

沈殿池の操作変数に関する一理論的考察

A THEORETICAL STUDY ON OPERATING VARIABLES OF SETTLING BASIN

高松 武一郎*・井上 頼輝**・芝 定孝***
By Takeichiro Takamatsu, Yoriteru Inoue and Sadataka Shiba

1. 緒 言

沈殿池に流入する原水の水量および浮遊物質の濃度は絶えず変動している。設計段階においてこのような現象を考慮すべきことは当然ながら、これらの流入水における変動に応じて沈殿池を適切に操作すれば、沈殿池の最適設計に加えて、さらに効果的な水処理が期待できるものと思われる。沈殿池の操作要因としては流入水および流出水に関して考えられるが、本論文では流出水の操作についてのみ検討を加えた。このように流出水流量の操作を行なうことは、いいかえると可変容量型の沈殿池操作ともいえよう。沈殿池についてなんらかの操作を行なった場合にはその操作によってもたらされる結果を評価する必要がある。本研究では流出水中の浮遊物質の時間平均濃度および濃度の平均値のまわりのばらつきと沈殿池において流体の占める体積（以下、単に沈殿池容積という）の時間平均値および、その容積の平均値のまわりのばらつきとをできるだけ低く押えることを目的として、沈殿池操作の結果を評価した。これらの評価は当然、非定常状態における流出水中の浮遊物質濃度あるいは沈殿池容積について行なわねばならないので、その基礎となる濃度予測は非定常モデルによらなければならない。ところで、沈殿池の水深、流速、乱れの状態などは流入水量あるいは流出水量の変動とともに時々刻々変動するものであるが、これらを考慮することは非常に困難である。特にこれを時間的および場所的に変化する分布系モデルで取扱うには、たとえ線形システムであっても数学的に大変むずかしい¹⁾。そこで、本研究では沈殿池の非定常操作という目的にかんがみ、沈殿池を場所的に集中化した集中系モデルで記述し、時間に関する変係数

を有する線形システムとして取扱っている。また、本モデルでは従来から著者らの研究で検討を加えてきた沈殿池底面からの沈殿物の再浮上を加味している⁴⁾。本モデルを用いて沈殿池流出水の水量の操作を行なった際の流出水中の浮遊物質濃度について若干の解析を行なったところ、流出水量の操作が沈殿池の容積を極端に小さくするような操作の仕方であれば、池内の流速を増加せしめ、その結果、沈殿池底面からの沈殿物の再浮上が激増し、流出水中の浮遊物質濃度は著しく高くなることが確かめられた。さらに、また、流出水量の変化として正弦波を用い、その変動の角周波数、流入水に対する時間おくれ、変動の振幅などを操作変数として、流出水中の時間平均濃度などの変化を調べたところ、沈殿池操作における最適性の存在が明らかとなった。

2. 沈殿池に対する集中系モデル

沈殿池内の浮遊物質の挙動を記述する式としてはよく拡散方程式が用いられるが、その数式的な取扱いはかなり面倒なので、これを取扱いが比較的容易な集中系の常微方程式に変換したモデル²⁾を用いることにする。

まず、3次元の非定常拡散方程式を浮遊物質に対して適用すれば、

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{\partial(uC)}{\partial x} + \frac{\partial(vC)}{\partial y} + \frac{\partial(wC)}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x} \left(E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) - \frac{\partial}{\partial y} \left(E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) - \frac{\partial}{\partial z} \left(E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) = 0 \quad \dots (1)$$

が得られる。ただし、 x 軸は沈殿池の主流方向で、 y 軸はそれに垂直な水平方向で、 z 軸は鉛直上向きである。 C は浮遊物質濃度で、 E_x, E_y, E_z はおのおの x, y, z 方向の乱れによる浮遊物質の拡散係数で、 u, v, w は浮遊物質の x, y, z 方向の速度成分である。

式(1)を沈殿池全体について積分し、移送項および拡散項について Gauss-Ostrogradskii の定理を適用すると次式が得られる。

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部化学工学教室
** 正会員 工博 京都大学教授 工学部衛生工学教室
*** 正会員 工修 京都大学助手 工学部衛生工学教室

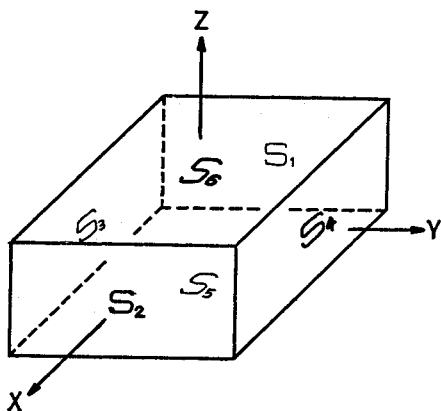


Fig. 1 Definition Sketch for Surfaces of Rectangular Settling Basin

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV + \iint_S \left\{ \left(uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) n_x + \left(vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) n_y + \left(wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) n_z \right\} dS = 0 \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 V は沈殿池の体積で、 S は V を囲む曲面で、 n_x, n_y, n_z は S における外向き法線ベクトルの x, y, z 成分である。本論文の対象としているような矩形沈殿池については S は Fig. 1 のような六面体で定義することができる。ただし、 S_1 は流入水の通過する面で、 S_2 は流出水の通過する面、 S_3, S_4 は沈殿池の側壁、 S_5 は底面、 S_6 は自由水面に相当する。浮遊物質を含んだ流れは S_1 平面より沈殿池内に流入し、 S_2 平面より流出するが、その間に S_5 平面（沈殿池底面）において浮遊物質の除去が行なわれ、同時に沈殿物の再浮上も生じる。すなわち、物質移動過程としての沈殿池への流入水に対して、質的变化を与えるのが S_5 平面となる。

これら6つの平面を通過する浮遊物質の流れはおの次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} S_1 \text{ 平面} \dots uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} &= uC = u_{IN} C_{IN} \\ S_2 \text{ 平面} \dots uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} &= uC = u_{OUT} C_{OUT} \\ S_3 \text{ 平面} \dots vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} &= 0 \\ S_4 \text{ 平面} \dots vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} &= 0 \\ S_5 \text{ 平面} \dots wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} &= -(1-k)w_p C_s \\ S_6 \text{ 平面} \dots wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 C_{IN}, C_{OUT} はそれぞれ流入水および流出水の浮遊物質濃度である。また、 u_{IN}, u_{OUT} はそれぞれ流入水および流出水の流速で、 w_p は浮遊物質の沈降速度で、 C_s は底面 S_5 における浮遊物質の濃度である。 k は合

田博士の提案された沈殿物の沈殿池底面よりの再浮上を記述するパラメーターで本モデルの物質移動過程において重要な役割をはたすものである。その物理的意味は、

- $k=0$: 沈殿のみ
- $0 < k < 1$: 沈殿の傾向（一部分再浮上）
- $k=1$: 沈殿と再浮上とがバランス
- $k > 1$: 洗掘の傾向

である。 S_5 平面における浮遊物質の流れの算定については付録を参照されたい。

次に沈殿池内の浮遊物質の濃度として次のような体積平均濃度 \bar{C} を導入する。

$$\bar{C}(t) = \frac{1}{V} \iiint_V C(t, x, y, z) dV \quad \dots\dots\dots (4)$$

式 (3) および (4) を式 (2) に代入すると次式が得られる。その誘導過程については付録を参照されたい。

$$\frac{d(V\bar{C})}{dt} = Q_{IN}C_{IN} - Q_{OUT}\bar{C} - (1-k)w_p S_5 \bar{C} \quad \dots\dots\dots (5)$$

一方、沈殿池内の水に対しては連続の式より、

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w u_w)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho_w v_w)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho_w w_w)}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots (6)$$

ここに、 ρ_w は水の密度で、 u_w, v_w, w_w はそれぞれ水の x, y, z 方向の流速である。式 (6) より沈殿池容積 V と流入水量 Q_{IN} 、流出水量 Q_{OUT} との関係が与えられる（付録 参照）。

$$\frac{dV}{dt} = Q_{IN} - Q_{OUT} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (5) および (7) より

$$\frac{d\bar{C}}{dt} = -\frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_5}{V} \bar{C} + \frac{Q_{IN}C_{IN}}{V} \quad \dots\dots\dots (8)$$

が得られる。これを $\bar{C}(t)$ について解くと、

$$\bar{C}(t) = \exp\left\{-\int_0^t \frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_5}{V} dt'\right\} \cdot \left[\int_0^t \frac{Q_{IN}C_{IN}}{V} \times \exp\left\{\int_0^{t'} \frac{Q_{IN} + (1-k)w_p S_5}{V} dt''\right\} \cdot dt' + \bar{C}(0) \right] \quad \dots\dots\dots (9)$$

ただし、 $\bar{C}(0)$ は流出水の初期濃度である。流入水濃度 C_{IN} および流入水量 Q_{IN} は t の既知関数である。また、沈殿池において水の占める体積 $V(t)$ は式 (7) より次のように Q_{IN} および Q_{OUT} の関数として与えられる。

$$V(t) = \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \quad \dots\dots\dots (10)$$

ただし、 $V(0)$ は初期体積である。

式 (9) 中の再浮上パラメーター k の評価が問題となるが、幅 20 cm、高さ 20 cm、長さ 140 cm の模型沈殿

槽において行なった実験によれば主流方向の乱流拡散係数 E_x の関数として次式が得られており⁴⁾、その関係を用いることにする。

$$k = 1.17 \exp(-8.05/E_x) \dots\dots\dots (11)$$

また、 E_x は同じ模型沈殿槽において Froude 数との間に次のような関係を得ている⁴⁾。

$$E_x = 3.59 \exp(58.5 F) \dots\dots\dots (12)$$

$$F = \frac{a}{\sqrt{gH}} \dots\dots\dots (13)$$

ただし、 a は池内平均流速、 g は重力加速度、 H は沈殿池の平均水深である。

再浮上パラメーター k を式 (11), (12), (13) によって評価するために池内の平均水深 $\bar{H}(t)$ および平均流速 $a(t)$ に対しておのおの次のような関係を用いた。

$$\bar{H}(t) = \frac{V(t)}{S_s} = \frac{1}{S_s} \left\{ \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \right\} \dots\dots\dots (14)$$

$$a(t) = \frac{\bar{Q}(t)}{B \cdot \bar{H}(t)} = \frac{(Q_{IN} + Q_{OUT})/2}{(B/S_s) \left\{ \int_0^t (Q_{IN} - Q_{OUT}) dt' + V(0) \right\}} \dots\dots\dots (15)$$

ただし、 $\bar{Q}(t)$ は池内の平均流量で、 B は沈殿池の幅である。

以後の計算の便宜上、流出水中の浮遊物質濃度 $\bar{C}(t)$ 、沈殿池容積 $V(t)$ などを無次元表示しておく。 $V(t)$ を初期体積 $V(0)$ によって無次元化すると、

$$\hat{V}(\tau) = \int_0^\tau (\hat{Q}_{IN} - \hat{Q}_{OUT}) d\tau' + 1 \dots\dots\dots (16)$$

ただし、 \hat{Q}_{IN} 、 \hat{Q}_{OUT} は平均流入水量 Q_{IM} により無次元化したもので、 τ は次式で定義される無次元時間である。

$$\tau = \frac{t}{T_0} \dots\dots\dots (17)$$

$$\frac{V(0)}{Q_{IM} T_0} = 1 \dots\dots\dots (18)$$

ただし、 T_0 は初期の理論滞留時間に相当する。

流出水濃度 $\bar{C}(t)$ は次のように無次元化される。

$$\hat{C}(\tau) = \int_0^\tau \frac{\hat{Q}_{IN} \hat{C}_{IN}}{\hat{V}} \exp\{-I(\tau) + I(\tau')\} d\tau' + \hat{C}(0) \exp\{-I(\tau)\} \dots\dots\dots (19)$$

ただし、 $\hat{C}_{IN}(\tau)$ は流入水平平均濃度 C_{IM} による無次元の流入水濃度で、 $\hat{C}(0)$ は $\hat{C}(\tau)$ の初期値である。また、 $I(\tau)$ は次式で定義される関数である。

$$I(\tau) = \int_0^\tau \frac{\hat{Q}_{IN} + (1-k)P}{\hat{V}} d\tau' \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 P は理想沈殿池を仮定した場合の沈殿除去効率で

$$P = \frac{w_p S_s}{Q_{IM}} = \frac{T_0}{H/w_p} \quad (0 < P) \dots\dots\dots (21)$$

である。また、Froude 数の \hat{Q}_{IN} 、 \hat{Q}_{OUT} 、 $\hat{V}(\tau)$ による表示は

$$F(\tau) = \frac{1}{2\alpha^{1/2}} \cdot \frac{\hat{Q}_{IN} + \hat{Q}_{OUT}}{\hat{V}^{3/2}} \dots\dots\dots (22)$$

となる。ただし、 α は次式で定義される沈殿池の初期形状 ($t=0$ における形状) によりきまる無次元グループである。

$$\alpha = \frac{g T_0^2}{L_0} \cdot \frac{H_0}{L_0} \dots\dots\dots (23)$$

ここに、 L_0 、 H_0 はそれぞれ初期長さおよび初期水深 ($t=0$ での長さおよび水深) である。

3. 沈殿池操作の評価

流出水量の操作の結果もたらされる主要な状態の変化としては流出水における浮遊物質濃度の変化と、沈殿池容積 (沈殿池において水の占める体積) の変化の2つが考えられよう。流出水量の非定常な操作の結果、当然これらが時間的に変動するが、操作の結果の評価としては、ある時間 T にわたるこれらの時間平均値を調べることにする。したがって、瞬間的な操作の結果を評価するのではなく、ある時間にわたる操作の平均的な結果を評価することになる。上述のような変化要因に関連して、沈殿池の操作の目標としては次のような項目が考えられる。

- (1) 流出水の浮遊物質濃度をできるだけ低くすること。
- (2) 濃度変動の少ない、安定した濃度の流出水を得ること。
- (3) 沈殿池容積をできるだけ小さくすること (沈殿池をコンパクトにするとともに、滞留時間を短くし、処理時間を短縮する)。
- (4) 沈殿池容積の変動をできるだけ小さくすること (沈殿池容積すなわち池内の水量がたえず大幅に変動するようでは設計段階において余裕を大きくとらねばならぬ部分が生じやすい)。

(1), (2), (3), (4) の各項目に対する指標としては、次のような流出水平平均濃度 C_m とその標準偏差 σ_C 、沈殿池平均容積 V_m とその標準偏差 σ_V とを用いることにした。

- (1) 流出水中の浮遊物質の時間平均濃度

$$C_m = \frac{1}{T} \int_0^T C(t) dt \dots\dots\dots (24)$$

ただし、 T は操作の評価を行なうタイム・スケール

- (2) 濃度の標準偏差
- $$\sigma_C = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (C - C_m)^2 dt \right\}^{1/2} = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T C^2 dt - C_m^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots (25)$$

(3) 沈殿池の時間平均容積

$$V_m = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) dt \dots\dots\dots(26)$$

(4) 容積の標準偏差

$$\sigma_V = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T (V - V_m)^2 dt \right\}^{1/2}$$

$$= \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T V^2 dt - V_m^2 \right\}^{1/2} \dots\dots\dots(27)$$

沈殿池の操作を行なうに際しては (1), (2), (3), (4) の要因すなわち $C_m, \sigma_C, V_m, \sigma_V$ を小さくするように操作することが望ましいが、流出水濃度を低くすることと、沈殿池容積を小さくすることを同時に満足するのはなかなか困難なようである。したがって、実際に操作の結果を評価するためにはそれぞれの要因の重要度と目的とに応じた weight をかけたものの和で考えることが必要であろう。したがって、

$$e_1 = C_m, e_2 = \sigma_C, e_3 = V_m, e_4 = \sigma_V \dots\dots\dots(28)$$

とし、weight を w_i とすると、

$$E = \sum_{i=1}^4 w_i e_i \dots\dots\dots(29)$$

を最小にするような評価基準を設定すればよい。本論文では簡単のために $w_1=1, w_2=1, w_3=0, w_4=0$ および $w_1=0, w_2=0, w_3=1, w_4=1$ の場合、すなわち、

$$E_1 = C_m + \sigma_C \dots\dots\dots(30)$$

$$E_2 = V_m + \sigma_V \dots\dots\dots(31)$$

の値の変化を種々の操作条件に対して求めた。

4. 沈殿池操作のシミュレーション

沈殿池流入水などの任意の変動は三角関数の和として表わされるから⁵⁾、解析の都合上、流入水の水量変動、濃度変動を正弦波によって表わしておく。すなわち、流入水量を $Q_{IN}(t)$ 、流入水の浮遊物質濃度を $C_{IN}(t)$ とすると、それぞれ

$$Q_{IN}(t) = Q_{IM} + Q_I \sin(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) \dots\dots\dots(32)$$

$$C_{IN}(t) = C_{IM} + C_I \sin(\omega_{IC} t + \phi_{IC}) \dots\dots\dots(33)$$

で与えられる。ここに、 Q_{IM}, C_{IM} はそれぞれ平均水量、平均濃度で、 Q_I, C_I はそれぞれ水量、濃度の変動の振幅で ω_{IQ}, ω_{IC} はそれぞれ水量、濃度の変動の角周波数で、 ϕ_{IQ}, ϕ_{IC} はそれぞれ水量、濃度の変動の位相角である。ただし、 $Q_{IM} > Q_I, C_{IM} > C_I$ である。これらに対して操作の対象となる流出水の水量 $Q_{OUT}(t)$ を

$$Q_{OUT}(t) = Q_{EM} + Q_E \sin\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\} \dots\dots\dots(34)$$

とする。ここに、 Q_{EM} は平均水量、 Q_E は変動の振幅、 ω_{EQ} は変動の角周波数、 t_s は流入水に対する操作のタイム・ラグ、 ϕ_{EQ} は位相角である。このとき沈殿池容積は式 (7) より

$$V(t) = \int_0^t [Q_{IM} + Q_I \sin(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) - Q_{EM} - Q_E \sin\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\}] dt + V(0)$$

$$= (Q_{IM} - Q_{EM})t - \frac{Q_I}{\omega_{IQ}} \{\cos(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) - \cos \phi_{IQ}\} + \frac{Q_E}{\omega_{EQ}} [\cos\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\} - \cos(-\omega_{EQ} t_s + \phi_{EQ})] + V(0) \dots\dots(35)$$

となるが、式 (35) の t の係数を見れば、任意の時刻について $V(t)$ が有限値をもつためには流出水の操作は

$$Q_{EM} = Q_{IM} \dots\dots\dots(36)$$

でなければならない。また明らかに $V(t) \geq 0$ であるから

$$- \frac{Q_I}{\omega_{IQ}} \{\cos(\omega_{IQ} t + \phi_{IQ}) - \cos \phi_{IQ}\} + \frac{Q_E}{\omega_{EQ}} [\cos\{\omega_{EQ}(t - t_s) + \phi_{EQ}\} - \cos(-\omega_{EQ} t_s + \phi_{EQ})] + V(0) \geq 0 \dots\dots(37)$$

である。式 (36), (37) は $Q_{OUT}(t)$ の操作上の制約条件となる。以下の計算においては、無次元化した沈殿池容積 $\hat{V}(\tau)$ や無次元濃度 $\hat{C}(\tau)$ などを用いるので、 $Q_{IN}(t), Q_{OUT}(t), C_{IN}(t), V(t)$ などをそれぞれの平均量で無次元化すると、

$$\hat{Q}_{IN}(\tau) = 1 + \frac{Q_I}{Q_{IM}} \sin(\omega_{IQ} T_0 \tau + \phi_{IQ}) \dots\dots(38)$$

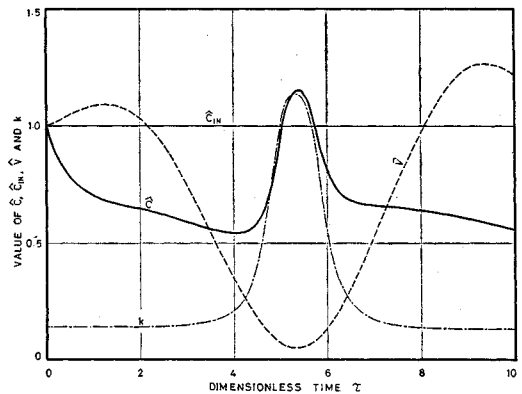


Fig. 2 Variation of $\hat{C}, \hat{C}_{IN}, \hat{V}$ and k with τ

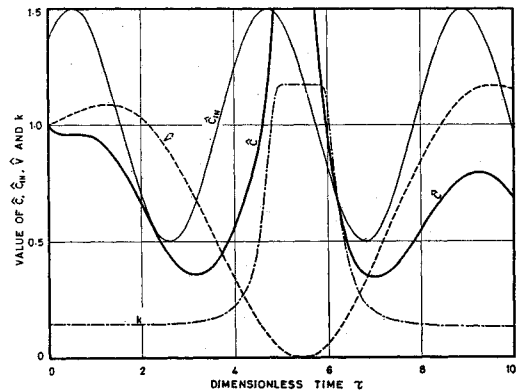


Fig. 3 Variation of $\hat{C}, \hat{C}_{IN}, \hat{V}$ and k with τ

$$\hat{C}_{IN}(\tau) = 1 + \frac{C_I}{C_{IM}} \sin(\omega_{IC} T_0 \tau + \phi_{IC}) \dots\dots (39)$$

$$\hat{Q}_{OUT}(\tau) = 1 + \frac{Q_E}{Q_{EM}} \sin\{\omega_{EQ} T_0 (\tau - \tau_s) + \phi_{EQ}\} \dots\dots (40)$$

$$\begin{aligned} \hat{V}(\tau) = & -\frac{Q_I}{Q_{IM}} \cdot \frac{1}{\omega_{IQ} T_0} \{\cos(\omega_{IQ} T_0 \tau + \phi_{IQ}) \\ & - \cos \phi_{IQ}\} + \frac{Q_E}{Q_{IM}} \cdot \frac{1}{\omega_{EQ} T_0} \\ & \times [\cos\{\omega_{EQ} T_0 (\tau - \tau_s) + \phi_{EQ}\} \\ & - \cos(-\omega_{EQ} T_0 \tau_s + \phi_{EQ})] + 1 \dots\dots (41) \end{aligned}$$

ただし、 τ, T_0 は式 (17), (18) で与えられる無次元時間および初期の理論滞留時間である。

流出水 $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ の操作に際し、再浮上パラメーター

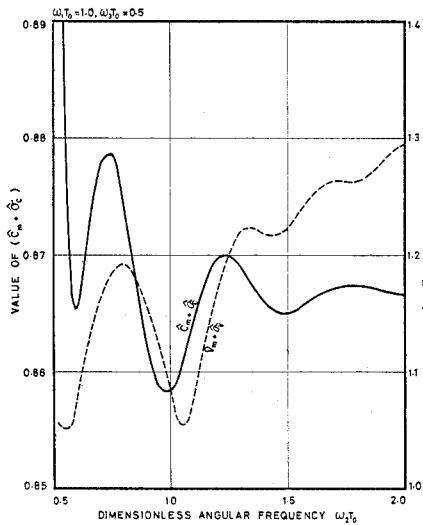
k が浮遊物質濃度 $\hat{C}(\tau)$ に与える影響を Fig. 2, Fig. 3 に示す。Fig. 2 は

$$\begin{aligned} Q_{IN}(\tau) = & 1 + 0.25 \sin(\tau + 0.8) \\ Q_{OUT}(\tau) = & 1 + 0.25 \sin\left\{0.55\left(\tau - \frac{\pi}{4}\right) + 0.8\right\} \\ \hat{C}_{IN}(\tau) = & 1 \end{aligned} \dots\dots (42)$$

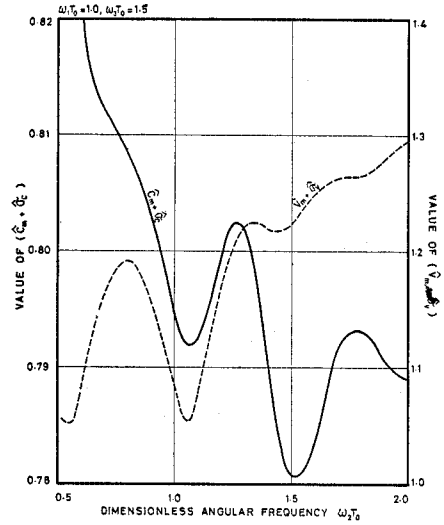
の場合で、Fig. 3 は

$$\begin{aligned} Q_{IN}(\tau) = & 1 + 0.25 \sin(\tau + 0.8) \\ Q_{OUT}(\tau) = & 1 + 0.25 \sin\left\{0.52\left(\tau - \frac{\pi}{4}\right) + 0.8\right\} \\ \hat{C}_{IN}(\tau) = & 1 + 0.5 \sin(\tau + 0.8) \end{aligned} \dots\dots (43)$$

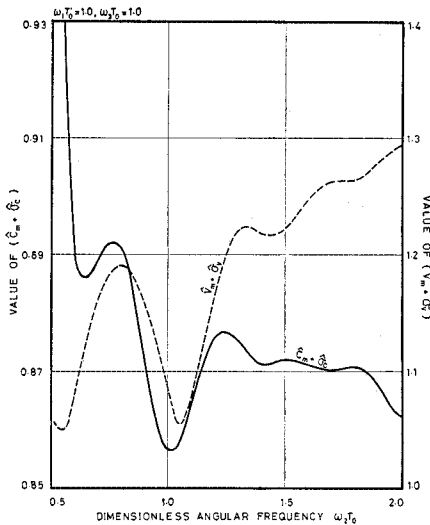
の場合である。いずれも再浮上パラメーター k の増加



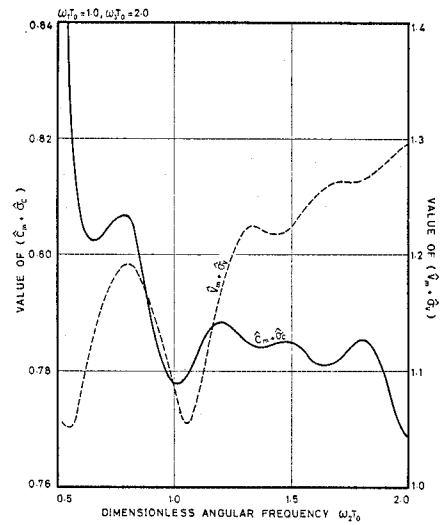
(a)



(c)



(b)



(d)

Fig. 4 Variation of $(\hat{C}_m + \delta\hat{C})$ and $(\hat{V}_m + \delta\hat{V})$ with $\omega_2 T_0$

とともに $\hat{C}(\tau)$ は著しく増加することを示している。特に、Fig. 2 より流入水中の浮遊物質濃度 $\hat{C}_{IN}(\tau)$ にたとえ変動がなくとも、流出水量 $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を操作すれば、流出水濃度 $\hat{C}(\tau)$ に変動の生じ得ることがわかる。なお、本研究では計算に際しては特に再浮上パラメーター k には $k \geq 0$ 以外の条件は与えていない。なぜなら、再浮上パラメーター k の値としては定常状態においては沈殿池の機能をはたすためには当然 $k < 1$ でなければならないが、非定常状態においては短時間には $k \geq 1$ もありうるからである。以下に流出水量 $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ を操作した場合に式 (24), (25), (26), (27) で示される浮遊物質の平均濃度 C_m およびその標準偏差 σ_C と沈殿池平均容積 V_m およびその標準偏差 σ_V とを求めた若干の例を示す。ただし、次のように無次元化した $\hat{C}(\tau)$, $\hat{V}(\tau)$ で計算したものをを用いた。

$$\hat{C}_m = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{C}(\tau) d\tau \dots \dots \dots (44)$$

$$\hat{\sigma}_C = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \hat{C}^2(\tau) d\tau - \hat{C}_m^2 \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (45)$$

$$\hat{V}_m = \frac{1}{T} \int_0^T \hat{V}(\tau) d\tau \dots \dots \dots (46)$$

$$\hat{\sigma}_V = \left\{ \frac{1}{T} \int_0^T \hat{V}^2(\tau) d\tau - \hat{V}_m^2 \right\}^{1/2} \dots \dots \dots (47)$$

(1) 操作変数が $\omega_{EQ} T_0$ の場合

$Q_I/Q_{IM} = Q_E/Q_{EM} = 0.25$, $C_I/C_{IM} = 0.5$, $\omega_{IQ} T_0 = 1.0$ rad, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8$ rad, $\tau_s = \pi/4$, $\alpha = 10^\circ$, $P = 0.8$ に対して $\omega_3 T_0$ をパラメーターとして $\omega_{EQ} T_0$ を 0.52 ~ 2.0 rad の間で操作した場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の値の変化の様子を Fig. 4 (a) ($\omega_3 T_0 = 0.5$ rad), (b) ($\omega_3 T_0 = 1.0$ rad), (c) ($\omega_3 T_0 = 1.5$ rad), (d) ($\omega_3 T_0 = 2.0$ rad) に示す。ただし、以後 ω_{IQ} , ω_{EQ} , ω_{IC} をそれぞれ ω_1 , ω_2 , ω_3 と略記する。 $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の変化の様子は (a), (b), (c), (d) とも同一で、 $\omega_2 T_0 \approx 0.55$ rad および $\omega_2 T_0 \approx 1.05$ rad 付近で極小となっている。したがって、沈殿池容積 \hat{V}_m およびその標準偏差 $\hat{\sigma}_V$ を小さくするという観点からは $\omega_2 T_0 \approx 0.55$ rad および $\omega_2 T_0 \approx 1.05$ rad あたりで流出水量を操作するのが望ましい。この $\omega_2 T_0$ の値は流入水の水量 $Q_{IN}(t)$ に対する $\omega_1 T_0$ の値とほぼ一致している。一方、 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ については (a), (b), (c), (d) のいずれも $\omega_2 T_0 \approx 1.0 \sim 1.1$ rad あたりで極小値が出現しているが (c) は $\omega_2 T_0 \approx 1.5$ rad 付近、(d) は $\omega_2 T_0 \approx 2.0$ rad 付近でも極小値があらわれ、しかもこれらの極小値は $\omega_2 T_0 \approx 1.0$ rad 付近の値よりもさらに小さい。したがって、 $\omega_2 T_0$ の望ましい操作の値は流入水濃度変動の $\omega_3 T_0$ の値とほぼ一致している。ところで (a) すなわち $\omega_3 T_0 = 0.5$ rad についても $\omega_2 T_0 \approx 0.6$ rad 付近で極小となっているが、これは $\omega_3 T_0$ の値 0.5

rad よりややずれ、しかも $\omega_2 T_0 \approx 1.0$ rad 付近における $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ の極小値よりも大きい。この結果は沈殿池容積の値から推察すれば再浮上パラメーター k が大きくなっているために底面からの沈殿物の再浮上が相当、濃度に寄与したために生じたものと思われる。したがって、Fig. 4 (a), (b), (c), (d) の結果より推察すれば、沈殿池容積を小さくするという観点に立てば $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の値の変化の様子からみて $\omega_2 T_0$ は流入水量の変動の角周波数 $\omega_1 T_0$ とほぼ等しい値となるように、また流出水の浮遊物質の濃度およびその変動を低くするという観点からは、 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ の値の変化の様子からすれば $\omega_2 T_0$ は流入水濃度の変動の角周波数 $\omega_3 T_0$ とほぼ等しくなるように操作することが望ましい。操作に対する浮遊物質濃度と

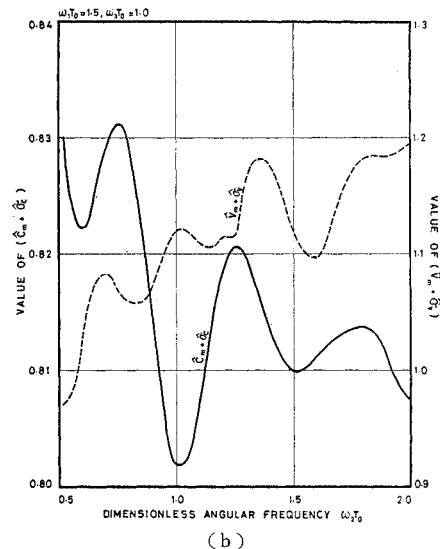
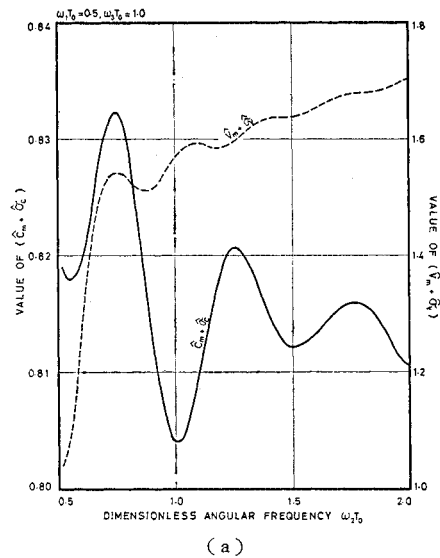


Fig. 5 Variation of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$

沈殿池容積に関する総合的な評価は \hat{C}_m や \hat{V}_m などにかかる重み (式 (29) における w_i) の値の取り方によって変わってくることはいうまでもないが、いずれにしても $\omega_2 T_0$ の操作における最適性の存在は明らかであるものと思われる。

Fig. 5 (a), (b) は $Q_I/Q_{IM}=Q_E/Q_{IM}=0.25$, $C_I/C_{IM}=0.5$, $\omega_3 T_0=1.0$ rad, $\phi_{IQ}=\phi_{IC}=\phi_{EQ}=0.8$ rad, $\tau_s=\pi/4$, $\alpha=10^\circ$, $P=0.8$ の各値に対して $\omega_1 T_0$ をパラメータにして ((a) は $\omega_1 T_0=0.5$ rad, (b) は $\omega_1 T_0=1.5$ rad) $\omega_2 T_0$ を操作した場合の $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ の値の変化の様子を示したものである。**Fig. 4** の場合と同様, $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$ については $\omega_3 T_0$ と同じ値の $\omega_2 T_0 \approx 1.0$ rad 付近に極小値があらわれている。 $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ については $\omega_1 T_0$ とほぼ同じ値の $\omega_2 T_0$ に対して ((a) は $\omega_2 T_0 \approx 0.5$ rad 付近に, (b) は $\omega_2 T_0 \approx 1.5$ rad 付近に) 極小値があらわれているが最小値ではない。

Fig. 6, **Fig. 7** (いずれも $\omega_1 T_0=\omega_3 T_0=1.0$ rad, $\phi_{IQ}=\phi_{IC}=\phi_{EQ}=0.8$ rad, $\tau_s=\pi/4$, $Q_E/Q_{IM}=0.25$, $\alpha=10^\circ$, $P=0.8$) は特別な場合, すなわち **Fig. 6** ($C_I/C_{IM}=0.5$) は流入水量 \hat{Q}_{IN} に変動のない場合で, **Fig. 7** ($Q_I/Q_{IM}=0.25$) は流入水濃度 \hat{C}_{IN} に変動のない場合である。両図とも $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ は $\omega_2 T_0$ の操作によりかなり変化しているが, 流入水濃度に変動のない場合は $\omega_2 T_0$ の操作による $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$ の変化は流入水濃度に変動のある場合よりおだやかで, $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ については \hat{Q}_{IN} に変動のない場合は $\omega_2 T_0$ の操作による変化はおだやかであるといえる。

Fig. 4~Fig. 7 のいずれについても $\omega_2 T_0$ の操作の下限は約 0.52 rad である。これは式 (37) で示す $\hat{V}(\tau)$

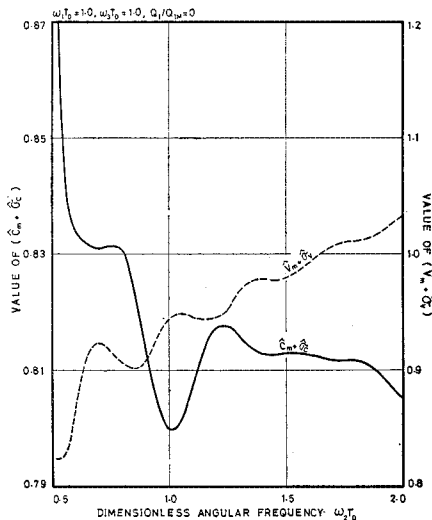


Fig. 6 Variation of $(\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$

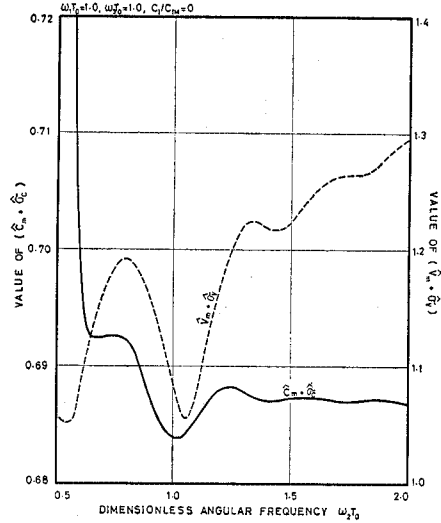


Fig. 7 Variation of $(\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V)$ with $\omega_2 T_0$

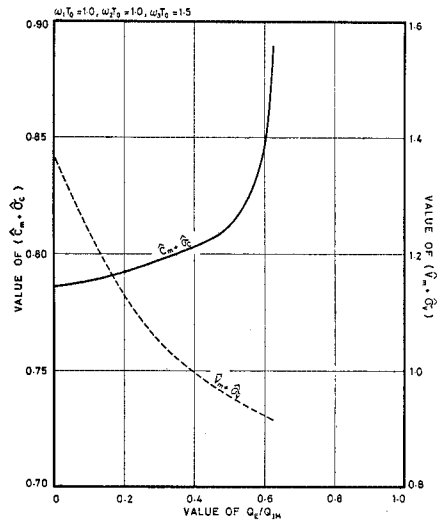


Fig. 8 Variation of $(\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V)$ with Q_E/Q_{IM}

≥ 0 を常に満足せねばならないことよりでてくる。また, $\omega_2 T_0$ の操作の結果全般についていえば, $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$ の変化は $\omega_2 T_0$ が大きくなるほど小さくなり安定になるようであるが, $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ の値は $\omega_2 T_0$ の増加とともにしだいに大きくなり好ましくない結果となるようである。

(2) 操作変数が Q_E/Q_{IM} の場合

$\omega_1 T_0=1.0$ rad, $\phi_{IQ}=\phi_{IC}=\phi_{EQ}=0.8$ rad, $\tau_s=\pi/4$, $Q_I/Q_{IM}=0.25$, $C_I/C_{IM}=0.5$, $\alpha=10^\circ$, $P=0.8$ について, **Fig. 8** は $\omega_2 T_0=1.0$ rad, $\omega_3 T_0=1.5$ rad で, **Fig. 9** は $\omega_2 T_0=2.0$ rad, $\omega_3 T_0=1.0$ rad で Q_E/Q_{IM} を操作したときの $\hat{C}_m+\hat{\sigma}_C$ と $\hat{V}_m+\hat{\sigma}_V$ の変化の様子を図示したも

Table 1 Variation of \hat{C}_m , $\hat{\sigma}_C$, \hat{V}_m , $\hat{\sigma}_V$ and (E_1+E_2) with Q_E/Q_{IM}

Amplitude Q_E/Q_{IM}	Mean Concentration \hat{C}_m	Standard Deviation of \hat{C}_m $\hat{\sigma}_C$	E_1 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$	Mean Volume \hat{V}_m	Standard Deviation of \hat{V}_m $\hat{\sigma}_V$	E_2 $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$	Total Value $E_1 + E_2$
0	0.6404	0.2226	0.8630	1.159	0.2084	1.368	2.230
0.125	0.6404	0.2221	0.8625	1.117	0.2099	1.327	2.190
0.250	0.6406	0.2216	0.8621	1.075	0.2207	1.296	2.158
0.375	0.6409	0.2210	0.8619	1.033	0.2393	1.273	2.135
0.500	0.6415	0.2203	0.8618	0.9916	0.2643	1.256	2.118
0.625	0.6425	0.2194	0.8619	0.9497	0.2939	1.244	2.106
0.750	0.6442	0.2181	0.8624	0.9078	0.3270	1.235	2.097
0.875	0.6480	0.2158	0.8638	0.8659	0.3625	1.228	2.092
1.000	0.6642	0.2115	0.8757	0.8240	0.3999	1.224	2.100

Table 2 Variation of \hat{C}_m , $\hat{\sigma}_C$, \hat{V}_m , $\hat{\sigma}_V$ and (E_1+E_2) with Q_E/Q_{IM}

Amplitude Q_E/Q_{IM}	Mean Concentration \hat{C}_m	Standard Deviation of \hat{C}_m $\hat{\sigma}_C$	E_1 $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$	Mean Volume \hat{V}_m	Standard Deviation of \hat{V}_m $\hat{\sigma}_V$	E_2 $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$	Total Value $E_1 + E_2$
0	0.6074	0.1786	0.7860	1.159	0.2084	1.368	2.154
0.125	0.6057	0.1839	0.7896	1.040	0.1646	1.205	1.995
0.250	0.6045	0.1900	0.7946	0.9217	0.1637	1.085	1.880
0.375	0.6046	0.1967	0.8014	0.8030	0.2063	1.009	1.811
0.500	0.6081	0.2033	0.8114	0.6843	0.2727	0.9571	1.768
0.625	0.6623	0.2270	0.8893	0.5657	0.3497	0.9153	1.805
0.750*	$\hat{V}(\tau) < 0$						
0.875*	"						
1.000*	"						

* For this value of Q_E/Q_{IM} the volume of basin $\hat{V}(\tau)$ is not always greater than or equal to zero and the condition (37) is not satisfied.

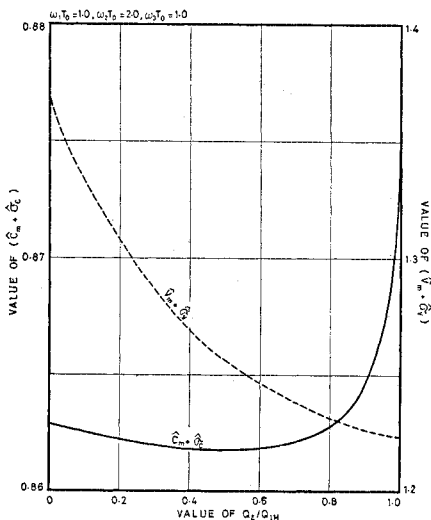


Fig. 9 Variation of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with Q_E/Q_{IM}

のである。操作の範囲は Fig. 9 の場合には $Q_E/Q_{IM} = 0 \sim 1.0$ であるが、Fig. 8 の場合は $\hat{V}(\tau) \geq 0$ なる条件より $Q_E/Q_{IM} = 0 \sim 0.6$ となる。Fig. 9 には $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ に極小値が出ているが、その他はいずれも $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$, $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ には極小値はあらわれていない。しかし、図より明らかなように Q_E/Q_{IM} の操作に対して $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$ が増加の傾向であれば $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ は減少の傾向となっており、

両者の結果を総合すれば Table 1, Table 2 の Total Value ($E_1 + E_2$) の欄に見られるように Q_E/Q_{IM} の操作に最適性が存在するものと思われる。

(3) 操作変数が τ_s の場合

Fig. 10 に $\hat{Q}_{OUT}(\tau)$ の $\hat{Q}_{IN}(\tau)$ に対する時間おくれ τ_s を操作変数とした場合の $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ の変化の様子を示す。ただし、 $\omega_1 T_0 = \omega_2 T_0 = 1.0$ rad, $\omega_3 T_0 = 2.0$ rad, $\phi_{IQ} = \phi_{IC} = \phi_{EQ} = 0.8$ rad, $Q_I/Q_{IM} = Q_E/Q_{IM} = 0.25$, $C_I/C_{IM} = 0.5$, $\alpha = 10^\circ$, $P = 0.8$ である。操作の範囲は正弦波の周期は 2π rad であるから $\omega_2 T_0 \tau_s = 0 \sim 2\pi$ rad としてある。明らかに $\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C$, $\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V$ とともに極小値が出現しており、 τ_s の操作に最適性が存在するものと考えられる。

以上のすべての計算においては $T = 100$ (無次元時間) としている。この T の値は操作の効果があらわれるに要する時間などを考慮して、行なおうとする非定常操作の評価をいかなるタイム・スケールに対してなすかによって決定されるべきものであると思われる。

5. 要約と結論

本研究において得られた結果を要約すると次のようになる。

(1) 非定常な沈殿池の操作特性は浮遊物質に対する拡散方程式 (1) の集中化を行なって得た沈殿池モデルより導かれる濃度式 (19), すなわち

$$\hat{C}(\tau) = \int_0^\tau \frac{Q_{IN} \hat{C}_{IN}}{\hat{V}} \exp\{-I(\tau) + I(\tau')\} d\tau' + \hat{C}(0) \exp\{-I(\tau)\}$$

を用いて調べることができる。

(2) 沈殿池の操作によってもたらされる結果の評価の対象となる要因としては、流出水における浮遊物質の時間平均濃度 \hat{C}_m , その濃度の標準偏差 $\hat{\sigma}_C$, 沈殿池容積 \hat{V}_m , その容積の標準偏差 $\hat{\sigma}_V$ などが考えられるが、これらの要因のうちどれに重点をおくかによって式 (29) のように重みをかけたものの和の評価を行なうのが合理的であると思われる。すなわち、操作としては、

$$E = \sum_{i=1}^4 w_i e_i$$

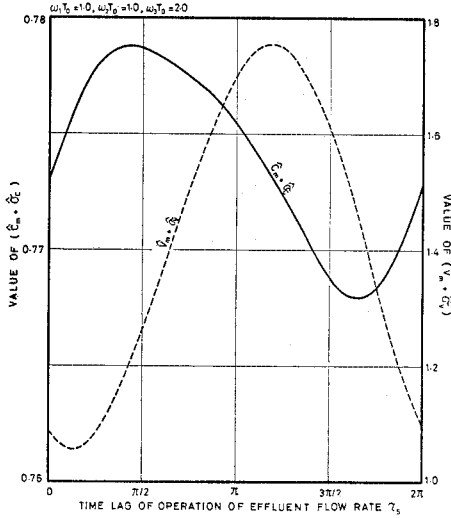


Fig. 10 Variation of $(\hat{C}_m + \hat{\sigma}_C)$ and $(\hat{V}_m + \hat{\sigma}_V)$ with τ_s

を最小にするように行なえばよい。

(3) 流出水量の操作のみに限っていえば、それを正弦波によって表示すると、変動の角周波数 $\omega_2 T_0$ 、変動の振幅 Q_E/Q_{IM} 、流入水量に対するタイム・ラグ τ_s のいずれについてもその最適性が存在するものと考えられる。

(4) 流出水量変動の角周波数 $\omega_2 T_0$ の操作についていえば、流出水の平均濃度 \hat{C}_m 、沈殿池の平均容積 \hat{V}_m を評価の指標にとるなら、流入水量の角周波数 $\omega_1 T_0$ 、流入水濃度の角周波数 $\omega_3 T_0$ が $\omega_2 T_0$ の値の決定の目安となるようである。

本研究では主として非定常状態における沈殿池の最適操作の可能性を明らかにすることを目的とし、場所的には集中化をほどこした矩形沈殿池モデルを用いて検討を行なった。なぜなら、集中系モデルは数式的な取扱いが容易であるという利点を有し、水処理の効率という点のみに関しては特に流出水における濃度あるいは水量が問題となるので、集中系モデルでその目的を達することができると思われるからである。ただし、より厳密な取扱いをするためには沈殿池内の濃度を均一と見なしている点などに対する補正が今後の問題となってくるものと思われる。

なお、本研究を進めるにあたり、多くの有益な助言をいただいた京都大学衛生工学教室の内藤正明博士に謝意を表す。

また、本論文におけるすべての計算は京都大学大型計算機センターの FACOM 230-60 によって行なった。

参考文献

1) Himmelblau, D.M. and Bischoff, K.B.: Process Analysis and Simulation, John Wiley & Sons, New

York, 1968.

2) 高松武一郎・井上頼輝・内藤正明・芝 定孝: 矩形沈殿池の非定常解析について, 昭和47年度土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, 昭和47年6月.
 3) 合田 健: 上水浄化における水理学上の基礎的諸問題, 京都大学学位論文, 昭和31年.
 4) 高松武一郎・内藤正明・芝 定孝: 矩形沈殿槽における沈殿物の再浮上に関する一考察, 土木学会論文報告集, 第183号, 1970年11月.
 5) 堀川 明: ランダム変動の解析, 共立出版, 昭和41年5月.
 バボリス, A.: 応用フーリエ積分, オーム社, 昭和46年4月など.

【付録】 式(5)と式(7)の誘導

(1) 式(5)について

式(2)の S に関する積分は Fig. 1 より $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5, S_6$ で行なわれるから,

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV + \sum_{i=1}^6 \iint_{S_i} \left\{ \left(uC - E_x \frac{\partial C}{\partial x} \right) n_x + \left(vC - E_y \frac{\partial C}{\partial y} \right) n_y + \left(wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} \right) n_z \right\} dS_i = 0 \quad \dots\dots\dots(A1)$$

と書ける。 n_x, n_y, n_z は各面 S_i における外向き法線ベクトルの x, y, z 成分であるから Fig. 1 を参考にして,

$$\left. \begin{array}{l} \text{平面 } S_1 \text{ では} \dots n_x = -1, n_y = 0, n_z = 0 \\ \text{平面 } S_2 \text{ では} \dots n_x = 1, n_y = 0, n_z = 0 \\ \text{平面 } S_3 \text{ では} \dots n_x = 0, n_y = -1, n_z = 0 \\ \text{平面 } S_4 \text{ では} \dots n_x = 0, n_y = 1, n_z = 0 \\ \text{平面 } S_5 \text{ では} \dots n_x = 0, n_y = 0, n_z = -1 \\ \text{平面 } S_6 \text{ では} \dots n_x = 0, n_y = 0, n_z = 1 \end{array} \right\} \dots\dots\dots(A2)$$

となる。

また、式(3)の S_5 平面における浮遊物質の流れは以下のように算定される。沈殿池底面に対する合田博士の提案された境界条件³⁾

$$kw_p C + E_z \frac{\partial C}{\partial z} = 0 \quad \dots\dots\dots(A3)$$

を用いる。一方、 w は粒子の鉛直方向の速度、すなわち流体の鉛直方向の速度 w_W と浮遊物質粒子自身の速度 w_p とを合成したものであるから,

$$w = w_W - w_p \quad \dots\dots\dots(A4)$$

と書ける。式(A3)、(A4)を式(3)の第5式に代入すると

$$wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = (w_W - w_p)C_s - (-kw_p C_s)$$

となるが、沈殿池内の流体の鉛直方向の流れ w_W を無視すると、上式は

$$wC - E_z \frac{\partial C}{\partial z} = -(1-k)w_p C_s \quad \dots\dots\dots(A5)$$

となる。

式 (A1) に式 (A2) および式 (3) の関係を代にして

$$\iiint_V \frac{\partial C}{\partial t} dV - u_{IN} C_{IN} S_1 + u_{OUT} C_{OUT} S_2 + (1-k) w_p C_s S_s = 0 \dots\dots\dots (A6)$$

沈殿池内の浮遊物質の濃度としては

$$\bar{C}(t) = \frac{1}{V} \iiint_V C(t, x, y, z) dV \dots\dots\dots (4)$$

のような、体積平均濃度を用いるから $C_{OUT}(t)$, $C_s(t)$ に対しては近似的に、

$$\bar{C}(t) \cong C_{OUT}(t) \cong C_s(t) \dots\dots\dots (A7)$$

が成立する。また流入水量 Q_{IN} , 流出水量 Q_{OUT} は

$$\left. \begin{aligned} Q_{IN} &= u_{IN} S_1 \\ Q_{OUT} &= u_{OUT} S_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A8)$$

である。したがって、式 (A6) に式 (4), 式 (A7), 式 (A8) の各式を用いて、次のような式 (5) の微分方程式が得られる。

$$\frac{d(V\bar{C})}{dt} = Q_{IN} C_{IN} - Q_{OUT} \bar{C} - (1-k) w_p S_s \bar{C} \dots\dots\dots (5)$$

(2) 式 (7) について

沈殿池内の流れを主流の x 方向のみと仮定すると式

(6) より

$$\frac{\partial \rho_w}{\partial t} + \frac{\partial(\rho_w u_w)}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots (A9)$$

上式を沈殿池全体について積分し、Gauss-Ostrogradskii の定理を用いると、

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_V \rho_w dV - \iint_{S_1} \rho_w u_w dS_1 + \iint_{S_2} \rho_w u_w dS_2 = 0 \dots\dots\dots (A10)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \bar{\rho}_w &= \frac{1}{V} \iiint_V \rho_w dV, \quad \bar{\rho}_{w1} = \frac{1}{S_1} \iint_{S_1} \rho_w dS_1, \\ \bar{\rho}_{w2} &= \frac{1}{S_2} \iint_{S_2} \rho_w dS_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A11)$$

とおき、 u_w を一定とみなすと、式 (A8) を考慮して、

$$\frac{d}{dt} (\bar{\rho}_w V) - \bar{\rho}_{w1} Q_{IN} + \bar{\rho}_{w2} Q_{OUT} = 0 \dots\dots\dots (A12)$$

となる。流体の密度は $\bar{\rho}_w \cong \bar{\rho}_{w1} \cong \bar{\rho}_{w2} \cong \text{constant}$ とみなせるから、

$$\frac{dV}{dt} = Q_{IN} - Q_{OUT} \dots\dots\dots (7)$$

となり、式 (7) が得られる。

(1972.8.2・受付)