

## 交通量と時間オキュパンシーの特性に 関する確率論的考察

PROBABILISTIC ASPECT ON CHARACTERISTIC OF  
TRAFFIC FLOW AND TIME OCCUPANCY

奥 谷 巍\*  
By Iwao Okutani

### 1. まえがき

高速道路あるいは平面街路の交通管制において、交通状態が空間的、時間的に机上で予測したパターンとまったく同一のパターンを常時現出するならば、機器的手段等を用いて交通状態を監視することは必要ではない。しかししながら、交通はもともと人間が起こすものであるから、実際にはかなりの不規則性、不確定性をもって変動し、現在起こっている交通状態があらかじめ予測されたパターンに一致しているとは必ずしも言えない。こうしたことから、対象道路網の適当な箇所に検知器を設置し、交通量をはじめとする交通情報を計測することによって、現在の交通状態を監視しておくことが必要となってくる。そして、もし現在流れている交通のパターンが予測されたパターンと大幅にかけ離れているならば、制御パターン自身をそれに合うように修正したり、刻々と送られてくる交通情報から、次の制御時間に生ずるであろう交通状態を予測したり、あらかじめ予測されている状態をそれらの交通情報をもとに修正しているなどの方法を講ずるのである。

かかる場合に、このような交通情報の取り扱い方あるいは検知方法が不適切なために、交通情報そのものが不確かであったならば、いかなる精緻なハードウェアおよびソフトウェアをもってしても、交通状態に適合した交通管制を行なうことは不可能となる。

したがって、本稿においては、種々の交通情報のある中で交通量と時間オキュパンシーとに着目して、その制御における取り扱い方との関連において、その確率分布、ばらつきの程度および検知精度などの点を中心に基礎的な観点から考察を行なった。

### 2. 交 通 量

#### (1) 到着台数の確率分布

##### a) 1 車線の場合

一般に、交通量が  $\lambda$  のときの車頭間隔の確率密度は、位相  $\nu$  のアーラン分布により次式のように表わされる。

$$f(t) = \frac{(\nu\lambda)^{\nu} t^{\nu-1} e^{-\nu\lambda t}}{(\nu-1)!} \quad (1)$$

ここに、 $f(t)$  は車頭間隔が  $t$  である確率密度関数、 $\nu$  はアーラン分布の位相を示すものとする。

上式で与えられる確率密度関数  $f(t)$  は  $\nu=1$  のとき指数分布に一致し、 $\nu \rightarrow \infty$  で一定の車頭間隔を、中間的な  $\nu$  によって車の独立性がなくなる中間状態における車頭間隔の分布を表現することができる<sup>1)</sup>。

さて、車頭間隔の分布が式(1)のように表わされるとき、時間  $t$  の間に  $n$  台の車が到着する確率  $P_n(t)$  は一般化されたポアソン分布とよばれ、F.A. Haight<sup>2)</sup> によって次式のように与えられている。

$$P_n(t) = \sum_{s=n}^{n(n+1)-1} \frac{(\nu\lambda t)^s e^{-\nu\lambda t}}{s!} \quad (2)$$

ちなみに  $\nu=1$  の場合、すなわち車頭間隔が指数分布にしたがう場合について調べてみると、この場合の  $P_n(t)$  は式(2)で  $\nu=1$  とおくことにより得られるから

$$P_n(t) = \sum_{s=n}^{(n+1)-1} \frac{(\lambda t)^s e^{-\lambda t}}{s!} = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!}$$

となり、ポアソン分布になることがわかる。

特別の場合として、信号交差点近くの街路における交通量の確率分布について考えてみると、それは上流側交差点の現示が赤信号か青信号であるかによって、平均交通量  $\lambda$  の異なる式(2)で表わされるような分布にしたがうと考えられるが、いま各現示に対応する交通量の平均値を  $\bar{\lambda}$ 、 $\lambda$ 、アーラン分布のフェーズを  $\bar{\nu}$ 、 $\nu$ 、時間長

\* 正会員 工修 信州大学助教授 工学部土木工学科



台の車が正しく 1 台とカウントされる確率は、当然のことながら  $(1-p)$  で表わされる。これを用いることにより検知地点を  $n$  台の車が通った場合の誤差の確率分布、平均値および分散が以下のように求められる。

まず、 $\xi$  台の誤差が発生する確率  $P_\xi$  は、かかる場合の誤差の分布は二項分布にしたがうことを考えれば、

$$P_\xi = {}_n C_\xi p^\xi (1-p)^{n-\xi} = \frac{n!}{(n-\xi)! \xi!} \cdot p^\xi (1-p)^{n-\xi} \quad \dots \dots \dots (9)$$

として簡単に与えられてしまう。

また、平均値  $\mu_1$  および分散  $\sigma_1^2$  は二項分布の場合のそれらの公式を用いると

$$\begin{aligned} \mu_1 &= np \\ \sigma_1^2 &= np(1-p) \end{aligned}$$

となる。

いま、制御情報として平均誤差が通過台数  $n$  の  $r\%$  以下になることが要求されるものとすれば、

$$\mu \leq \frac{rn}{100}$$

が成立しなければならないが、これより  $p \leq r/100$  が得られるので、検知器の精度がこれを満足するような規格の検知器を使用する必要があることがいえる。

また、別の考え方として通過台数  $n$  の  $r\%$  以上の誤差が発生する確率が、ある定められた水準たとえば 0.05 以下になるようにしようとするならば、式 (9) を用いることによって

$$\sum_{\xi=rn/100}^n P_\xi \leq 0.05 \quad (\text{ただし, } \frac{rn}{100} \text{ は正整数と仮定})$$

を満たす  $p$  を見いだし、そのような精度をもつ検知器を用いるようにしなければならない。

② 多車線の場合：2 車線以上の多車線道路において、検知器を各車線ごとに配置するとした場合、車が 2 車線にまたがって検知地点を通過するなどの事態が発生すると、1 台の車が 0 台とカウントされるという 1 車線の場合と場じ誤差に加えて、相隣る車線の検知器に同時に検知され、1 台の車が 2 台とカウントされるというオーバーカウントの誤差発生の可能性がでてくる。

いま、第  $j$  番目の車線において、1 台の車がカウントされない、言い換えれば 0 台とカウントされる確率を  $p$ 、1 台の車が 2 台とカウントされる確率を  $q$  とすると、1 台の車が正しく 1 台とカウントされる確率は  $(1-p-q)$  となる。これらの確率を用いると、当該車線を  $n_j$  台の車が通過したときに、 $\xi_j$  台のアンダーカウントが発生している確率  $P_{\xi_j}^j$  および  $\xi_j$  台のオーバーカウントが発生している確率  $\bar{P}_{\xi_j}^j$  が、それぞれ次のようにして求められる。

まず、 $\xi_j$  台のアンダーカウントが生ずる確率は、1

台の車が 0 台とカウントされる事象が  $(\xi_j + \lambda)$  回起こり、2 台とカウントされる事象が  $\lambda$  回起こる確率をすべて加え合わせたものであるから、多項分布の式を使って

$$P_{\xi_j}^j = \sum_{\lambda=0}^{N_j} \frac{n_j!}{(\xi_j + \lambda)! \lambda! (n_j - \xi_j - 2\lambda)!} \cdot p^{\xi_j + \lambda} \cdot q^\lambda \cdot (1-p-q)^{n_j - \xi_j - 2\lambda} \dots \dots \dots (10)$$

ただし、 $N_j: (n_j - \xi_j)/2$  をこえない最大の整数

のように求められる。

同様にして、 $\xi_j$  台のオーバーカウントが生ずる確率は次式のようになる。

$$\bar{P}_{\xi_j}^j = \sum_{\lambda=0}^{M_j} \frac{n_j!}{\lambda! (\xi_j + \lambda)! (n_j - \xi_j - 2\lambda)!} \cdot p^\lambda \cdot q^{\xi_j + \lambda} \cdot (1-p-q)^{n_j - \xi_j - 2\lambda} \dots \dots \dots (11)$$

ただし、 $M_j: (n_j - \xi_j)/2$  をこえない最大の整数

式 (10) および式 (11) を用いることにより、一般に第 1 番目の車線に  $n_1$  台、第 2 番目の車線に  $n_2$  台、…、第  $m$  番目の車線に  $n_m$  台の車が通ったときに、全体で  $\xi$  台のアンダーカウントあるいはオーバーカウントが発生する確率  $\hat{P}_\xi$  は、各車線に対応する確率のたたみ込みとして、次のように表わされる。

$$\hat{P}_\xi = \hat{P}_{\xi_1}^1 * \hat{P}_{\xi_2}^2 * \dots * \hat{P}_{\xi_m}^m \dots \dots \dots (12)$$

ここに、 $\hat{P}_{\xi_j}^j$  は  $P_{\xi_j}^j$  および  $\bar{P}_{\xi_j}^j$  を代表する確率で、アンダーカウントの場合は  $\xi_j$  は負、オーバーカウントの場合は  $\xi_j$  は正としておく。上式の意味するものは、 $(\xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_m)$  がちょうど  $\xi$  (この  $\xi$  にも上述と同様の意味で正負を認める) となるような  $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_m$  のあらゆる組み合わせについて、式 (10) および式 (11) で与えられる確率をかけ合わせ、それらをすべて加えたものである。以上の議論は、各車線ごとに  $p, q$  の値が異なっていてもまったく同様である。

さて、1 車線の場合と同様にして、まず平均の誤差が全通過台数の  $r\%$  以下になるようにするために

$$|p-q| \cdot (n_1 + n_2 + \dots + n_m) \leq \frac{r}{100} \cdot (n_1 + n_2 + \dots + n_m)$$

なる関係式が成立しなければならないから、

$$|p-q| \leq \frac{r}{100} \dots \dots \dots (13)$$

を満たすような精度をもつ検知器を使わなければならぬという結果がでるが、式 (13) の左辺は  $p$  と  $q$  の差になっているため、 $p$  および  $q$  の大きさが似かよっていれば、それぞれの値はどれほど大きくてもよいという不合理が生ずる。したがって、アンダーカウントの平均値およびオーバーカウントの平均値が、それぞれ全通過台数の  $r\%$  をこえないようにするという条件を考え

$$p \leq \frac{r}{100}, \quad q \leq \frac{r}{100}$$

なる精度を検知器に要求する方が実際的と思われる。

また、全通過台数の  $r\%$  以上の誤差が発生する確率が、ある定められた値たとえば 0.05 以下になることを要求するという考え方方にたてば、式(12)で与えられる  $\hat{P}_\xi$  を用いて

$$\sum_{\xi=-rn/100}^{-n} \hat{P}_\xi + \sum_{\xi=rn/100}^n \hat{P}_\xi \leq 0.05$$

ただし、 $n = n_1 + n_2 + \dots + n_m$

$rn/100$ ：整数と仮定

なる条件が成立しなければならないことがわかるから、上式を満たす  $p$  および  $q$  を精度としてもつ検知器を用いるべきであるということになる。この場合、 $p$  および  $q$  を実際に求めるための計算は、試行錯誤法によればよい。

なお、 $m$  車線全体での誤差の分散  $\sigma_m^2$  は、各車線の誤差の発生を独立と考えれば

$$\sigma_m^2 = \sum_{j=1}^m \sum_{\xi_j=-n_j}^{n_j} (\xi_j - \bar{\xi}_j)^2 \hat{P}_{\xi_j} j$$

となる。ここに、 $\bar{\xi}_j$  は  $\xi_j$  の平均値で  $(q-p)n_j$  と表わされる。

b) 多車線交通量を代表車線の計測交通量から予測する場合の誤差

検知器を節約することから、多車線の交通量を適当に選ばれた代表車線の計測交通量から予測するということは、よく行なわれることであるが、かかる場合には必然的に予測交通量と実際の交通量との間に誤差が生ずる。したがって、ここではこの誤差の性質について検討してみる。

まず、代表車線としては  $m$  車線全体のうちから  $s$  車線を選ぶものとし、それら  $s$  車線には検知器が各 1 台ずつ設置されるものとする。また、この場合計測誤差は無視できるほど小さいものと仮定する。

さて、いま代表  $s$  車線全体で  $t$  時間に  $n^s$  台の車がカウントされたものとすると、残りの  $(m-s)$  車線全体での予測交通量  $N^{m-s}$  は

$$N^{m-s} = \frac{m-s}{s} \cdot n^s$$

となる。便宜上、 $(m-s)/s$  は正整数と仮定する（そうでない場合には、上式右辺に最も近い整数を採ればよい）。ここで、(1).b) で求めた確率  $\hat{P}_n(t)$  を用いることにすると、 $m$  車線全体での到着台数の確率分布は必要ではなく、 $s$  車線全体および  $(m-s)$  車線全体での到着台数の確率分布が必要となるから、

${}^s\hat{P}_{n^s}(t)$  :  $s$  車線全体で  $t$  時間に  $n^s$  台到着する確率

${}^{m-s}\hat{P}_{n^{m-s}}(t)$  :  $(m-s)$  車線全体で  $t$  時間に  $n^{m-s}$

### 台到着する確率

を定義しておく。これらの確率は  $\hat{P}_n(t)$  とまったく同様の方法で求められることはいうまでもない。

このような確率を用いることによって、 $(m-s)$  車線の予測交通量と実際に到着した交通量との差、すなわち誤差が  $\xi$  台となる確率  $P_\xi$  が次のように求められる。

$$P_\xi = \{{}^s\hat{P}_{n^s}(t)\} * \{{}^{m-s}\hat{P}_{n^{m-s}}(t)\} \dots \quad (14)$$

ここに、上式の意味は  $(n^{m-s} - N^{m-s})$  がちょうど  $\xi$  となるような  $n^s$  および  $n^{m-s}$  のあらゆる組み合わせについて  $\{{}^s\hat{P}_{n^s}(t)\} * \{{}^{m-s}\hat{P}_{n^{m-s}}(t)\}$  を計算し、それらを加え合わせたものである。

さて、いま  $m$  車線全体での  $t$  時間交通量の平均値を  $n$  台としたとき、その  $r\%$  以上の誤差が発生する確率が、ある定められた値たとえば 0.05 以下になるようにするためには、式(14)を用いると

$$\sum_{\xi=-rn/100}^{-n} P_\xi + \sum_{\xi=rn/100}^n P_\xi \leq 0.05 \dots \quad (15)$$

なる関係が成立する必要があるから、この条件を満足するように  $s$  の値を決めておくことが要求される。

式(15)の代わりに、誤差の分散あるいは標準偏差をある値以下にするという観点から  $s$  を決定することもできよう。ちなみに、 $\xi$  の分散  $\sigma^2$  は、各車線の平均交通量が等しいものとすれば平均値が 0 となるから

$$\sigma^2 = \sum_{\xi=-\infty}^{\infty} \xi^2 P_\xi$$

で与えられる。

## 3. 時間オキュパンシー

### (1) 時間オキュパンシーの確率分布

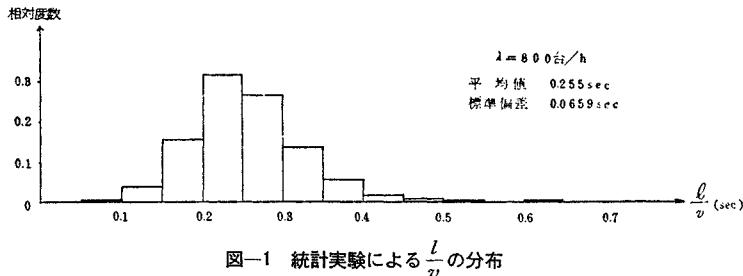
#### a) 1 車線の場合<sup>3), 4)</sup>

時間オキュパンシーとは、ある地点においてその地点を通過する車の車体によって占有された時間の計測時間（具体的には、車体によって占有された時間と車間によって占有された時間の和）に対する割合であると定義できるから、いま時間オキュパンシーを  $O_t$  で表すものとすれば

$$O_t = \frac{1}{T} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{l_i}{v_i} \dots \quad (16)$$

と書ける。ここに、 $l_i$  は第  $i$  番目に通過した車の車長、 $v_i$  はその車の速度、 $T$  は計測時間、 $n$  は  $T$  内に計測地点を通過した車の数である。

ここで、一般的に車長を速度で割った量  $x = l/v$  について考えてみると、厳密には問題はあるにしても、 $l$  と  $v$  の分布を直観的に考慮すれば、ほぼガンマ分布にしたがう確率分布をなすことが予想される。事実、統計実験によって  $l/v$  の分布を調べた例をみると、図-1<sup>5)</sup> のよ

図-1 統計実験による  $\frac{l}{v}$  の分布

うになっており、ガンマーハー分布の仮定がほぼ妥当であるといえる。

よって、いま  $x$  の確率密度関数を

$$f_v(x) = \frac{\mu^\nu x^{\nu-1} e^{-\mu x}}{(\nu-1)!} \quad \dots \dots \dots \quad (17)$$

ただし、 $\nu$ : フェーズ

上記のような確率密度関数をもつ  $x$  の平均値は  $\nu/\mu$  で表わされるが、これはとりもなおさず  $l/v$  の平均値（これを  $(\bar{l}/v)$  で表わす）に一致しなければならないから

$$\mu = \frac{\nu}{(\bar{l}/v)} \quad \dots \dots \dots \quad (18)$$

なる関係が成立する。

式 (17) で表わされる確率密度関数のモーメント生成関数をいま  $M_1(z)$  とすると、定義により

$$\begin{aligned} M_1(z) &= E[e^{zx}] = \int_0^\infty f_v(x) e^{zx} dx \\ &= \int_0^\infty \frac{\mu^\nu x^{\nu-1} e^{-\mu x}}{(\nu-1)!} \cdot e^{zx} dx = \left( \frac{\mu}{\mu-z} \right)^\nu \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (19)$$

となる。

ところで、式 (16) の分子の値は  $x$  の  $n$  個の和であるから、その確率分布は  $x$  の確率分布の  $n$  重たたみ込みで表わされ、したがって、そのモーメント生成関数は  $f_v(x)$  の生成関数  $M_1(z)$  の  $n$  乗に等しくなる。よって、それをいま  $M_2(z)$  と表わすことにすれば

$$M_2(z) = \{M_1(z)\}^n = \left( \frac{\mu}{\mu-z} \right)^{\nu n} \quad \dots \dots \dots \quad (20)$$

となる。

式 (19) で表わされるようなモーメント生成関数に対して、式 (17) の確率密度関数が対応するわけであるから、式 (20) のようなモーメント生成関数に対しては

$$f_{vn}(X) = \frac{\mu^{\nu n} X^{\nu n-1} e^{-\mu X}}{(\nu n-1)!} \quad \dots \dots \dots \quad (21)$$

となる確率密度関数が対応するはずである。ここに、 $X = \sum_{i=1}^n l_i/v_i$  である。

ところで、時間オキュパンシーは上記  $X$  を  $T$  で割ったものであるから、式 (17) の  $x$  を  $x=l/v$  ではなく、 $x=l/Tv$  と考える必要があるわけであるが、 $T$  は

定数であるから今まで述べてきた理論展開はまったく同様であり、したがって、 $X = \left( \sum_{i=1}^n l_i/v_i \right)/T$  とおいたオキュパンシーの確率密度関数は式 (21) のように表わされる。ただし、平均値はすべて  $1/T$  となるはずであるから、式 (18) に対応する関数式として

$$\mu = \frac{T\nu}{\left( \frac{\bar{l}}{v} \right)} \quad \dots \dots \dots \quad (22)$$

が成立する。したがって、時間オキュパンシーの確率密度関数として式 (21) を考えたときの平均値、すなわち時間オキュパンシーの平均値は、いまそれを  $\bar{O}_t$  と表わすものとすれば、式 (22) を考慮して

$$\bar{O}_t = \frac{\nu n}{\mu} = \frac{n \cdot \left( \frac{\bar{l}}{v} \right)}{T}$$

と書き表わされる。

さて、上では時間  $T$  の間に計測地点を通過する車の台数  $n$  を一定としたが、2. でも検討したごとく、これは 1 つの確率変数と考えられる。したがって、このことを考慮した場合には、時間オキュパンシーの確率分布はどういうになるかについて、次に考えてみる。

いま、時間  $T$  の間にちょうど  $n$  台の車が通過し、かつそのときの時間オキュパンシーが  $X$  である確率を  $g_n(X)dX$  と表わすと、これは式 (2) や式 (21) を用いて

$$g_n(X)dX = P_n(T) \cdot f_{vn}(X)dX \quad \dots \dots \dots \quad (23)$$

と書ける。 $P_n(T)$  のフェーズをここでは  $r$  なる記号で表わすことにしておく。

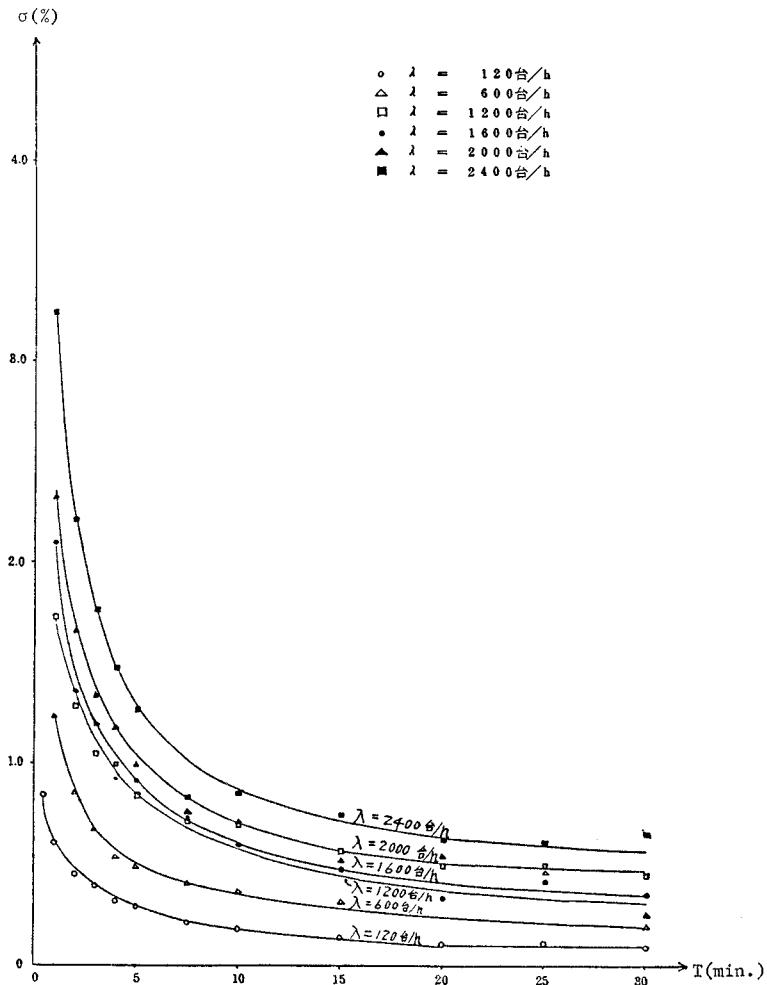
時間オキュパンシーが  $X$  となる確率をいま  $g(X)dX$  とすると、これは式 (23) によって示される  $g_n(X)dX$  を  $n$  についてたし合わせたものに等しくなるはずである。よって

$$g(X)dX = \sum_{n=1}^{\infty} g_n(X)dX = \sum_{n=1}^{\infty} P_n(T) \cdot f_{vn}(X)dX$$

すなわち

$$\begin{aligned} g(X) &= \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sum_{s=rn}^{r(n+1)-1} \frac{(\gamma \lambda T)^s e^{-\gamma \lambda T}}{s!} \right\} \\ &\cdot \frac{\mu^{\nu n} X^{\nu n-1} e^{-\mu X}}{(\nu n-1)!} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (24)$$



図-3 時間オキュパンシーの標準偏差と  $T$  の関係

滞領域で  $n \rightarrow 0$  のときには、計測時間の間は常に車体は計測地点にあるので、 $x = l/v$  は一定値  $T$  に近づく（したがって、その平均値も  $T$  となる）ことから、ガンマーナー分布の性質により  $\nu \rightarrow \infty$  とならなければならぬ。したがって、この場合には  $\sigma^2 \rightarrow 0$  となり、時間オキュパンシーのばらつきはなくなることになる。このことは、われわれの常識に合致する。

名神高速道路における実測結果から得られた交通量と時間オキュパンシーの関係図<sup>5)</sup> および統計実験から得られた時間オキュパンシーの標準偏差と計測時間の関係図<sup>3), 5)</sup> を示すと図-2 および図-3 のようになり、一応上述の理論と合致した傾向がでている。

また、図-3 をみると  $T$  が 5 分より小さい範囲では標準偏差  $\sigma$  は急激に大きくなってしまっており、 $T$  が 15 分より大となると  $\sigma$  はほぼ一定に近くなっていることがわかるが、このことより、計測時間  $T$  としては 5 ~ 10 分

を採れば、ばらつきもそれほど大きくなく、かつ交通状態の変化についてゆける時間オキュパンシーの情報が得られることが予想される。

別の考え方として、 $T$  を交通量に応じて変える方法がある。すなわち、式(29) より

$$\sigma^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{n}{T} \cdot \frac{1}{\nu} \cdot \left(\frac{\bar{l}}{v}\right)^2 = \frac{1}{T} \cdot \frac{\lambda}{\nu} \cdot \left(\frac{\bar{l}}{v}\right)^2 \quad \dots (30)$$

ただし、 $\lambda$ : 交通量

となるが、いま、制御システムを構成する上で、時間オキュパンシーの分散を一定値  $\sigma_{\min}^2$  に抑えたいという要求があるものとしたとき、式(30) から

$$T = \frac{1}{\sigma_{\min}^2} \cdot \frac{\lambda}{\nu} \cdot \left(\frac{\bar{l}}{v}\right)^2$$

が導かれるので、この式によって交通量  $\lambda$  に応じた  $T$  を採用するのである。しかしながら、このためには交通量の検知が必要となってくることも考えられるし、 $T$  自身に実用的な大きさの制限があることから、さらに検討

してみる余地が残されているものと思われる。

なお、式(29)で求めた $\sigma$ と統計実験から求めた $\sigma$ がどの程度一致しているかについて調べてみると図-4のようになつた。理論値の方が、実験値より小さくでているが、これは実験では $n$ を変化させているため、 $T$ に対する傾向はほぼ同じであることがわかる。理論値を計算する場合、ガンマーハウス分布のフェーズ $\nu$ を与えないければならないが、これは統計実験の平均値と分散の関係から逆算して与えた。次に、時間 $T$ の間に通過する台数 $n$ が確率分布をなす場合の分散 $\delta^2$ について考えてみる。このためには、式(24)の確率密度関数を用いて

$$\dot{\sigma}^2 = \int_0^\infty (X - \bar{O}_t)^2 g(X) dX$$

なる式によって求められるが、 $v$ 、 $\left(\frac{l}{v}\right)$  が時間  $T$  内の通過台数に無関係に一定とすれば

$$\dot{\sigma}^2 = \frac{1}{T^2} \cdot \frac{\lambda T}{\nu} \cdot \left( \frac{\bar{l}}{v} \right)^2 \dots \dots \quad (31)$$

となり、 $\lambda T$  が時間  $T$  内に通過する車の台数の平均値（これを  $\bar{N}$  で表わす）であることを考えれば、式 (31) はさらに次式のようになる。

これは  $n$  を一定とした場合の分散、式 (29) に一致している。

しかしながら、実際には  $\nu$ 、 $\left(\frac{i}{v}\right)$  は  $n$  によって変化すると考えられるので、分散も式(32)で与えられる値とは異なってこよう。常識的には、 $n$  を一定とした場合の分散よりも、 $n$  が変動するとした場合の分散の方が大きくなるはずである。

b) 多車線の場合

この場合の 1 車線あたりの平均時間オキュパンシーの分散を  $\delta^2$  とすると、これは式(27)で与えられるモーメント生成関数  $M_2(z)$  を用いることによって

$$\begin{aligned}\hat{\sigma}^2 &= \{M_3''(z)|_{z=0}\} - \{M_3'(z)|_{z=0}\}^2 \\ &= \nu nm/\mu^2 = \frac{1}{m} \cdot \frac{1}{T^2} \cdot \frac{n}{\nu} \cdot \left(\frac{\bar{l}}{\nu}\right)^2\end{aligned}$$

となる。このことから、多車線道路の場合、各車線ごとに検知器を設置し、それぞれの車線で検知される時間オキュパンシーを表わすことにすれば、1車線の場合に比べて、分散は車線数分の1に減少し、したがって安定した情報となりうることがわかる。このことからも、計測

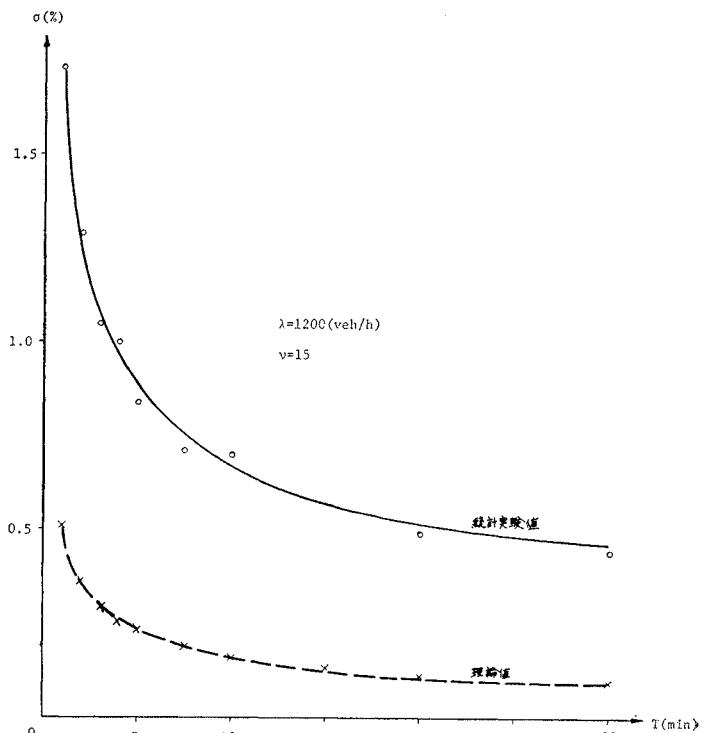


図-4 統計実験と理論の時間オキヨパンシーの $\sigma$ の比較

時間  $T$  については、もし時間オキュパンシーの分散が 1 車線の場合と同程度でよいとするならば、5~10 分よりも短い時間でもよいといえる。

#### 4. むすび

以上、本研究では交通量と時間オキュパンシーの特性について、基礎的な立場から考察を加えた。

まず、交通量については、1車線あたりの到着台数の確率分布が一般化されたポアソン分布にしたがうとし、多車線道路の到着台数の分布は各車線ごとの到着台数の確率の“たたみ込み”によって表わした。また、到着台数のばらつきの指標となる分散と計測時間の関係、および多車線の場合の分散と1車線の場合の分散との関係についても述べた。さらに、交通量の検知誤差の確率分布を理論的に導き、真の交通量の  $r\%$  以上の誤差の発生確率を、定められた水準以下に抑えるという規準から、車両検知器に要求される精度を求める方法について示唆した。 $r$  の値は交通制御のソフトウェアの関連から決められる値であるが、逆に検知器の精度がある水準以上改善できないことがわかれれば  $r\%$  以上の誤差発生確率が計算されるので、そのことを前提としたソフトウェアを作成しなければならないということになる。

また、多車線交通量を代表車線の計測交通量から予測する場合の誤差の分布を示し、上述と同じ規準による必

要代表車線数の決定方法についても述べたが、これによって全体の制御システムから交通量に要求される精度が決まれば、それに応じた適正代表車線数が求められるので、多車線道路のすべての車線に検知器を設置するなど必要以上に多くの検知器を用いなければならないという不経済を避けることができるうことになるであろう。

時間オキュパンシーについては、車長を速度で割った値がガンマ分布にしたがうという前提のもとに、まずその確率分布を求めた。車長と速度の比がガンマ分布にしたがうという仮定は、ガンマ分布がフェーズのとり方によって指數分布にも、正規分布の分布にもなりうることを考えれば、それほど非現実的な仮定ではないと思われる。

また、分散はモーメント生成関数を利用することによって、容易に求められるが、計測時間との関係は相互に逆比例的関係にあり、統計実験の結果もあわせ考えると、ばらつきもそれほど大きくなく、かつ交通状態の変化にもついてゆける程度の計測時間として、1車線の場合には5~10分が望ましいことがわかった。

今後の課題としては、本稿で理論的観点から明らかにされた交通量および時間オキュパンシーの諸性質を、実

測データーの解析をとおして検討・修正してゆくことがまずあげられるが、さらにこれら交通情報の特性の交通制御における利用方法等の点についても明らかにしてゆくことが大切であると考えられる。

末尾ながら、本文中の統計実験による資料は京都大学工学部助手 井上矩之氏、同大学院学生 中浜昭人氏によるものであることを記し、ここに深甚の謝意を表するものである。また、高速道路調査会交通流監視制御研究班の各位にもご討議いただいたことに対し、衷心より感謝の意を表する次第である。

#### 参考文献

- 1) 佐佐木綱：交通流理論、技術書院、pp. 7~8、昭和 40 年
- 2) Haight, F.A. : The generalized Poisson distribution, Annals of Statistical Mathematics, Tokyo, 11 : 2, pp. 101~105, 1959
- 3) 奥谷巖・井上矩之・中浜昭人：時間オキュパンシーの特性について、土木学会関西支部年次講演概要、昭和 46 年 5 月
- 4) 奥谷巖・中浜昭人：オキュパンシーの特性について、第 10 回日本道路会議論文集、pp. 557~558、昭和 46 年 10 月
- 5) 高速道路調査会：高速道路の交通流監視制御装置に関する研究報告書、昭和 46 年 2 月

(1972.7.12・受付)