

地中埋設管の振動特性に関する二、三の研究

A FEW STUDIES ON THE VIBRATIONAL CHARACTERISTICS OF UNDERGROUND PIPE

後藤 尚男*・土岐 憲三**・高田 至郎***
By Hisao Goto, Kenzo Toki and Shiro Takada

1. ま え が き

最近では地中の開発も活発に行なわれ、沈埋トンネル、地下構造物、埋設管などの建造がさかんに進められている。しかして、大都市の地下には上下水道管、ガス管、電力、通信などの埋設管のほか地下鉄などが敷設されており、過去の震害例からもそれらの耐震性が重視される。これら地中構造物の動的な耐震性を論ずるには、地盤内における地震動の特性を明らかにし、その地中構造物への影響を知る必要がある。また、これらの地中構造物の多くは、長手方向にかなりの広がりをもつことが多い。たとえば、埋設管や沈埋トンネルなどでは、その周囲がすべて地盤に囲まれ、しかも、数百m以上にもわたっての広がりをもつ。そのため、全く異質な地盤層にまたがって設置される場合があり、このような影響も当然考慮に入れられねばならない。また、たとえ均質な地盤内に設置されていたとしても、構造物の継手部分や他構造物との接合部分では振動性状が一様でなく、耐震的に弱い個所と考えられるので、その地震時の振動特性についても十分な注意が払われねばならない。さらに、地中構造物の横断面方向についても、構造物と地盤の動的な相互作用を考慮した振動圧などの算定によって、静的な設計算法が検討されていかねばならないであろう。

埋設管や沈埋トンネルなどは、耐震構造上は同様な特性をもつ構造物と考えられるが、これらの地中構造物の動的挙動の解析的研究にはこれまで3つの手法がある。その一つは、桜井^{1),2)}らによって行なわれているもので、それは松代地震時に現地に埋設したパイプラインモデルの実測データに基づいて、パイプラインの軸方向、横方向の振動を取り扱い、地盤の変形、すべり抵抗を考慮に

入れて、弾性床の上のはりとして解析したものである。第2の手法は、林³⁾、武藤⁴⁾、浜田⁵⁾、後藤⁶⁾らによってなされた有限要素法の適用によるものである。この解析手法では、異質地盤層にわたる場合や、入力に位相差をもつ場合についての振動特性も取り扱っている。また、第3の方法は、地盤と構造物を連続弾性体としてとらえ、これら両者の動的な相互作用を波動方程式を用いて解析しようとするものであり、著者らもこの手法により、これまでもいくつかの研究を行ってきた。すなわち一つには、表層地盤内に管軸方向に一樣な管が埋設されている場合に、基盤面にある入射角をもつ波動が入射する際の管と周辺地盤の動的な相互作用を弾性波動の伝播の問題として検討し、管については曲げ変形に伴うひずみに関して解析を行なった⁷⁾。さらに、管が表面波を受ける場合の特性を検討するために、半無限弾性地盤内に一樣な管が埋設されているモデルを考え、管軸方向に伝播する縦波および横波の性質をもつ波動による管の運動を地盤との相互作用を考慮して解析し、曲げひずみ、軸ひずみと地盤運動との関連について検討した⁸⁾。これらの結果、地盤の動きに対する管の相対変位はきわめて小さく、管の固有振動は生じないこと、曲げひずみは地盤の運動加速度に比例すること、軸ひずみは地盤の運動速度に比例し曲げひずみより大きな値をとることなどが明らかとなっていった。

ところで、上下水道管、通信施設などの管路は、分岐継手部分や、管軸に鉛直に立ち上がるマンホールとの接合部分をもつ。また、沈埋トンネル地下鉄なども換気塔や地上への連絡口となる構造物などに結合されている。これらの個所では、構造物が周辺の土の運動を規制し、変位が拘束される結果となるために、一樣な管路の場合とは異なった振動性状を示すことは容易に推測される。本研究は、一つにはこのような場合を対象として、管路軸方向での両端の変位が拘束されている場合を取り上げて、その軸方向の振動特性を波動論を用いて解析し、軸

* 正会員 工博 京都大学教授 工学部交通土木教室

** 正会員 工博 京都大学助教授 防災研究所

*** 正会員 工修 京都大学助手 防災研究所

ひずみの大きさについて検討を加えたものである。なお継手部分においては、曲げ変形に伴う応力の集中なども指摘されているが、同様の手法による解析的な検討は今後の問題として残した。一方、本文で対象としたもう一つの問題は、管軸に直角な面内での埋設管が鉛直下方より入射するせん断波を受ける際の管の変形および応力の大きさを同じく波動論によって解析、検討したものである。いずれの場合も、埋設管周辺地盤の特性が管の応答におよぼす影響について注目し、地盤剛性と埋設管剛性の比をパラメーターにとって解析考察を進めたものである。なお、本文内容の一部は著者らによってすでに報告されたが⁹⁾、その後の数値計算結果も加えてここに取りまとめた。

2. 管軸方向の振動特性

(1) 関数解析

本節では、両端において管軸方向の変位が規制されている埋設管の軸方向の振動を取り扱う。ここで設定したモデルは、Fig. 1 に示すように、均質等方な弾性地盤中に弾性管が埋設されており、管の両端は隣接する地下構造物に結合されており、したがって継手位置では軸方向変位が拘束されており、管の半径方向については、埋設管と隣接地下構造物との間では変位は拘束されていないものと仮定する。また地盤全体が管の軸方向に一樣な振動 $u_0 e^{i\omega t}$ をしており、かつ両隣接地下構造物は地盤と同一の運動をするものと仮定する。さらに、埋設管と地盤の間にはすべりが生じないものと仮定して、その接触面での変位および応力が連続な条件を満たしているものと見なす。

Fig. 1 に示すように、内径 a 、外径 b 、長さ l なる埋設管において、円筒座標 (r, θ, z) を定め、それぞれの方向の相対変位を (u_r, u_θ, u_z) で表示する。地盤の運動方向は z 軸に平行であるから、すべての運動は軸対称となり、 u_r, u_z は θ に関して独立な量となる。なお物理定数における添字 1, 2 はそれぞれ地盤と埋設管を表わ

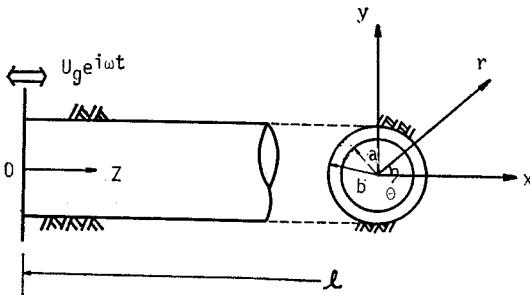


Fig. 1 Model of Underground Pipe

すものとする。

以上のような条件下では相対変位で表示した半径方向および軸方向の変位 u_r, u_z は波動論に基づく次の運動方程式を満足すべきである。

$$\left. \begin{aligned} \rho_i \frac{\partial^2 u_r^{(i)}}{\partial t^2} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial \Delta_i}{\partial r} + 2\mu_i \frac{\partial \tilde{\omega}_i}{\partial z} \\ \rho_i \frac{\partial^2 u_z^{(i)}}{\partial t^2} - \rho_i \omega^2 u_{0z} e^{i\omega t} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial \Delta_i}{\partial z} - 2\mu_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{\omega}_i) \end{aligned} \right\} \dots (2.1)$$

$(i=1, 2)$

$$\left. \begin{aligned} \Delta_i &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_r^{(i)}) + \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial z} \\ 2\tilde{\omega}_i &= \frac{\partial u_r^{(i)}}{\partial z} - \frac{\partial u_z^{(i)}}{\partial r} \end{aligned} \right\} \dots (2.2)$$

ただし、 λ, μ は Lamé の定数、 ρ は密度を表わす。いま取り扱っている振動系の境界条件は次のように表わせる。

$$\left. \begin{aligned} z=0, l : u_z^{(1)} &= u_z^{(2)} = 0 \\ r=a : \sigma_r^{(2)} &= \sigma_z^{(2)} = 0 \\ r=b : \sigma_r^{(1)} &= \sigma_r^{(2)}, \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}, \\ &u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, u_z^{(1)} = u_z^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots (2.3)$$

ここに、 $\sigma_r, \tau_{r\theta}, \sigma_z$ は半径・接線・軸方向の各応力を表わし、上式は順次、管両端で変位規制、管内面で自由、管外面で連続の各境界条件を表わしている。

まず地盤の応答を求めるのに、半径方向変位、軸方向変位 $u_r^{(1)}, u_z^{(1)}$ を z に関して次のように級数展開を行う。

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(1)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} U_r(r) \cdot \cos r_m z \cdot e^{i\omega t} \\ u_z^{(1)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} U_z(r) \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (2.4)$$

ここに、

$$r_m = \frac{m\pi}{l} \quad (m=0, 1, 2, \dots) \dots (2.5)$$

式(2.4)を式(2.2)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_r) + r_m U_z \right\} \cdot \cos r_m z \cdot e^{i\omega t} \\ 2\tilde{\omega}_1 &= - \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ r_m U_r + \frac{dU_z}{dr} \right\} \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots (2.6)$$

式(2.6)を式(2.1)の運動方程式に代入して、まず、自由振動解を求める。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_r) + r_m U_z \right\} \\ - \mu_1 r_m \left\{ r_m U_r + \frac{dU_z}{dr} \right\} + \rho_1 \omega^2 U_r = 0 \\ - (\lambda_1 + 2\mu_1) r_m \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_r) + r_m U_z \right\} \\ + \mu_1 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \left(r_m U_r + \frac{dU_z}{dr} \right) \right\} \\ + \rho_1 \omega^2 U_z = 0 \end{aligned} \right\} \dots (2.7)$$

上式を变形すれば

$$\left. \begin{aligned} U_r &= -\frac{1}{h^2} \frac{dA_1^*}{dr} + \frac{r_m}{k^2} \tilde{\omega}_1^* \\ U_z &= \frac{r_m}{h^2} A_1^* + \frac{1}{k^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \tilde{\omega}_1^*) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.8)$$

ただし、

$$\left. \begin{aligned} A_1^* &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_r) + r_m U_z, \quad \tilde{\omega}_1^* = r_m U_r + \frac{dU_z}{dr} \\ h^2 &= \frac{\rho_1 \omega^2}{\lambda_1 + 2\mu_1}, \quad k^2 = \frac{\rho_1 \omega^2}{\mu_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.9)$$

また、式(2.1)を变形することにより、 A_1 と $\tilde{\omega}_1$ に分離することが可能であり、次の dilatational wave と rotational wave の波動方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 A_1}{\partial t^2} &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \left(\frac{\partial^2 A_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 A_1}{\partial z^2} \right) \\ \rho_1 \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_1}{\partial t^2} &= \mu_1 \left(\frac{\partial^2 \tilde{\omega}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{\omega}_1}{\partial r} - \frac{\tilde{\omega}_1}{r^2} + \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_1}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.10)$$

式(2.6)を用いて上式を書き直せば次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 A_1^*}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dA_1^*}{dr} + h_m^{*2} A_1^* &= 0 \\ \frac{d^2 \tilde{\omega}_1^*}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tilde{\omega}_1^*}{dr} + \left(k_m^{*2} - \frac{1}{r^2} \right) \tilde{\omega}_1^* &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.11)$$

ただし、

$$h_m^{*2} = h^2 - r_m^2, \quad k_m^{*2} = k^2 - r_m^2 \dots\dots(2.12)$$

式(2.11)は A_1^* については0次の Bessel 微分方程式であり、 $\tilde{\omega}_1^*$ については1次の Bessel 微分方程式となっている。地盤については、半径方向に無限の広がりを持つので、前進波のみを波動方程式の解として選ばばよい。時間項 $e^{i\omega t}$ を考慮すれば、式(2.11)の解として、第2種の Hankel 関数を採用すればよいので、

$$A_1^* = A_m H_0^{(2)}(h_m^* r), \quad \tilde{\omega}_1^* = B_m H_1^{(2)}(k_m^* r) \dots\dots(2.13)$$

ここに、 A_m, B_m は境界条件より決定される未定定数である。式(2.8)に式(2.13)を代入すれば、 U_r, U_z が決定され、さらに式(2.4)に代入すれば変位は次式のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(1)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots} \left\{ A_m \frac{h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right. \\ &\quad \left. + B_m \frac{r_m}{k^2} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \cdot \cos r_m z \cdot e^{i\omega t} \\ u_z^{(1)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots} \left\{ A_m \frac{r_m}{h^2} H_0^{(2)}(h_m^* r) \right. \\ &\quad \left. - B_m \frac{k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) \right\} \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.14)$$

次に式(2.1)の特別解すなわち地動による強制項を求める。その特別解を

$$u_z^{(1)*} = \sum_{m=0}^{\infty} X_m \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \dots\dots(2.15)$$

とにおいて、式(2.1)の第2式に代入して整理すれば、

$$\sum_{m=0}^{\infty} \{ \rho_1 \omega^2 - (\lambda_1 + 2\mu_1) r_m^2 \} \cdot X_m \cdot \sin r_m z = -\rho_1 u_g \omega^2 \dots\dots(2.16)$$

上式の両辺に $\sin r_m z$ を乗じて、 z について0より l まで積分し、

$$\int_0^l \sin^2 r_m z \cdot dz = \frac{l}{2}, \quad \int_0^l \sin r_m z \cdot dz = \frac{2}{r_m} \quad (m=1, 3, 5, \dots) \dots\dots(2.17)$$

を用いることにより X_m は次のように決定される。

$$X_m = -\frac{h^2}{h_m^{*2}} \cdot \frac{4 u_g}{r_m l} \dots\dots(2.18)$$

以上より地盤での変位は、式(2.18)を式(2.15)に代入して得られる強制項と、式(2.14)で求められた自由振動解とを加え合わせることによって次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(1)} &= \sum_{m=1,3,5,\dots} \left\{ A_m \frac{h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right. \\ &\quad \left. + B_m \frac{r_m}{k^2} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \cdot \cos r_m z \cdot e^{i\omega t} \\ u_z^{(1)} &= \sum_{m=1,3,5,\dots} \left\{ A_m \frac{r_m}{h^2} H_0^{(2)}(h_m^* r) \right. \\ &\quad \left. - B_m \frac{k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) - \frac{h^2}{h_m^{*2}} \frac{4 u_g}{r_m l} \right\} \\ &\quad \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.19)$$

次に、式(2.19)より応力を求めるが、周知のように、円筒座標系における応力と変位の関係は次式で与えられている。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_z}{\partial z} \right) \\ \tau_{rz} &= \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial r} \right) \\ \sigma_z &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial u_z}{\partial z} + \lambda \left(\frac{u_r}{r} + \frac{\partial u_r}{\partial r} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2.20)$$

これより、地盤内応力はそれぞれ次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)} &= 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots} \left[A_m \left\{ \frac{h_m^{*2}}{h^2} + \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \right\} \right. \\ &\quad \cdot H_0^{(2)}(h_m^* r) - \frac{h_m^*}{h^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(h_m^* r) \left. \right\} \\ &\quad + B_m \left\{ \frac{r_m k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) - \frac{r_m}{k^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \\ &\quad - u_g \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \frac{h^2}{h_m^{*2}} \frac{4}{r_m l} \left. \right] \cdot \cos r_m z \cdot e^{i\omega t} \\ \tau_{rz}^{(1)} &= 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots} \left[A_m \left\{ -\frac{r_m h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B_m \left\{ -\frac{r_m^2 - k_m^{*2}}{2k^2} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \right] \\ &\quad \cdot \sin r_m z \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(1)} = & 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[A_m \left\{ \left(\frac{\gamma_m^2}{h^2} + \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \right) H_0^{(2)}(h_m^* r) \right\} \right. \\ & + B_m \left\{ -\frac{\gamma_m k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) \right\} \\ & \left. + u_g \left\{ -\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{2\mu_1} \frac{h^2}{h_m^{*2}} \frac{4}{r_m l} \right\} \right] \cdot \cos \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \\ & \dots\dots\dots(2.21) \end{aligned}$$

次に、埋設管について、その変位と応力を求める。運動方程式は式(2.1)において、添字が2となり、同様な手法を用いて解析を進めることができる。ただし、式(2.1)の解を求めるに際しては、埋設管は半径方向に管の内面、外面2つの境界を有し、管体は有限領域であるので、前進波と後進波の2つの波動の和として考えていかねばならない。ゆえに、式(2.3)を満足する解は次のように書き表わせる。

$$\begin{aligned} A_2^* &= M_m H_0^{(2)}(p_m^* r) + R_m H_0^{(1)}(p_m^* r) \\ \tilde{\omega}_2^* &= N_m H_1^{(2)}(q_m^* r) + S_m H_1^{(1)}(q_m^* r) \dots(2.22) \end{aligned}$$

ただし、

$$\begin{aligned} p_m^{*2} &= p^2 - \gamma_m^2 = \frac{\omega^2}{v_{l2}^2} - \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2, \\ q_m^{*2} &= q^2 - \gamma_m^2 = \frac{\omega^2}{v_{t2}^2} - \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \quad (m=1, 3, 5, \dots) \\ & \dots\dots\dots(2.23) \end{aligned}$$

式(2.23)を用いて変位 $u_r^{(2)}$, $u_z^{(2)}$ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned} u_r^{(2)} &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* r) \right. \\ & + N_m \frac{\gamma_m}{q^2} H_1^{(2)}(q_m^* r) + R_m \frac{p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* r) \\ & \left. + S_m \frac{\gamma_m}{q^2} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \cdot \cos \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \\ u_z^{(2)} &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{\gamma_m}{p^2} H_0^{(2)}(p_m^* r) \right. \\ & - N_m \frac{q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) + R_m \frac{\gamma_m}{p^2} H_0^{(1)}(p_m^* r) \\ & \left. - S_m \frac{q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* r) - u_g \frac{p^2}{p_m^{*2}} \frac{4}{r_m l} \right\} \\ & \cdot \sin \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \dots\dots\dots(2.24) \end{aligned}$$

応力 $\sigma_r^{(2)}$, $\tau_{rz}^{(2)}$, $\sigma_z^{(2)}$ については次のように求まる。

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)} &= 2\mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[M_m \left\{ \left(\frac{p_m^{*2}}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) \right. \right. \\ & \cdot H_0^{(2)}(p_m^* r) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(p_m^* r) \left. \right\} \\ & + N_m \left\{ \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) \right. \\ & \left. - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\ & + R_m \left\{ \left(\frac{p_m^{*2}}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) H_0^{(1)}(p_m^* r) \right. \\ & \left. - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{r} H_1^{(1)}(p_m^* r) \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + S_m \left\{ \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* r) \right. \\ & \left. - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{r} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \\ & + u_g \left\{ -\frac{\lambda_2}{2\mu_2} \frac{p^2}{p_m^{*2}} \frac{4}{r_m l} \right\} \cdot \cos \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \\ \tau_{rz}^{(2)} &= 2\mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[M_m \left\{ \frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* r) \right\} \right. \\ & + N_m \left\{ \frac{r_m^2 - q_m^{*2}}{2q^2} H_1^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\ & + R_m \left\{ \frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* r) \right\} \\ & + S_m \left\{ \frac{r_m^2 - q_m^{*2}}{2q^2} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \\ & \left. \cdot \sin \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_z^{(2)} &= 2\mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left[M_m \left\{ \left(\frac{r_m^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) \right. \right. \\ & \cdot H_0^{(2)}(p_m^* r) \left. \right\} + N_m \left\{ -\frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\ & + R_m \left\{ \left(\frac{r_m^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) H_0^{(2)}(p_m^* r) \right\} \\ & + S_m \left\{ -\frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\ & \left. - u_g \left\{ \frac{\lambda_2 + 2\mu_2}{2\mu_2} \frac{p^2}{p_m^{*2}} \frac{4}{r_m l} \right\} \right] \cdot \cos \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \\ & \dots\dots\dots(2.25) \end{aligned}$$

以上で地盤ならびに埋設管の変位と応力が求まったので、6個の未定定数 $A_m, B_m, M_m, N_m, R_m, S_m$ は式(2.3)中の $r=a, b$ における6個の境界条件より決定されることになり、それらは次の連立方程式の解として与えられる。

$$\{a_{ij}\} \cdot \{c_j\} = \{b_i\} \dots\dots\dots(2.26)$$

ここに、 $\{c_j\}$ は $\{-A_m, -B_m, M_m, N_m, R_m, S_m\}^T$ で表わされる未定定数ベクトルである。 $\{a_{ij}\}$ は連立方程式の係数であり、 $|a_{ij}|=0$ はこの系の振動数方程式となる。また、 $\{b_j\}$ は外力ベクトルである。棒の縦振動の1次固有円振動数 $\omega_r = \pi/l \cdot \sqrt{E_2/\rho_2}$ を用いることによってすべての量を無次元化することが可能であり、結局応答量 f_L は

$$f_L \equiv f_L \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \nu_1, \nu_2, \frac{b}{a}, \frac{l}{b}, \frac{\omega}{\omega_r} \right) \dots(2.27)$$

と表わされ、地盤と埋設管の剛性の比(剛性比と呼ぶ)、密度比、それぞれのポアソン比、埋設管の形状、入力円振動数の無次元量によって決定されることが知られる。

(2) 数値計算結果および考察

まず軸ひずみについて計算を行ない、剛性比、埋設管の形状の影響を調べた。級数解の収束については、誤差が0.5%の範囲内に入るように、項数を決定した。Fig. 2は $r/(u_g/l) = r^*$ とし、軸ひずみ r を入力波動振幅 u_g

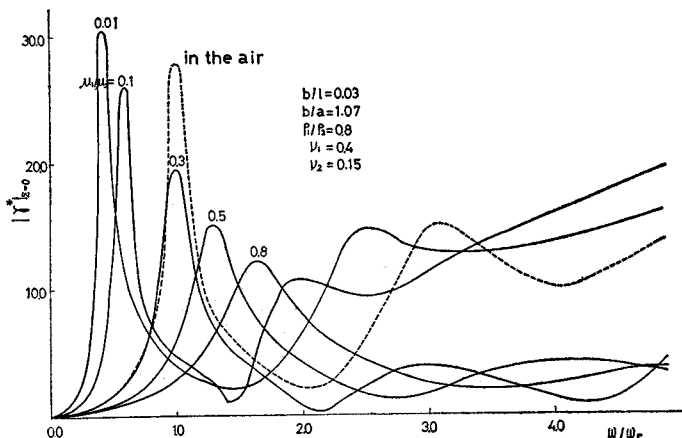


Fig. 2 Frequency Response of Axial Strain

と埋設管の長さ l の比で除した値を縦軸にとり、横軸には、入力波動円振動を空气中にある棒の1次固有円振動数で除した値 w/w_r を用いて、ひずみの周波数応答曲線を求めたものである。パラメーターとして剛性比 μ_1/μ_2 を0.01から0.8の5種類に変化させ、密度比 ρ_1/ρ_2 、ポアソン比については、図中に示した値を用いて一定としている。この図から地盤の剛性 μ_1 が増加すれば、管内に発生する最大ひずみ量は、剛性比にほぼ逆比例して減

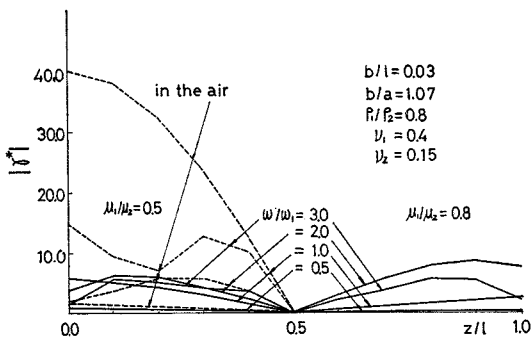


Fig. 3 Longitudinal Distribution of Axial Strain

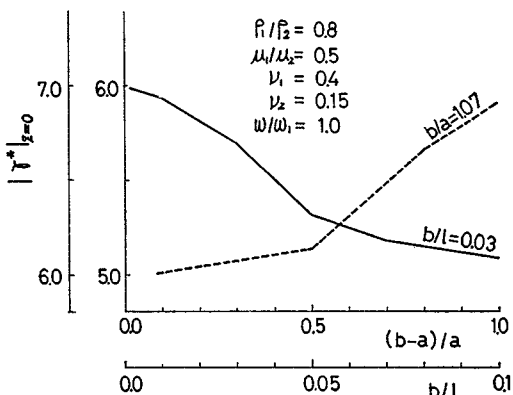


Fig. 4 Relation between Axial Strain and b/l and/or $(b-a)/a$

少していることが知られる。また、共振振動数は徐々に高くなっている。共振曲線からも知られるように、剛性比の増加とともに、その曲線は平坦となっており、地盤剛性の増加は、埋設管の振動に対して振動減衰作用を増大させる結果となっている。図中破線で示した曲線は、同様の埋設管が空气中にあるとした場合の共振曲線であり、最初から地盤がないものとした解によって求めたものである。これより、管が地盤内に埋設される場合には軸ひずみが減少する傾向にあることが知られる。また μ_1/μ_2 の値が0に近づいた場合に、空气中にある場合の曲線に一致しないのは、ここで扱っているような地盤中にある埋設管の解析にお

いては、剛性が減少した場合にも、管と地盤との変位の連続性が保たれているため、管の運動によって地盤が引きずられて地盤の質量効果が卓越し、見かけ上は質量が付加された状態となることによるものである。また、高い周波数域で応答が大きくなっているのは、入力変位振幅を一定としており、周波数の増大によって入力パワーが大きくなることによる結果である。

Fig. 3 は応答軸ひずみの管軸方向の分布を示したものである。埋設管の両端においては同一の動きをするものと仮定しているため、軸ひずみについては逆対称のモードが現われることはいうまでもない。図中の左半には $\mu_1/\mu_2=0.5$ 、右半には $\mu_1/\mu_2=0.8$ の場合の分布を周波数をパラメーターとして示したものである。また、破線で示したものは、管が空气中にある場合である。この図より明らかなように固定境界付近ではほぼその最大値に近い値を示している。また、剛性比が異なっても、分布形状に与える影響は少ないことが知られる。さらに、高い振動数比においても、地盤中にある場合には、応答のモードは比較的1次モードに近い形状になっており、高次のモードの影響が小さいことが知られる。

Fig. 4 は埋設管の形状が軸ひずみにおよぼす影響について調べた結果である。横軸には管厚の変化 $(b-a)/a$ と管の外径と長さの比 b/l をとっている。縦軸の内側の目盛は $(b-a)/a$ 、外側の目盛は b/l に対応する $z=0$ の位置での軸ひずみである。まず、管厚の変化についてみれば、図中、実線で示した傾向からも理解されるように、管厚が大きくなれば軸ひずみは減少することが知られる。これは、軸方向力は断面積で受けもたれることから考えても当然の結果であろう。管厚がある程度以上の値になれば軸ひずみ減少の割合は低下し、一定値に漸近する傾向をもっていることもわかる。次に、 b/l が大きくなれば、軸ひずみが増加する傾向にあることが認めら

れる。埋設管の外径が一定であるとすれば、 b/l の増加は被規制管長 l の減少すなわち隣接構造物との境界の影響が大きくなることを示しており、その結果、軸ひずみの増大がもたらされるものと解釈される。

以上に述べた形状変化による軸ひずみ変化の割合は、Fig. 2, 3 の剛性比変化によるものと比較すれば、小さいことが知られる。

3. 管軸に直角な断面内での振動特性

(1) 関数解析

Fig. 5 に示すように、2次元の広がりをもつ無限弾性地盤中に、内径 a 、外径 b の弾性管が埋設されているものとする。図のように座標系を定め、地震波は x の負の方向から正の方向に伝播し、かつ地盤の変位は管軸と直角な面内にある横波が入射する場合を考える。このとき入射波の一部は管の表面で反射されて散乱波となり、他は管内に屈折波として伝播し、そして管に変形が生じる。このような問題については以前に岡本¹⁰⁾らが周辺地盤に対して波動論を用いてトンネル覆工に作用する振動圧の算定を行ない、その振動圧による覆工部分の変形についてアーチ理論を適用している。一方、本文においては、周囲の地盤のみならず同時に埋設管の変形に対しても、波動論による解析を行ない埋設管の管軸と直角な2次元断面内における振動特性を検討する。

まず、入射波動として次式で表わされる横波を考える。

$$u_{\theta} = u_0 e^{ik_1(x-v_{t1}t)} \dots\dots\dots(3.1)$$

ここに、 u_0 、 k_1 、 v_{t1} はそれぞれ横波の変位振幅、波数、地盤内速度を表わし、 t は時間を表わす。

式(3.1)を極座標を用いて書き直し、Jacobiの展開を用い、ベッセル関数 $J_m(k_1 r)$ で表わすと半径方向成分 v_r 、接線方向成分 v_{θ} はそれぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} v_r &= u_0 \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \varepsilon_m \cdot i^{m-1} \cdot m \cdot \frac{J_m(k_1 r)}{k_1 r} \\ &\quad \cdot \sin m\theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} t} \\ v_{\theta} &= u_0 \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \varepsilon_m \cdot i^{m-1} \cdot \frac{\partial J_m(k_1 r)}{\partial(k_1 r)} \\ &\quad \cdot \cos m\theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} t} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3.2)$$

ここに、 $\varepsilon_m = 1 (m=0)$ 、 $\varepsilon_m = 2 (m > 0)$

次に、管の表面で反射される散乱波動は縦波、横波であり、その地盤内での縦波、横波は波動方程式を変数分離の手法を用いて解き、管の外方に向かって伝播する波動の解を採用することによって得られる⁹⁾。そして地盤内の変位は、この散乱波動と式(3.2)で表わされる入射波動との和として表わされ、半径方向、接線方向の変位をそれぞれ $u_r^{(1)}$ 、 $u_{\theta}^{(1)}$ とすれば、

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(1)} &= v_r + \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{\partial H_m^{(1)}(h_1 r)}{\partial r} - m B_m \frac{H_m^{(1)}(k_1 r)}{r} \right\} \\ &\quad \cdot \sin m\theta \cdot e^{-i\omega t} \\ u_{\theta}^{(1)} &= v_{\theta} + \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ m A_m \frac{H_m^{(1)}(h_1 r)}{r} - B_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_1 r)}{\partial r} \right\} \\ &\quad \cdot \cos m\theta \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.3)$$

ここに、 A_m 、 B_m は未定定数であり、 $h_1 = \omega/v_{t1}$ は地盤中での縦波の波数、 ω 、 v_{t1} はそれぞれ外力周波数、地盤内縦波速度を表わす。また、埋設管内の変位は、管の外面で屈折された波動と内面で全反射された波動との和で表わされ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u_r^{(2)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{\partial H_m^{(2)}(h_2 r)}{\partial r} - m N_m \frac{H_m^{(2)}(k_2 r)}{r} + R_m \frac{\partial H_m^{(1)}(h_2 r)}{\partial r} - m S_m \frac{H_m^{(1)}(k_2 r)}{r} \right\} \cdot \sin m\theta \cdot e^{-i\omega t} \\ u_{\theta}^{(2)} &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ m M_m \frac{H_m^{(2)}(h_2 r)}{r} - N_m \frac{\partial H_m^{(2)}(k_2 r)}{\partial r} + m R_m \frac{H_m^{(1)}(h_2 r)}{r} - S_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_2 r)}{\partial r} \right\} \cdot \cos m\theta \cdot e^{-i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3.4)$$

式(3.3)、(3.4)の変位より応力を計算すれば、次のように求められる。まず地盤内応力については、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)} &= 2\mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left[A_m \left\{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_1^2 r^2) H_m^{(1)}(h_1 r) - h_1 r H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \right\} + B_m \left\{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_1 r) - m k_1 r H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \right\} + \frac{u_0 \varepsilon_m i^{m-1}}{k_1} \{ (m^2 + m) J_m(k_1 r) - m k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \} \right] \cdot \sin m\theta \\ \sigma_{\theta}^{(1)} &= 2\mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left[A_m \left\{ (-m^2 - m + h_1^2 r^2 - \frac{1}{2} k_1^2 r^2) H_m^{(1)}(h_1 r) + h_1 r H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \right\} + B_m \left\{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(k_1 r) + m k_1 r H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \right\} - \frac{u_0 \varepsilon_m i^{m-1}}{k_1} \{ (m^2 + m) J_m(k_1 r) - m k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \} \right] \cdot \sin m\theta \\ \tau_{r\theta}^{(1)} &= 2\mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left[A_m \left\{ -(m^2 + m) H_m^{(1)}(h_1 r) + m h_1 r H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \right\} + B_m \left\{ -m^2 - m + \frac{1}{2} k_1^2 r^2 \right\} \right] \cdot \cos m\theta \end{aligned} \right\}$$

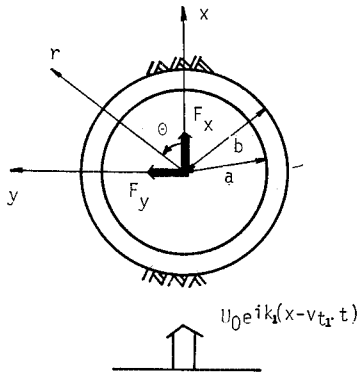


Fig. 5 Wave Scattering

$$\begin{aligned} & \cdot H_m^{(1)}(k_1 r) + k_1 r H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \Big\} \\ & - \frac{u_0 \varepsilon_m i^{m-1}}{k_1} \left\{ \left(m^2 + m - \frac{1}{2} k_1^2 r^2 \right) J_m(k_1 r) \right. \\ & \left. - k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \right\} \Big\} \cdot \cos m \theta \dots \dots \dots (3.5) \end{aligned}$$

また、埋設管内の応力については次のように求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_r^{(2)} &= 2 \mu_2 \frac{e^{-i \omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots} \left[M_m \left\{ \left(m^2 + m \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) H_m^{(2)}(h_2 r) - h_2 r H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \right\} \right. \\ & \left. + N_m \left\{ \left(m^2 + m \right) H_m^{(2)}(h_2 r) - m k_2 r H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \right\} \right. \\ & \left. + R_m \left\{ \left(m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) H_m^{(1)}(h_2 r) \right. \right. \\ & \left. \left. - h_2 r H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \right\} + S_m \left\{ \left(m^2 + m \right) H_m^{(1)}(k_2 r) \right. \right. \\ & \left. \left. - m k_2 r H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \right\} \right] \cdot \sin m \theta \\ \tau_{r\theta}^{(2)} &= 2 \mu_2 \frac{e^{-i \omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots} \left[M_m \left\{ - \left(m^2 + m \right) H_m^{(2)}(h_2 r) \right. \right. \\ & \left. \left. + m h_2 r H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \right\} + N_m \left\{ \left(- m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) \right. \right. \end{aligned}$$

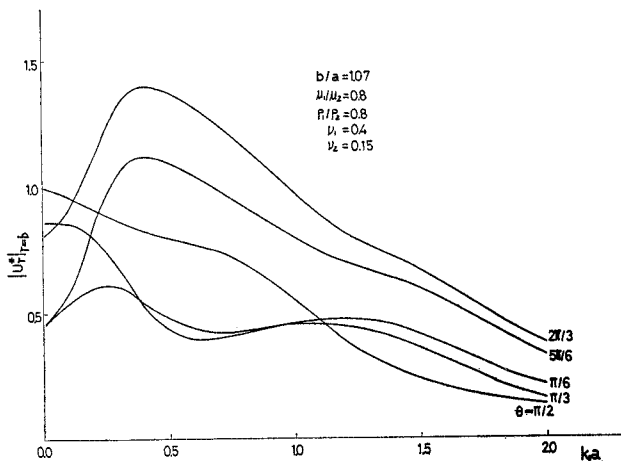


Fig. 6 Frequency Response of Radial Displacement

$$\begin{aligned} & \cdot H_m^{(2)}(k_2 r) + k_2 r H_{m-1}^{(2)}(k_2 r) \Big\} \\ & + R_m \left\{ \left(- m^2 - m \right) H_m^{(1)}(h_2 r) + m h_2 r H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \right\} \\ & + S_m \left\{ \left(- m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) H_m^{(1)}(k_2 r) \right. \\ & \left. + k_2 r H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \right\} \Big\} \cdot \cos m \theta \\ \sigma_\theta^{(2)} &= 2 \mu_2 \frac{e^{-i \omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots} \left[M_m \left\{ \left(- m^2 - m + h_2^2 r^2 \right. \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) H_m^{(2)}(h_2 r) + h_2 r H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \right\} \right. \\ & \left. + N_m \left\{ \left(- m^2 - m \right) H_m^{(2)}(k_2 r) + m k_2 r H_{m-1}^{(2)}(k_2 r) \right\} \right. \\ & \left. + R_m \left\{ \left(- m^2 - m + h_2^2 r^2 - \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \right) H_m^{(1)}(h_2 r) \right. \right. \\ & \left. \left. + h_2 r H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \right\} + S_m \left\{ \left(- m^2 - m \right) H_m^{(1)}(k_2 r) \right. \right. \\ & \left. \left. + m k_2 r H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \right\} \right] \cdot \sin m \theta \dots \dots \dots (3.6) \end{aligned}$$

この振動系の境界条件は、埋設管の内部においては、応力の拘束を受けていないこと、埋設管と地盤との接触面では変位と応力が連続であることを表わしている次式によって与えられる。

$$\left. \begin{aligned} r=a: \sigma_r^{(2)} = \tau_{r\theta}^{(2)} = 0 \\ r=b: \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}, \\ u_r^{(1)} = u_r^{(2)}, u_\theta^{(1)} = u_\theta^{(2)} \end{aligned} \right\} \dots \dots (3.7)$$

これらの境界条件式より、式(3.3)、(3.4)における6つの未定定数が求められる。

(2) 数値計算結果および考察

入力せん断波動の波数 k_1 と埋設管の内径 a との積である無次元量 $k_1 a$ を周波数のパラメータとして用い、変位については入力波動の変位振幅 u_0 で除して無次元表示する。また、式(3.1)を x について微分すれば $\partial u_\theta / \partial x = i k_1 u_\theta$ となる。この地盤のひずみ量と地盤剛性 μ_1 との積 $\mu_1 \cdot \partial u_\theta / \partial x = \sigma_\theta^*$ として、これを基本の応力量として用いれば、式(3.5)、(3.6)で求まる応力についても無次元表示することができる。応答量 f_T は

$$f_T \equiv f_T \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \nu_1, \nu_2, \frac{b}{a}, k_1 a \right) \dots (3.8)$$

として表示され、剛性比、密度比、ポアソン比、管厚、そして入力伝播波動の周波数によって変位、応力が求められる。この波動散乱の現象の検討にあたって、特に地盤と埋設管の剛性の相違による影響、および埋設管の厚みの影響について、それらが埋設管の変形や作用応力におよぼす程度を検討することを目的として数値計算を行なった。この場合 $\mu_1/\mu_2, b/a$ を変化させ他のパラメータを一定とした。密度比、ポアソン比と剛性比を独立に取り扱うことは多少の無理がある

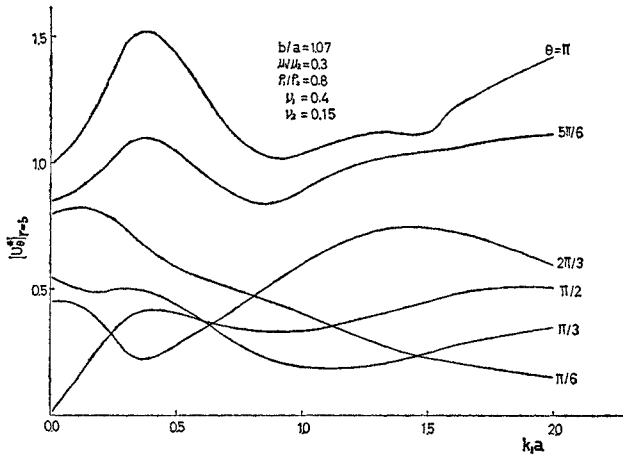


Fig. 7 Frequency Response of Tangential Displacement

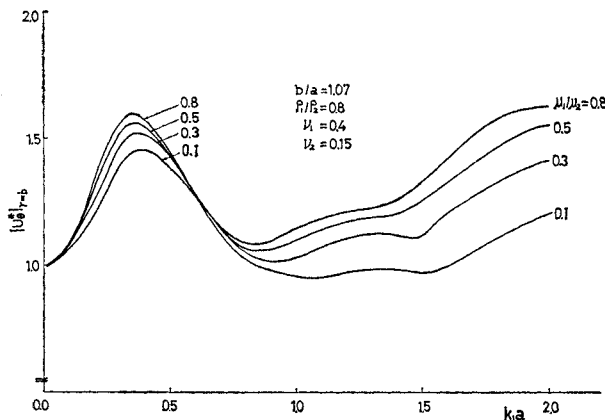


Fig. 8 Frequency Response of Tangential Displacement

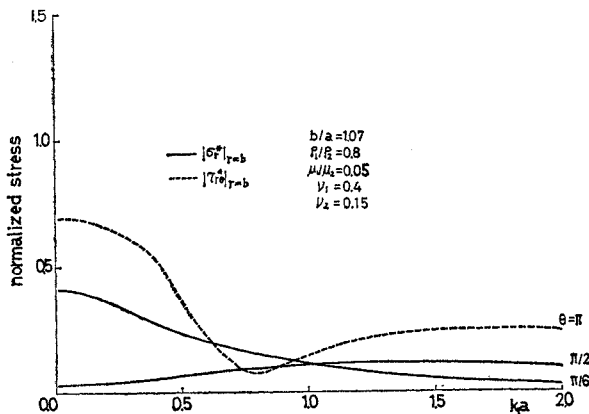


Fig. 9 Frequency Response of Radial and Tangential Stress

が、この計算にあたっては、密度比 0.8、地盤のポアソン比 0.4、埋設管のポアソン比 0.15 の場合に対して数値計算を行なった。また、級数解の収束については、誤差が 0.5% 以下となるように変位については第 5 項、応

力については第 10 項までの和を用いた。

Fig. 6, 7 は地盤との接触面における埋設管の半径方向の変位ならびに接線方向の変位について周波数応答を求めたものである。図中のパラメーター θ は応答値を求めた点の管位置を示したものである (Fig. 5 参照)。

図より $k_1 a = 0.4$ 付近に $|u_r^*|, |u_{\theta}^*|$ とともに共振振動数をもっているようであるが、この値は管の位置によって必ずしも一様でないことがうかがわれる。これらの曲線はいずれも周波数による変化に対して平坦であり、埋設管がその管軸に直交な方向の振動において特定の周波数をもつ地震波動に特別に鋭敏に応答することはみられない。このような結果は、埋設管と地盤との間には相対変位は存在しないという仮定に基づくものと考えられるが、この仮定が妥当な限りにおいては、埋設管の管軸直角方向における振動は地盤の振動によって支配されることが明らかであろう。

Fig. 8 は同じく地盤との接触面における管の接線方向変位の周波数応答について剛性比をパラメーターにとって計算したものである。また、Fig. 9 は地盤と埋設管の接触面における半径方向および接線方向の応力の周波数応答を求めた結果である。変位振幅一定の入力波動を考えているので、 $k_1 a$ の増加にしたがって加速度はその 2 乗に比例して増加している。図より、入力加速度が増大しても埋設管内に発生する応力は増大しておらず、埋設管の運動が入力加速度に支配されることはなさそうである。

Fig. 10 は管厚が応力におよぼす影響に関して、その周波数領域での特性について示したものである。 b/a が大きくなれば、周波数の小さい範囲においては応力の値は増大するが、周波数の大きい範囲になればその傾向は顕著でなくなる。管厚 $(b-a)$ の内径に対する比は $(b-a)/a = b/a - 1$ と表わされるので、内径が一定で管厚が大きくなれば b/a の値は大きくなる。したがって、埋設管が変形しにくくなることは容易に理解される。そのことによって、管の変形を拘束する反力が大きな値となって発生するので、応力の増大をもたらしているものと解釈される。

Fig. 11 は埋設管の振動モードを示したものである。入射波動は時間項については $e^{-i\omega t}$ なる形で与えており、応答は複素数値として与えられる。(a) には無次元変位 u_r^*, u_{θ}^* の実数部を (b) には虚数部を示してある。埋設管の外側より外に向って伸び量(正)を、内側に向って縮み量(負)を示してあり、いずれも周波数

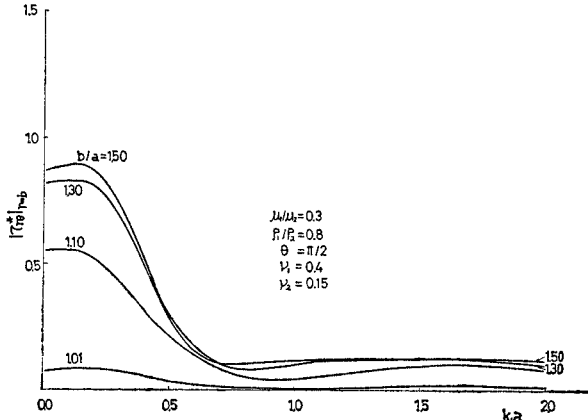


Fig. 10 Frequency Response of Tangential Stress

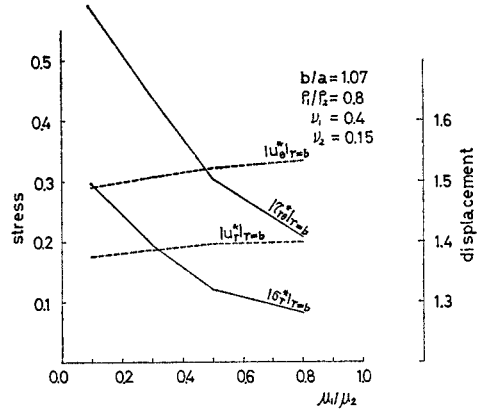


Fig. 13 Relation between Rigidity Ratio and Maximum Stress or Displacement

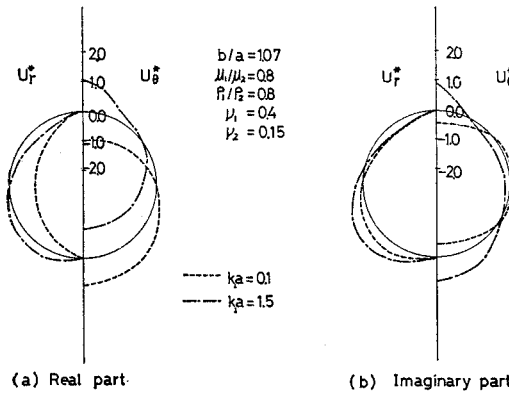


Fig. 11 Vibrational Modes

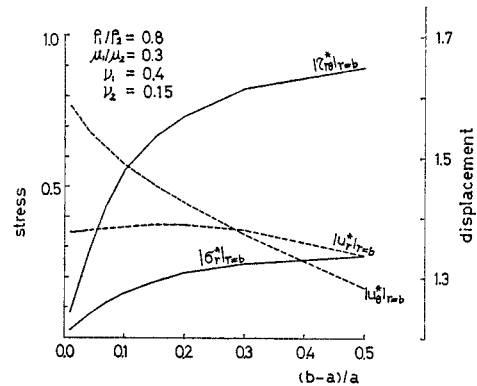


Fig. 14 Relation between Thickness and Maximum Stress or Displacement

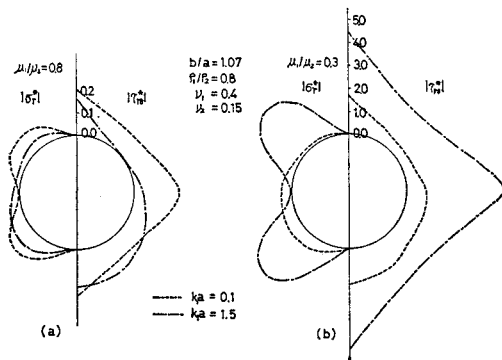


Fig. 12 Stress Distribution

をパラメーターとして計算したものである。

Fig. 12 は地盤と埋設管の接触面での応力の分布を求めたものである。(a) は $\mu_1/\mu_2=0.8$, (b) は $\mu_1/\mu_2=0.3$ として剛性比の相違による分布形状への影響を調べたものである。図中、左側には $|\sigma_r^*|$, 右側には $|\tau_{r\theta}^*|$ の値を示した。周波数パラメーターについては、 $ka=0.1, 1.5$ の場合の結果について示した。剛性比の相違による分布形状の差は著しくなく、その大きさのみが異なっ

ている。しかし、周波数の相違は分布形状に大きな差異を与えていることが知られる。直応力 $|\sigma_r^*|$ については、波動伝播方向に対して 45° ならびに 135° の方向に最大の値を示しており、接線方向応力 $|\tau_{r\theta}^*|$ については、波動の伝播方向ならびに、それに直角な方向について最大の値を示している。

Fig. 13 はこれまでの結果より、地盤剛性と埋設管剛性との比が最大変位ならびに最大応力におよぼす影響について計算したものである。 $\mu_1/\mu_2=0.1, 0.3, 0.5, 0.8$ の場合について検討を加えている。変位については、あまり変化が認められないが、若干、剛性比の増加とともに増大する傾向にある。また、応力については、逆に、剛性比の増加とともにかなり減少している。剛性比の増加を周辺地盤の剛性が一定であり、埋設管剛性が低下して柔らかくなったと解釈すれば、変形は増大するが応力はいかえて減少している。したがって、地盤の変形に追従するような管の変形が許される場合には、その反力として受ける力は減少する傾向にあることがわかる。

次に、Fig. 14 は管の最大変位、最大応力について、

管の厚さとの関係を図示したものである。管厚の増加とともに、変位は減少し、応力は増大するという結果が示されている。応力については、ある程度まで、管厚に関して1次比例的に増加するが、それ以上の管厚の増加に対しては一定値に漸近する傾向を示している。また、接線方向変位は管厚の増大とともに減少するが、半径方向変位は減少が顕著でないことが認められる。管厚の増加は、埋設管の変位を小ならしめ、そのことによる地盤からの反力として接触面で応力が増大されるものと解される。

最後に、比較的硬い地盤内にコンクリート管が埋設されている場合について、本節での仮定が許されるものとして、具体例を示しておく。地盤については $E_1=0.5 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$, $\rho_1 g=2.0 \text{ gr/cm}^3$, $\nu_1=0.40$ (このとき横波速度は 300 m/sec)、コンクリート管については、内半径 $a=100 \text{ cm}$ 、外半径 $b=107 \text{ cm}$, $E_2=2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$, $\rho_2 g=2.3 \text{ gr/cm}^3$, $\nu_2=0.15$ として、地震動は $u_g \omega=30 \text{ cm/sec}$ として与えられるものとすれば、 $b/a=1.07$, $\rho_1/\rho_2=0.87$, $\mu_1/\mu_2=0.02$, $k_1 a=0.08$ となる。これらの値は Fig. 9 のパラメーターとほぼ対応している。同図より $\sigma_r^*=0.4(\theta=\pi/6)$, $\tau_{r\theta}^*=0.7(\theta=\pi)$ と求められ、これらの無次元化応力より接触面に働く応力は $\sigma_r=1.0 \text{ kg/cm}^2$, $\tau_{r\theta}=1.75 \text{ kg/cm}^2$ となる。これらの応力は普通に考えられる静的な地圧力と比較して必ずしも小さくないことが知られる。

4. むすび

本文では、両端での軸方向変位が拘束された地中埋設管の軸方向振動および管軸直角断面内での振動を弾性波動論を用いて検討し、その振動性状について基礎的に研究したところを述べたが、無次元表示されている結果は弾性的な挙動の仮定が許される範囲において、より規模の大きい覆工トンネル、沈埋トンネル、地下構造物などの振動特性にも適用されよう。

本研究によって得られた成果を要約すれば次のようである。

(1) 両端での軸方向変位が拘束されている埋設管の軸方向振動によって発生する軸ひずみは、空気中における管の場合よりも減少する傾向にあり、その傾向は周辺の地盤が堅いほど著しく、埋設管の地盤に対する剛性比とおおむね反比例的な関係にある。

(2) 両端での軸方向変位が拘束されている埋設管の軸方向振動において、他隣接構造物との接合部に発生する軸ひずみが最も大きく、高次のモードが引き起こされることはほとんどなく、基本モードが支配的である。また、この傾向におよぼす埋設管に対する地盤の剛性比の

影響は小さい。

(3) 埋設管の形状や長さに関する量が、軸方向振動によって発生する軸ひずみに与える影響は小さい。

(4) 埋設管の管軸直角断面内での変位および応力の応答が入力加速度によって支配されることは少なく、むしろ、入力変位が支配的であると思われる。

(5) 波動散乱現象において、入力波動の周波数特性が埋設管の変位、応力の応答値に及ぼす影響は顕著ではなく、埋設管が共振状態になる可能性は少ないものと推察される。

(6) 埋設管に対する地盤の剛性比が増加すれば、埋設管に発生する応力は減少し、埋設管の変位はほとんど変化しない。

(7) 管厚が増加すれば、波動の散乱によって埋設管に発生する応力は増加し、変位は減少する傾向にある。特に、応力増加の傾向はある値までは管厚の増加とほぼ1次比例的であり、それ以上の値になれば一定値に漸近する傾向にある。

本研究は、著者らがこれまで行なっている一連の研究^{7),8),9)}の一環として実施されたものである。今後、同じく波動論を用いて管路の曲げ変形に伴う固定端付近の応力集中の解析や模型実験的な研究も行なっていく予定である。なお、数値計算にあたっては、京都大学大型計算センター FACOM 230-60 を使用したことを付記する。

参考文献

- 1) 桜井彰雄・高橋 忠・栗原千鶴子・矢島 浩：長大構造物の地震応答解析についての一考察, Proceedings of the 3rd Japan Earthquake Engineering Symposium-1970, pp. 429~436, 昭 45.11.
- 2) Sakurai, A. and Takahashi, T.: Dynamic stresses of underground pipelines during earthquakes, 4 WCEE, Vol. 2, pp. B 4-81~B 4-96, 1969.1.
- 3) 林 正夫・日比野 敏・金川 忠：地震時の埋設管・地盤の相互作用の数値解析, 電力中央研究所 技術研究所報告, No. 69067, 1970.2.
- 4) 武藤 清・内田一成・清川恒久：沈埋函の地震応答解析, Proceedings of the 3rd Japan Earthquake Engineering Symposium-1970, pp. 437~444, 昭 45.11.
- 5) 浜田政則：沈埋トンネル耐震設計計算法に対する一試案, Proceedings of the 3rd Japan Earthquake Engineering Symposium-1970, pp. 739~746, 昭 45.11.
- 6) 後藤洋三・太田 順・佐藤拓男：F.E.M.による沈埋トンネルの地震応答計算方法について, 土木学会第26回年次学術講演会講演集第I部, pp. 321~324, 昭 46.10
- 7) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎：表層地盤内にある埋設管の耐震性について, 京大防災研究所年報, 第15号 B, pp. 513~526, 昭 47.4.
- 8) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎：地中埋設管の動特性について, 土木学会第12回地震工学研究発表会講演概要, pp. 103~106, 1972.7.
- 9) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎：地中埋設管の振動性状について, 土木学会第11回地震工学研究発表会講演概要, pp. 33~36, 1971.7.

- 10) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦：地中構造物に働く地震力に関する研究，土木学会論文集，No. 92, pp. 46~51, 昭 38.4.
- 11) Baron, M.L. and Matthews, A.T. : Diffraction of a pressure wave by a cylindrical cavity in an elastic medium, Journal of Applied Mechanics, pp. 347~353, 1961.
- 12) Mow, C.C. and McCabe, W.L. : Dynamic stress in an elastic cylinder, ASCE, EM 3, pp. 21~41, 1963.
- 13) Mente, L.J. and French, F.W. : Response of elastic cylinders to plane shear wave, ASCE, EM 5, pp. 103~117, 1964.
- 14) Kuesel, T.R. : Earthquake design criteria for subways, ASCE, ST6, pp. 1213~1230, 1962.
- 15) Alfredo, H.S. Ang. and George, G. Chang : Numerical calculation of inelastic plane structure-soil interaction, Proceedings of Symposium on Soil-Structure Interaction, Tucson, Arizona, pp. 393~410, 1964.

(1972.1.31 受付)
(1972.9.19 再受付)
