

# リブ付台形桁の断面変形挙動とダイヤフラムの効果

## DISTORTIONAL BEHAVIOURS AND INFLUENCES OF DIAPHRAGMS IN RIBBED TRAPEZOIDAL BOX GIRDERS

奥 村 敏 恵\*・坂 井 藤 一\*\*  
By Toshie Okumura and Fujikazu Sakai

### 1. まえがき

箱型ばかりに偏心荷重の作用するとき、その断面輪郭形状の変化ははりの挙動に重要な影響があり、中間ダイヤフラムの効果がそのような現象と関連していることはすでに知られている。

著者らは先に、長方形ばかりの場合について、このような断面変形挙動と中間ダイヤフラムの特性を明確化し、少數のダイヤフラムの配置によって膜理論の成立が保証されることを理論上ならびに実験上において示した<sup>1)</sup>。

本論文は、前報告に統いて單一台形ばかりの断面変形を考慮した基本方程式を導き、それにしたがっていくつかの例を解析し、中間ダイヤフラム影響を調査したものである。ここで導いた基本方程式は鋼床版フランジのような縦リブの存在する場合も解析可能であり、また長方形断面も特別な場合として含むことによって従来のものより一般的な箱型ばかりに適用され得る。

従来、このように断面変形を考慮して台形ばかりを取り扱った研究はきわめて少なく、Abdel-Samad, S.R. et al.<sup>2),3)</sup> および Richmond, B. et al.<sup>4),5)</sup> 等があるのみである。前者は V.Z. Vlasov の一般座標法による折板理論<sup>6)</sup>、後者は張殻構造理論<sup>7)</sup>にその基礎を置いている。

本文における基本方程式も前者の一般座標法に基づくものであるが、断面の複雑な形状を取り扱うために、一般座標の仮定に際し直交条件からではなく、物理的な考慮からそれらを求めた。したがって、結果は従来のものとはまったく異なる方程式となっている。また前報告の結果から、この場合も少數のダイヤフラムの存在が膜理論の成立を保証するものと推定して、平板の面内剛性のみを考慮し、理論の簡易化を意図した。

### 2. 基本方程式の誘導

#### (1) はりの断面形状

図-1 に示すような縦リブ付台形断面を対象にする。この断面の設定に際して次の条件を課している。

◎断面は左右対称とする。—設定1

◎縦リブは断面輪郭中心線上に集中して存在する。

—設定2

したがって、片側断面の上フランジ、下フランジおよびウェブに付いているリブの数をそれぞれ  $K_u$ ,  $K_l$  および  $K_h$  とすれば、断面の総面積  $F$  は次のようになる(記号は記号欄 参照)。

$$F = F_u + F_l + 2F_h + A_{ru} + A_{rl} + 2r_h \quad \dots \dots (1)$$

ただし

$$F_u = b_u t_u, \quad F_l = b_l t_l, \quad F_h = h t_h$$

$$A_{ru} = A_u^0 + 2 \sum_{k=1}^{K_u} A_u^k$$

$$A_{rl} = A_l^0 + 2 \sum_{k=1}^{K_l} A_l^k$$

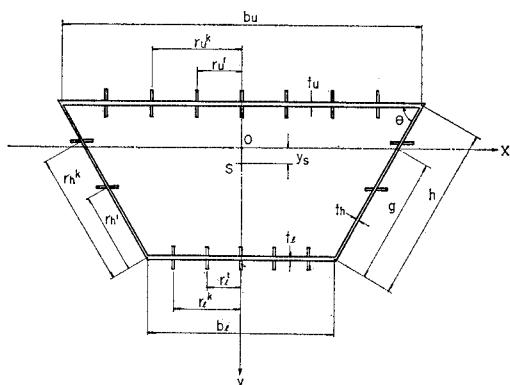


図-1 対象とする台形断面

\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

\*\* 正会員 工博 川崎重工業鉄構事業部橋梁設計部

$$A_{rh} = \sum_{k=1}^{K_h} A_h^k$$

また、重心の位置  $g$  は次のようにになる。

$$g = \frac{(F_u + A_{ru} + F_h) + 2 \sum_{k=1}^{K_h} A_h^k r_h^k}{A} \quad \dots\dots\dots(2)$$

台形の角度  $\theta$  は次式によって決定される。

$$\cos \theta = \frac{b_u - b_l}{2h} \quad \dots\dots\dots(3)$$

## (2) 変位関数の仮定

固定座標系  $O-x-y-z$  および物体座標系  $O'-s-z$  を図-2 のように選ぶ。座標の原点  $O$  および  $O'$  ははり端の断面重心および上フランジの一端である。 $z$  軸は重心軸である。また、各頂点を ①, ②, ③, ④ と名づけておく。

さて、このはりの変形状態を表現するために、 $z$  軸方向変位  $u$  ならびに  $s$  軸方向変位  $v$  を次のように仮定する。

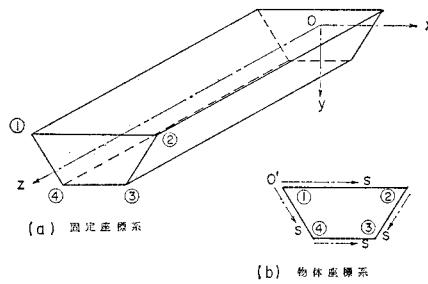


図-2 座標系の選定

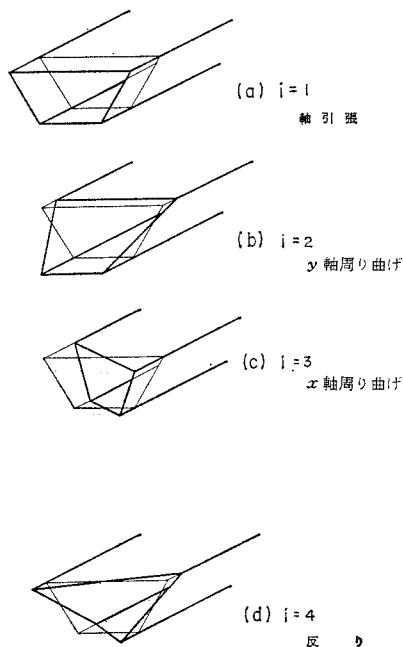


図-3  $z$  方向変位の各成分 (自由度  $j=1, 2, 3, 4$ )

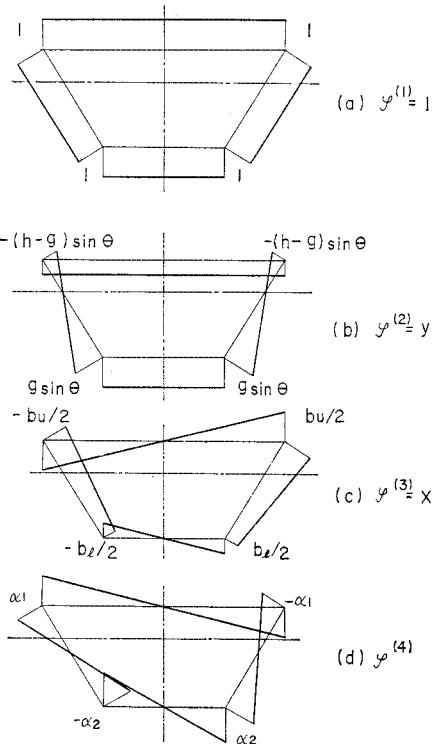


図-4 一般座標  $\varphi^{(i)}$

$$n(s, z) = \sum_{i=1}^4 \varphi^{(i)}(s) U_i(z) \quad \dots\dots\dots(4.a)$$

$$v(s, z) = \sum_{j=1}^4 \psi^{(j)}(s) V_j(z) \quad \dots\dots\dots(4.b)$$

すなわち、 $z$  方向および  $s$  方向ともに 4 個の自由度を持つ変位を仮定する。それぞれの自由度に対応する変位成分は図-3 および図-5 に示されている。

上で  $\varphi^{(i)}, \psi^{(j)}$  は一般化された座標であり、 $U_i, V_j$  は一般化された変位である。 $\varphi^{(i)}$  および  $\psi^{(j)}$  はそれぞれ  $U_i=1$  および  $V_j=1$  なる時の各変位成分の大きさを表わしている。

### a) 縦方向変位

$z$  方向変位の各成分を図-3 に示したように、軸引張、 $x$  軸周り曲げ、 $y$  軸周り曲げおよびそりの 4 種類の変形に対応させることにする。

この時一般座標  $\varphi^{(i)}$  を図-4 のように探るならば、一般変位  $U_i$  の物理的意味は次のようになる。

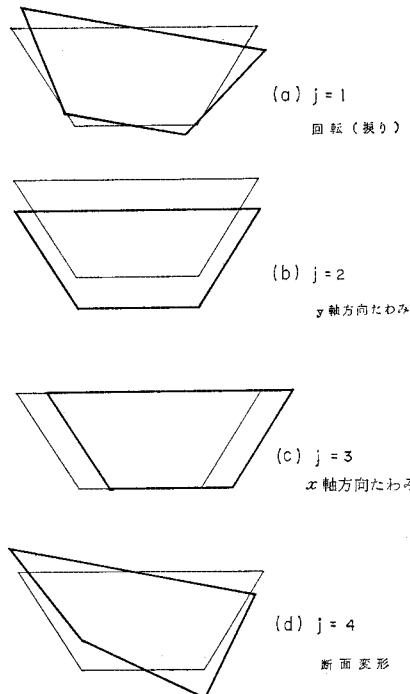
U 1 : 軸引張 (圧縮) 変位量

U 2 :  $X$  軸周りの断面回転量

U 3 :  $Y$  軸周りの断面回転量

U 4 に対して明確な物理的定義を与えることはむずかしいが、二軸対称な長方形断面の場合には、式 (9), (10) において  $e=f, b_u=b_l$  なることから図-4 (d) で

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{b_u h}{4} = \frac{\varrho}{4} \quad \dots\dots\dots(5)$$

図-5  $S$  方向変位の各成分（自由度  $j=1, 2, 3, 4$ ）

となるので、U 4 は断面の平面保持状態からのゆがみ（そり）の割合を示すものである。したがって、かりに、

U 4 : 断面のゆがみ率

と定義しておく。

ここで、Wagner-Bornsheuer 流の曲げねじり理論との対応を考える。その理論においては、

$$W(s, Z) = \omega(s) \cdot \theta'(Z) \dots \quad (6)$$

$$\begin{aligned} W &: \text{そり } [L] \\ \omega &: \text{単位そり } [L^2] \\ \theta' &: \text{ねじり率 } [L^{-1}] \end{aligned} \quad \left. \right\} \text{ Wagner の意味における}$$

一方、式 (4.a) からそり変位のみ考えれば、

$$u(s, Z) = \varphi^{(4)}(s) U 4(Z) \dots \quad (7)$$

となる。両式の比較によって  $\varphi^{(4)}$  および U 4 は見かけの上で単位そりおよびねじり率に相当するものであることがわかる\*。

さて、一般座標  $\varphi^{(i)}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) を図-4 のように採ったのは相互の間に直交性条件が成立するようにするためにある\*\*。すなわち、

$$\oint \varphi^{(m)} \varphi^{(n)} dF = 0 \quad (m \neq n) \dots \quad (8)$$

ここで、積分は全断面に対するものを表わす。

明らかに対称性から  $m, n=1, 2, 3$  の場合および  $m=$

\* ディメンジョンも同じである。ただし、物理的内容は異なるものである。

\*\*  $\varphi^{(i)}$  が直交性を持つようにすると後の計算を簡略にすることができる。

4,  $n=1, 2$  の場合は式 (8) が成り立つ。よって次の式が成り立てば、 $\varphi^{(i)}$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ) は相互に直交性を有する。

$$\oint \varphi^{(3)} \varphi^{(4)} dF = 0 \dots \quad (8')$$

この条件を満たすように  $\alpha_1, \alpha_2$  を決定する。すなわち

$$\alpha_1 = \frac{e}{e+f} \frac{b_u + b_l}{4} h = \frac{e}{2(e+f)} Q \dots \quad (9.a)$$

$$\alpha_2 = \frac{f}{e+f} \frac{b_u + b_l}{4} h = \frac{e}{2(e+f)} Q \dots \quad (9.b)$$

ここで、 $e$  および  $f$  は以下のようになる。

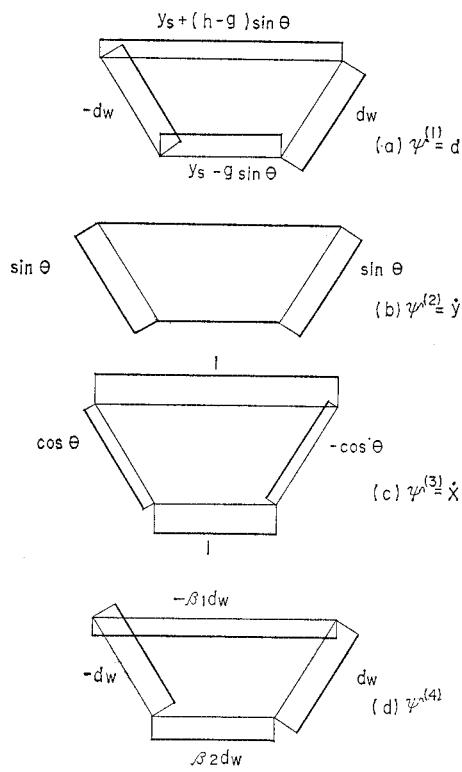
$$\begin{aligned} e &= \frac{b_l}{12} F_l + \frac{2}{b_l} \sum_{k=1}^{K_l} (r_l^k)^2 A_l k + \frac{b_u + 2b_l}{12} F_h \\ &\quad + \sum_{k=1}^{K_h} \frac{1}{2 h^2} \{b_u r_h^k + b_l (h - r_h^k)\} (h - r_h^k) A_h k \end{aligned} \dots \quad (10.a)$$

$$\begin{aligned} f &= \frac{b_u}{12} F_u + \frac{2}{b_u} \sum_{k=1}^{K_u} (r_u^k)^2 A_u k + \frac{2b_l + b_u}{12} F_h \\ &\quad + \sum_{k=1}^{K_h} \frac{1}{2 h^2} \{b_u r_h^k + b_l (h - r_h^k)\} r_h^k A_h k \end{aligned} \dots \quad (10.b)$$

### b) 横方向変位

$s$  方向変位の各成分を図-5 に示したように、回転、 $y$  軸方向たわみ、 $x$  軸方向たわみおよび断面変形の 4 種類の変形に対応させることにする。

このとき一般座標  $\psi^{(j)}$  を図-6 のように採るならば一般変位  $V_j$  の物理的意味は次のようにになる。

図-6 一般座標  $\psi^{(j)}$

V 1 : 断面の回転角（ねじり角）

V 2 : y 軸方向の重心たわみ量

V 3 : x 軸方向の重心たわみ量

V 4 に対して明確な物理的定義を与えることはむずかしいが、一軸対称な長方形断面の場合には図-7に示すような断面のせん断変形の割合を表わす  $\chi$  に一致する。したがって、V 4 を次のように定義する。

V 4 : 断面（せん断）変形率

① せん断中心  $S$  および  $\psi_1$  の決定：せん断中心  $S$  の座標  $(0, y_s)$  を決定する。

$S$  から断面輪郭線への垂線の長さを  $d(s)$  とすれば（図-6(a)) 回転  $V 1=1$  によって生ずる  $s$  方向の変位  $\psi^{(1)}$  は  $d$  に等しく、次のようなになる。

$$\begin{aligned}\psi^{(1)}(s) &= d(s) \\ &= (h-g) \sin \theta + y_s \quad (1) \leq s \leq (2) \\ &= -d_w \quad (1) \leq s \leq (4) \\ &= -g \sin \theta + y_s \quad (4) \leq s \leq (3) \\ &= d_w \quad (2) \leq s \leq (3)\end{aligned}\} \dots (11)$$

ただし、

$$d_w = \frac{(g \sin \theta - y_s)b_u + \{(h-g) \sin \theta + y_s\}b_l}{2h} \dots (12)$$

いま、せん断中心の定義から次の条件が成立するとする。

$$\oint \psi^{(1)} \psi^{(3)} t ds = 0 \dots (13)$$

式(13)より、

$$y_s = \left[ \frac{-(h-g)F_u + gF_l + \{gb_u + (h-g)b_l\}t_h \cos \theta}{F_u + F_l + 2F_h \cos^2 \theta} \right] \times \sin \theta \dots (14)$$

以上のように  $y_s$  が定まれば、一般座標  $\psi^{(1)}$  は、式(11)より決定される。

②  $\psi^{(4)}$  の決定：断面変形のパターンを示す一般座標  $\psi^{(4)}$  を四辺形ト拉斯の変形との類似によって図-8のように探ることができる。

このとき次の条件が成立するものとする。

$\psi^{(3)}$  と  $\psi^{(4)}$  の直交性条件

$$\oint \psi^{(3)} \psi^{(4)} t ds = 0 \dots (15)$$

から、

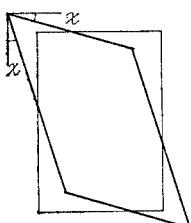


図-7 断面変形率  $\chi$

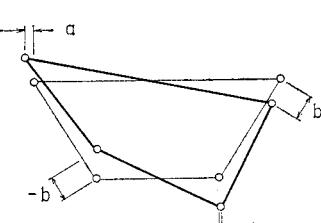


図-8 断面変形のパターン  
(四辺形ト拉斯との類似)

$$-aF_u + cF_l - 2bF_h \cos \theta = 0 \dots (16)$$

また、Bredt のせん断流（単位=1）に対する仕事量が0であるような物理的考慮、

$$\oint \psi^{(4)} ds = 0 \dots (17)$$

から\*、

$$ab_u + cb_l - 2bh = 0 \dots (18)$$

式(17)および(18)の両式より  $b=d_w$  とすれば、

$$\left. \begin{aligned} a &= \frac{2(t_l - t_h \cos \theta)}{t_u + t_l} \cdot \frac{h}{b_u} d_w = \beta_1 d_w \\ b &= d_w \\ c &= \frac{2(t_u + t_h \cos \theta)}{t_u + t_l} \cdot \frac{h}{b_l} d_w = \beta_2 d_w \end{aligned} \right\} \dots (19)$$

以上によって  $\psi^{(4)}$  を決定するが、これを図示したのが図-6(d)である。

③ 他の直交条件：上述のほかに対称性から明らかに次の直交条件が成立する。

$$\oint \psi^{(2)} \psi^{(n)} t ds = 0 \quad (n=1, 3, 4) \dots (20)$$

④ 以上の誘導に際しての仮定：

⑤ リブ断面ははり断面に比べて十分に小さいとし、縦リブはせん断応力を受持たないとする。—設定3

### (3) 仮想仕事の原理

#### a) ひずみと応力

式(4)によって表現された変位関数から、 $z$  方向ひずみ  $\epsilon_z$  およびせん断ひずみ  $\tau_{zs}$  は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_z &= \frac{\partial u}{\partial z} = \sum_{i=1}^4 \varphi^{(i)} U_i' \\ \tau_{zs} &= \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial u}{\partial s} = \sum_{j=1}^4 (\psi^{(j)} V_j' + \dot{\varphi}^{(j)} U_j) \end{aligned} \right\} \dots (21)$$

ここで、( )' は  $z$  に関する微分、( ) $\cdot$  は  $S$  に関する微分を表す。

応力とひずみの関係式から、応力は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_z &= E \epsilon_z = E \sum_{i=1}^4 \varphi^{(i)} U_i' \\ \tau_{zs} &= G \tau_{zs} = G \sum_{j=1}^4 (\psi^{(j)} V_j' + \dot{\varphi}^{(j)} U_j) \end{aligned} \right\} \dots (22)$$

のように求められる\*\*。

#### b) 基本方程式

\* ここで、 $\psi^{(4)}$ に対する条件として式(17)の条件をあげたのは、まったく物理的考慮に基づくものであり、代りに直交条件、

$$\oint \psi^{(1)} \psi^{(4)} t ds = 0 \dots (17')$$

をあげることも可能である。しかしながら、前者に基づく方が誘導される式は若干複雑となるが、精度的には良好であるように思われるるので、前者を採用した。Bredt のせん断流なる考え方は一種の応力法であるから、ここでは変位法に応力法の概念を採入したことになるが、むしろ式(17')を用いるよりも良い結果を求めると思われる。

\*\* これらの展開において、本論では二次元応力問題としては次のことを仮定している。

$$\epsilon_s = 0, \nu = 0$$

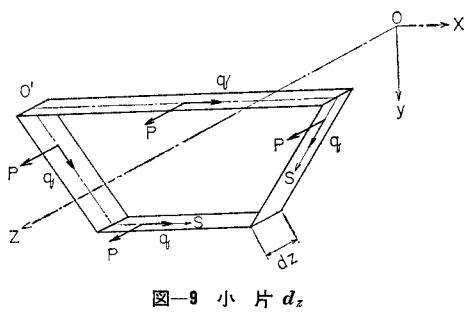
図-9 小片  $dz$ 

図-9のような小片  $dz$  を切り出して考える。いま外力  $p$ ,  $q$  が作用しているとする。

仮想変位として  $u = \varphi^{(m)}$  ( $m=1, 2, 3, 4$ ) および  $v = \psi^{(n)}$  ( $n=1, 2, 3, 4$ ) を選び、小片  $dz$  に対して仮想仕事の原理を適用すれば\*

$z$  方向に対して、

$$\oint \left( \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} dz \right) \varphi^{(m)} dF + \oint p \varphi^{(m)} ds dz - \oint \tau_{zs} \dot{\varphi}^{(m)} tds dz = 0 \quad \dots \quad (23.a)$$

( $m=1, 2, 3, 4$ )

$s$  方向に対して、

$$\oint \left( \frac{\partial \tau_{zs}}{\partial z} dz \right) \psi^{(n)} tds + \oint q \psi^{(n)} ds dz = 0 \quad \dots \quad (23.b)$$

( $n=1, 2, 3, 4$ )

上式に式(22)の表現を代入して整理すれば次のような式を得ることができる。

$$E \sum_{i=1}^4 A_{mi} U_i' - G \left( \sum_{i=1}^4 B_{mi} U_i + \sum_{j=1}^4 C_{mj} V_j' \right) + p_m = 0 \quad \dots \quad (24.a)$$

( $m=1, 2, 3, 4$ )

$$G \left( \sum_{i=1}^4 C_{ni} U_i' + \sum_{j=1}^4 D_{nj} V_j'' \right) + q_n = 0 \quad \dots \quad (24.b)$$

( $n=1, 2, 3, 4$ )

ただし、

$$\left. \begin{aligned} A_{ij} &= \oint \varphi^{(i)} \varphi^{(j)} dF \\ B_{ij} &= \oint \dot{\varphi}^{(i)} \dot{\varphi}^{(j)} tds \\ C_{ij} &= \oint \varphi^{(i)} \psi^{(j)} tds \\ D_{ij} &= \oint \psi^{(i)} \psi^{(j)} tds \end{aligned} \right\} \dots \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} p_i &= \oint p \varphi^{(i)} ds \\ q_j &= \oint q \psi^{(j)} ds \end{aligned} \right\} \dots \quad (26)$$

( $i, j=1, 2, 3, 4$ )

\* 本論では前述したように次の前提に基づいている。

○各平板はその面内変形作用のみ考慮する(膜理論)一設定4したがって、式(23)の誘導に際し、平板の曲げ剛性は関与しない。

しかしながら、ダイヤフラムの数がきわめて少ない場合には断面変形時の横方向曲げの影響は重大である<sup>13)</sup>。その場合には式(23.b)において、内部仕事

$\oint M_{s,s}^{(n)} ds$

を追加すればよい。

$M_s$ :断面を構成する平板の横方向曲げモーメント

$\rho_s^{(n)}$ :仮想変位  $\psi^{(n)}$  によって誘発される平板の横方向曲げの曲率

マトリックス  $[A_{ij}]$ ,  $[B_{ij}]$ ,  $[C_{ij}]$  および  $[D_{ij}]$  は諸剛性を表わすもので、表-1に示される。また式(26)の  $p_i$  および  $q_j$  を一般化された荷重と呼ぶ。

各一般座標間の直交性から、上述のマトリックスは0要素を多く含んでるので、式(24)を書き下せば次のように簡略な式となる。

表-1(a)  $A_{ij} = \oint \varphi^{(i)} \varphi^{(j)} dF$ 

$$\begin{bmatrix} F & 0 & 0 & 0 \\ I_x & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & \\ & & I_y & 0 \\ & & & I_w \end{bmatrix}$$

$$I_x = (F_u + A_{rr})(h-g)^2 + (F_l + A_{rl})g^2$$

$$+ \frac{2}{3} F_h (h^2 - 3hg + 3g^2)$$

$$+ 2 \sum_{k=1}^{K_h} A_h k (r_h k - g)^2 \sin^2 \theta$$

$$I_y = \frac{1}{12} (F_u b_u^2 + F_l b_l^2) + 2 \sum_{k=1}^{K_u} r_u k^2 A_u k + 2 \sum_{k=1}^{K_l} r_l k^2 A_l k$$

$$+ F_h \frac{b_u^2 + b_u b_l + b_l^2}{6}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{K_h} A_{hk} \left\{ b_u^2 - \frac{h - r_h k}{h} (b_u - b_l)^2 \right\}$$

$$I_w = \frac{1}{3} (\alpha_1^2 F_u + \alpha_2^2 F_l + 2(\alpha_1^2 - \alpha_1 \alpha_2 + \alpha_2^2) F_h)$$

$$+ 8 \sum_{k=1}^{K_u} \frac{r_u k^2}{b_u} \alpha_1^2 A_u k + 8 \sum_{k=1}^{K_l} \frac{r_l k^2}{b_l} \alpha_2^2 A_l k$$

$$+ \sum_{k=1}^{K_h} \frac{1}{h^2} (r_h k^2 \alpha_1^2 - 2 r_h k (h - r_h k) \alpha_1 \alpha_2$$

$$+ (h - r_h k)^2 \alpha_2^2) A_h k$$

表-1(b)  $B_{ij} = \oint \dot{\varphi}^{(i)} \dot{\varphi}^{(j)} tds$ 

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ F_w & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & \\ & & F_f & B_{34} \\ & & & B_{44} \end{bmatrix}$$

$$F_w = 2 F_h \sin^2 \theta$$

$$F_f = F_u + F_l + 2 F_h \cos^2 \theta$$

$$B_{34} = -2 \alpha_1 t_u - 2(\alpha_1 + \alpha_2) t_h \cos \theta + 2 \alpha_2 t_l$$

$$B_{44} = 4 \frac{\alpha_1^2}{b_u} t_u + 2 \frac{(\alpha_1 + \alpha_2)^2}{h} t_h + 4 \frac{\alpha_2^2}{b_l} t_l$$

表-1(c)  $C_{ij} = \oint \dot{\varphi}^{(i)} \psi^{(j)} tds$ 

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_f & 0 \\ C_{41} & 0 & C_{34} & C_{44} \end{bmatrix}$$

$$C_{41} = -2 \alpha_1 ((h-g) \sin \theta + y_s) t_u + 2(\alpha_1 + \alpha_2) \times d_w t_h - 2 \alpha_2 (g \sin \theta - y_s) t_l$$

$$C_{44} = B_{34}$$

$$C_{44} = 2(\alpha_1 \beta_1 t_u + (\alpha_1 + \alpha_2) t_h + \alpha_2 \beta_2 t_l) d_w$$

表-1(d)  $D_{ij} = \oint \psi^{(i)} \psi^{(j)} tds$ 

$$\begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 & D_{14} \\ F_w & 0 & 0 & 0 \\ & \text{sym} & & \\ & & F_f & 0 \\ & & & D_{44} \end{bmatrix}$$

$$D_{11} = ((h-g) \sin \theta + y_s)^2 F_u + 2 d_w^2 F_h + (g \sin \theta - y_s)^2 F_l$$

$$D_{14} = [-\beta_1 ((h-g) \sin \theta + y_s) F_u + 2 d_w F_h - \beta_2 (g \sin \theta - y_s) F_l] d_w$$

$$D_{44} = (\beta_1^2 F_u + 2 F_h + \beta_2^2 F_l) d_w^2$$

表-2 方程式群の分類

物理的意味	未知数	台形ばかり	二軸対称矩形ばかり
(イ) 軸圧縮	$U_1$	(27)	(27)
(ロ) $x$ 軸周り曲げ	$U_2, V_2$	(28), (32)	(28), (32)
(ハ) $y$ 軸周り曲げ	$U_3, V_3$	(29), (30)	(29), (33')
(ニ) そり、ねじり $\}$ 連成 断面変形	$U_4, V_1, V_4$	(31), (33), (34)	(30'), (31), (34)

式(24.a)から、

$$EFU_1'' + p_1 = 0 \quad \dots \dots \dots (27)$$

$$EI_x U_2'' - GF_w(U_2 + V_2') + p_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (28)$$

$$\begin{aligned} EI_y U_3'' - GF_f(U_3 + V_3') - GB_{34} U_4 + p_3 = 0 \\ \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} EI_w U_4'' - G\{B_{44} U_4 + B_{34}(U_3 + V_3') \\ + C_{41} V_1' + C_{44} V_4'\} + p_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (30) \end{aligned}$$

式(24.b)から

$$G(C_{41} U_4' + D_{11} V_1'' + D_{14} V_4'') + q_1 = 0 \quad \dots \dots \dots (31)$$

$$GF_w(U_2' + V_2'') + q_2 = 0 \quad \dots \dots \dots (32)$$

$$G\{F_f(U_3' + V_3'') V + B_{34} U_4'\} + q_3 = 0 \quad \dots \dots \dots (33)$$

$$G(C_{44} U_4' + D_{14} V_1'' + D_{44} V_4'') + q_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (34)$$

上式が台形箱型ばかりの基本方程式である。これらは互いに独立な表-2のような方程式群に分けられる。

すなわち、式(27)は、(イ)の軸引張(圧縮)の問題である。また式(28)および式(32)の両式は  $p_2=0$  のとき  $U_2$  を消去すれば、

$$EI_x \left( V_2'' + \frac{q_2''}{GF_w} \right) = q_2$$

となり、(ロ)のせん断を考慮した  $x$  軸周りの曲げの式となる。 $B_{34}=0$  のとき(二軸対称な長方形断面の場合)には、式(30)および式(33)の両式はそれぞれ次のようにになる。

$$\begin{aligned} EI_w U_4'' - G(B_{44} U_4 + C_{41} V_1' + C_{44} V_4') \\ + p_4 = 0 \quad \dots \dots \dots (30') \end{aligned}$$

$$GF_f(U_3' + V_3'') + q_3 = 0 \quad \dots \dots \dots (33')$$

したがってこの場合には式(29), (33')の両式は(ハ)の  $y$  軸周りの曲げの問題として、式(30'), (31), (34)の3式は(ニ)のそり、ねじりおよび断面変形の連成問題として互に独立する。本論の場合には  $B_{34} \neq 0$  ゆえこのようなことは成立せず(ハ)と(ニ)が連成する。

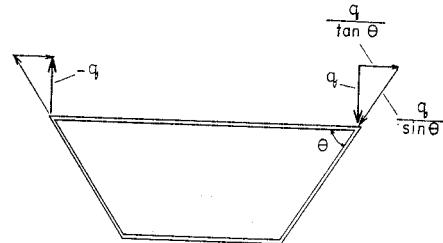
今、図-10のような荷重の作用する場合を考えるならば、

$$p_1 = p_2 = p_3 = p_4 = q_2 = q_3 = 0 \quad \dots \dots \dots (35.a)$$

$$\begin{aligned} q_1 &= 2q \left\{ \frac{d_w}{\sin \theta} + \frac{(h-g) \sin \theta + y_s}{\tan \theta} \right\} \\ q_4 &= 2q \left( \frac{1}{\sin \theta} - \frac{\beta_1}{\tan \theta} \right) d_w \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (35.b)$$

となる。したがって、方程式群(イ), (ロ)の問題は起こり得ず、(ハ)と(ニ)の連成問題のみ解けばよい。

すなわち、再掲すれば次のようである。

図-10 荷重  $q$ 

$$\left. \begin{aligned} EI_y U_3'' - GF_f(U_3 + V_3') - GB_{34} U_4 &= 0 \\ EI_w U_4'' - G\{B_{44} U_4 + B_{34}(U_3 + V_3') \\ + C_{41} V_1' + C_{44} V_4'\} &= 0 \\ G(C_{41} U_4' + D_{11} V_1'' + D_{14} V_4'') + q_1 &= 0 \\ G\{F_f(U_3' + V_3'') V + B_{34} U_4'\} &= 0 \\ G(C_{44} U_4' + D_{14} V_1'' + D_{44} V_4'') + q_4 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (36)$$

### c) 断面力

断面力を次のように定義する。

縦方向断面力として

$$P_i = \int \sigma_z \varphi^{(i)} dF \quad (i=1, 2, 3, 4) \quad \dots \dots \dots (37)$$

横方向断面力として、

$$Q_j = \int \tau_{zs} \psi^{(j)} t ds \quad (j=1, 2, 3, 4) \quad \dots \dots \dots (38)$$

したがって、式(22)を代入して次の関係式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= N = \int \sigma_z dF = EFU_1' \\ P_2 &= M_x = \int \sigma_z y dF = EJ_x U_2' \\ P_3 &= M_y = \int \sigma_z x dF = EJ_y U_3' \\ P_4 &= B = \int \sigma_z \varphi^{(4)} dF = EI_w U_4' \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (39)$$

$$\left. \begin{aligned} Q_1 &= H = \int \tau_{zs} \psi^{(1)} t ds = G(C_{41} U_4 + D_{11} V_1' + D_{14} V_4') \\ Q_2 &= Q_y = \int \tau_{zs} \psi^{(2)} t ds = GF_w(U_2 + V_2') \\ Q_3 &= Q_x = \int \tau_{zs} \psi^{(3)} t ds = G\{F_f(U_3' + V_3') + B_{34} U_4\} \\ Q_4 &= Q = \int \tau_{zs} \psi^{(4)} t ds = G(C_{44} U_4 + D_{14} V_1' + D_{44} V_4') \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (40)$$

逆に式(22)の第1式に式(39)の関係を考慮すれば、

$$\sigma_z = \frac{N}{F} + \frac{M_x}{I_x} y + \frac{M_y}{I_y} x + \frac{B}{I_w} \varphi^{(4)} \quad \dots \dots \dots (41)$$

また式(22)の第2式に式(40)の関係を考慮すれば、

$$\begin{aligned} \tau_{zs} &= \frac{D_{44} H - D_{14} Q}{D_{11} D_{44} - D_{14}^2} \psi^{(1)} + \frac{Q_y}{F_w} \psi^{(2)} + \frac{Q_x}{F_f} \psi^{(3)} \\ &\quad + \frac{-D_{14} H + D_{11} Q}{D_{11} D_{44} - D_{14}^2} \psi^{(4)} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (42)$$

### (4) ダイアフラムの取扱い

ダイアフラムはそれ自身の面内剛性のみ有し、その面外剛性はないものとする。したがって、ダイアフラムは断面変形  $V_4$  に抵抗する部材となる。

ダイアフラムが  $z=Z_D$  にあり、十分に大きい剛性を有するならば、

$$V_4(z=Z_D) = 0 \quad \dots \dots \dots (43)$$

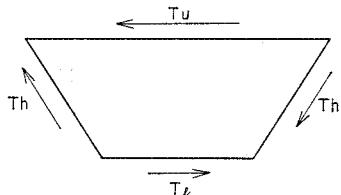


図-11 ダイヤフラムに作用するせん断力

が成立する。

ダイアフラムとはりとの間に作用する力は図-11 のようになる。ダイアフラムのつり合い条件から次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} T_u &= \frac{b_l}{h} T_h \\ T_t &= \frac{b_u}{h} T_h \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

明らかにこの力による  $\psi^{(1)}$ ,  $\psi^{(2)}$  および  $\psi^{(3)}$  に対する仕事は 0 である。したがって、ダイアフラムの反力としてはりに作用する断面力は、

$$\begin{aligned} Q_4^x &\equiv Q^x = (T_u \beta_1 + T_t \beta_2 + 2 T_h) \cdot d_w \\ &= (b_l \beta_1 + b_u \beta_2 + 2 h) \frac{T_h}{h} d_w \end{aligned} \quad (45)$$

これより、ダイアフラム各辺に作用するせん断応力は

$$\left. \begin{aligned} \tau_u &= \frac{T_u}{b_u t_D} = \frac{Q^x / t_D}{(b_l \beta_1 + b_u \beta_2 + 2 h) d_w} \cdot \frac{b_l}{b_u} \\ \tau_t &= \frac{T_t}{b_l t_D} = \frac{Q^x / t_D}{(b_l \beta_1 + b_u \beta_2 + 2 h) d_w} \cdot \frac{b_u}{b_l} \\ \tau_h &= \frac{T_h}{h t_D} = \frac{Q^x / t_D}{(b_l \beta_1 + b_u \beta_2 + 2 h) d_w} \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

として求められる。

図-12 のような対傾構形式のダイアフラムの場合に

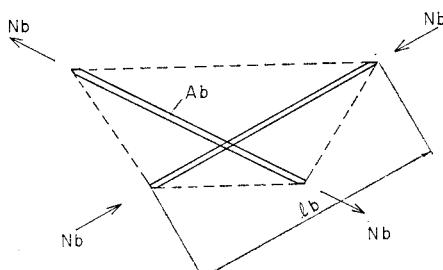


図-12 対傾構形式のダイアフラム

$$\left( \begin{array}{ccc|cc} r I_y \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 + F_f & B_{34} & 0 & F_f \left( \frac{m \pi}{L} \right) & 0 \\ r I_w \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 + B_{44} & C_{41} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & D_{11} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & B_{34} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & C_{44} \left( \frac{m \pi}{L} \right) \\ & 0 & D_{11} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & C_{41} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & D_{14} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 \\ \text{Sym} & & & F_f \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & 0 \\ & & & D_{44} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & V_1^{(m)} \\ (m=1, 2, \dots, M) & & & & V_3^{(m)} \\ & & & & V_4^{(m)} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} U_3^{(m)} \\ U_4^{(m)} \\ V_1^{(m)} \\ 0 \\ \frac{q_1^{(m)}}{G} \\ 0 \\ \frac{q_4^{(m)}}{G} \end{array} \right) \quad (52)$$

は、次のように等価な板厚  $t_D$ ,  $e_q$  を有するダイアフラムに換算すればよい。

$$t_D, e_q = \frac{E}{G} \cdot \frac{(b_u + b_l) h \sin \theta}{L_b^3} A_b \quad (47)$$

このとき対傾構部材に作用する軸力  $N_b$  は、

$$N_b = \frac{\tau_h t_D, e_q L_b}{2} \quad (48)$$

となる。

### 3. Fourier 級数による解

#### (1) 境界条件と変位

境界条件が次の場合を考える。

①両端での境界条件は、(a) 回転拘束・横移動なし・断面変形なし、かつ(b) そり自由とする。一設定 5 したがって、境界条件は次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= V_3 = V_4 = 0 \\ a_z &= 0 \end{aligned} \right\} z=0, L \quad (49)$$

以上の条件を満足するように変位を次のように表現する。

$$\left. \begin{aligned} V_1 &= \sum_{m=1}^M V_1^{(m)} \sin \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \\ V_3 &= \sum_{m=1}^M V_3^{(m)} \sin \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \\ V_4 &= \sum_{m=1}^M V_4^{(m)} \sin \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \\ U_3 &= \sum_{m=1}^M U_3^{(m)} \cos \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \\ U_4 &= \sum_{m=1}^M U_4^{(m)} \cos \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

荷重も同様に表現すれば

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= \sum_{m=1}^M q_1^{(m)} \sin \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \\ q_4 &= \sum_{m=1}^M q_4^{(m)} \sin \left( \frac{m \pi z}{L} \right) \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

#### (2) 剛性マトリックス

変位表現式 (47) および荷重表現式 (48) を式 (36) の各式に代入すれば、次のような関係式を導くことができる。

$$\left( \begin{array}{ccccc|cc} r I_y \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 + F_f & B_{34} & 0 & F_f \left( \frac{m \pi}{L} \right) & 0 \\ r I_w \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 + B_{44} & C_{41} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & D_{11} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & B_{34} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & C_{44} \left( \frac{m \pi}{L} \right) \\ & 0 & D_{11} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & C_{41} \left( \frac{m \pi}{L} \right) & D_{14} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 \\ \text{Sym} & & & F_f \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & 0 \\ & & & D_{44} \left( \frac{m \pi}{L} \right)^2 & V_1^{(m)} \\ (m=1, 2, \dots, M) & & & & V_3^{(m)} \\ & & & & V_4^{(m)} \end{array} \right) = \left( \begin{array}{c} U_3^{(m)} \\ U_4^{(m)} \\ V_1^{(m)} \\ 0 \\ \frac{q_1^{(m)}}{G} \\ 0 \\ \frac{q_4^{(m)}}{G} \end{array} \right) \quad (52)$$

$$\text{ただし, } r = \frac{E}{G}$$

上式を書き換えば、

$$[\mathbf{K}_m]\{\delta^{(m)}\} = \{\mathbf{q}^{(m)}\} \quad (m=1, 2, \dots, M) \dots (52')$$

となる。すなわち、 $[\mathbf{K}_m]$  は剛性マトリックスである。

上式から未知数  $\{\delta^{(m)}\}$  は次のように求められる。

$$\{\delta^{(m)}\} = [\mathbf{K}_m^{-1}] \{\mathbf{q}^{(m)}\} \dots (53)$$

$$(m=1, 2, \dots, M)$$

#### 4. 数値解析による考察

##### (1) 計算例

図-13 に示すようなリブ付フランジを有する矩形断面を基準として図-14 に示すような 3 種の断面を想定し、それらの断面を持つ箱桁に偏心荷重が作用する場合の計算を行なうこととする。これら 3 種の断面はいずれも断面積が等しく、かつ  $x$  軸まわりの断面二次モーメントも等しいように、ウェブおよび下フランジ平板の板厚を加減し、またリブを全く同量使用している。

よって、これら 3 種の桁は  $x$  軸まわりの曲げ問題に対してはいずれも同一の挙動を示し、ねじり特性（正確な意味ではずり特性）のみに関して相異なる性状を示すことになる。したがって、以下の解析はすり作用に対して行ない、応力の絶対値の比較に際してのみ曲げ応力を参考にする。

計算における条件は次のとおりである。

支間長 :  $l=40 \text{ m}$

荷重

等分布 :  $8.8 \text{ t/m}$

集中 :  $100 \text{ t}$

ダイアフラム（いずれも剛）

端ダイアフラム : 両 端

中間ダイアフラム : 支間等分点  
に 1~10 個

##### (2) 台形箱桁のずり（ねじり）特性

図-14 (a), (b), (c) の 3 種の断面を用い、かつその中間ダイアフラム数が 1, 3, 5 個なる桁に等分布荷重の作用する場合を比較して見る。

それぞれの場合について断面内の特定個所における垂直応力およびせん断応力の桁軸方向分布を示したのが、図-15, 16, 17 である。図中  $\sigma_1$  および  $\sigma_3$  は頂点 ① および ③ の

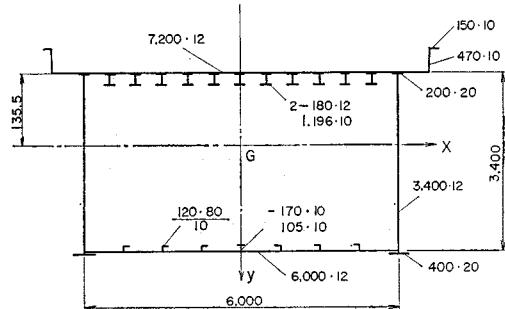


図-13 基準断面

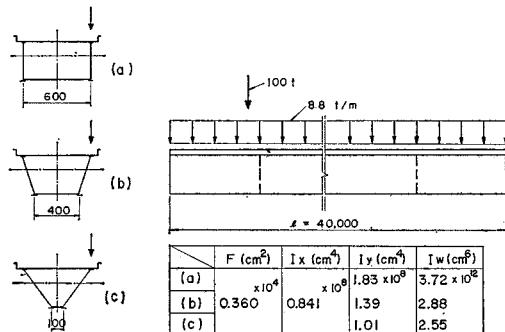


図-14 比較断面の種類

垂直応力を、 $\tau_{43}$  および  $\tau_{23}$  は下フランジおよびウェブのせん断応力をそれぞれ表わしている。またせん断応力の図では比較のため Bredt のせん断流理論による計算値を実線によって示してある。

以上の結果によれば、ダイアフラムが連続ばかりの中間支点のような役割を果たし、その数の増加とともに桁のそり応力およびせん断応力が減少していることがわか

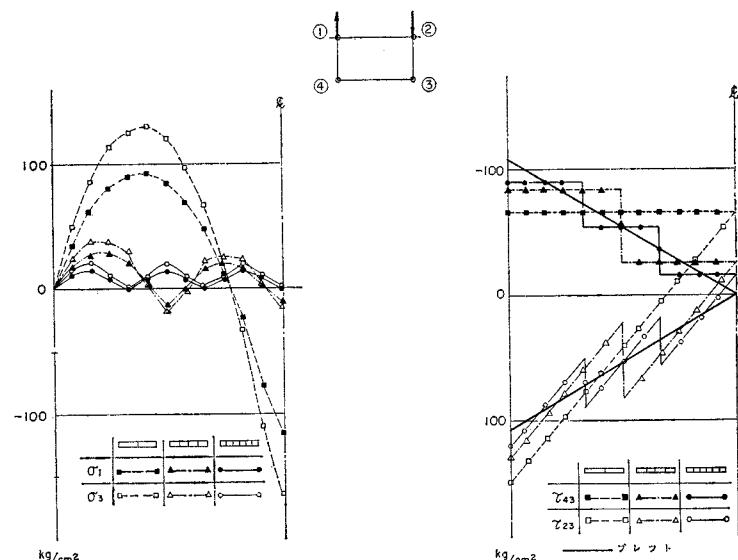


図-15 垂直応力およびせん断応力の分布 (a)

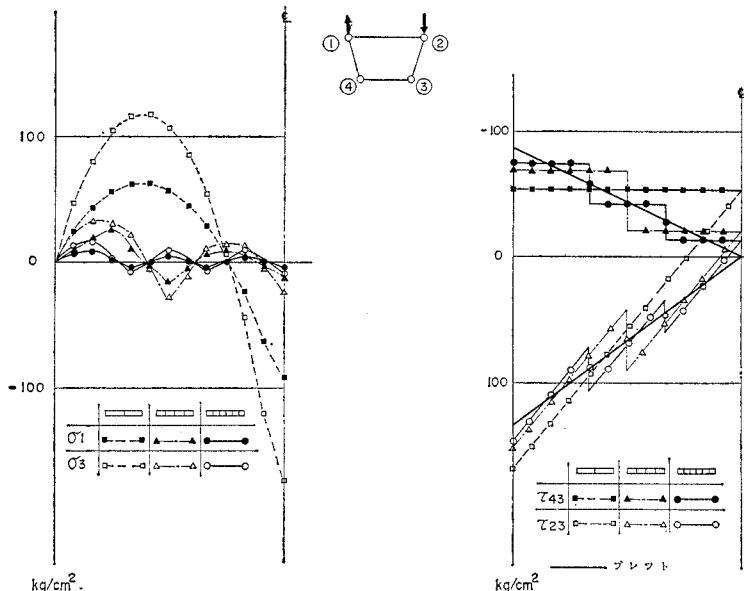


図-16 垂直応力およびせん断応力の分布 (b)

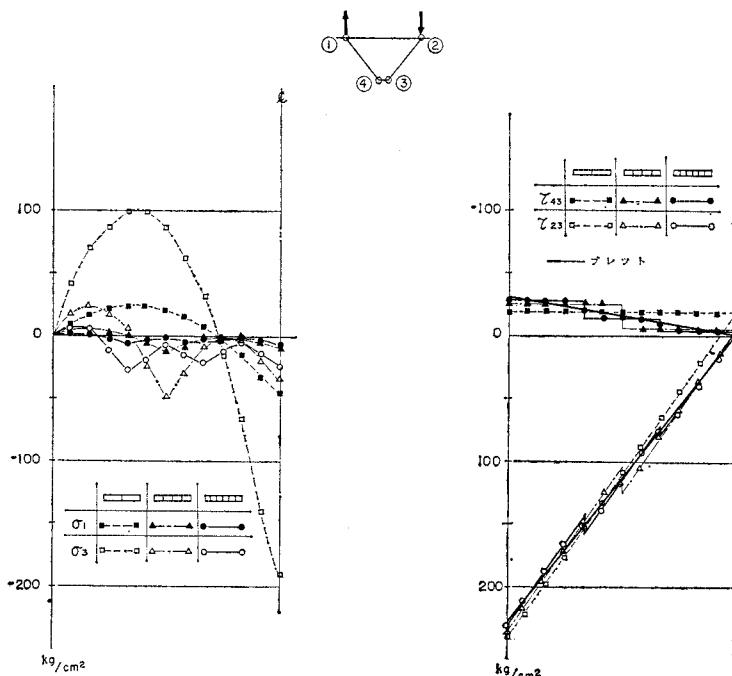


図-17 垂直応力およびせん断応力の分布 (c)

る。また台形の度合が厳しくなるにつれて、そり応力およびせん断応力ともに増大する傾向がある。

これらの事実は、そり応力およびせん断応力の特別な値に着目して整理した図-18, 19, 20のグラフによつていっそう明らかに示されている。ここで、図-18は桁端断面におけるせん断応力分布、図-19および20はダイヤフラム数の増加によるそり応力およびせん断応力の減少の様子を表わしている。これらによれば、ダイア

フラム数の増加とともにそり応力はほとんど0に漸近し、またせん断応力はBredtの理論値に漸近することがわかる。

台形の度合が激しくなるにつれて桁に生ずる応力は増大するが、せん断応力のBredt値への漸近は急速になるようである。これは台形の度合が厳しくなれば三角形に近い断面となり、断面変形の影響が少なくなるためであると考えられる\*。

ダイヤフラムに作用するせん断応力を3種の断面について比較すると図-21のようになる。各ダイヤフラムの応力もまたダイヤフラム数の増加とともに減少する。同厚のダイヤフラムを同数用いた時には、台形の度合が厳しくなるにつれて、作用応力が大きくなる。

### (3) ダイヤフラム設計の考察

ここでは、図-14(b)のタイプの台形断面を有する箱桁の計算結果から、ダイヤフラムの配置間隔および桁、ダイヤフラムの応力照査という設計上の観点について考察することにする。

この場合、荷重は全長等分布荷重および支間の1/2点、1/3点、1/6点に作用する单一集中荷重を考え、中間ダイヤフラムは1~10個を支間を等分するように配置することとした。それらの応力値絶対量を比較するために、 $x$ 軸まわりの曲げによる最大垂直応力  $\sigma_b$  およびBredt理論から計算される

せん断応力  $\tau_B$  を用いた。以下においては、中間ダイヤフラム数を  $N_D$ 、配置間隔を  $D$  とする。

図-22は全長等分布荷重に対するダイヤフラム個数と桁応力の関係を示したものである。この場合垂直応力ならびにせん断応力はダイヤフラム数の増加とともに滑らかに減少し、ダイヤフラム数10個程度で垂直応力は

\* 本論の前提によれば、三角形桁ではダイヤフラムを配置しなくても断面変形は生じない。

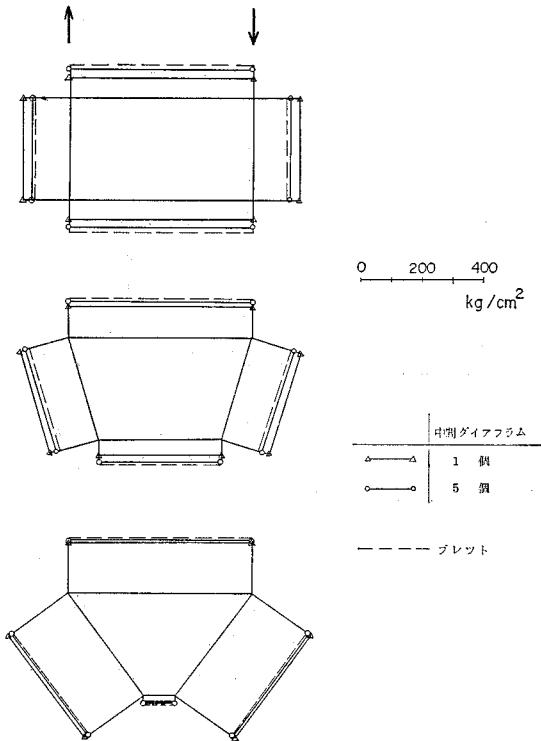


図-18 桁端断面におけるせん断応力の分布

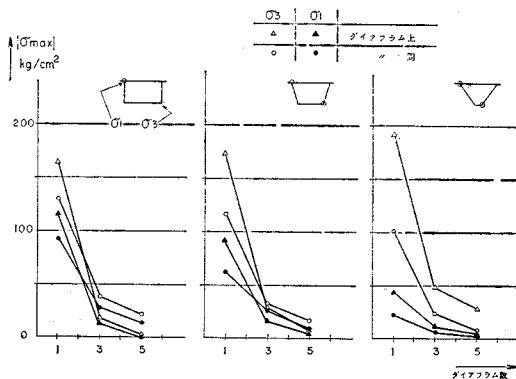


図-19 最大垂直応力の比較

0に、せん断応力は  $\tau_B$  にほぼ収束する。そり応力の収束は急速であり、中間ダイアフラム3個の配置によってすでに  $\sigma_b$  の10%以下となる。

従来の慣用的な設計法では、偏心荷重の作用する箱桁に対し、垂直応力は  $\sigma_b$  に、せん断応力は  $\tau_B$  によっている。従来の経験的に考えられた配置間隔  $a_m$  を採用するならば、中間ダイアフラムの数は6個となり、このとき本計算によればそり応力は  $\sigma_b$  の1%程度、またせん断応力は  $\tau_B$  の1%増程度であるから、慣用設計法もそれほど不都合ではない。

図-23は集中荷重が支間の1/2点に作用した場合の

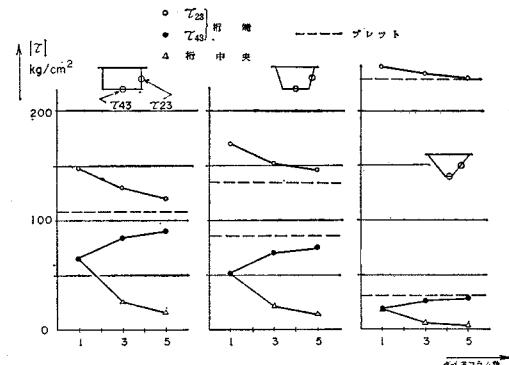


図-20 桁端および桁中央におけるせん断応力の比較

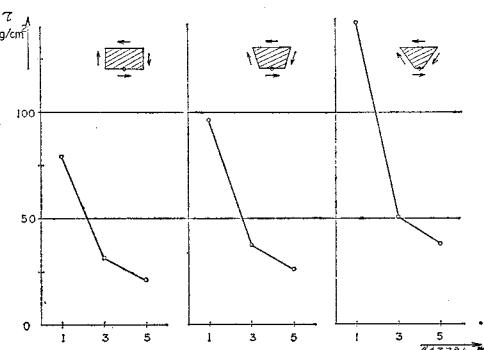
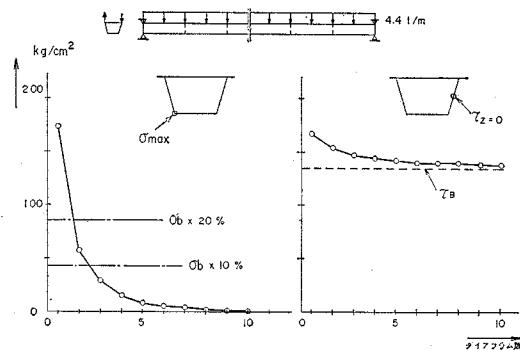
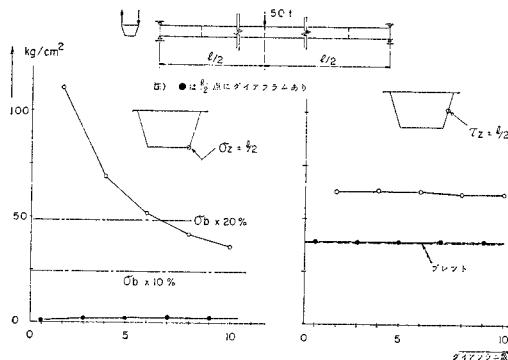
図-21 最大ダイアフラム応力 ( $t_D=20$  mm)

図-22 ダイアフラム個数と桁応力 (等分布荷重)

ダイアフラム個数と桁応力の関係を示したものである。

この場合、荷重作用点にダイアフラムのあるときは、そり応力はきわめて小さく、 $\sigma_b$  のたかだか2%程度であり、またせん断応力は  $\tau_B$  にほぼ一致する。このことは集中荷重作用点に剛なダイアフラムを配置することがきわめて有効なことを表わしている。

しかしながら、集中荷重がダイアフラム上に作用しないときには、ダイアフラム数がかなり多くてもそり応力ならびにせん断応力が慣用計算値を大きく上回ることに注意せねばならない。たとえば、そり応力は中央点載荷

図-23 ダイアフラム個数と桁応力（集中荷重  $Z=L/2$ ）

で  $\sigma_b$  の 20% 程度 ( $N_D=6$ ,  $D=5.71 \text{ m}$ ) 生じているし、せん断応力もまた  $\tau_B$  の 67% 増(同)となっている。

図-24 および 25 は集中荷重がそれぞれ支間の 1/2 点、1/3 点および 1/6 点に作用した場合のダイアフラム数に対する桁の垂直応力およびせん断応力を示したものである。これを見ると、ダイアフラム個数が多くなっても必ずしも応力は減少していない。これはダイアフラムと荷重との位置関係が影響しているためと思われる。特に荷重が端部近くに作用するときには  $\sigma_b$  が小さくなるのに對して相対的にそり応力が大きくなるので注意が必要である。たとえば、1/6 点載荷の場合ダイアフラム 8 個配置しても  $\sigma_b$  の 30% 程度の垂直応力、 $\tau_B$  の 146% 程度のせん断応力が生じている。

表-3 に以上の考察に關連する諸計算値を一括してあげておく。

以上の結果より判断すると、従来慣用的に行なわれて

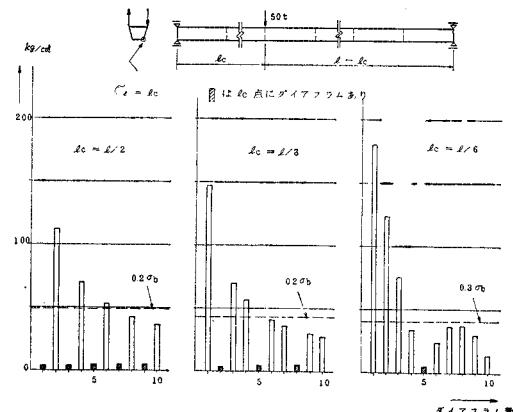


図-24 ダイアフラム個数と桁の垂直応力

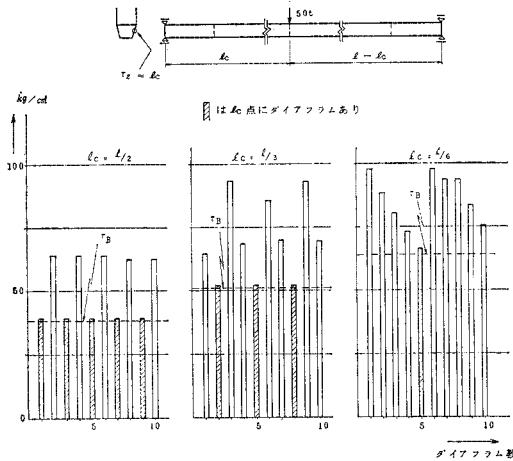


図-25 ダイアフラム個数の桁のせん断応力

表-3 諸 計 算 値 の 比 較

		全長等分布 8.8 t/m	集 中 荷 重 100 t		
			$L/2$ 点 載 荷	$L/3$ 点 載 荷	$L/6$ 点 載 荷
$x$ 軸周り曲げ	$M_x(\text{t} \cdot \text{m})$	1 760	1 000	888.9	555.6
$I_x = 0.841 \times 10^8 \text{ cm}^4$	$\sigma_b = \frac{M_x}{I_x} y_t$ ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	428.0	243.0	216.0	135.0
ねじり (Bredt)	断面 $H$ ( $\text{t} \cdot \text{m}$ )	$z=0$ 528.0	$z=L/2$ 150.0	$z=L/3$ 200.0	$z=L/6$ 250.0
$F = 17.0 \times 10^4 \text{ cm}^2$	$\tau_B = \frac{H}{2 F t_h}$ ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	135.0	38.4	51.0	64.0
す り	ダイアフラム 断面 $\sigma$ ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ ) $\tau$ ( $\text{kg}/\text{cm}^2$ )	$N=6, D=5.71 \text{ m}$ 5.5 140.1	$N=6, D=5.71 \text{ m}$ $z=L/2$ 53.0 64.0	$N=6, D=5.71 \text{ m}$ $z=L/3$ 41.0 85.5	$N=8, D=4.44 \text{ m}$ $z=L/6$ 37.3 93.5

きた設計法は、本計算例程度の規模の箱桁に全長等分布に近い荷重が作用するときに限り、ダイアフラム間隔および桁応力の算出という点でほぼ妥当といえるであろう。しかしながら、一般的な荷重を想定したうえで、本例程度の箱桁に対して慣用的にダイアフラムを配置したならば、垂直応力およびねじりせん断応力ともに慣用計算値を数 10% も上回る可能性があるので本理論によってチェックすべきである。

特に、本例の規模に該当しないような長大スパン箱桁などになれば、ダイアフラム間隔も慣用的な配置で妥当

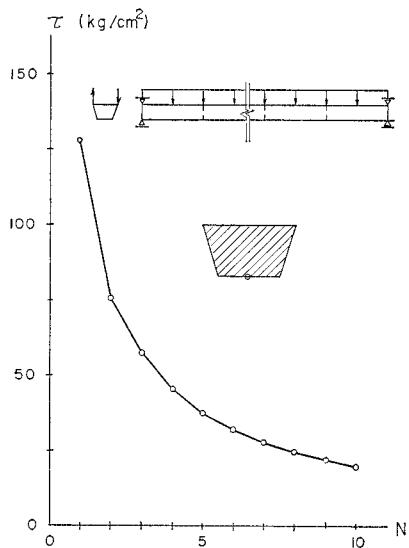


図-26 ダイアフラム個数と最大ダイアフラム応力  
( $t_D=15 \text{ mm}$ )

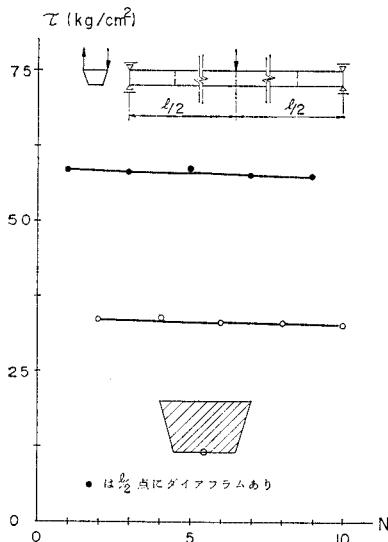


図-27 ダイアフラム個数と最大ダイアフラム応力  
( $t_D=15 \text{ mm}$ )

かどうかは問題となるところであり、本理論などによって十分詳細に検討すべきであると思われる。本例の結果から類推するならば、全長等分布荷重に対して必要と思われるダイアフラム数\* を保証するような配置間隔を探用し、その上で移動集中荷重などに対して応力照査をすべきであろうと思われる。

次にダイアフラムの応力について述べる。ダイアフラムの応力算定に関しては断面形状不变を前提とした従来

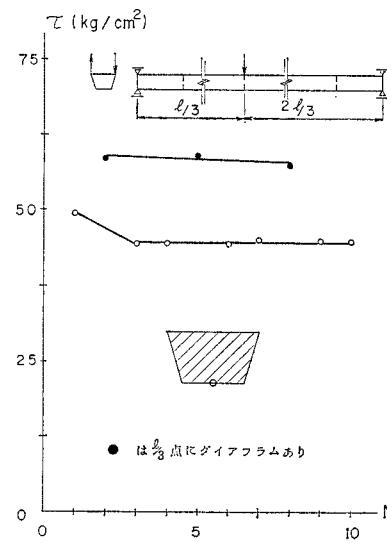


図-28 ダイアフラム個数と最大ダイアフラム応力  
( $t_D=15 \text{ mm}$ )

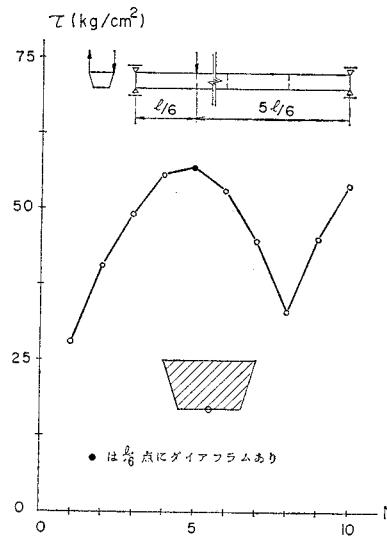


図-29 ダイアフラム個数と最大ダイアフラム応力  
( $t_D=15 \text{ mm}$ )

\* ここでは一応そり応力がほぼ 0 に収束するような限界ダイアフラム数を考えることにする。これが必ずしも経済設計であるかどうかは問題として残る。

の薄肉ばかりの理論では取り扱えなかった問題である。

ダイアフラムの配置によってダイアフラム自身の応力がどのように影響されるかを中間ダイアフラム個数との関係で示したのが図-26, 27, 28 および 29 である。

図-26 は全長等分布荷重の場合であるが、個数の増加とともにダイアフラム応力は滑らかに減少している。図-27, 28 および 29 は集中荷重がそれぞれ支間の 1/2 点、1/3 点および 1/6 点に作用した場合であるが、ダイアフラム上に集中荷重が作用するかどうかでダイアフラムの応力に著しい相違を生ずる。集中荷重の直下にあるダイアフラムの応力はすべて 57~59 kg/cm<sup>2</sup> であり、ダイアフラム個数の影響をほとんど受けずほぼ一定とみなしえる。このときの応力値はまた荷重位置の影響をも受けない。

今、集中ずり荷重は集中ねじりモーメントと集中断面変形モーメントとに分けられるが、集中断面変形モーメントはすべてダイアフラムによって負担されるものとすれば、そのときのダイアフラム応力は式(46)によって次のように計算される。

$$\tau_f = \frac{200 \times 10^6 / 1.5}{400 \times 0.5811 + 600 \times 0.9004 + 2 \times 354.4} \\ \times \frac{1}{229.5} \times \frac{600}{400} \\ = 58.8 \text{ kg/cm}^2$$

これは前記の一定値と等しく、したがって、剛性無限大という仮定から当然の帰結であるが、ダイアフラム点に集中荷重の作用するときにはその断面変形モーメントはすべてダイアフラムで受け持たれると考えてよい。実際の変形可能なダイアフラムの応力に関してはこの値は安全側と見られるものである。

以上の解析例においてダイアフラムは剛という仮定に立っている。実際に用いられるダイアフラムは変形し得るものとして扱うべきであるが、隔壁形式の場合比較的板厚が薄くてもほぼ剛とみなしえるという解析結果も得ており<sup>10)</sup>、一般的な傾向を観察するにはこの仮定はそれほど不適当でないと思われる。

## 5. 結 論

以上において、鋼床版フランジのようなリブ付平板から構成される箱桁の断面変形挙動を含む基本方程式を誘導し、台形桁におけるダイアフラムの取扱いについて述べ、さらに数値計算の結果から台形桁のねじり特性およびダイアフラム設計に対して若干の考察を行なった。

ダイアフラム設計に関しては次のような結論を得た。

(1) 本計算例程度の規模の鋼床版台形桁では、全長等分布に近い荷重の場合には、ダイアフラムの配置間隔

を含めて従来の慣用的設計法はほぼ妥当である。

(2) しかしながら、集中荷重がダイアフラムのない所に作用する時には、断面変形に伴う大きな応力を生じ、慣用設計法では危険であるので、本法などによってチェックする必要がある。

(3) 集中荷重作用点のダイアフラムは非常に有効である。その時のダイアフラム応力は集中断面変形モーメント荷重をダイアフラムがすべて負担するものとして計算すればよい。

本例に該当しないような長大箱桁などの場合には、ダイアフラムの配置なども含めて経験的な判断によって処理することはきわめて危険であり、本法などによって十分詳細に検討しなければならない。

本理論は Vlasov の一般座標法に基づいており、変位関数の決定に直交条件ばかりでなく物理的考慮を払ったこと、および膜理論を適用したことにより、複雑なりリブ付断面の断面変形現象を簡便に解析し得ることを目的とした。

本研究が、従来不明確であったダイアフラム設計および今後の長大吊橋斜張橋などの箱桁ねじり解析に対して、なんらかの参考になれば幸いである。

## 記 号

$b_u, t_u, F_u$ : 上フランジの幅、板厚および断面積

$b_l, t_l, F_l$ : 下フランジの幅、板厚および断面積

$h, t_h, F_h$ : ウェブの幅、板厚および断面積

$A_u^k, r_u^k$ : 上フランジのリブの断面積と位置

$A_l^k, r_l^k$ : 下フランジのリブの断面積と位置

$A_h^k, r_h^k$ : ウェブのリブの断面積と位置

$F$ : 断面の総面積

$A_{ru}, A_{rl}$ : 上フランジおよび下フランジのリブの総断面積

$A_{rh}$ : 片側ウェブのリブの総断面積

$O, g$ : 断面重心とその位置

$S$ : せん断中心

$O-x-y-z$ : 固定座標系

$O'-s-z$ : 物体座標系

$u, v : z$  軸方向（縦方向）および  $s$  軸方向（横方向）変位

$\varphi^{(i)}, \psi^{(j)}$ : 縦方向および横方向の一般化された座標

$U_i, V_j$ : 縦方向および横方向の一般化された変位

$U_1$ : 軸引張による伸び量

$U_2$ :  $x$  軸周りの断面回転量

$U_3$ :  $y$  軸周りの断面回転量

$U_4$ : 断面のゆがみ率

$V_1$ : 断面の回転（ねじり）角

$V_2$ :  $y$  軸周りの重心たわみ量

$V_3$ : $x$ 軸周りの重心たわみ量	$U_i^{(m)}$ , $V_j^{(m)}$ : 変位 $U_i$ および $V_j$ のフーリエ係数
$V_4$ : 断面（せん断）変形率	$q_i^{(m)}$ : 荷重 $q_i$ のフーリエ係数
$\epsilon_z$ , $r_{zs}$ : $z$ 軸方向ひずみおよびせん断ひずみ	$[K_m]$ : フーリエ項 $m$ に関する剛性マトリックス
$\sigma_z$ , $\tau_{zs}$ : $z$ 軸方向応力およびせん断応力	
$E$ , $G$ , $\nu$ : 弹性係数およびボアソン比	$N_D$ : 中間ダイアフラムの数
$p$ , $q$ : $z$ 軸方向および $s$ 軸方向の外荷重	$D$ : 中間ダイアフラムの配置間隔
$P_i$ , $Q_j$ : $z$ 軸方向 および $s$ 軸方向の一般化された荷重	
$P_i$ , $Q_j$ : 一般化された断面力	
$N \equiv P_1$ : 軸 力	
$M_x \equiv P_2$ : $x$ 軸周りの曲げモーメント	
$M_y \equiv P_3$ : $y$ 軸周りの曲げモーメント	
$B \equiv P_4$ : そりモーメント（バイモーメント）	
$H \equiv Q_1$ : ねじりモーメント	
$Q_y \equiv Q_2$ : $y$ 軸方向せん断力	
$Q_z \equiv Q_3$ : $x$ 軸方向せん断力	
$Q \equiv Q_4$ : 断面変形モーメント	
$t_D$ : ダイアフラムの板厚	
$T_u$ , $T_l$ , $T_h$ : ダイアフラムに作用するせん断力	
$\tau_u$ , $\tau_l$ , $\tau_h$ : ダイアフラムに作用するせん断応力	
$Q^*$ : ダイアフラムの反力	
$l$ : はりの全長	
$A_b$ , $l_b$ : 対傾構部材の断面積と長さ	
$t_D$ , $e_g$ : 等価ダイアフラムの板厚	
$N_b$ : 対傾構の部材力	
	参考文献
	1) 奥村敏恵・坂井藤一：箱型ばかりの断面変形と中間ダイアフラムの影響、土木学会論文報告集、第190号、1971年6月
	2) Abdel-Samad, S.R. et al. : BEF Analogy for Analysis of Box Girders, Proc. of ASCE, St 7, July 1968.
	3) 同上 : Analysis of Box Girders with Diaphragms Proc. of ASCE, St 10, Oct. 1968.
	4) Richmond, B. et al. : Twisting of thin-walled box girders of trapezoidal cross section, Proc. of ICE, Jan. 1968.
	5) 同上 : Trapezoidal boxes with continuous diaphragms, Proc. of ICE, Aug. 1969.
	6) Vlasov, V.Z. 著(奥村敏恵、外訳) : 薄肉弹性梁の理論、技報堂、1967.
	7) Ebmer, H. : Die Beanspruchung dünnwandiger Kastenträger auf Drillung bei behinderter Querschnittswölbung 1933, Z. Flugtech. Motorluftschiff.
	8) 奥村敏恵・坂井藤一：トランスマッタ・マトリックス法による箱型梁の断面変形の解析、JSSC 研究集会マトリックス構造解析法シンポジウム論文集、昭和46年6月

(1971.9.6・受付)  
(1972.9.7・再受付)