な断面形に適用してみよう。

### a) 台形断面

斜面勾配が  $1:N$  の台形断面を仮定すると,

河床領域 :

$$f(\eta, s) = 0, \int_0^\beta f d\eta = 0, \int_0^\beta \frac{\partial f}{\partial s} d\eta = 0, \sec \theta = 1$$

斜面領域 :

$$f(\eta, s) = (\eta + Ns - 1)/Ns, \int_\beta^1 f d\eta = Ns/2,$$

$$\int_\beta^1 \frac{\partial f}{\partial s} d\eta = N/2$$

および,  $\beta=1-Ns$ ,  $f(\beta, s)=0$

となるのでこれらを式 (32) および (33) に代入すると

$$(1-Ns) \frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^{b_s} \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} dy \quad (34)$$

$$\begin{aligned} & s \left( 1 + \frac{H'}{h_b} \right) \frac{b}{\partial t} Ns = \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} + \frac{1}{(1-\lambda)b} \\ & \times \int_{b_s}^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta dy \end{aligned} \quad (35)$$

ここに,  $H=z_b+h_b$  は水位である。さらに,  $N \partial H / \partial t \ll \partial b / \partial t$  の場合には,

$$\begin{aligned} & s \left( 1 + \frac{H'}{h_b} \right) \frac{\partial b}{\partial t} = \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} + \frac{1}{(1-\lambda)b} \\ & \times \int_{b_s}^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} \sec \theta dy \end{aligned} \quad (36)$$

実験結果によると, 各実験とも, 水位  $H$  の時間的変化の割合は, 水面幅  $b$  のそれに比しかなり小さい(図-2 参照)。したがって, 流れが定流の場合には, 式 (36) が適用できるように思われる。また, 流れが不定流の場合でも, 側岸浸食が活発な場合には, 式 (35) において右辺第1項は右辺第2項に比し無視できるから, 流量が増大して水位が上昇するような場合には, 式 (36) を適用して差支えないであろう。しかし, 流量が減少して水位が低下する場合には, 側岸浸食が小さくなるにつれて, 式 (35) の右辺第1項は無視できなくなると考えられる。

### b) 広矩形断面

広矩形断面とみなされる場合には,  $b_s=b$  とおいて,

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} dy \quad (37)$$

$$s \left( 1 + \frac{H'}{h_b} \right) \frac{\partial b}{\partial t} = Ns \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)b} \quad (38)$$

さらに,  $\partial H / \partial t \ll \partial b / \partial t$  の場合には,

$$\frac{\partial z_b}{\partial t} = s \left( 1 + \frac{H'}{h_b} \right) \frac{\partial b}{\partial t} - \frac{1}{(1-\lambda)b} \int_0^b \frac{\partial q_{Bx}}{\partial x} dy \quad (39)$$

$$\frac{\partial b}{\partial t} = \frac{q_{Bps}}{(1-\lambda)(h_b + H')} \quad (40)$$

式 (39) において,  $\partial b / \partial t = 0$  の場合には, 通常の河床変動の式に一致する。

### c) 広矩形断面で, $\partial q_{Bx} / \partial x = 0$ の場合

流れが等流に近く, 流れ方向の  $b$  の変化が小さい場合には,  $\partial q_{Bx} / \partial x = 0$  とおけるから, 式 (39) より

$$b \frac{\partial z_b}{\partial t} = (h_b + H') \frac{\partial b}{\partial t} \quad (41)$$

側壁天端の高さを  $G$  とすると,

$$h_b + H' = G - z \quad (42)$$

だから, 上式を式 (41) に代入して積分すると次式がえられる。

$$\frac{h_b + H'}{h_{b0} + H'_{0'}} = \frac{b_0}{b} \quad (43)$$

ここに,  $h_{b0}$ ,  $H'_{0'}$  および  $b_0$  はそれぞれ時刻  $t=0$  における  $h_b$ ,  $H'$  および  $b$  の値である。上式を式 (40) に代入して,

$$\frac{\partial b_*}{\partial \tau} = b_* \omega_{ps} \quad (44)$$

ここに,  $b_* = b/b_0$ ,  $\tau = q_{Bps0} \cdot t / (1-\lambda) b_0 (h_{b0} + H'_{0'})$ ,  $\omega_{ps} = q_{Bps}/q_{Bps0}$  および  $q_{Bps0}$  は  $t=0$  における  $q_{Bps}$  の

値である。

次に、流砂量および流砂方向の式として、式(27)および(16)を用い、 $\cos\theta=1$  および  $\sin r=\tan r$  すると、

$$\frac{q_B p_s}{u_* d} = K \frac{\tan \theta_s}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \dots \dots \dots \quad (45)$$

したがって、

$$\omega_{ps} = \frac{\tan \theta_s}{\tan \theta_{s0}} \left\{ \frac{(u_*/u_{s0})^2 - a_c}{1 - a_c} \right\}^m \dots \dots \dots \quad (46)$$

ここに、 $u_{s0}$  は  $t=0$  における  $u_*$ 、 $a_c = (u_*/u_{s0})^2$ 、 $\theta_s$  は河床領域と斜面領域の境界における斜面傾斜角、 $\theta_{s0}$  は  $t=0$  における  $\theta_s$  である。また、河床勾配および流速係数  $\varphi$  が時間的に変わらないとすると、

$$\frac{u_*}{u_{s0}} = b_*^{-1/3} \dots \dots \dots \quad (47)$$

$\tan \theta = \partial z / \partial y = h_b/b \cdot \partial f / \partial \eta$  だから、

$$\frac{\tan \theta_s}{\tan \theta_{s0}} = b_*^{-5/3} \frac{f_\eta(\beta, s)}{f_\eta(\beta_0, s_0)} \dots \dots \dots \quad (48)$$

ここに、 $f_\eta = \partial f / \partial \eta$ 、 $\beta_0$  および  $s_0$  はそれぞれ  $t=0$  における  $\beta$  および  $s$  の値である。

ここで、 $f_\eta(\beta, s) = f_\eta(\beta_0, s_0)$  とし、式(47)および(48)を式(46)に代入すると、

$$\omega_{ps} = b_*^{-(2m+5)/3} \left( \frac{1 - a_c b_*^{2/3}}{1 - a_c} \right)^m \dots \dots \dots \quad (49)$$

式(49)を式(44)に代入して積分すると次式がえられる。

$$\frac{\tau}{(1 - a_c)^m} = \int_1^{b_*} \frac{t^{2(1+m)/3}}{(1 - a_c t^{2/3})^m} dt \dots \dots \dots \quad (50)$$

上式右辺は、 $m$  が整数のときのみ積分可能である。上式の積分例を次に示す。

$a_c b_*^{2/3} \ll 1$  の場合

$$\tau = \frac{3}{2m+5} (b_*^{(2m+5)/3} - 1) \dots \dots \dots \quad (51)$$

$m=1$  の場合

$$\tau = 3(1 - a_c) \{ \Phi(b_*^{1/3}) - \Phi(1) \} \dots \dots \dots \quad (52)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Phi(t) &= -\frac{t^5}{5a_c} - \frac{t^3}{3a_c^2} - \frac{t}{a_c^3} + \frac{1}{2a_c^{3.5}} \\ &\times \log \frac{1 + \sqrt{a_c} t}{1 - \sqrt{a_c} t} \end{aligned}$$

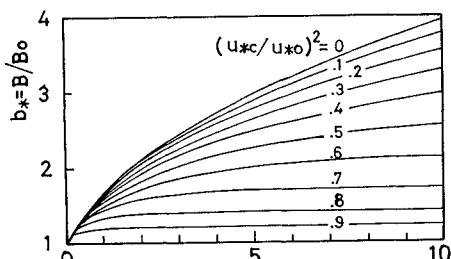


図-8  $b_*$  と  $\tau$  の関係

掃流砂量式は  $m=1$  の場合が多いので、式(52)による計算曲線を図-8 に示しておく。図より、 $b_*$  は無次元時間  $\tau$  とともに増大するが、しだいに増加の割合が減少して一定値に漸近すること、増加の度合は  $a_c$  が大きいほど小さいことなどがわかる。

## 5. 計算値と実験値の比較

### (1) 断面方向の流砂量式の検討

断面方向の流砂量  $q_B p_s$  を直接測定することはかなり困難であり、本実験においても  $q_B p_s$  の実測は行なわれていない。しかし、河床領域と斜面領域の境界における  $q_B p_s$  の値  $q_{Bps}$  は、式(40)により、断面形状の実測値から求めることができるので、ここでは、 $q_{Bps}$  について検討することにする。

まず、式(45)において  $\tan \theta = h_b/b \cdot \partial f / \partial \eta$  とすると

$$\frac{q_{Bps}}{u_* d} \frac{b}{h_b} = \frac{K}{\mu} f_\eta(\beta, s) \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \dots \dots \dots \quad (53)$$

となるので、 $q_{Bps}/u_* d \cdot b/h_b$  と  $\tau_*$  の測定値をプロットすると図-9 のようになる。次に、式(53)において、 $K$  および  $m$  は、横断方向に水平な河床の流砂量式における定数であるから、本実験においては、本実験と同じ河床材料を用いた固定水路における流砂実験<sup>6)</sup>により定められた値、 $K=2.7$  および  $m=1$  を用いることができると言えられる。また、 $f_\eta(\beta, s)$  は、断面形状と境界点のとり方によってきまる値であるが、図-3 に示さ

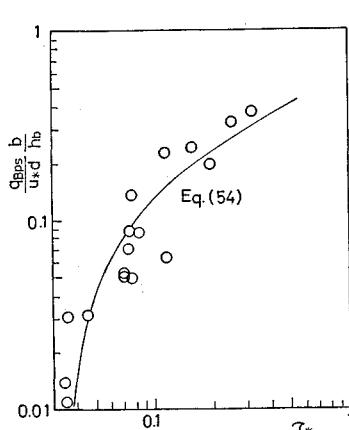


図-9 断面方向の流砂量と掃流力の関係

れるように、断面形が相似に近ければ一定値に近い値をとるものと思われる。そこで、 $f_\eta(\beta, s)$  を一定値とし、 $\tau_{*c}=0.034$  (岩垣公式による)、 $\mu=0.8$  として計算し、実験値と比較すると、図-9 の実線で示すように

$f_\eta(\beta, s)=1$ 、すなわち、 $\tan \theta_s = h_b/b$  とした場合、実験値と比較的よく一致する。したがって、 $q_{Bps}$  の式として、式(45)はほぼ妥当なものと考えられる。また、本実験に対しても、次式が適用できよう。

$$\frac{q_{Bps}}{u_* d} = 3.4 \frac{h_b}{b} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} (\tau_* - \tau_{*c})^m \dots \dots \dots \quad (54)$$

## (2) 水路幅が流れ方向に変化しない場合

図-1 に示されるように、水路の中流部では、水路幅の流れ方向の変化は小さく、等流に近いと考えられるので、この部分の拡幅に対しては式(52)が適用できよう。そこで、式(52)および(54)を用いて計算を行ない、下流端より 4 m の地点における水路幅の実測値と比較すると図-10 のようになり、かなりよく一致する結果がえられる。

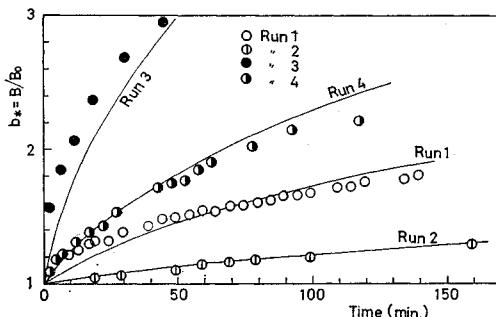


図-10 計算値（実線）と実験値（描点）の比較

## (3) 水路幅が流れ方向に変化する場合

通常の河床変動計算においては、流砂量の式、河床変動の式および不等流の式が用いられる。流路が拡幅する場合には、これらのはかに、拡幅に関する式と、断面方向の流砂量を与える式が必要である。ここで使用する式を列挙すると次のようである。

## a) 不等流の式

$$\frac{\partial h_b}{\partial x} + \frac{\partial z_b}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\alpha_v v^2}{2g} \right) + \frac{v^2}{\varphi^2 g R} = 0 \dots (55)$$

ここに、 $\alpha_v$  はエネルギーの補正係数、 $v$  は平均流速、 $\varphi = v/u_*$ 、 $R$  は径深である。

## b) 流砂量の式

河床領域に対して、本実験と同じ河床材料を用いた流砂実験<sup>6)</sup>よりえられた次式を用いる。

$$\frac{q_B}{u_* d} = 2.7(\tau_* - \tau_{*c}) \dots (56)$$

また、 $q_{Bps}$  の式として式(54)を用いる。

## c) 河床変動および拡幅の式

基礎式は式(32)および(33)であるが、計算の精度は、粗度や流砂量式のそれに支配されるので、高い精度は期待できない。したがって、必要以上に詳細な計算を行なうのは得策ではない。ここでは、広矩形断面に対する式(39)および(40)を用いる。

さて、計算の対象としては、実験 Run 1～Run 4 があるが、Run 3 および Run 4 は、流れの一部が射流になってしまっており、境界条件が不明確であるため、ここでは、

Run 1 を対象とすることにし、境界条件として、下記の条件を用いる。

下流端において 水位一定

上流端において  $q_B = 0$  および  $\partial b / \partial x = 0$

また、 $\alpha_v = 1.1$ 、  
 $\varphi = 11$  (実測値  
の平均) を用い  
る。

以上による計  
算値と実験値を  
比較すると図  
11 のようであ  
り、両者の一致  
は良好である。

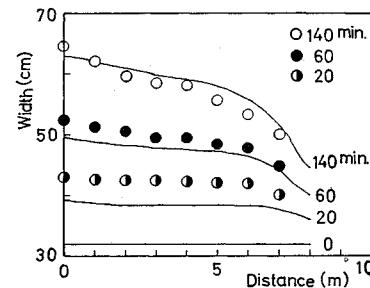


図-11 計算値（実線）と実験値（描点）の比較（Run 1）

## 6. まとめ

以上、拡幅を伴う流路変動に関して、水路実験と水理学的解析を行ない、一次元解析による計算法を導いて、実験値と計算値の比較を行なった。それらの結果を要約すると下記のようである。

(1) 水路実験によると、流路横断形状は、水面幅が変動してもかなりの程度相似形を保つ。

(2) 橫断方向に傾斜した河床における流砂の連続の式、砂粒の移動方向の式および流砂量の式が導かれた。それによると、流砂量およびその方向は、 $\tau_*$ 、 $\tau_{*c}$  および斜面の傾斜角  $\theta$  によって規定される。

(3) 流路横断面を河床領域と斜面領域とに分割し、その形状を仮定すると、各領域の境界における流砂の条件を明らかにすることにより、流路変動の計算式が導かれる。さらに、広矩形断面で、かつ、流砂量が流れ方向に変化しない場合には、流路変動に関する解析解がえられる。

(4) 広矩形断面に対する流路変動の式を用いた計算結果と実験結果との適合度は良好である。

なお、流路の拡幅量は、横断方向の流砂量  $q_{Bps}$  によって規定されるから、 $q_{Bps}$  の計算式の精度を高めることが今後の課題であると考えられる。

謝辞：本研究の遂行にあたり、終始ご懇切なご指導を賜わった九州大学 椿東一郎教授に深く感謝します。また実験の遂行と資料の整理は、当時大学院生 田中耕一氏と北島清仁氏の労に負う所が大きい。記して謝意を表する次第である。

## 参考文献

- 長谷川和義・工藤一磨・山岡勲：水路蛇曲に関する一実験、第 23 回土木学会年次学術講演会講演概要（昭 43. 10）
- 中藤達昭・足立昭平：沖積流路の拡幅に関する実験的考

- 察、第 24 回土木学会年次学術講演会講演集（昭 44.9）  
 3) 芦田和男・村本嘉雄・奈良井修二：河道の変動に関する研究(2)、京大防災研究所年報、第 14 号 B (昭 46.4)  
 4) Lane, E.W. and Carlson, E.J.: Some factor affecting the stability canals constructed in coarse granular materials, I.A.H.R. (1953)  
 5) 植東一郎・平野宗夫・田中耕一：拡幅をともなう流路変動について、第 15 回水理講演会講演集（昭 46.2）  
 6) 平野宗夫・碇謙三・小山弘純：貯水池下流の河床低下について、第 24 回土木学会年次学術講演会講演集（昭 44.9）

## 記号

- $A$  : 流積  
 $a_c = (u_{*c}/u_{*0})^2$   
 $B$  : 水面幅  
 $b = B/2$   
 $b_0$  : 時刻  $t=0$  における  $b$   
 $b_s$  : 水路中央より河床領域と斜面領域との境界までの距離  
 $b_* = b/b_0$   
 $C_D$  : 砂粒の抗力係数  
 $D$  : 砂粒に作用する流体力  
 $D_0$  : 河床に静止している砂粒に作用する流体力  
 $D_m = A/B$   
 $d$  : 砂粒の粒径  
 $F$  : 砂粒と河床砂れきの間の摩擦力  
 $F_0$  : 静止している砂粒と河床砂れきの間の摩擦力  
 $G$  : 基準面から測った側岸天端の高さ  
 $g$  : 重力の加速度  
 $h$  : 水深  
 $h_b$  : 水路中央の水深  
 $h_{b0}$  :  $t=0$  における  $h_b$   
 $H$  : 水位  
 $H'$  : 水面から側岸天端までの高さ  
 $H'_0$  :  $t=0$  における  $H'$   
 $K$  : 流砂量式中の定数  
 $K_1$  : 流砂量式中の定数  
 $m$  : 流砂量式中の指數  
 $N$  : 台形断面における斜面勾配  
 $N_b$  : 河床単位面積中に存在する砂粒の数  
 $P$  : 河床砂れきの移動確率  
 $P_w$  : 潜没  
 $p$  : 河床断面の接線方向の長さ  
 $q_B$  : 単位幅当たり流砂量  
 $q_{Bp}$  :  $q_B$  の  $p$  方向の成分  
 $q_{Bps}$  : 河床領域と斜面領域の境界における  $q_{Bp}$   
 $q_{Bps0}$  :  $t=0$  における  $q_{Bps}$   
 $q_{Bx}$  :  $q_B$  の  $x$  方向の成分  
 $R$  : 径深
- $r$  : 河床断面の法線方向の長さ  
 $s = h_b/b$   
 $s_0$  :  $t=0$  における  $s$   
 $t$  : 時間  
 $u_d$  : 砂粒に作用する代表流速  
 $u_g$  : 砂粒の移動速度  
 $u_*$  : 摩擦速度  
 $u_{*c}$  : 限界摩擦速度  
 $u_{*cs}$  : 移動限界状態における摩擦速度  
 $v$  : 平均流速  
 $W$  : 砂粒の水中重量  
 $x$  : 流路方向の長さ  
 $y$  : 水路中央より横断方向にとった長さ  
 $z$  : 基準面よりはかった河床高  
 $z_b$  : 水路中央の河床高  
 $\alpha_1$  : 砂粒の面積係数  
 $\alpha_2$  : 砂粒の体積係数  
 $\alpha_v$  : エネルギーの補正係数  
 $\beta = b_s/b$   
 $\beta_0$  :  $t=0$  における  $\beta$   
 $\gamma$  : 流砂の方向と  $x$  軸とのなす角  
 $r_0$  :  $t=0$  における  $r$   
 $\delta$  : 流体力  $D$  の作用方向と  $x$  軸とのなす角  
 $\epsilon$  : 遮蔽係数  
 $\eta = y/b$   
 $\theta$  : 斜面の傾斜角  
 $\theta_s$  : 河床領域と斜面領域との境界における傾斜角  
 $\theta_{s0}$  :  $t=0$  における  $\theta_s$   
 $\lambda$  : 河床砂れきの空隙の割合  
 $\mu = \sqrt{\mu_k \mu_s}$   
 $\mu_k$  : 砂粒の水中動摩擦係数  
 $\mu_s$  : 砂粒の水中静摩擦係数  
 $\nu$  : 水の動粘性係数  
 $\rho$  : 水の密度  
 $\sigma$  : 砂れきの密度  
 $\tau = q_B p s_0 \cdot t / (1 - \lambda) b_0 (h_{b0} + H'_0)$   
 $\tau_* = u_*^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$   
 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$   
 $\tau_{*cs} = u_{*cs}^2 / (\sigma / \rho - 1) g d$   
 $\varphi = v/u_*$   
 $\varphi_d = v_d/u_*$   
 $\varphi_r$  : 砂れきの水中安息角  
 $\chi = 2 \alpha_2 / \alpha_1 \epsilon C_D \varphi_d^2$   
 $\chi_c$  : 限界掃流力のときの  $\chi$   
 $\chi_s$  : 移動限界状態における  $\chi$   
 $\omega_{ps} = q_{Bps} / q_{Bps0}$

(1972.9.11・受付)