

## せん断連続体としての多層地盤の地震応答解析

SEISMIC RESPONSE ANALYSIS OF MULTI LAYERED MEDIA  
REGARDED AS SHEAR CONTINUUM

金子 孝 吉\*

By Kōkichi Kaneko

## 1. 緒 言

土木工学の地震工学分野においては地盤—構造系における構造物の耐震性という問題を主体に多くのテーマで研究されている。ここで扱う構造物の耐震設計にはその構造物を支持する地盤の振動挙動という情報が必要不可欠なものとなっている。この地盤の振動特性を明らかにするには測定・観測あるいは実験を主とするいわば経験的に得た情報から判定する方法に加え、弾性論および波動理論を用いて解析的に進める判定方法がある。

経験的には弾性波探査・電気探査あるいは重力探査といった物理探査法による地盤測定、自然地震および常時微動の観測、ボーリング・抗打ち貫入などの試験、起振機・自動車・ロケットなどの荷重による地動測定そして模型実験など多方面からのアプローチの仕方がある。

これに対して解析的には異方性・非線型有限ひずみの問題を含めて、波動理論を使用する方法、等価質量—ばね系にモデル置換する方法、有限要素法を適用する方法あるいはそれらを合せて考慮する方法など研究範囲も多様である。

地震学において L. Rayleigh, A.E.H. Love らによって急速に向上した波動論も W.M. Ewing, H. Jeffreys, F. Press, B. Gutenberg, 妹沢, 金井らによって地盤震動に普及進展し現在まで多くの学者によって研究され、等方弾性体内の実体波および表面波に関してはほとんど解明されたが異方性・非線型有限ひずみおよび減衰機構を含めた波動理論に関してはいま一つ決定的なものがなく難解な問題として残っている。

そこで G.W. Housner を始め H.B. Seed, N.A. Haskell, P.C. Jennings らは地盤の振動性状を解明するにあたり、ある種の技巧的手法を含めて地震工学的見地で発展させている。

たとえば Seed<sup>1)~5)</sup> には地盤を等価な質量をもったば

ね系にモデル置換する方法、Haskell<sup>7)</sup> には波動理論における SH 波の多重反射理論を使用する方法などがある。

本研究において筆者は H.B. Seed, I.M. Idriss<sup>1)</sup> が行なった地盤をせん断連続体に置換する方法のうちで深さ方向への地盤特性の変化を多層構造で考えることによって解決し、多層地盤の振動特性を解析的に導くことを可能にした。

単位連続体地盤層のせん断振動方程式は波動型の二階偏微分方程式で表わせるが境界条件が決まれば変数分離法により固有値と固有モード型を導くことによって解けよう。しかし固有振動数方程式は地盤が多層になるにしたがって一般に複雑な超越方程式になるため、数値解法によらざるを得ないが Newton の逐次近似法を使用することによってきわめて精度の良い固有値を求めることができた。そのため多層地盤の地震応答も簡便に扱うことが可能になった。

なお今回の報告には省略したが地盤を多質点系に置換してモーダルアナリシスにより解析する方法<sup>9)</sup> および波動理論の二次元 SH 波の多重反射理論を使用する解法も並行して行なっているが、せん断連続体解法が地盤の振動特性の判定には十分実用性を持ち得ることを示すものである。

計算例としては性質の相異なる地盤を何点か選んで解析し各地盤層の振動特性の検討を行ない、合せて実際に観測した地動記録と比較検討した。その解析結果はランダム振動論を用いて統計的に処理した。

また本研究における地盤と基盤の境界面および剛度に関しては次のような点に留意して取り扱っていることを加えておく。

標準的には軟弱層を含む沖積層（平均層厚数 100 m）で S 波速度が 1000 m/sec 以下である建造物を支持する表層地層を地盤にとり、その下層の洪積層に代表される硬い地層を基盤と見なす。

しかし、地域差によって層厚も弾性的性質も異なるた

\* 正会員 北海道大学助手 工学部土木工学科

め、ここでは建造物の支持部を含む地表層(100 m 以内)を地盤とし、その下の性質が急変して硬くなる地層を地盤に対して剛な基盤として扱っている。入力基盤動に対する相対的な地盤層のレスポンスを主体に解析を行なうもので、必ずしも基盤の性質を考慮する必要がないため便宜上、地中 100 m 前後の性質の急変する境界層をもって基盤面と見なしている。

2. 連続体のせん断振動方程式とそのモード解

地震時における地動は多くの場合水平動が最も支配的である。そのため地盤層の境界面が水平で、しかも水平方向には等質であると見なせる場合は地動にせん断波のみを考慮して地盤の振動性状を論じても地震工学上大きな間違いは起こさないだろう。

いま下の基盤より入射した地震動がせん断変形のみによって上方に伝播し、横方向への広がりが地震応答には影響を与えないものと見なして地盤を単位の柱状連続ばりに置換して考える。本解析法はこの連続体の振動をもって地盤全体の振動を解析するものである。つまり地盤層に対して基盤を完全な剛体として扱い地震動を一端固定せん断連続ばりの強制振動と解している。

(1) 多層地盤の振動方程式

地盤層を二次元座標  $(x, z)$  において図-1のごとく単位の柱状連続ばりにモデル置換する。図中の諸量を  
 $u_m(z, t)$  : 地中  $z$  における水平  $x$  方向相対変位 (cm)  
 $l_m$  : 第  $m$  番目層の厚さ (m)

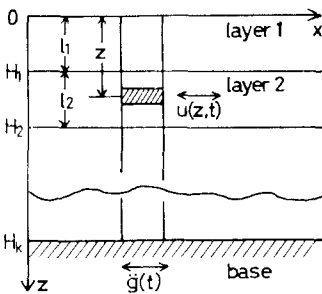


図-1 多層地盤の柱状連続体に置換したモデル

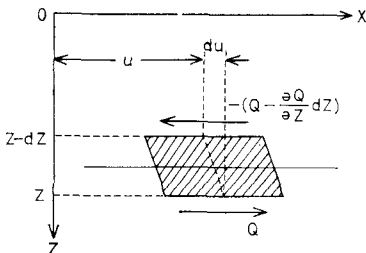


図-2 連続体微小部分の動的つりあい

$H_m$  : 地表より第  $m$  番目層下端までの深さ (m)

$\ddot{y}(t)$  : 基盤より入射する地震動加速度 (gal)

とする。第  $m$  番目層のせん断振動方程式は図-2 に示すように連続体の微小部分の動的なつり合いを考慮し、D'Alembert の定理

$$\left( \rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + c_m \frac{\partial u_m}{\partial t} \right) dz = Q_m - \left( Q_m - \frac{\partial Q_m}{\partial z} dz \right) \dots\dots\dots (1)$$

および応力・ひずみ関係

$$Q_m = G_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \dots\dots\dots (2)$$

より

$$\rho_m \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + c_m \frac{\partial u_m}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left( G_m \frac{\partial u_m}{\partial z} \right) \dots\dots (3)$$

で表わせる。ここに第  $m$  番目層において

$\rho_m$  : 単位重量密度 ( $\text{kg} \cdot \text{sec}^2 / \text{cm}^4$ )

$c_m$  : 粘性減衰係数 ( $\text{kg} \cdot \text{sec} / \text{cm}^4$ )

$G_m$  : せん断弾性係数 ( $\text{kg} / \text{cm}^2$ )

$Q_m$  : 水平せん断応力 ( $\text{kg} / \text{cm}^2$ )

である。なお、地盤を等価質量-ばね系として扱っており  $c_m$  は相対速度に比例する減衰係数として用いている。以後時間微分をドット、 $z$  についての微分をダッシュで表わすことにする。基盤からの強制外力  $\{-\rho_m \ddot{y}(t)\}$  が加わる場合式 (3) は次式で表わせよう。

$$\rho_m \ddot{u}_m + c_m \dot{u}_m - G_m u_m'' = -\rho_m \ddot{y} \dots\dots\dots (4)$$

これは  $k$  層地盤 ( $m=1, 2, \dots, k$ ) でおのおの成立する二階偏微分方程式であるが、境界条件が決まれば変数分離法によって固有振動数と固有モード型を導くことから解ける。

境界条件および連続条件として

$$\left. \begin{aligned} G_1 u_1'(0, t) &= 0 \\ u_k(H_k, t) &= 0 \\ u_{m-1}(H_{m-1}, t) &= u_m(H_{m-1}, t) \\ G_{m-1} u_{m-1}'(H_{m-1}, t) &= G_m u_m'(H_{m-1}, t) \end{aligned} \right\} (m=2, 3, \dots, k) \dots\dots\dots (5)$$

つまり地表における水平せん断応力を 0、地盤と基盤との境界における相対変位を 0 とし、各層の境界では上層と下層の相対変位を等しく、せん断応力を等しく取っている。そしていずれの境界においてもせん断ひずみの連続性およびすべり現象は考慮していない。

(2) 固有モード型および固有振動数方程式

式 (4) の応答変位  $u_m(z, t)$  は  $z$  のみの関数  $Z(z)$  と  $t$  のみの関数  $T(t)$  とに変数分離して

$$u_m(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_{mn}(z) \cdot T_n(t) \dots\dots\dots (6)$$

なる無限級数で与えられる。ここに時間関数は深さ  $z$  に

無関係で各層において  $T_n(t)$  である。式 (6) を適当に微分して式 (4) に代入し第  $n$  次について整理すると、

$$\rho_m \frac{\ddot{T}_n}{T_n} + c_m \frac{\dot{T}_n}{T_n} + \rho_m R_{mn} \ddot{g} = G_m \frac{Z_{mn}''}{Z_{mn}} \dots (7)$$

で表わせる。かりにこの式を  $-\rho_m p_n^2$  とおけば

$$Z_{mn}''(z) + a_m^2 p_n^2 Z_{mn}(z) = 0 \dots (8)$$

$$\rho_m \dot{T}_{mn}(t) + c_m \dot{T}_{mn}(t) + \rho_m p_n^2 T_{mn}(t) = -\rho_m R_{mn} \ddot{g}(t) \dots (9)$$

に分離されよう。ここに  $a_m = \sqrt{\rho_m / G_m}$  である。ただし、 $R_{mn}$  は強制項における  $n$  次モード展開係数である。

まず式 (8) の解を求めるに一般解

$$Z_{mn}(z) = A_m \cos a_m p_n z + B_m \sin a_m p_n z \dots (10)$$

に境界条件を用いて係数  $A_m, B_m$  を決めよう。式 (10) を適当に微分して、境界条件および連続条件式 (5) に適合させ、固有モード型  $Z_{mn}$  および固有振動数方程式を誘導するわけであるが、 $Z_{mn}$  は一義的には決まらず地表 ( $z=0$ ) における値  $A$  に対してその相対量で次式のように表わせる。

$$\begin{aligned} Z_{mn}(z) &= A [I_m \cos \{q_m(z - H_{m-1})\} \\ &\quad - \alpha_{m-1} J_m \sin \{q_m(z - H_{m-1})\}] \\ &\quad (m=1, 2, \dots, k, H_{m-1} \leq z \leq H_m) \end{aligned} \dots (11)$$

固有振動数方程式は式 (5) を適用して式 (10) の係数  $A_m, B_m$  を消去すれば、後の漸化式 (12-a), (12-b) を含む式で次のように表わされる。

$$I_{k+1}(p_n) = 0 \dots (12)$$

ここに  $m=1, 2, \dots, k$  において

$$p_n : \text{固有振動数}$$

$$q_m = a_m p_n$$

$$r_m = q_m l_m$$

$$\alpha_m : \text{振動インピーダンス, } \alpha_{m-1} = \sqrt{\rho_{m-1} G_{m-1} / \rho_m G_m}$$

$$S_m = \sin r_m$$

$$C_m = \cos r_m$$

$$I_m = I_{m-1} C_{m-1} - \alpha_{m-2} J_{m-1} S_{m-1} \dots (12-a)$$

$$J_m = I_{m-1} S_{m-1} + \alpha_{m-2} J_{m-1} C_{m-1} \dots (12-b)$$

であり、この式 (12-a), 式 (12-b) は  $k$  が決まれば  $m=1$  より漸次誘導できる。このとき、

$$I_0 = J_0 = J_1 = 0, I_1 = 1, I_2 = C_1, J_2 = S_1$$

および  $\alpha_{-1} = \alpha_0 = 0$

である。固有振動数  $p_n$  は振動数方程式 (12) より求めるが、式 (12) は一般に  $k$  が増して多層地盤になるにしたがって複雑な超越方程式になるため数値解法により根を求めざるを得ない。この高次超越方程式の数値解析には Newton の逐次近似法を利用する。

ある超越方程式

$$I(p_n) = 0 \dots (13)$$

の真の根にある程度近い適当な値を  $p_{n-1}$  とするとき、

$p_{n-1}$  よりも真の根  $p_n$  に近い値は次式で示せる。

$$p_{n-2} = p_{n-1} - \{I(p_{n-1}) / I'(p_{n-1})\} \dots (14)$$

ここに  $I'(p_{n-1})$  は  $I(p_n)$  の微分係数の  $p_{n-1}$  における値である。第  $\beta$  近似値は同様の式で  $\beta$  回繰り返して行えば必要な桁まで  $p_n$  の正しい値を求めることができる。根の精度は通例 2 のべきの等比級数で改良される。式 (12) の固有振動数方程式においては実根の正数値の小さなものより  $p_1, p_2, \dots, p_n$  として次数を取ることにする。

### (3) 時間応答関数および $n$ 次モード展開係数

次に時間応答関数  $T_n(t)$  の誘導に移る。式 (9) は変形して、

$$\dot{T}_n(t) + 2h_n p_n \dot{T}_n(t) + p_n^2 T_n(t) = -R_{mn} \ddot{g}(t) \dots (15)$$

で示せる。ただし各層の境界で完全に密着した連成系を仮定してあるため  $c_m / \rho_m = c_{m+1} / \rho_{m+1}$  がいえる。ここに

$$h_n : n \text{ 次減衰定数, } h_n = c_m / 2 \rho_m p_n$$

$R_{mn} : n$  次モード展開係数

で、この式 (15) は式 (6) で与えられた無限級数解の第  $n$  次の時間関数についての式であり、右辺の  $R_{mn}$  は境界条件を満たす直交関数 (固有モード型) によって 1 を級数展開したときの係数を表わしている。一般に区間 (1, 0) において定義された微分可能な任意関数  $f(\xi)$  は  $Z_{mn}(\xi)$  によって次のように展開される。

$$f_m(\xi) = \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} Z_{mn}(\xi) \dots (16)$$

ここに

$$R_{mn} = \frac{1}{M_{mn}} \int_0^1 f_m(\xi) Z_{mn}(\xi) d\xi \quad (0 \leq \xi \leq 1) \dots (17)$$

で  $M_{mn}$  は直交条件

$$\int_0^1 Z_{mn}(\xi) Z_{m'n'}(\xi) d\xi = \begin{cases} 0 & (n \neq n') \\ M_{mn} & (n = n') \end{cases} \dots (18)$$

を満足する  $n$  次モード一般質量である。したがって展開係数  $R_{mn}$  は式 (16) で  $\xi = (z - H_{m-1}) / l_m$  および  $f_m(\xi) = 1$  を使って、

$$R_{mn} = \int_0^1 Z_{mn}(\xi) d\xi / \int_0^1 Z_{mn}^2(\xi) d\xi \quad (0 \leq \xi = \frac{z - H_{m-1}}{l_m} \leq 1) \dots (19)$$

で求まる。式 (11) で示した固有モード型を式 (19) に代入して各層における  $R_{mn}$  を求めると次式になる。

$$R_{mn} = \frac{2(J_{m+1} - \alpha_{m-1} J_m)}{\{r_m(I_m^2 + \alpha_{m-1}^2 J_m^2) + S_m(I_m J_{m+1} - \alpha_{m-1} J_m J_{m+1})\}} \dots (20)$$

ただし、 $R_{kn} = 2S_k(1 - C_k) / I_k(r_k - S_k C_k)$  ( $m=1, 2, \dots, k$ ) である。ここで  $t$  のみの時間応答の式 (15) における

展開係数には $z$ の影響が入るが、これは展開したモード型が直交関数でありかつ $\sum_{n=1}^{\infty} R_{mn}Z_{mn}(z)=1$ であるため無限のモードを取る限り連続の条件はくずれない。

さて式(15)は一自由度の非同次二階定数微分方程式であるから定数変化の方法あるいはラプラス変換などを使用して解けよう。強制項のみ示すと周知の Duhamel の積分形で表わされる。

$$T_n(t) = -\frac{R_{mn}}{R_{dn}} \phi_d(t) \dots\dots\dots (21)$$

ただし

$$\phi_d(t) = \int_0^t \ddot{y}(\tau) e^{-\lambda_n(t-\tau)} \sin P_{dn}(t-\tau) d\tau \dots (22)$$

であり、ここに $\lambda_n = h_n p_n$ ,  $P_{dn} = p_n \sqrt{1-h_n^2}$ である。

以上式(11),(22)を誘導することによって相対変位応答の一般解が式(6)で決まることになる。また相対速度応答および絶対加速度応答は次式になる。

$$\dot{u}_m(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} Z_{mn}(z) \cdot \dot{T}_n(t) \dots\dots\dots (23)$$

$$\begin{aligned} \ddot{u}_m(z, t) + \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} Z_{mn}(z) \ddot{y}(t) \\ = \sum_{n=1}^{\infty} Z_{mn}(z) \{ \ddot{T}_n(t) + R_{mn} \ddot{y}(t) \} \\ \dots\dots\dots (24) \end{aligned}$$

任意の時刻で任意の深さにおけるせん断ひずみおよびせん断応力の応答は次式で求められよう。

$$\epsilon_m(z, t) = u_m'(z, t) \dots\dots\dots (25)$$

$$\sigma_m(z, t) = G_m u_m'(z, t) \dots\dots\dots (26)$$

(4) 振動特性

地盤に作用する外力が複雑な波形の場合にもその外力をフーリエ分析あるいはデルタ関数分析してそれぞれの波形に対する解を重ねることによって最終的な応答を求めることができる。そこで式(15)において右辺の強制力を単位の正弦波にした場合多自由度多次モードの振動特性として変位応答倍率 $S_d(i\eta)$ および加速度応答倍率 $S_a(i\eta)$ は次式で与えることができる。

$$|S_d(i\eta_n)| = \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} \cdot \frac{1}{\sqrt{(1-\eta_n^2)^2 + 4h_n^2\eta_n^2}} e^{-i\psi_n} \dots\dots\dots (27)$$

$$|S_a(i\eta_n)| = \sum_{n=1}^{\infty} R_{mn} \cdot \sqrt{\frac{1+4h_n^2\eta_n^2}{(1-\eta_n^2)^2 + 4h_n^2\eta_n^2}} e^{-i\psi_n} \dots\dots\dots (28)$$

ここに、

$$\eta_n = \omega/p_n$$

$\omega$ ：入力波の円振動数

$$\ddot{y}(t) = e^{i\omega t} \quad (i = \sqrt{-1})$$

$$\phi_n = \tan^{-1} \{ 2h_n\eta_n / (1-\eta_n^2) \}$$

$$\psi_n = \tan^{-1} \{ 2h_n\eta_n^3 / (1-\eta_n^2 + 4\eta_n^4) \}$$

である。

また振動特性は不規則振動論で次のように表現できる。強制力が確率論的に定常確率変数として扱える場合、振動系は初期においては非定常の過渡振動となるが十分時間がたてば定常ランダム振動となる。このとき定常ランダム外力を受けた振動系の定常振動のパワースペクトル密度 $G_u(\omega)$ は外力のパワースペクトル密度 $G_g(\omega)$ に系の周波数応答関数 $S_a(\omega)$ の二乗を乗じて得られる。また外力と系の応答とが得られておりそのパワースペクトル密度が計算できれば周波数応答関数で表わされた系の応答倍率は次式で示せる。

$$|S_a(\omega)| = \sqrt{G_u(\omega)/G_g(\omega)} \dots\dots\dots (29)$$

3. 多層地盤の地震応答解析例

青森県津軽大橋架設地点(A地点)、北海道札幌市郊外樽川地点(B地点)、そして北海道岩内町共和村地点(C-a, C-b, C-cの3地点)においては1967年以来、田治米、渡辺<sup>10)~13)</sup>らによって数回にわたり観測網を設けて地盤の振動測定および地震観測を行なった。

各地点での弾性波探査、ポーリング、杭打ち貫入試験などの地盤測定の記事を解析して地下構造および地盤の弾性的性質を知ることができた。その結果を利用してせん断連続体による解法により地震応答解析を行なって、弾性波測定、常時微動測定および自然地震観測により経験的に得た地盤の振動特性と比較検討を行なってみた。

解析過程は次のような順で行なったが、その結果はA地点、C-b地点を主体にピックアップして後述することにした。各地点において

- 1) 地盤構造および弾性特性の決定
- 2) 地震波観測記録の整理
- 3) 固有値および固有モード型の計算
- 4) 基盤入射時の入力波の決定
- 5) 応答波の計算
- 6) 応答時振幅分布の表現
- 7) 入力波と応答波の相関解析
- 8) 地盤の振動特性の検討

を行なった。

	V <sub>s</sub>				V <sub>s</sub>
	×10 <sup>4</sup> cm/sec	×10 <sup>-3</sup> kg/cm <sup>2</sup>	×10 <sup>2</sup> kg/cm <sup>2</sup>	×10 <sup>0</sup>	
第1層	0.45	1.4	0.29	0.49	1.25
第2層	1.40	1.8	3.60	0.49	1.60
第3層	2.00	2.0	8.16	0.48	1.90
第4層	3.00	2.2	20.2	0.47	2.75
基盤					3.45

(m) Site-A (m)

(1) 地盤構造および弾性特性

ボーリングと杭打ち貫入試験の結果および弾性波探査法によるP波、S波および表面波の記録の解析<sup>10), 11)</sup> 結果から A, B および C 地点での地下構造と地盤層弾性特性を求めて表-1 に示すごとく整理した。表中  $V_s$ ,  $\gamma$ ,  $G$  および  $\nu$  はせん断波速度, 質量密度, せん断弾性係数およびポアソン比である。軟弱地盤A地点に比べC地点は岩層露出状態にあるきわめて固い層から成り, 特に C-a 地点では第2番目層がその下層の第3, 第4番目層よりも固い構造を示している。

構造物支持地盤としては深度 100 m 程度まで考慮すれば十分で, このA地点およびC地点はいわば特異地盤であり地域差があるにしても普通はB地点程度の地盤が多い。

(2) 地震波観測記録

各地点における地震波の観測記録を整理して表-2 に示した。自然地震はマグニチュード5以上を選び, 加速度記録を中心に波形の鮮明なものを取り出した。弾性波についてはP波測定にはダイナマイト震源で記録は上下1・水平2の3成分またS波測定には板叩き法で水平1成分の記録を取った。測定点は地表の他に地中地震計(A地点)による基盤上あるいはボーリング坑に設置した地震計(C地点)による地盤中および基盤上を選んだ。

各地点の記録の中から選択してA地点とC地点における波形を図-3 と 図-4 に示した。ただし記録器のゲインが一定でないため, この図から振幅の比較はできない。なお自然地震波および常時微動波のタイムスケールは1秒で人工地震波は0.1秒に取っている。

(3) 地盤震動の固有値および固有モード型

次に各地点における固有周期 ( $T_n$ ), 減衰定数 ( $h_n$ ) および強制項展開係数 ( $R_{mn}$ ) を計算しそれぞれ 10 次まで表-3 に示した。 $h_n$  に関してはまず軟弱層における経験<sup>21)</sup> から  $c_m/\rho_m \approx 2.5$  を用いたが, B地点とC地点に

表-2 観測地震記録

地震波		自然地震	常時微動	弾性波
A 1968年	性格	十勝沖 $M=7.8$ , 余震	夜間	火薬 (0.5~10 kg, $d=3, 4, 20$ m), 板
	成分	3 (NS, EW, UD)	3	P, S-3, S-1 (EW)
	記録量	加速度, 速度, 変位	速度, 変位	加速度, 速度, 変位
B 1967年	性格	(測定量なし)	昼間	火薬, 板
	成分		3	P, S-3, S-1
	記録量		速度, 変位	速度, 変位
C 1970年	性格	オホーツク海 $M=6.6$ , 他	昼・夜間	火薬, 板
	成分	3	3	P, S-3, S-1
	記録量	加速度 (SMAC 変位)	加速度	加速度
	測定点	a-3, b-2	a, b, 他-38	a, b, c-100 数点
	深度	a-0, 31, 50 m, b-0, 29 m	0, 29, 31, 50 m	0 m

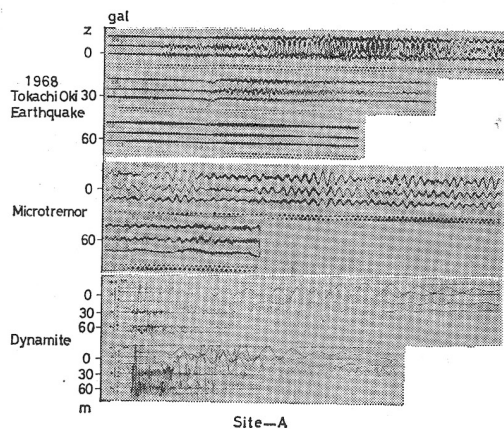


図-3 A地点各測点における地震波加速度記録

おいては地盤の剛性を考慮して  $c_m/\rho_m \approx 3.5$  と 20 を仮定して使用した。

ただし, ここでは表-3 に示した減衰定数は地盤各層の連成条件として  $h_n/\rho_n = c_m/2\rho_m = \text{一定}$  という仮定を使用したものである。しかし実際には境界条件, 連続条件が変わって連成条件が異なる場合あるいは基盤での地下逸散減衰, 地盤の非線型減衰などの場合は, より厳密な

表-1 各地盤層の弾性特性

$\gamma$	$G$	$\nu$	$V_s$	$\gamma$	$G$	$\nu$	$V_s$	$\gamma$	$G$	$\nu$	$V_s$	$\gamma$	$G$	$\nu$
$\times 10^{-3}$ kg/cm <sup>3</sup>	$\times 10^6$ kg/cm <sup>2</sup>	$\times 10^0$	$\times 10^4$ cm/sec	$\times 10^{-3}$ kg/cm <sup>3</sup>	$\times 10^2$ kg/cm <sup>2</sup>	$\times 10^0$	$\times 10^4$ cm/sec	$\times 10^{-3}$ kg/cm <sup>3</sup>	$\times 10^2$ kg/cm <sup>2</sup>	$\times 10^0$	$\times 10^4$ cm/sec	$\times 10^{-3}$ kg/cm <sup>3</sup>	$\times 10^2$ kg/cm <sup>2</sup>	$\times 10^0$
1.6	0.80	0.49	4.50	1.9	3.93	0.40	2.90	1.8	1.54	0.45	2.30	1.8	0.97	0.44
1.9	5.15	0.49	11.5	2.3	31.0	0.29	3.70	1.9	2.65	0.42	3.50	1.9	2.38	0.40
2.0	7.36	0.48	6.80	2.2	10.4	0.39	6.30	2.1	8.51	0.40	4.80	1.9	4.23	0.40
2.2	16.9	0.47	9.30	2.2	19.3	0.32	8.30	2.2	15.5	0.35	10.0	2.3	23.5	0.32
2.3	28.0	0.47	14.0	2.3	46.0	0.29								
Site-B		(m)	Site-C-a			(m)	Site-C-b				Site-C-c			

表-3 各地点の固有周期，減衰定数および強制項展開係数

次数 $n$		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
A	$T_{sec}$	1.707	0.749	0.492	0.327	0.278	0.215	0.178	0.164	0.139	0.128
B		0.993	0.413	0.289	0.208	0.160	0.128	0.104	0.093	0.084	0.074
C-a		0.119	0.044	0.030	0.021	0.015	0.013	0.011	0.010	0.008	0.007
C-b		0.211	0.083	0.052	0.038	0.029	0.024	0.020	0.018	0.015	0.014
C-c		0.162	0.070	0.048	0.035	0.026	0.020	0.018	0.016	0.014	0.012
A	$h$	0.339	0.149	0.098	0.065	0.055	0.043	0.036	0.033	0.028	0.025
B		0.316	0.131	0.091	0.066	0.051	0.041	0.033	0.030	0.027	0.024
C-a		0.189	0.071	0.048	0.033	0.024	0.021	0.018	0.015	0.013	0.012
C-b		0.336	0.132	0.082	0.061	0.045	0.038	0.032	0.028	0.025	0.022
C-c		0.258	0.114	0.076	0.057	0.038	0.034	0.030	0.026	0.023	0.019
B	$R_1$	1.034	1.182	1.273	0.972	0.257	-0.191	-0.396	-0.422	-0.329	-0.081
	$R_2$	1.179	3.074	-3.835	-1.847	-0.902	0.116	1.834	1.551	-0.223	-0.351
	$R_3$	1.630	-2.781	-2.860	2.366	0.212	-0.404	0.016	-0.538	0.083	0.492
	$R_4$	3.559	-2.418	4.040	-3.738	-0.939	1.747	-4.192	1.883	-0.021	-1.106
	$R_5$	8.641	-4.620	5.523	-3.648	1.613	-2.385	5.479	-3.544	1.416	-0.631
C-a	$R_1$	1.046	1.259	1.067	0.086	-0.378	-0.424	-0.248	0.088	0.240	0.238
	$R_2$	1.189	8.910	-1.867	-1.194	-1.536	3.737	1.412	0.341	-1.763	-1.715
	$R_3$	1.355	-3.708	-2.538	0.893	1.310	0.688	-0.900	-0.880	1.650	1.094
	$R_4$	2.172	-2.185	2.696	-0.071	-0.172	-0.263	0.066	0.354	-0.737	0.192
	$R_5$	14.44	-8.410	6.573	-1.178	1.630	-3.932	1.245	-1.660	3.881	-3.350

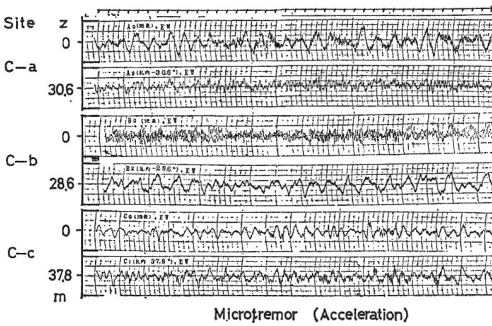


図-4 C地点常時微動加速度記録

減衰機構を考慮する必要がある。その場合の減衰定数の扱い方も複素数領域で考慮しなければならない場合あるいはモードによる変化のない場合などの諸問題が起こっ

てくる。

なおここで扱ったモーダルアナリシス法での応答値の精度は式 (12) から求める固有値の精度でほぼ決まり、減衰の大きな系においても十分計算可能である。

また、 $R_{mn}$  については B 地点と C-a 地点のみ示したが、実際の計算には取れんの状態により 50 次程度まで組み込んだ。しかし最下端層厚が薄い A, C-a 地点などは  $R_{1n}$ ,  $R_{5n}$  の取れん度が悪いので換算係数  $B_m$  を用いる必要があった。つまり  $N$  次までの計算で

$$\sum_{n=1}^N B_m R_{mn} Z_{mn}(z) = 1$$

を成立させるように  $B_m$  を各地盤構造に合わせて使用することにした。この展開係数は入力値と応答値の相関を決める有力なファクターとなっている。

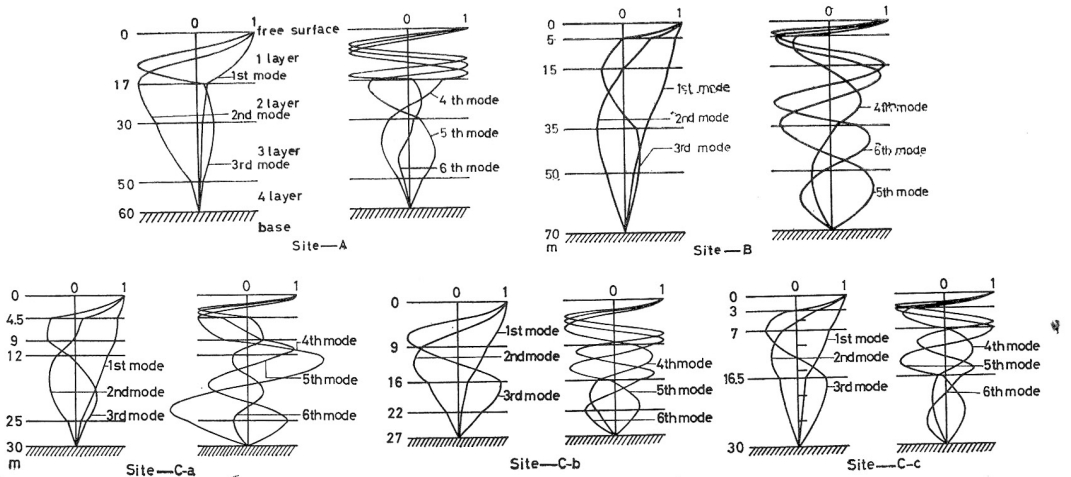


図-5 固有振動モード型

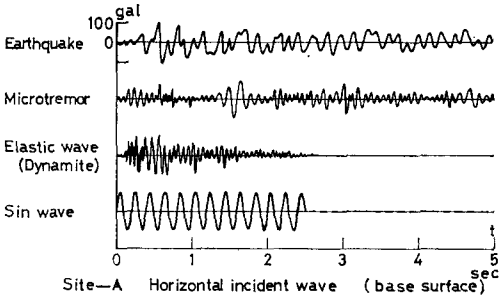


図-6 基盤入力波形 (最大振幅 100 gal)

また図-5 には各地盤層の固有振動モード型を載せた。地表の振幅1に対する相対比で求めたものであるが、C-aの4次のように固い層が上方にある場合は1を越すモード型も生じる。6次モードまで示したが、たとえばA地点は第1層がC-a地点は第4層がかなり優勢な振幅を示すものと推定できよう。

(4) 基盤入射時の入力波

入力地震波としては図-6に示すような次の4種類の波形を選んだ。

- イ) 自然地震波
- ロ) 常時微動波
- ハ) 人工地震波
- ニ) 正弦波

いずれも各地点の基盤上の水平加速度波形を選び、推定される入力波最大振幅 (100 gal 程度) まで相対に拡大したものである。各地点各種地震波によって過渡状態および定常状態の震動時間には長短があるが軟弱地盤の第1次固有周期約1.7秒の3~20倍 (5~30秒) の範囲で考慮した。つまり過渡状態の長い震動に関しては十分時間を取る必要があるということである。

計算は数値積分になるため入力波は離散的にデジタル量で読み取るが各地盤震動周期のねらいは0.02~5秒程度であるから時間間隔は情報理論<sup>14)</sup>の標本化定理にしたがい0.01秒で分割した。

常時微動波は不規則振動論で扱い周期性のある定常ランダム波とまるで不規則なホワイトノイズとに分けて考慮した。また人工地震波はダイナマイト震源による弾性波と定常ホワイトノイズに過渡包絡確定関数を乗じた擬似地震波を用いた。さらに正弦波外力としては各地盤の周期帯幅を考慮して周期 (0.1, 0.2, 0.4, 0.6, 0.7, 1.0, 1.7 秒) を選んだ。

(5) 応答波

各地点において地表初め各深部の相対変位, 相対速度, 絶対加速度, ひずみそして応力の応答波を数値解析で求めた。図-7はA地点における応答波であるが, 1968年

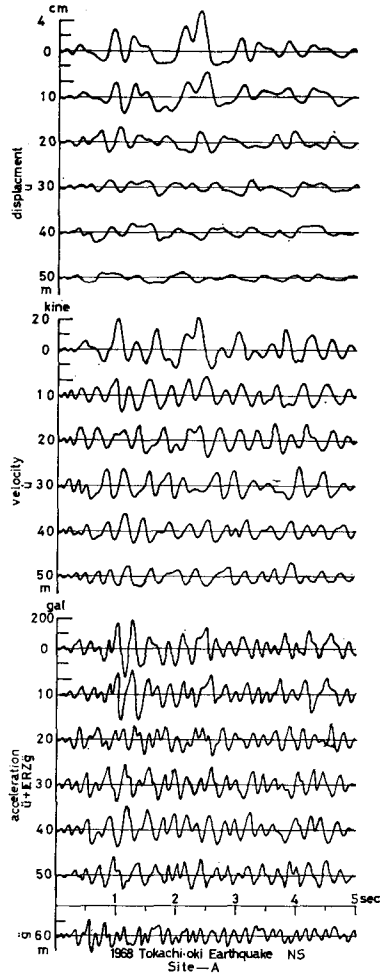


図-7 A地点自然地震入力に対する応答波

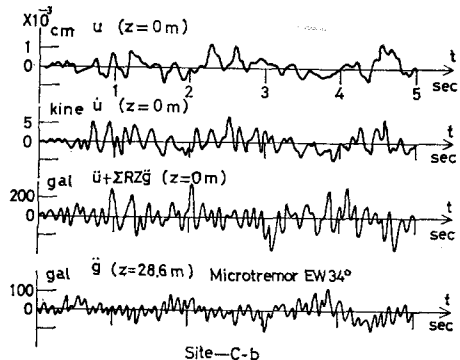


図-8 C-b 地点常時微動入力波に対する地表の応答波

十勝沖地震余震加速度入力波 (NS 成分) に対するものである。また図-8はC-b地点における常時微動加速度入力波 (EWより34°右回転) に対する地表の応答波である。A地点はきわめて軟弱な層であるため最大相対変位および最大相対速度は5cmおよび25kineにも及

ぶが C-b 地では地表においても 1 cm および 5 kine と振幅が小さくなっている。しかし絶対加速度においては両者同程度の応答振幅を示している。

B 地点においては自然地震の測定量がないため擬似地震波を入力波としたがこの場合非定常部に対する応答波の増幅は定常部に対する応答波の増幅よりもきわめて高い傾向を示した。

人工地震波入力の場合は自然地震波入力に比べて一般に波形は単調であるが、応答波の増幅度に関しては同程度であった。

(6) 応答時振幅分布

最大応答値および任意時刻の応答値の各深度における振幅分布を求めてその中より数点選んで図-9～図-13に示した。図-9および図-10は A 地点における図-7 の自然地震入力波に対する応答波の最大応答値の各深度における振幅を示したものである。この地盤では相対変位の応答波は地表層で極端に増幅されているが絶対加速度の最大値はそれほど増幅されない。

地震時の基盤の卓越周期は震央距離あるいはマグニチュードによって変動することは金井<sup>(13)~(15)</sup>も指摘してい

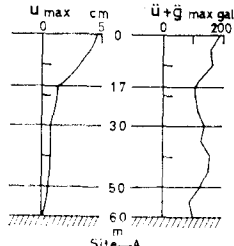


図-9 A 地点自然地震入力に対する応答波の最大応答振幅

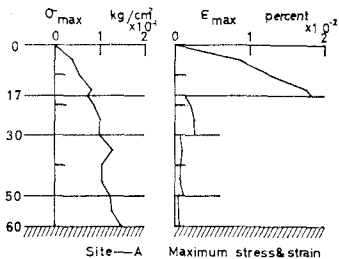


図-10 A 地点自然地震入力に対するひずみおよび応力の最大応答振幅

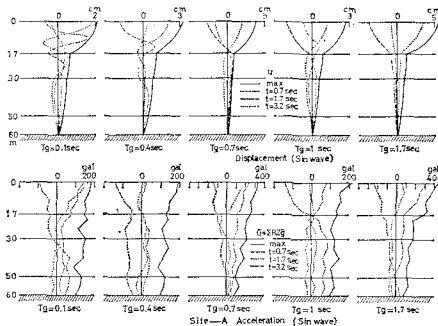


図-11 A 地点正弦波外力に対する応答振幅分布

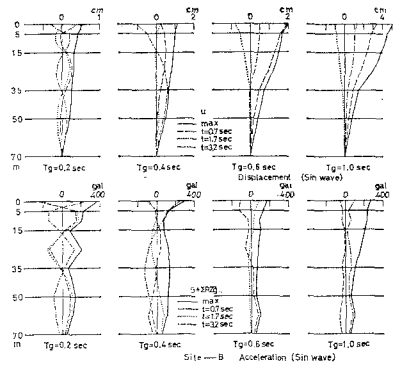


図-12 B 地点正弦波外力に対する応答振幅分布

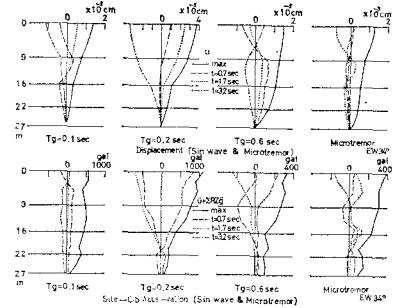


図-13 C-b 地点正弦波および常時微動外力に対する応答振幅分布

る。そこで図-11～図-13には正弦波外力で周期 ( $T_g$ ) を各種変えた場合の応答波の最大応答値および適当に選んだ時刻における応答値の振幅分布を示した。A 地点の固有周期は表-3 に示したように 1 次は 1.707 秒, 2 次は 0.749 秒であったが, 図-11 の変位応答でみるとそれぞれ 1 次および 2 次のモードで振動し振幅もきわめて増幅している。しかし, 固有値と異なる周期を持つ正弦波外力に対する応答はモード型においても増幅度においても多様性がある。

絶対加速度応答の場合は共振時でもそれほどはっきりしたモード型は示さないが振幅は変位応答同様極端に選択される。このことは図-12, 図-13 の B 地点および C-b 地点の場合も同様にいえる。つまり基盤の周期の卓越部が地盤の固有値と一致する場合地盤の応答振幅はきわめて良く選択されて増幅することを示している。

なお C-b 地点で常時微動外力に対する応答値の分布も示したが正弦波ほどはっきりした周期の選択は起こらない。

(7) 入力波と応答波の相関

—スペクトル解析による周期分析—

まず各地点で数値計算によって出した応答波と実際の観測波との比較を行なった。波形の完全なる一致は不可



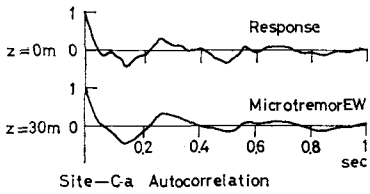


図-14 C-a 地点入力波と応答波の自己相関関数

能であったが増幅および周期特性に関してはかなり良い一致を示した。しかし常時微動記録の中には基盤上も地表も不明確なランダム性を帯び相関係数はほとんど0という例外もあった。

たとえば C-a 地点における常時微動入力波とその地表における応答波について周期分析を行ない自己相関関数を図-14 に、それをフーリエ変換したパワースペクトル密度を図-15 に示した。C-a 地点は1次固有周期が0.119秒であるから帯域幅を0.02~1.0秒にねらってスペクトル解析を行なった。つまり図-14の原波形にみる2秒前後の波はハイパスフィルターでカットした波形を用いた。図-15の応答波のスペクトルでは入力波のピークは選択されず地盤の1次固有周期0.1秒が良く選択されてピークが表われている。

以下図-16はC-b地点における常時微動入力波とそ

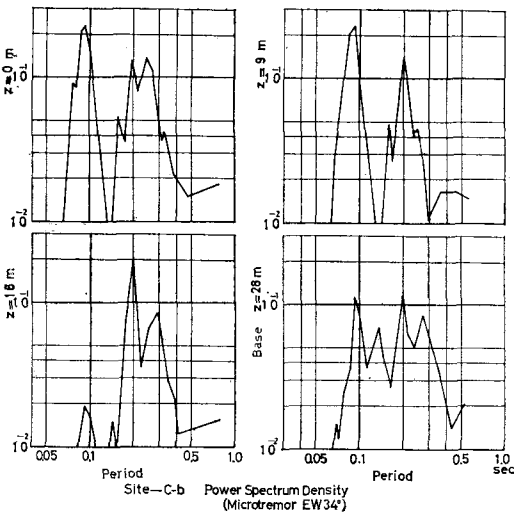


図-16 C-b 地点入力波と応答波のスペクトル

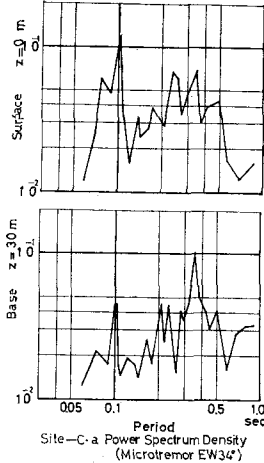


図-15 C-a 地点入力波と応答波のスペクトル

の応答波のスペクトル、図-17はA地点での自然地震入力波とその地表における応答波のスペクトルそして図-18は同地点での常時微動波とその応答波のスペクトルを表わした。図-17と図-18のA地点における応答波のスペクトルは次のような興味ある現象を示している。

それは山原<sup>19)</sup>の使った周期選択度(あるいは密集度)に注目すれば図-18の常時微動波の中でもホワイトノイズに近いような選択度の低い入力波に対する応答波はそれほど増幅されないが、図-17のようにスペクトルでピークのはっきりしている選択度の高い入力波に対する応答波の場合入力波の持つエネルギーレベルが小さくても増幅度は高いという現象である。

またA地点の応答波では地盤の2次固有周期(0.75秒)C-b地点の応答波では1次固有周期(0.21秒)が卓越する傾向にある。しかしその傾向は上部層および下部層によって程度差がある。

(8) 地盤の振動特性—応答倍率—

地盤の振動特性として応答倍率の計算には式(27)、(28)の周波数応答関数を使用した。入力波と応答波のスペクトルより求める式(29)を用いた増幅率あるいは波動理論のSH波の多重反射理論におけるN.A.Haskell流の増幅率も一部計算し検証の手段とした。ただスペクトルから求める場合は入力波および応答波が十分長時間定常状態にある必要があり、解析における読み取りの精度によっては高次モードまでは求めにくい。つまりスペクトル帯域幅の端部ほど精度が悪いのである。

図-19はA地点地盤表面における応答倍率を示したものであるが $|S_a(t)|$ は変位応答倍率、 $|S_a(t)|$ は加速度応答倍率で時間軸座標に対して高次モードまで示した。図からわかるように変位応答の倍率が加速度応答の倍率より各次数とも高い値を示しているが、このことは図-11の応答値振幅分布からも容易にいえる。

また図-20はC-b地点地盤層の加速度応答倍率であ

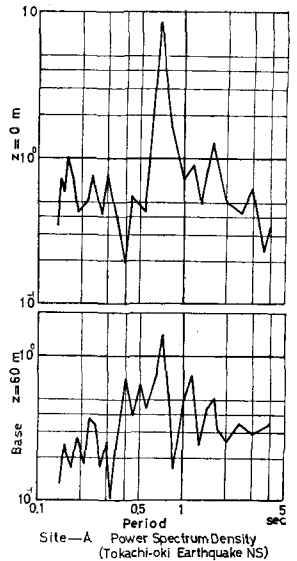


図-17 A地点入力波と応答波のスペクトル

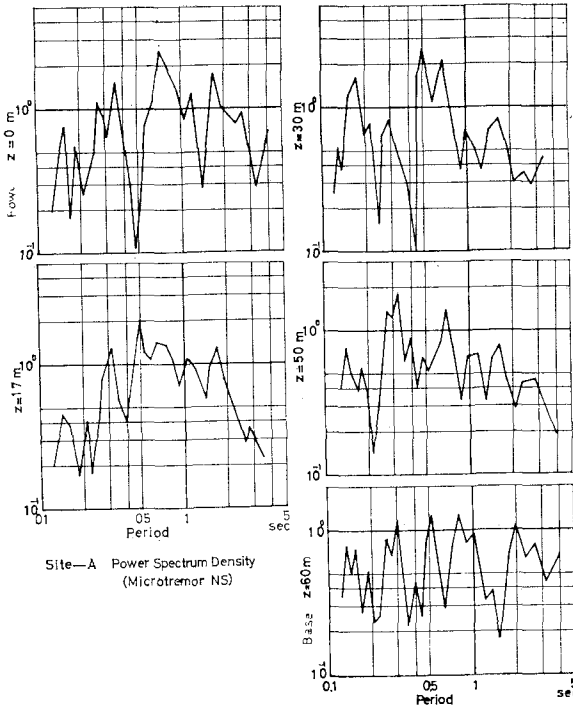


図-18 A地点入力波と応答波のスペクトル

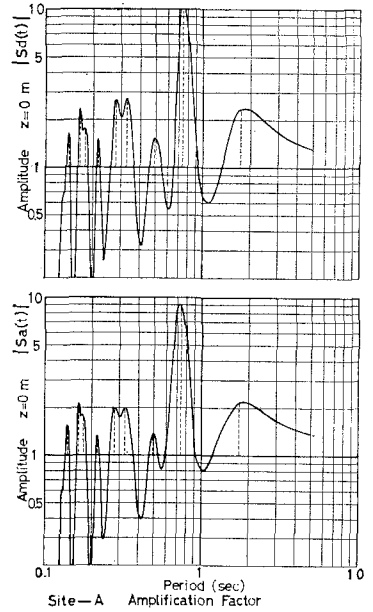


図-19 A地点地表における応答倍率

る。地表から深部に行くにしたがって増幅率のピークのずれが見られる。たとえば地表層においては1次モードの増幅率が卓越し、第2層 ( $9\text{ m} \leq z \leq 16\text{ m}$ ) においては2次モードの増幅率が卓越する傾向にある。つまり各モードそれぞれに影響する地層があり高次モードの場合も地盤層の性質によっては卓越する場合も生じる。しか

し低次モードほど応答におよぼす位数の影響は大きいため応答の振幅分布には低次モード型が多く現われる。

以上実際の多層地盤を5か所選んでせん断連続体に置換する手法によって地震応答解析を行ない、地盤の振動性状を定量的に判定し得ることができた。

特に異質の地盤を選んだわけであるが各地盤の性質によって基盤入力波に対する応答波の周期選択度にかなり差があることがわかった。つまり選択度の比較的高い地盤例としてA地点(2次モード選択)およびC-b地点(1次モード選択)が掲げられようが、地震時にはそのモードの周期に卓越する確率が高くしかもその卓越周期は常時微動の周期とも一致する傾向にある。

これに対して選択度の低いB地点、C-a地点およびC-c地点のような地盤では地震時に、ある特定の周期に共通して卓越する確率は低く、よって高次モードの周期もある程度選択されやすく、常時微動の周期との相関性も低いことが判明した。

一般にスペクトルに現われる選択度の高いピークは地表近くの第1層あるいは第2層において誘発されるものが多く、この周期選択性能がなければ基盤入力波のスペクトルがそのまま地表に現われるかあるいは

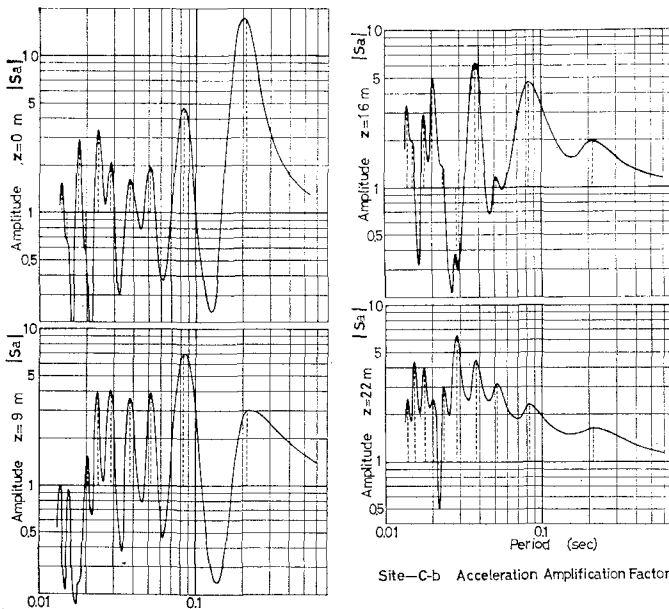


図-20 C-b 地点加速度応答倍率

下層部の影響が強くなって現われる傾向にある。

#### 4. 結 論

本研究で用いた地盤震動のせん断連続体による解法は次のような条件において使用できるもので波動理論を使用する方法ほど一般性はない。ここでは、

(1) 地盤震動を二次元線型弾性論の微小変位振動で扱う。

(2) 地盤層は水平半無限層で水平方向には等質であり境界は決めない。

(3) 基盤に入射した地震波はせん断波のみによって上方に伝播する水平せん断振動のみについて考慮する。波動論でいえば平面 SH 波として扱う。

(4) 鉛直方向の境界条件は自由表面および地盤と基盤の境界面においてそれぞれせん断応力を 0 および相対変位を 0 とする。

(5) 土のせん断ひずみ量の変化に対してせん断弾性係数および減衰係数は変化しないものと仮定する。

(6) 多層地盤の場合各層間の連続性としてせん断応力および相対変位をそれぞれ相等しくする。

(7) 層内の弾性特性はいずれにおいても一定で等方性である。

(8) 地盤を等価質量一ばね系と解して相対速度に比例する減衰係数を使用し、粘弾性体としては扱っていない。

よってこの手法では水平 $\psi$ 方向成分および回転成分を含む一般的な三次元の問題としては扱えない。波動論でいえば鉛直 P 波, SV 波および表面波については取り扱えない。また傾斜層, 凹凸層あるいは異方性を持つ層に関してもいうまでもなく扱うことはできない。

しかし地震時における水平 S 波動は構造物の振動および破壊への影響度が最も大きいことから, せん断波のみで地盤震動を考慮しても地震学的には通用しよう。そしてわれわれが構造物架設に際して水平地盤を選択する限り本解析法は実用性を有するものと思われる。

今後連続条件としてひずみ応力の連続性あるいはすべり現象を考慮したり, 流体層を含む粘弾性地盤震動を扱うことも興味ある問題として残っている。また連続体として解析する非線型有限ひずみの問題も重要なテーマである。

計算には北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用した。

最後に本研究の進行にあたり多大の資料を提供して戴きまた本論文作成にあたり終始ご助言を賜った北海道大学理学部 理博 田治米鏡二教授ならびに北海道大学工学部 工博 渡辺昇教授に深謝の意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) Idriss, I.M. and Seed, H.B.: Seismic response of horizontal soil layers, Proc. of A.S.C.E., No. SM 4, 1968-7, pp. 1003~1031
- 2) Gerald R. Thiers and Seed, H.B.: Cyclic stress-strain characteristics of clay, Proc. of A.S.C.E., No. SM 3, 1968-5, pp. 689~708
- 3) Seed, H.B. and Idriss, I.M.: Influence of soil conditions on ground motion during earthquakes, Proc. of A.S.C.E., No. SM 1, 1969-1, pp. 99~137
- 4) Seed, H.B., Idriss, I.M. and Kiefer, F.W.: Characteristics of rock motion during earthquakes, Proc. of A.S.C.E., No. SM 5, 1969-9, pp. 1199~1218
- 5) Idriss, I.M. and Seed, H.B.: Seismic response of soil deposits, Proc. of A.S.C.E., No. SM 2, 1970-3, pp. 631~638
- 6) Haskell, N.A.: The dispersion of surface waves on multilayered media, Bull. Seism. Soc. Am., Vol. 43, 1953, pp. 17~34
- 7) Haskell, N.A.: Crustal reflection of plane SH waves, Jour. of Geophysical Research, Vol. 65, 1960-12, pp. 1447~1450
- 8) Ewing, W.M., Jardetzky, W.S. and Press, F.: Elastic in layered media, International Series in the Earth Sciences, McGRAW-HILL BOOK COMPANY, INC., 1957
- 9) 金子孝吉: 質点系に置換する方法による地盤の地震応答解析, 土木学会北海道支部研究発表論文集, 昭和 45 年度
- 10) 田治米鏡二, 他: 青森県長泥橋の橋脚の振動測定と地盤調査, 物理探鉱, 第 22 巻, 第 1 号, 1969-2
- 11) 田治米鏡二・吉井敏尙・五十嵐亨: 青森県長泥橋の橋脚の振動測定と地盤調査(続), 北海道大学地球物理学研究報告, 第 21 号, 1969-2
- 12) 鈴木貞臣: 札幌市およびその周辺の 1968 年十勝沖地震の震度と地盤との関係, 北海道大学地球物理学研究報告第 21 号, 1969-2
- 13) 渡辺 昇: 軟弱地盤の橋の人工地震による振動応答—青森県津軽大橋一, 橋梁と基礎, Vol. 5, No. 2, 1971-2
- 14) Goldman, S. (関 英男訳): 情報理論, 近代科学社, 1956
- 15) Kanai, K.: Relation between the nature of surface layer and the amplitude of earthquake motion, Bull. Earthq. Res. Inst. Tokyo Univ., 1951-12, pp. 31~37
- 16) Kanai, K., Osada, K. and Yoshizawa, S.: Relation between the amplitude and the period of earthquake motion, Bull. Earthq. Res. Inst., 1952-12, pp. 45~55
- 17) Kanai, K.: The requisite condition for the predominant vibration of ground, Bull. Earthq. Res. Inst., 1957-6, pp. 457~471
- 18) Kanai, K. and Yoshizawa, S.: The amplitude and the period of earthquake motions. II, Bull. Earthq. Res. Inst., 1958-7, pp. 275~293
- 19) 山原 浩: 地盤の周波数特性と建物の地震被害, 建築学会論文報告集, 第 165 号, 1969-11, pp. 53~59
- 20) Shih-Chi Lin and Jhaveri, D.P.: Spectral simulation and earthquake site properties, Proc. of A.S.C.E., No. EM 5, 1969-10, pp. 1145~1168
- 21) 酒井良男: 弾性波による地盤 および 各種模型基礎の動的挙動に関する研究, 北海道における 特異地盤に対する地震緊急対策に関する研究, 第 2 編, 昭和 41 年度研究報告書, 北海道地震災害研究グループ

(1971.12.3・受付)