

【討 議】

松尾 稔 共著 “盛土建設のための土質調査と盛土の安定性に関する研究”
 黒田 勝彦
 への討議

(土木学会論文報告集 第196号, 1971年12月掲載)

討議者: 栗原 則夫 (日本道路公団)
 野田 稔 (中央大学大学院)

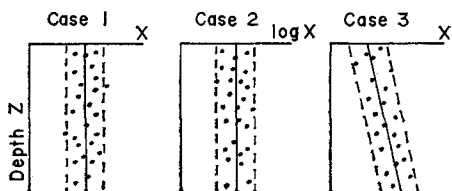
本論文は、盛土構造物を例にとりあげて、土質調査結果のばらつきを考慮した土木構造物の破壊確率や土質試験個数との関係を考えることによって、土質調査の方法と規模を決定するための合理的な方法論を確立することを目指した研究の一環であって、著者の意欲的な試みに敬意を表するしだいです。

さて、筆者は、このような著者の意図とは別に、軟弱地盤上の盛土の安定性を総合的に考察するための一つの試みとして、破壊確率の概念を導入した安定解析法を検討している。そこで、本論文の中で採りあげられている地盤の強度と盛土の(湿潤)単位体積重量の分布および破壊確率についての筆者の考え方を述べて、本論文への討議にしたいと思います。

(1) 地盤の粘着力 c_u と盛土の単位体積重量 γ_b の分布

東名高速道路の代表的な軟弱地盤の土質試験結果と盛土の施工管理データから、盛土前の地盤の粘着力 c_u [$= q_u/2$, q_u : 一軸圧縮強度] と施工時の盛土の単位体積重量 γ_b の深さ z 方向の分布性状を調べた結果、図—A のような3つのタイプにほぼ分類されることがわかった。ここに、 x は c_u あるいは γ_b を表わしており、深さ z は、 c_u の場合は地表面からの深さを、また γ_b の場合は盛土の天端からの深さを、それぞれ表わしている。

図—A において、case-1, 2 の場合、 x または $\log x$ は $N(\mu, \sigma^2)$ [μ : 母平均, σ^2 : 母分散] なる正規分布に従い、case-3 の場合、 x は $N(\alpha + \beta z, \sigma^2)$ [α, β : 定数]



図—A c_u, γ_b の分布の種類

なる正規分布に従う。ただし、図からわかるように、 x が z 方向にほぼ直線的かつ連続的に分布していて、一層とみなしうる場合のみをここでは対象としている。

実際の x の分布を図の3つの case に分類するには、統計学の知識を利用して次のように行なえばよい。

まず、危険率5%で x の z に対する直線回帰性の検定を行なう。回帰性なしと判定されるものは case-1 に属するものとして、 x の度数分布をあてはめる。このとき度数分布が非対称となって正規分布があてはまらないときは、case-2 に属するものとして $\log x$ の分布に正規分布をあてはめる。一方、回帰性ありと判定されるものは case-3 に属するものとして、最小自乗法によって標本回帰直線 $x = a + bz$ [a, b : α, β の推定値] を求め、各深さ z_i における x の測定値 x_i と、この直線の横距 $x_i - (a + bz_i)$ の度数分布に $N(0, \sigma^2)$ なる正規分布をあてはめる。なお、正規分布の適合性の検定は、危険率5%の χ^2 検定を用いる。

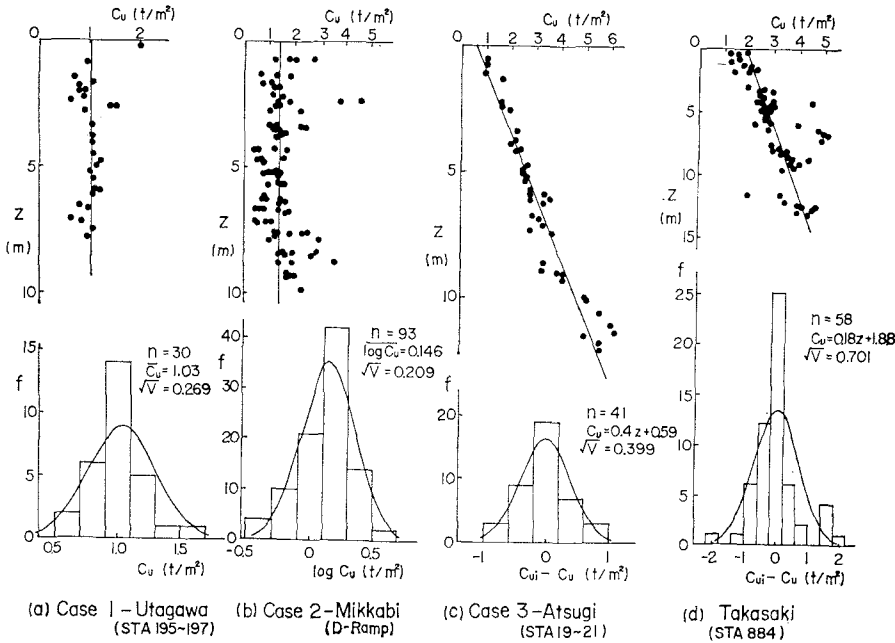
a) c_u の分布

c_u の分布には、図—A の3つのタイプがすべてみられた。例を図—B (a), (b), (c) に示す。case-2 に属するとみなされる例はこれまでのところ一例しかみられなかったが、このような対数正規分布のケースは報告例もあり¹⁰⁾、 c_u の分布の一つのパターンとして考えられる。case-2 に属する一例を除いて、他はすべて case-1 か case-3 に属するとみなされたが、case-3 に属するとみなされる例の方が多かった。このことに関連していえば本論文の図—6 の例のように q_u が深さ方向に漸増するような場合には、図—A に示した case-3 に属するものとして取り扱うのも一つの方法であると考えられる。なお、図—B (d) に示した例のように、分布の尖度が大きすぎて正規分布に適合しなかった例も若干みられた。

b) γ_b の分布

図—C に γ_b の分布の例を示す。著者の示しているとおり、筆者の調べた範囲でも、すべての場合 case-1 の正規分布に適合することが危険率5%の χ^2 検定で証明された。

なお、 γ_b の分布の時間的な変化を調べたところ、盛土の立ち上り直後の分布は施工時の分布とほとんど変わら



図—B c_u の分布

(2) 破壊確率 P_F

c_u (あるいは q_u), r_b の母集団分布が既知の場合は、破壊確率 P_F は一義的に計算され、変動係数をパラメーターにして $P_F \sim F_s$ 関係 (F_s : 安全率) も一義的に決まることは著者の示しているとおりである。

ところで、 c_u, r_b の母集団は無限母集団であるから、われわれが知ろうのはそれらの母集団からのランダムサンプル

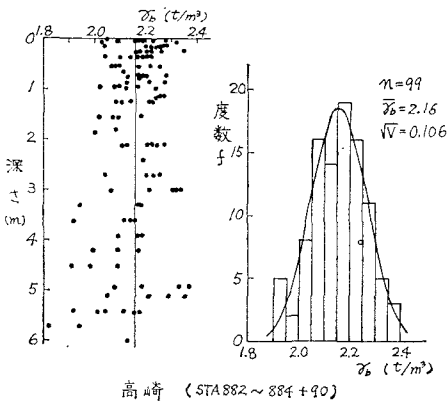
としての c_u や r_b の標本値、すなわち測定値である。したがって、本論文で定義されている破壊確率 $P_F = P_y (c_u \leq s)$ [s : 仮想の円弧すべり面上に働くせん断応力] は、著者のように c_u や r_b (式 (4)) によって s は r_b の一次関数) の分布を仮定しないかぎり、 c_u や r_b の標本分布から一定の危険率で推定するほかはない。そしてこのときは、 P_F は c_u や r_b の個数の関数となる。

c_u, s の両方の標本分布が与えられているときに P_F を推定するには、たとえば、非心 t 分布 (non-central t -distribution)^{a)} を利用する方法が考えられる。実際の盛土の設計段階を考えたとき、 r_b は締固め試験などから一定の目安としての値しかわかっていないことから、筆者は品質管理の手法を応用して、 $r_b = \text{一定}$ 、すなわち $s = s_0$ (一定) で、 c_u の標本値 n 個が土質試験結果として与えられているときに、 P_F を \bar{c}_u (平均値)、 \sqrt{V} (不偏分散の平方根)、 n (個数) の関数として求める近似法を考えた。これによれば、次式により危険率 5% で P_F が推定できる。

$$P_F = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{-K_p} e^{-u^2} du \dots \dots \dots (i)$$

$$\begin{cases} K_p = h - 1.645 \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{h^2}{2(n-1)}} \\ h = (\bar{c}_u - s_0) / \sqrt{V} \end{cases}$$

なお、 c_u が図—A の case-3 のように $N(\alpha + \beta z, \sigma^2)$ なる正規分布をするとみなされる場合には、標本回帰直線 $c_u = a + bz$ を用いて安定計算を行ない^{b)}、臨界円上の c_u の平均値を求めてそれを \bar{c}_u とし、不偏分散は



図—C r_b の分布図

ないことがわかった。

以上のように、 c_u と r_b の分布はほぼ正規分布 (あるいは対数正規分布) に従うと考えてよいことがわかったが、なお次のような問題点が指摘される。

(i) 左右対称の度数分布でありながら、尖度が大きすぎて正規分布が適合しない場合がある。

(ii) c_u や r_b は負の値や無限大の値をとることはないから、確率変数が $-\infty$ から $+\infty$ まで変化する正規分布をあてはめるのは、実際にはおかしい。

このようなことから考えれば、確率変数の変域が有限であって、しかも分布の形がパラメーターで変化するような分布関数を適用するほうがより合理的であると考えられる。

$$V = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \{c_{ui} - (a + bz_i)\}^2$$
 [c_{ui} : 深さ z_i における c_u の測定値] によって求めれば、式 (14) によって P_F が求められる。

筆者は破壊確率を導入して盛土の安定性を論ずる方法を検討中であるが、破壊確率の概念には、従来土質工学の分野で構造物の安全性を表わす指標として用いられている安全率の概念のもつあいまいさが無い。また、著者の試みているように、より合理的な調査、設計、施工の

方法論を確立してゆくうえで重要な役割を果たしうると考えられる。著者の今後の研究の成果が待たれる。

参 考 文 献

- a) Resnikoff, G. J. and Lieberman, G. J.: Tables of the Non-Central t -Distribution, Stanford University Press, 1957.
- b) 中瀬明男: 粘性地盤の支持力, 港湾技研報告, 第5巻12号, 1966.

【 回 答 】

回答者: 松 尾 稔 (名古屋大学工学部)
 黒 田 勝 彦 (京都大学工学部)

まず最初に、著者らの試みに対し、興味を持たれ、貴重なデータの公表と意義ある討議をお寄せ下さったことに対しお礼申し上げます。

さて、討議の要点は次の三点であると考えられる。第一点は、粘土の一軸圧縮強度 q_u の分布パターンとその取扱い方である。著者らの検討したパターンは、討議者らの示す case-1 と case-3 であるが、case-3 の場合の取扱いはすでに発表した⁹⁾。これによると、著者らの論文中の 図-6 における取扱い方において、いずれの方法でも、 P_F , \bar{F}_s^* およびすべり面の位置には大差の無いことがわかった。なお、P. Lumb^{d)}も破壊確率には言及していないが、case-1, 3 の分布パターンについて詳細な検討を加えている。

第二点は、非負値の物理量の集合に対し、 $-\infty$ から $+\infty$ の範囲で定義される正規分布の適用の可否の問題である。指摘されるように、非負値の物理量に負の範囲をもその定義域に含む正規分布を用いるのは、一見不合理に思える。非負値を定義域に含まないという意味においては、対数正規分布や β -関数で定義される分布形を適用するのが合理的である。しかしながら、 c_u とか r_b のばらつきが偶然性に起因しているという立場に立つならば、正規分布を適用することは論理的な根拠がある。さらに著者らの試算例 (図-14, 15) や、別に指摘した⁹⁾ ように土構造物の破壊確率 P_F は、他の構造物、たとえば航空機、鉄塔基礎、橋梁などに比べて非常に大きい値である。したがって、負の定義域を含む正規分布を当てはめたとしても實際上誤差は非常に小さい。このような理由から、正規分布の当てはめは妥当であると考えられる。

第三点は、 P_F の推定精度の問題である。すなわち、 P_F は c_u , r_b などの母集団が既知のときは問題ないが

一般には c_u , r_b などの母集団は未知であり、なんらかの方法でこの母集団を推定しなければならない。ここで母集団についての著者らの考え方を述べる。たとえば、地盤の強度 (いまの場合一軸圧縮強度) というのは、われわれがある特定の方法と特定の条件の下で試験した結果を、便宜的に地盤の真の強度を代表させるための一つの尺度としているにすぎない。すなわち、このような試験の個々の結果が真に地盤の個々の強度を代表しているとは著者らは考えていない。この点はきわめて重要である。このような認識から、著者らが強度に関して母集団と規定しているのは、強度試験を無限個行なった結果の集合という意味である。したがって、いま、適当な個数のサンプルというのは、適当数の強度試験結果ということになる。この強度試験結果が、母集団からランダムに抜き出した標本と考えられ、この意味で確率、統計の概念を導入できるのである。また、討議者らが提案されている P_F の推定法は、形は異なるが、サンプル数の推定 P_F におよぼす効果という形で著者らもすでに取扱っている⁹⁾。この考え方を簡単に示すと以下のとおりである。著者らの論文中の式 (7) において、 μ_C の代りに、 n 個のサンプルから推定される母平均の $\alpha\%$ 信頼下限値

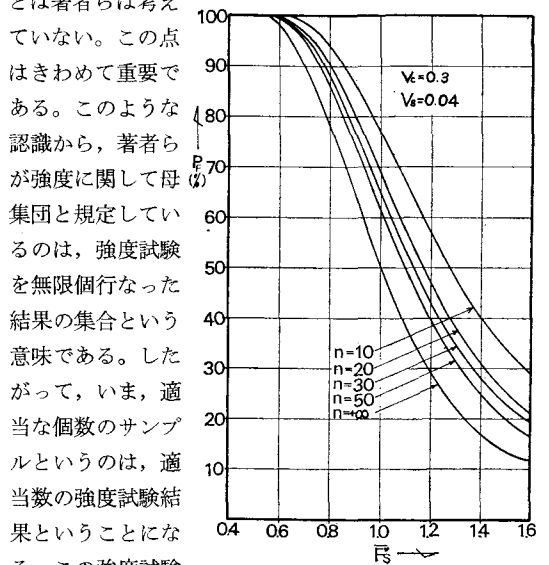


図-D

からランダムに抜き出した標本と考えられ、この意味で確率、統計の概念を導入できるのである。また、討議者らが提案されている P_F の推定法は、形は異なるが、サンプル数の推定 P_F におよぼす効果という形で著者らもすでに取扱っている⁹⁾。この考え方を簡単に示すと以下のとおりである。著者らの論文中の式 (7) において、 μ_C の代りに、 n 個のサンプルから推定される母平均の $\alpha\%$ 信頼下限値

$$\mu_{CL}(n) = \mu(n) - \left(\frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n-1}} \cdot \sigma_e \right)$$

を用いて、

$$\bar{F}_s^* = \frac{\mu(n) - \left(\frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n-1}} \cdot \sigma_e \right)}{\mu_s} \dots\dots\dots (a)$$

とおき、これを式 (9) に適用すると、

$$\left. \begin{aligned} P_F &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{K(n)}^{\infty} \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt \\ K(n) &= \frac{\left(1 - \frac{t_{\alpha, n-1}}{\sqrt{n}} V_c\right) \bar{F}_s^* - 1}{\sqrt{\frac{n-1}{n} \cdot (V_c)^2 \cdot (\bar{F}_s^*)^2 + V_s^2}} \end{aligned} \right\} \dots\dots (b)$$

となり、 $K(n)$ が n の関数、すなわち P_F が n の関数となる (式 (b) は文献 d) の式 (7), (8) の基本形)。

ここで $n \rightarrow \infty$ の場合には

$$K(n) = \frac{\bar{F}_s^* - 1}{\sqrt{(\bar{F}_s^* V_c)^2 + V_s^2}} \dots\dots\dots (c)$$

となって、これが式 (11) と一致することはいうまでもない。この考え方は討議者の考え方と基本的に同じもの

である。ちなみに、 n をパラメーターにして、 $P_F \sim \bar{F}_s^*$ の関係を $V_c=0.3, V_s=0.04$ の場合に関して計算した結果を示すと図のようになる。この結果は討議者の提案されている式 (14) による計算結果とほぼ同じ程度の値になる。

以上、本論文で述べ足りなかつた点、およびご討議下さいました要点について筆者らの考えをまとめてみました。ご討議下さいました栗原、野田両氏に対し重ねてお礼申し上げますとともに、土質の分野での筆者らの試みに対しご支援下さいました各位に感謝致します。

参 考 文 献

- c) 松尾・黒田・佃：関西支部年次学術講演会概要集，1972.
- d) Lumb, P. : Conadian Geotechnical Journal, Vol. III, No. 2, 1966.
- e) 松尾・黒田：土木学会論文報告集 (投稿中)
- f) 長尾・松尾・黒田：土木学会論文報告集, 第203号, 1972.