

有限水深の波による円柱状浮体の運動

ON THE MOTIONS OF A FLOATING CIRCULAR CYLINDER IN WAVES OF FINITE WATER DEPTH

井島 武士*・田淵 幹 修**・湯村 や す***
By Takeshi Ijima, Yoshinobu Tabuchi and Yasu Yumura

1. はしがき

有限水深の海面付近に固定された円柱状物体による波の変形について Miles¹⁾ は変分法により解析し, Garrett²⁾ は本文に述べると類似の方法で問題を解析し, Miles の計算の誤りを修正した。また Black, Mei & Bray³⁾ は, 水面または水底付近の矩形断面物体および円柱状物体の微小強制運動による radiation wave の発生を積分方程式を解くことにより解析している。

著者ら⁴⁾ は前論文において, 矩形断面物体が有限水深の海域に繋留されている場合と自由に運動する場合について, 物体の運動を流体運動の境界値問題におきかえて解析する方法を述べたが, ここでは同様の方法を拡張して円柱状物体が繋留されているとき, 一方向からの波の入射によって生ずる物体の運動を解析する方法を示し, その特別な場合として自由運動を含めて計算結果を示すことにする。

本文では一方向からの入射波を与えて, 対応する物体運動を求める方法を示しているが, その応用として物体に強制運動を与えたときに発生する radiation wave および物体に作用する流体力を計算することができ, いわゆる付加質量力(または付加慣性モーメント)と減衰力(または減衰力モーメント)が求められ, また物体を固定したとき, 入射波によって生ずる散乱波, 反射波, 物体に作用する流体力などを求めることもできる。ここでは前者についての計算例を示す。

2. 解析法

Fig. 1 に示すように, 一定水深 h の海域に半径 a の

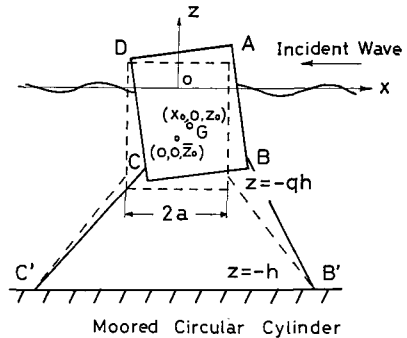


Fig. 1

円柱状浮体が下端 B, C の 2 点で対称な形で繋留されており, 右方からの周波数 $\sigma(=2\pi/T, T$ は波の周期) の入射波により運動する場合を考える。静止時の物体の吃水は $qh(1 > q > 0)$ で, 重心は水面から \bar{z}_0 の深さにあり, 索の着点重心から h_1 だけ下にあるとする。座標系は静水面に原点 O をとり, 鉛直上方に x 軸, 入射波の進行方向に x 軸(向きは逆)直角方向に y 軸を取る。流体運動は非圧縮性完全流体における 3 次元の速度ポテンシャルをもつ微小振幅波運動とする。円柱座標を用い $x=r \cos \theta, y=r \sin \theta$ とすると, 速度ポテンシャルは $\phi(r, \theta, z; t) = \phi(r, \theta, z)e^{i\sigma t}$ と書かれ, $\phi(r, \theta, z)$ は次の Laplace の方程式を満足する。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots \dots (1)$$

(1) 境界条件式

x 方向からの入射波により, 円柱浮体は xz 平面内で微小運動を行ない, 静止時の重心位置 $(0, 0, \bar{z}_0)$ は運動の結果 $(x_0, 0, z_0)$ に移動し, 円柱は角度 δ だけ回転するものとする。この水平と鉛直移動および回転角の複素数振幅をそれぞれ ξ, η, ω とすると, 次の関係にある。

$$x_0 = \xi e^{i\sigma t}, z_0 = \bar{z}_0 + \eta e^{i\sigma t}, \delta = \omega e^{i\sigma t} \dots \dots (2)$$

この運動による円柱側面と底面の方程式は第 1 近似で

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科
** 正会員 九州大学助手 同
*** 九州大学助手 同

はそれぞれ次のようである。

$$x^2 + y^2 - a^2 - 2x\{\xi + (\bar{z}_0 - z)\omega\}e^{i\sigma t} = 0 \dots\dots (3)$$

$$z + qh - (\eta + \omega x)e^{i\sigma t} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ゆえに物体の没水表面における運動学的境界条件は次のようになる。

$$r = a, 0 > z > -qh \text{ で}$$

$$\partial\phi/\partial r = i\sigma\{\xi + (\bar{z}_0 - z)\omega\}\cos\theta \dots\dots\dots (5)$$

$$z = -qh, r < a \text{ で}$$

$$\partial\phi/\partial z = i\sigma(\eta + \omega r \cos\theta) \dots\dots\dots (6)$$

(2) 流体運動の速度ポテンシャル

流体域を内域 (円柱下部の領域, $r \leq a$) と外域 (円柱の外側の領域, $r \geq a$) とに分け, 各領域の速度ポテンシャルをそれぞれ $\phi_1(r, \theta, z)$, $\phi_2(r, \theta, z)$ とする。

a) $\phi_1(r, \theta, z)$

重力の加速度を g とすると, ϕ_1 に対する水面と水底の境界条件は次のようである。

$$z = 0 \text{ で } \partial\phi_1/\partial z = \sigma^2\phi_1/g \dots\dots\dots (7)$$

$$z = -h \text{ で } \partial\phi_1/\partial z = 0 \dots\dots\dots (8)$$

上式を満足する Laplace の方程式の解として ϕ_1 は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_1(r, \theta, z) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left[\left(A_{m0} \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} \right. \right. \\ & \left. \left. + B_{m0} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{H_m^{(2)}(ka)} \right) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \right. \\ & \left. + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right] \cdot \\ & \cdot \cos m\theta \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

ここで m は整数で, k および k_n は次式で決まる固有値である。

$$\sigma^2 h/g = kh \tanh kh = -k_n h \tan k_n h (n=1, 2, 3, \dots) \dots\dots\dots (10)$$

J_m および $H_m^{(2)}$ はそれぞれ m 次の第1種および第3種ベッセル関数 (第2種ベッセル関数を N_m とすると $H_m^{(2)} = J_m - iN_m$), K_m は m 次の変形ベッセル関数である。 A_{m0} , B_{m0} , C_{mn} は任意定数で, それぞれ入射波と円柱による進行散乱波および停止散乱波を表わす。

水面波形は $\zeta = -\frac{1}{g}(\partial\phi/\partial t)_{z=0}$ で与えられ, 式 (9) から次のようになる。

$$\begin{aligned} \zeta(r, \theta; t) = & -\frac{i\sigma}{g} \sum_{m=0}^{\infty} \left(A_{m0} \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} \right. \\ & \left. + B_{m0} \frac{H_m^{(2)}(kr)}{H_m^{(2)}(ka)} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \right) \cdot \\ & \cdot \cos m\theta \cdot e^{i\sigma t} \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

入射波を $\zeta_i = \zeta_0 \cos(kx + \sigma t)$ とすると, $\zeta_i = \zeta_0 Re^{ikx} \cdot e^{i\sigma t}$ であるが

$$\begin{aligned} e^{ikx} = & e^{ikr \cos\theta} = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m i^m J_m(kr) \cos m\theta, \\ (\varepsilon_0 = 1, \varepsilon_m = 2(m \neq 0)) \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

の関係があるから, 式 (11) の右辺第1項と比較して, A_{m0} は次の関係で決まることになる。

$$A_{m0} = i^{m+1} \varepsilon_m J_m(ka) \cdot \zeta_0 g/\sigma \dots\dots\dots (13)$$

b) $\phi_2(r, \theta, z)$

内域の速度ポテンシャル ϕ_2 に対する境界条件は式 (6) と水底条件とから次のようになる。

$$z = -qh \text{ で } \partial\phi_2/\partial z = i\sigma(\eta + \omega r \cos\theta) \dots\dots (14)$$

$$z = -h \text{ で } \partial\phi_2/\partial z = 0 \dots\dots\dots (15)$$

ここで

$$\phi_2 = \phi_2^{(1)} + \phi_2^{(2)} \dots\dots\dots (16)$$

とおき, $\phi_2^{(1)}$ に対しては

$$z = -qh \text{ および } z = -h \text{ で } \partial\phi_2^{(1)}/\partial z = 0 \dots\dots (17)$$

の条件を与えると式 (1) の一般解として $\phi_2^{(1)}$ は次のようである。

$$\begin{aligned} \phi_2^{(1)}(r, \theta, z) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a} \right)^m + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \right. \\ & \left. \cdot \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m\theta \dots\dots (18) \end{aligned}$$

ここで I_m は m 次の変形ベッセル関数で, $\bar{s} = s\pi/qh$, $\bar{q} = 1 - q$, s は整数である。

$\phi_2^{(2)}$ に対しては式 (14), (15) の条件を与え, 式 (14) の右辺を $a \geq r \geq 0$ でベッセル関数により展開すると

$$\begin{aligned} i\sigma\eta = & 2i\sigma\eta \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_0(\lambda_{0s}r/a)}{\lambda_{0s}J_1(\lambda_{0s})}, \\ i\sigma\omega r \cos\theta = & 2i\sigma\omega a \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1(\lambda_{1s}r/a)}{\lambda_{1s}J_2(\lambda_{1s})} \cdot \cos\theta \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここで λ_{0s} および λ_{1s} はそれぞれ $J_0(x) = 0$ と $J_1(x) = 0$ の第 s 番目の根を表わす。すなわち

$$J_0(\lambda_{0s}) = 0, J_1(\lambda_{1s}) = 0, (s=1, 2, 3, \dots) \dots\dots (20)$$

によって決まる値である。ゆえに式 (14), (15) を満たす式 (1) の特解として $\phi_2^{(2)}$ は次のように求められる。

$$\begin{aligned} \phi_2^{(2)}(r, \theta, z) = & 2i \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \eta\sigma h \cdot \frac{a}{h} \frac{J_0(\lambda_{0s}r/a)}{\lambda_{0s}^2 J_1(\lambda_{0s})} \right. \\ & \cdot \frac{\cosh(\lambda_{0s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{0s}h/a)} + \omega\sigma a^2 \cdot \\ & \cdot \frac{J_1(\lambda_{1s}r/a)}{\lambda_{1s}^2 J_2(\lambda_{1s})} \cdot \frac{\cosh(\lambda_{1s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{1s}h/a)} \cdot \\ & \left. \cdot \cos\theta \right\} \dots\dots\dots (21) \end{aligned}$$

式 (18) と (21) の和は式 (14), (15) を満足する式 (1) の一般解として用いられる。すなわち

$$\begin{aligned} \phi_2(r, \theta, z) = & \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} \left(\frac{r}{a} \right)^m + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{I_m(\bar{s}r)}{I_m(\bar{s}a)} \right. \\ & \cdot \cos \bar{s}(z+qh) \left. \right\} \cos m\theta + 2i \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \eta\sigma h \frac{a}{h} \right. \\ & \cdot \frac{J_0(\lambda_{0s}r/a)}{\lambda_{0s}^2 J_1(\lambda_{0s})} \frac{\cosh(\lambda_{0s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{0s}h/a)} \\ & \left. + \omega\sigma a^2 \frac{J_1(\lambda_{1s}r/a)}{\lambda_{1s}^2 J_2(\lambda_{1s})} \frac{\cosh(\lambda_{1s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q}\lambda_{1s}h/a)} \cos\theta \right\} \dots\dots\dots (22) \end{aligned}$$

(3) 円柱浮体の運動方程式

繫留索を有しない自由浮体としての吃水を $\mu q h (1 > \mu > 0)$ とするとき、円柱の質量 M と重心を通り y 軸に平行な軸の周りの慣性能率 I は流体密度 ρ により、次のようにおくことができる。

$$M = \rho \pi a^2 \mu q h, \quad I = \nu^2 \rho \frac{\pi a^4}{4} \cdot \mu q h \left\{ 1 + \frac{1}{3} \left(\frac{\mu q h}{a} \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (23)$$

ここで ν^2 は円柱の物体密度の分布により決まる定数である。

円柱の側面と底面に作用する流体の変動圧力をそれぞれ p_1, p_2 とすると、円柱に対する流体圧力の水平および鉛直合力 P_H, P_V と重心に関する回転モーメント T は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} P_H &= - \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cos \theta d \theta dz, \\ P_V &= \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^a p_2 r dr d \theta \\ T &= \int_{-qh}^0 \int_{-\pi}^{\pi} a p_1 \cdot (z - z_0) \cos \theta d \theta dz \\ &\quad + \int_0^a \int_{-\pi}^{\pi} p_2 x r d \theta dr \end{aligned} \right\} \dots \dots (24)$$

微小運動においては繫留索の反力は円柱の変位と回転角に比例すると考えられ、単位の水平と鉛直変位および回転角に対する 1 本の繫留索の水平と鉛直方向の反力および抵抗モーメントをそれぞれ $K_{xx}, K_{zx}, K_{\theta x}; K_{xz}, K_{zz}, K_{\theta z}; K_{x\theta}, K_{z\theta}, K_{\theta\theta}$ とすると、対称な索で繫留された円柱の運動方程式は、索の運動に対する慣性質量と流体抵抗の影響を無視すると次のようである。

$$\left. \begin{aligned} M d^2 x_0 / dt^2 &= P_H - 2 K_{xx} \cdot x_0 - 2 K_{x\theta} \cdot \delta \\ M d^2 z_0 / dt^2 &= P_V - 2 K_{zz} (z_0 - \bar{z}_0) \\ I d^2 \delta / dt^2 &= T - 2 K_{\theta x} \cdot x_0 - 2 K_{\theta\theta} \cdot \delta \end{aligned} \right\} \dots \dots (25)$$

流体圧力 p は速度ポテンシャル Φ により

$$p = -\rho \partial \Phi / \partial t - \rho g z \dots \dots \dots (26)$$

として表わされるから、式 (24) は式 (9), (22) により計算され、次のようである。

$$\left. \begin{aligned} P_H &= i \rho \pi a h \left[\bar{e}_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n} \right] e^{i \sigma t} \\ P_V &= -i \rho \pi a^2 \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{0s} + 4 i \eta \sigma h \cdot \left\{ -\frac{1}{4 \tau} + \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{0s} h / a)}{\lambda_{0s}^3} \right\} \right] e^{i \sigma t} \\ T &= -i \rho \pi a h^2 \left[\bar{g}_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n C_{1n} \right. \\ &\quad + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s} \right) \\ &\quad + 2 i \left(\frac{a}{h} \right)^2 \omega \sigma a^2 \left\{ \frac{q}{\tau} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{\bar{z}_0}{a} + \frac{q h}{2 a} \right) \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{h}{a} \frac{1}{8 \tau} + \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h / a)}{\lambda_{1s}^3} \right\} \right] e^{i \sigma t} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (27)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \bar{e}_0 &= \frac{\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0}, \quad \bar{e}_n = \frac{\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n}, \\ \bar{f}_s^{(1)} &= \frac{2 I_1(\bar{s} a)}{\bar{s} a I_0(\bar{s} a)}, \quad \bar{f}_s^{(2)} = \frac{4 I_2(\bar{s} a)}{\bar{s} a I_1(\bar{s} a)} \\ \bar{g}_0 &= \frac{1}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \{ (q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0) / \lambda_0 \\ &\quad - (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \bar{z}_0 / h \} \\ \bar{g}_n &= \frac{1}{\lambda_n \cos \lambda_n} \{ (q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n) / \lambda_n \\ &\quad - (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \bar{z}_0 / h \} \\ \lambda_0 &= k h, \quad \bar{\lambda}_0 = \bar{q} \lambda_0, \quad \lambda_n = k_n h, \quad \bar{\lambda}_n = \bar{q} \lambda_n, \quad \tau = \sigma^2 h / g \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (28)$$

式 (2) と (27) を式 (25) に代入し整理すると、 ξ, η, ω は速度ポテンシャルの定数項により次のように表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \xi \sigma a &= -i \alpha_0 \alpha_1 \left[e_0' (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} e_n' C_{1n} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{4} \alpha_3' \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s} \right) \right] \dots \dots (29) \\ \eta \sigma h &= i \alpha_2 \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(1)} D_{0s} \right] \dots \dots \dots (30) \\ \omega \sigma a^2 &= i \alpha_0 \alpha_3 \left[g_0' (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n' C_{1n} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s} \right) \right] \dots \dots (31) \end{aligned} \right\}$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 &= 1 / (1 - 4 \alpha_1 \alpha_3 k_{\theta x} k_{x\theta}), \quad \alpha_1 = 1 / (\mu q - 2 k_{xx}), \\ \alpha_3' &= 2 \alpha_3 k_{x\theta} \\ \alpha_2 &= 1 / \left\{ \mu q - \frac{1}{\tau} - 2 k_{zz} + 4 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \cdot \right. \\ &\quad \left. \cdot \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{0s} h / a)}{\lambda_{0s}^3} \right\} \\ \alpha_3 &= 4 \left(\frac{h}{a} \right) / \left\{ \nu^2 \mu q \left(1 + \frac{1}{3} (\mu q h / a)^2 \right) - \frac{1}{\tau} \right. \\ &\quad + \frac{2}{\tau} \frac{a}{h} \left(\frac{q h}{a} + 2 \frac{\bar{z}_0}{a} \right) - 8 k_{\theta\theta} \\ &\quad \left. + 8 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h / a)}{\lambda_{1s}^3} \right\} \\ e_0' &= \bar{e}_0 - \alpha_3' \bar{g}_0, \quad e_n' = \bar{e}_n - \alpha_3' \bar{g}_n, \\ g_0' &= \bar{g}_0 - 2 \alpha_1 k_{\theta x} \bar{e}_0, \quad g_n' = \bar{g}_n - 2 \alpha_1 k_{\theta x} \bar{e}_n \\ k_{xx} &= K_{xx} / \rho g \pi a^2 \tau, \quad k_{zz} = K_{zz} / \rho g \pi a^2 \tau, \\ k_{x\theta} &= K_{x\theta} / \rho g \pi a^3 \tau, \quad k_{\theta x} = K_{\theta x} / \rho g \pi a^3 \tau, \\ k_{\theta\theta} &= K_{\theta\theta} / \rho g \pi a^4 \tau \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

(4) 速度ポテンシャルの定数項の決定

境界面 $r = a$ においては浮体側面の運動学的境界条件式 (5) と流体域の内域と外域の間の mass flux と energy flux の連続性の条件とから次の関係式がなりたつ。

$$0 > z > -qh \quad \text{で} \quad \partial \phi_1 / \partial r = i \sigma \{ \xi + (\bar{z}_0 - z) \omega \} \cos \theta \dots \dots \dots (33)$$

$$-qh > z > -h \text{ で } \partial\phi_1/\partial r = \partial\phi_2/\partial r; \phi_2 = \phi_1, \dots\dots\dots(34)$$

上の関係式に式 (9), (22) を代入すると次式を得る。

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ \left(A_{m0} \frac{J_m'(ka)}{J_m(ka)} + B_{m0} \frac{H_m^{(2)'}(ka)}{H_m^{(2)}(ka)} \right) \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{K_m'(k_n a)}{K_m(k_n a)} \cdot \frac{k_n \cos k_n(z+h)}{k \cos k_n h} \right\} \cos m \theta$$

$$= i \frac{\sigma}{k} \{ \xi + (\bar{z}_0 - z) \omega \} \cos \theta \quad (0 > z > -qh)$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \frac{1}{a k} \left\{ m D_{m0} + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \frac{\bar{s} a I_m'(\bar{s} a)}{I_m(\bar{s} a)} \cdot \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m \theta + 2i \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ \frac{\eta \sigma h}{\lambda_0} \cdot \frac{J_0'(\lambda_{0s})}{\lambda_{0s} J_1(\lambda_{0s})} \cdot \frac{\cosh(\lambda_{0s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q} \lambda_{0s} h/a)} + \frac{\omega \sigma a^2}{ka} \cdot \frac{J_1'(\lambda_{1s})}{\lambda_{1s} J_2(\lambda_{1s})} \cdot \frac{\cosh(\lambda_{1s}(z+h)/a)}{\sinh(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)} \cos \theta \right\} \quad (-qh > z > -h) \dots(35)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} \left\{ D_{m0} + \sum_{s=1}^{\infty} D_{ms} \cos \bar{s}(z+qh) \right\} \cos m \theta$$

$$= \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ (A_{m0} + B_{m0}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn} \frac{\cos k_n(z+h)}{\cos k_n h} \right\} \cos m \theta \quad (-qh > z > -h) \dots(36)$$

$$\left. \begin{aligned} N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_0}{\sinh 2 \lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_n}{\sin 2 \lambda_n} \right), \quad a_m^{(0)} = N_0 \sinh \lambda_0 J_m'(ka) / J_m(ka) \\ b_m^{(0)} &= N_0 \sinh \lambda_0 \cdot H_m^{(2)'}(ka) / H_m^{(2)}(ka), \quad b_m^{(n)} = N_n \sin \lambda_n \cdot K_m'(k_n a) / K_m(k_n a) \\ h^{(0)} &= (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) h / \lambda_0, \quad h^{(n)} = (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) h / \lambda_n \\ v^{(0)} &= -2 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{0s}} \cdot \frac{ka \sinh \bar{q} \lambda_0 \coth(\bar{q} \lambda_{0s} h/a) - \lambda_{0s} \cosh \bar{q} \lambda_0}{(ka)^2 - (\lambda_{0s})^2} \\ v^{(n)} &= -2 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{0s}} \cdot \frac{k_n a \sin \bar{q} \lambda_n \coth(\bar{q} \lambda_{0s} h/a) + \lambda_{0s} \cos \bar{q} \lambda_n}{(k_n a)^2 + (\lambda_{0s})^2} \\ r^{(0)} &= \left(\frac{h}{a} \right)^2 \{ (\sinh \lambda_0 - \sinh \bar{\lambda}_0) \bar{z}_0 / h \lambda_0 - (q \lambda_0 \sinh \bar{\lambda}_0 + \cosh \bar{\lambda}_0 - \cosh \lambda_0) / \lambda_0^2 \} \\ &\quad + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1'(\lambda_{1s})}{\lambda_{1s} J_2(\lambda_{1s})} \cdot \frac{ka \sinh \bar{q} \lambda_0 \coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a) - \lambda_{1s} \cosh \bar{q} \lambda_0}{(ka)^2 - (\lambda_{1s})^2} \\ r^{(n)} &= \left(\frac{h}{a} \right)^2 \{ (\sin \lambda_n - \sin \bar{\lambda}_n) \bar{z}_0 / h \lambda_n - (q \lambda_n \sin \bar{\lambda}_n - \cos \bar{\lambda}_n + \cos \lambda_n) / \lambda_n^2 \} \\ &\quad + 2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{J_1'(\lambda_{1s})}{\lambda_{1s} J_2(\lambda_{1s})} \cdot \frac{k_n a \sin \bar{q} \lambda_n \coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a) + \lambda_{1s} \cos \bar{q} \lambda_n}{(k_n a)^2 + (\lambda_{1s})^2} \\ d_{m0}^{(0)} &= \frac{h}{a} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} \cdot m, \quad d_{ms}^{(0)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0} \cdot \frac{\bar{s} a I_m'(\bar{s} a)}{I_m(\bar{s} a)} \cdot \frac{1}{1 + (s \pi / \bar{\lambda}_0)^2} \\ d_{m0}^{(n)} &= \frac{h}{a} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} \cdot m, \quad d_{ms}^{(n)} = \frac{h}{a} \cdot \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n} \cdot \frac{\bar{s} a I_m'(\bar{s} a)}{I_m(\bar{s} a)} \cdot \frac{1}{1 - (s \pi / \bar{\lambda}_n)^2} \\ e_s^{(0)} &= \frac{\sinh \bar{\lambda}_0}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{1}{1 + (s \pi / \bar{\lambda}_0)^2}, \quad e_s^{(n)} = \frac{\sin \bar{\lambda}_n}{\lambda_n \cos \lambda_n} \cdot \frac{1}{1 - (s \pi / \bar{\lambda}_n)^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

式 (37)~(39) に式 (29)~(31) を代入し, m の等しい項を等置すると, 速度ポテンシャルの係数を決定すべき連立方程式として m のおのおのの値に対して次の諸式を得る。

$m=0$ に対して

$$b_0^{(0)} \frac{B_{00}}{A_{00}} + a_2 v^{(0)} \frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} (a_2 v^{(0)} \overline{f_s^{(1)}} - d_{0s}^{(0)}) \frac{D_{0s}}{A_{00}} = -a_0^{(0)}$$

関数系 $\cosh k(z+h), \cos k_n(z+h), (n=1, 2, 3, \dots)$ は $0 > z > -h$ で, また $\cos \bar{s}(z+qh), (s=0, 1, 2, \dots)$ は $-qh > z > -h$ で完全直交系であるから, 式 (35) の各項に $\cosh k(z+h)$ または $\cos k_n(z+h)$ を乗じて $z=-h$ から $z=0$ までの積分を行ない, また式 (36) の各項には $\cos \bar{s}(z+qh)$ を乗じて $z=-h$ から $z=-qh$ までの積分を行なうと, 式 (35) からは次の関係式を得る。

$$\sum_{m=0}^{\infty} (a_m^{(0)} A_{m0} + b_m^{(0)} B_{m0}) \cos m \theta$$

$$= i v^{(0)} \eta \sigma h + i (h^{(0)} \xi \sigma a + r^{(0)} \omega \sigma a^2) \cos \theta$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} \left(d_{m0}^{(0)} D_{m0} + \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(0)} D_{ms} \right) \cos m \theta \quad \dots\dots\dots(37)$$

$$\sum_{m=0}^{\infty} b_m^{(n)} C_{mn} \cos m \theta$$

$$= i v^{(n)} \eta \sigma h + i (h^{(n)} \xi \sigma a + r^{(n)} \omega \sigma a^2) \cos \theta$$

$$+ \sum_{m=0}^{\infty} \left(d_{m0}^{(n)} D_{m0} + \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(n)} D_{ms} \right) \cos m \theta \quad \dots\dots\dots(38)$$

式 (36) からは次式を得る。

$$\sum_{m=0}^{\infty} D_{ms} \cos m \theta = \epsilon_s \sum_{m=0}^{\infty} \left\{ e_s^{(0)} (A_{m0} + B_{m0}) + \sum_{n=1}^{\infty} e_s^{(n)} C_{mn} \right\} \cos m \theta \quad \dots\dots\dots(39)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} b_0^{(n)} \frac{C_{0n}}{A_{00}} + \alpha_2 v^{(n)} \frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} (\alpha_2 v^{(n)} \overline{f_s^{(1)}} - d_{0s}^{(n)}) \frac{D_{0s}}{A_{00}} &= 0, \quad (n=1, 2, 3\cdots) \\ e_s^{(0)} \frac{B_{00}}{A_{00}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{0p}}{A_{00}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{0s}}{A_{00}} &= -e_s^{(0)}, \quad (s=0, 1, 2, 3\cdots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(41)$$

$m=1$ に対して

$$\left. \begin{aligned} \{ (b_1^{(0)} - \alpha_0 (\alpha_1 e_0' h^{(0)} - \alpha_3 g_0' r^{(0)})) \frac{B_{10}}{A_{10}} - \alpha_0 \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_1 e_p' h^{(0)} - \alpha_3 g_p' r^{(0)}) \frac{C_{1p}}{A_{10}} \\ - \left\{ d_{10}^{(0)} - \frac{1}{4} \alpha_0 \left(\frac{a}{h} \right)^2 (\alpha_1 \alpha_3' h^{(0)} + \alpha_3 r^{(0)}) \right\} \frac{D_{10}}{A_{10}} - \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ d_{1s}^{(0)} - \frac{1}{4} \alpha_0 \left(\frac{a}{h} \right)^2 (\alpha_1 \alpha_3' h^{(0)} \right. \\ \left. + \alpha_3 r^{(0)}) \overline{f_s^{(2)}} \right\} \frac{D_{1s}}{A_{10}} = - \{ a_1^{(0)} - \alpha_0 (\alpha_1 e_0' h^{(0)} - \alpha_3 g_0' r^{(0)}) \} \\ \alpha_0 (\alpha_1 e_0' h^{(n)} - \alpha_3 g_0' r^{(n)}) \frac{B_{10}}{A_{10}} - b_1^{(n)} \frac{C_{1n}}{A_{10}} + \alpha_0 \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_1 e_p' h^{(n)} - \alpha_3 g_p' r^{(n)}) \frac{C_{1p}}{A_{10}} \\ + \left\{ d_{10}^{(n)} - \frac{1}{4} \alpha_0 \left(\frac{a}{h} \right)^2 (\alpha_1 \alpha_3' h^{(n)} + \alpha_3 r^{(n)}) \right\} \frac{D_{10}}{A_{10}} + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ d_{1s}^{(n)} - \frac{1}{4} \alpha_0 \left(\frac{a}{h} \right)^2 \cdot \right. \\ \left. \cdot (\alpha_1 \alpha_3' h^{(n)} + \alpha_3 r^{(n)}) \overline{f_s^{(2)}} \right\} \frac{D_{1s}}{A_{10}} = - \alpha_0 (\alpha_1 e_0' h^{(n)} - \alpha_3 g_0' r^{(n)}), \quad (n=1, 2, 3\cdots) \\ e_s^{(0)} \frac{B_{10}}{A_{10}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{1p}}{A_{10}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{1s}}{A_{10}} = -e_s^{(0)} \quad (s=0, 1, 2\cdots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(42)$$

$m \geq 2$ に対して

$$\left. \begin{aligned} b_m^{(0)} \frac{B_{m0}}{A_{m0}} - d_{m0}^{(0)} \frac{D_{m0}}{A_{m0}} - \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(0)} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} = -a_m^{(0)} \\ b_m^{(n)} \frac{C_{mn}}{A_{m0}} - d_{m0}^{(n)} \frac{D_{m0}}{A_{m0}} - \sum_{s=1}^{\infty} d_{ms}^{(n)} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} = 0 \quad (n=1, 2, 3\cdots) \\ e_s^{(0)} \frac{B_{m0}}{A_{m0}} + \sum_{p=1}^{\infty} e_s^{(p)} \frac{C_{mp}}{A_{m0}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \frac{D_{ms}}{A_{m0}} = -e_s^{(0)} \quad (s=0, 1, 2, 3\cdots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(43)$$

上の各式を解いて $m=0, 1, 2, \dots$ に対する $B_{00}/A_{00}, C_{0n}/A_{00}, D_{00}/A_{00}, D_{0s}/A_{00}; B_{10}/A_{10}, C_{1n}/A_{10}, D_{10}/A_{10}, D_{1s}/A_{10}; B_{m0}/A_{m0}, C_{mn}/A_{m0}, D_{m0}/A_{m0}, D_{ms}/A_{m0}$ が決まり、式 (13) により、入射波 $\zeta_i = \zeta_0 \cos(kx + \sigma t)$ に対して速度ポテンシャルが確定する。

(5) 水面波形と圧力および浮体運動

(i) 外域の水面波形は式 (11) を用いて次式の実数部分で表わされる。

$$\zeta(r, \theta; t) = \zeta_0 \sum_{m=0}^{\infty} i^m \varepsilon_m J_m(ka) \left\{ \frac{J_m(kr)}{J_m(ka)} + \frac{B_{m0}}{A_{m0}} \cdot \frac{H_m^{(2)}(kr)}{H_m^{(2)}(ka)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{mn}}{A_{m0}} \frac{K_m(k_n r)}{K_m(k_n a)} \right\} \cos m \theta \cdot e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(44)$$

(ii) 浮体に作用する水平と鉛直方向の流体圧力の合力 P_H と P_V および重心に関する流体圧力の全モーメント T は式 (13) と (27) から次のようである。

$$\frac{P_H}{2 \rho g \zeta_0 \pi a h} = i J_1(ka) \left[\bar{e}_0 \left(1 + \frac{B_{10}}{A_{10}} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n \cdot \frac{C_{1n}}{A_{10}} \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(45)$$

$$\frac{P_V}{\rho g \zeta_0 \pi a^2} = J_0(ka) \left[1 + \alpha_2 \left\{ \frac{1}{r} - 4 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{1}{\lambda_{0s}^3 \sinh(\bar{q} \lambda_{0s} h/a)} \right\} \right] \left(\frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} \overline{f_s^{(1)}} \frac{D_{0s}}{A_{00}} \right) e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(46)$$

$$\frac{T}{2 \rho g \zeta_0 \pi a h^2} = i J_1(ka) \left[(\bar{g}_0 - \bar{M} g_0') \left(1 - \frac{B_{10}}{A_{10}} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} (\bar{g}_n - \bar{M} g_n') \frac{C_{1n}}{A_{10}} + \frac{1 - \bar{M}}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{D_{10}}{A_{10}} + \sum_{s=1}^{\infty} \overline{f_s^{(2)}} \frac{D_{1s}}{A_{10}} \right) \right] \cdot e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(47)$$

ここで、 $\bar{M} = 2 \alpha_0 \alpha_3 \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left\{ \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)}{\lambda_{1s}^3} - \frac{1}{8} \cdot \frac{h}{a} \cdot \frac{1}{r} + \frac{q}{r} \left(\frac{h}{a} \right)^2 \left(\frac{\bar{z}_0}{a} + \frac{qh}{2a} \right) \right\}$

(iii) 浮体重心の水平と鉛直変位および回転角は式 (29)~(31) から次式の実数部分で表わされる。

$$\frac{x_0}{\zeta_0} = 2 i \frac{h}{a} \frac{\alpha_0 \alpha_1}{r} J_1(ka) \left[e_0' \left(1 + \frac{B_{10}}{A_{10}} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} e_n' \frac{C_{1n}}{A_{10}} - \frac{1}{4} \alpha_3' \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{D_{10}}{A_{10}} + \sum_{s=1}^{\infty} \overline{f_s^{(2)}} \frac{D_{1s}}{A_{10}} \right) \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(48)$$

$$\frac{z_0 - \bar{z}_0}{\zeta_0} = -\alpha_2 \frac{1}{r} J_0(ka) \left[\frac{D_{00}}{A_{00}} + \sum_{s=1}^{\infty} \overline{f_s^{(1)}} \frac{D_{0s}}{A_{00}} \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(49)$$

$$\frac{\theta}{\zeta_0} = -2 i \frac{h}{a} \cdot \frac{\alpha_0 \alpha_3}{r} J_1(ka) \left[g_0' \left(1 + \frac{B_{10}}{A_{10}} \right) + \sum_{n=1}^{\infty} g_n' \frac{C_{1n}}{A_{10}} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(\frac{D_{10}}{A_{10}} + \sum_{s=1}^{\infty} \overline{f_s^{(2)}} \frac{D_{1s}}{A_{10}} \right) \right] e^{i\sigma t} \dots\dots\dots(50)$$

(6) 繫留索に作用する引張り力

浮体の変位と回転に対する繫留索の反力 $K_{xx}, K_{zz} \dots$ 等は索の性質により異なるが、ここでは単純な引張りばねと仮定したときを考えると、Fig. 2 に示すように索

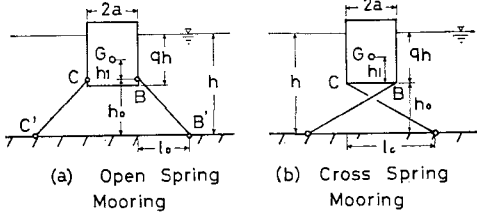


Fig. 2

の着力点を重心 G から h_1 だけ下の点 B, C とすれば、ばね定数 (単位の伸びを生ずる引張り力) K を用いると Fig. 2 (a) のような open type の繫留の場合は $k_{xx}, k_{zz} \dots$ 等は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k_{xx} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{1}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \\ k_{zz} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{(h_0/l_0)^2}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \\ k_{x\theta} &= k_{\theta x} = \frac{1}{r} \cdot \frac{h_1/a - h_0/l_0}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \\ k_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{(h_1/a - h_0/l_0)^2}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \end{aligned} \right\} \dots (57)$$

Fig. 2 (b) のような cross type の場合は k_{xx}, k_{zz} は上式と同じであるが、その他は次のようである。

$$\left. \begin{aligned} k_{x\theta} &= k_{\theta x} = \frac{1}{r} \cdot \frac{h_1/a + h_0/l_0}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \\ k_{\theta\theta} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{(h_1/a + h_0/l_0)^2}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\rho g \pi a^2} \end{aligned} \right\} \dots (58)$$

円柱の運動による点 B の静止位置からの変位を $(x_0), (z_0)$ とすると、

$$\frac{(x_0)}{\zeta_0} = \frac{x_0}{\zeta_0} + \frac{1}{2} \frac{qh}{a} \cdot \frac{\delta a}{\zeta_0}, \quad \frac{(z_0)}{\zeta_0} = \frac{\delta a}{\zeta_0} + \frac{z_0 - \bar{z}_0}{\zeta_0} \dots (59)$$

の関係にあるから、浮体運動により索に生ずる繫留力 F は次式で与えられる。

$$F/\zeta_0 K = \left\{ \frac{(x_0)}{\zeta_0} \mp \frac{h_0}{l_0} \cdot \frac{(z_0)}{\zeta_0} \right\} / \sqrt{1+(h_0/l_0)^2} \dots (60)$$

上式で $-$ は Fig. 2 (a), $+$ は Fig. 2 (b) の場合に対応する。

(7) 円柱浮体の自由運動

上述の場合で繫留索を省略すると自由運動を表わす。このときは式 (32) において

$$\left. \begin{aligned} \mu &= 1, k_{xx} = k_{zz} = k_{x\theta} = k_{\theta x} = k_{\theta\theta} = 0, \alpha_0 = 1, \alpha_3' = 0 \\ \alpha_1 &= 1/q, e_0' = \bar{e}_0, e_n' = \bar{e}_n, g_0' = \bar{g}_0, g_n' = \bar{g}_n \end{aligned} \right\} \dots (61)$$

とすればよい。式 (29)~(31) は次のようになる。

$$\xi \sigma a = -i \alpha_1 \left[\bar{e}_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n C_{1n} \right] \dots (29')$$

$$\eta \sigma h = i \alpha_2 \left[D_{00} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(1)} D_{0s} \right] \dots (30')$$

$$\omega \sigma a^2 = i \alpha_3 \left[\bar{g}_0 (A_{10} + B_{10}) + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n C_{1n} + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \left(D_{10} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} D_{1s} \right) \right] \dots (31')$$

速度ポテンシャルの係数を決める連立方程式は $m=1$ に対する式 (42) だけが次のように簡単になる。

$$\left. \begin{aligned} & (b_1^{(0)} - \alpha_1 \bar{e}_0 h^{(0)} + \alpha_3 \bar{g}_0 r^{(0)}) \frac{B_{10}}{A_{10}} - \sum_{p=1}^{\infty} (\alpha_1 \bar{e}_p h^{(0)}) \\ & - \alpha_3 \bar{g}_p r^{(0)} \frac{C_{1p}}{A_{10}} - \left\{ d_{10}^{(0)} - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \alpha_3 r^{(0)} \right\} \cdot \\ & \cdot \frac{D_{10}}{A_{10}} - \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ d_{1s}^{(0)} - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \alpha_3 r^{(0)} \bar{f}_s^{(2)} \right\} \frac{D_{1s}}{A_{10}} \\ & = -(\alpha_1^{(0)} - \alpha_1 \bar{e}_0 h^{(0)} + \alpha_3 \bar{g}_0 r^{(0)}) \\ & (\alpha_1 \bar{e}_0 h^{(n)} - \alpha_3 \bar{g}_0 r^{(n)}) \frac{B_{10}}{A_{10}} - b_1^{(n)} \frac{C_{1n}}{A_{10}} + \sum_{p=1}^{\infty} \cdot \\ & \cdot (\alpha_1 \bar{e}_p h^{(n)} - \alpha_3 \bar{g}_p r^{(n)}) \frac{C_{1p}}{A_{10}} + \left\{ d_{10}^{(n)} - \frac{1}{4} \cdot \right. \\ & \cdot \left. \left(\frac{a}{h} \right)^2 \alpha_3 r^{(n)} \right\} \frac{D_{10}}{A_{10}} + \sum_{s=1}^{\infty} \left\{ d_{1s}^{(n)} - \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \cdot \right. \\ & \cdot \left. \alpha_3 r^{(n)} \bar{f}_s^{(2)} \right\} \frac{D_{1s}}{A_{10}} = -(\alpha_1 \bar{e}_0 h^{(n)} - \alpha_3 \bar{g}_0 r^{(n)}), \\ & (n=1, 2, 3 \dots) \\ & e_s^{(0)} \frac{B_{10}}{A_{10}} + \sum_{n=1}^{\infty} e_s^{(n)} \frac{C_{1n}}{A_{10}} - \frac{1}{\varepsilon_s} \cdot \frac{D_{1s}}{A_{10}} \\ & = -e_s^{(0)}, (s=0, 1, 2 \dots) \end{aligned} \right\} \dots (42')$$

3. 円柱の強制運動による発生波と圧力

上述の計算法は与えられた入射波による円柱の運動を求めめるものであるが、反対に円柱に強制運動を与えたときに発生する波や、円柱に作用する流体圧力、したがっていわゆる付加質量や減衰力を算定するにも応用される。ここでは円柱に上下揺 (heaving), 左右揺 (swaying) および横揺 (rolling) を与えたときの諸量を求める。

(1) heaving motion による波の発生

円柱が $\eta = \eta_0 \cos \sigma t$ で表わされる上下揺を行なう場合は、境界条件は式 (5), (6) において $\xi = \omega = 0$ とおけばよく、流体運動は θ には関係せず、また入射波はないから、外域の速度ポテンシャル $\phi_1(r, \theta, z)$ は式 (9) において $m=0, A_{00}=0$, 内域の速度ポテンシャル $\phi_2(r, \theta, z)$ は式 (22) で $m=\omega=0$ とおいて表わされる。したがって heaving motion に対する速度ポテンシャルの係数を決定する連立方程式は式 (37)~(39) で $\xi = \omega = 0$ とおき $m=0$ の場合のみを取り、既知量 η_0 に対して次の形

となる。

$$\left. \begin{aligned} & \left(b_0^{(0)} - 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(0)} e_s^{(0)} \right) \frac{B_{00}}{\eta_0 \sigma h} \\ & - 2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(0)} e_s^{(p)} \frac{C_{0p}}{\eta_0 \sigma h} = i v^{(0)} \\ & - 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(n)} e_s^{(0)} \frac{B_{00}}{\eta_0 \sigma h} + b_0^{(n)} \frac{C_{0n}}{\eta_0 \sigma h} \\ & - 2 \sum_{p=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} d_{0s}^{(n)} e_s^{(p)} \frac{C_{0p}}{\eta_0 \sigma h} \\ & = i v^{(n)}, \quad (n=1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \right\} \dots (62)$$

上式を解いて $B_{00}/\eta_0 \sigma h$, $C_{0n}/\eta_0 \sigma h$ が求まると $D_{0s}/\eta_0 \sigma h$ は次式で与えられる。

$$\frac{D_{0s}}{\eta_0 \sigma h} = \varepsilon_s \left(e_s^{(0)} \frac{B_{00}}{\eta_0 \sigma h} + \sum_{n=1}^{\infty} e_s^{(n)} \frac{C_{0n}}{\eta_0 \sigma h} \right) \dots (63)$$

発生する波形は式 (11) から次式の実数部分である。

$$\zeta(r; t) = -i \eta_0 \frac{\sigma^2 h}{g} \left(\frac{B_{00}}{\eta_0 \sigma h} \cdot \frac{H_0^{(2)}(kr)}{H_0^{(2)}(ka)} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{C_{0n}}{\eta_0 \sigma h} \cdot \frac{K_0(k_n r)}{K_0(k_n a)} \right) e^{i \sigma t} \dots (64)$$

しかるに $r \rightarrow \infty$ では $K_0(k_n r) \rightarrow 0$,

$$H_0^{(2)}(kr) \sim \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot e^{-i(kr - \pi/4)} \text{ であるから}$$

$$\frac{B_{00}}{H_0^{(2)}(ka) \eta_0 \sigma h} = \bar{K}_0 + i \bar{L}_0 \dots (65)$$

とすると,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta(r; t)}{\eta_0} & \sim \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \cdot (\bar{K}_0 \cos \theta + \bar{L}_0 \sin \theta), \\ \theta & = kr - \sigma t - \pi/4 \end{aligned} \right\} \dots (66)$$

したがって, 造波係数 \bar{A}_z は

$$\bar{A}_z = \sqrt{\frac{r}{a}} \cdot \frac{\zeta}{\eta_0} = \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \sqrt{\frac{2}{\pi ka}} \cdot (\bar{K}_0^2 + \bar{L}_0^2)^{1/2} \dots (67)$$

また

$$\left. \begin{aligned} \frac{D_{00}}{\eta_0 \sigma h} + \sum_{s=1}^{\infty} f_s^{(4)} \frac{D_{0s}}{\eta_0 \sigma h} & = \bar{M}_0 + i \bar{N}_0, \\ 4 \frac{a}{h} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{0s} h/a)}{\lambda_{0s}^3} & = \bar{a} \end{aligned} \right\} \dots (68)$$

とおくと, 円柱底面に作用する変動圧力は式 (27) の第 2 式から次のようになる。

$$\frac{Pv'}{\rho g \eta_0 \pi a^2} = \frac{\sigma^2 h}{g} \{ (\bar{a} + \bar{N}_0) \cos \sigma t + \bar{M}_0 \sin \sigma t \} \dots (69)$$

上式右辺の第 1 項は円柱の加速度と同位相の質量力を表わし, 第 2 項は速度と同位相の減衰力を表わす。したがって, 付加質量係数 K_z と減衰力係数 N_z は上式の係数を $\rho \pi a^2 q h \cdot \eta_0 \sigma^2$ で割って次のように求められる。

$$K_z = (\bar{a} + \bar{N}_0)/g, \quad N_z = \bar{M}_0/g \dots (70)$$

なお, 円柱底面に作用する全流体圧力は式 (27) の第 2 式で与えられ, 円柱底面の鉛直速度 $w = -\eta_0 \sigma \sin \sigma t$ であるから heaving motion の 1 周期 T に円柱が流体に与えるエネルギーは

$$W = - \int_0^T P' v \eta_0 \sigma \sin \sigma t dt = \frac{\pi}{2} \rho g a^2 \eta_0 \sigma \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \bar{M}_0 \cdot T \dots (71)$$

で表わされ, 一方流体外域を radiate する波のエネルギーは速度ポテンシャル $\Phi_1(r, \theta; t)$ により, 1 周期については

$$\begin{aligned} E & = \rho \int_0^T \int_0^0 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\partial \Phi_1}{\partial t} \cdot \frac{\partial \Phi_1}{\partial r} r d\theta dz dt \\ & = 2 \rho g N_0 \eta_0^2 \left(\frac{\sigma^2 h}{g} \right)^2 \frac{\sigma}{k} (\bar{K}_0^2 + \bar{L}_0^2) \cdot T \dots (72) \end{aligned}$$

で計算される。したがって式 (71), (72) を等置すると

$$\bar{M}_0 = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_0}{(ka)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot (\bar{K}_0^2 + \bar{L}_0^2) \dots (73)$$

すなわち, 減衰力係数式 (70) は造波係数式 (67) によっても求められることがわかる。上式は計算結果を検証するに有効な式である。

(2) swaying motion による波の発生

円柱が $\xi = \xi_0 \cos \sigma t$ で表わされる左右揺を行なう場合は, $\phi_1(r, \theta, z)$ は式 (9) で $A_{m0} = 0$, $\phi_2(r, \theta, z)$ は式 (22) で $\eta = \omega = 0$ において表わされる。速度ポテンシャルを定める連立方程式は $m=0$ に対しては式 (62) で $\eta_0 \sigma h$ の代りに $\xi_0 \sigma a$ とおき, $v^{(0)} = v^{(n)} = 0$ において表わされる。 $m=1$ に対しては次式のようなものである。

$$\left. \begin{aligned} & \left(b_1^{(0)} - d_{10}^{(0)} e_0^{(0)} - 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(0)} e_s^{(0)} \right) \frac{B_{10}}{\xi_0 \sigma a} \\ & - \sum_{p=1}^{\infty} \left(d_{10}^{(0)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(0)} e_s^{(p)} \right) \frac{C_{1p}}{\xi_0 \sigma a} \\ & = i h^{(0)} \\ & - \left(d_{10}^{(n)} e_0^{(0)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(n)} e_s^{(0)} \right) \frac{B_{10}}{\xi_0 \sigma a} + b_1^{(n)} \frac{C_{1n}}{\xi_0 \sigma a} \\ & - \sum_{p=1}^{\infty} \left(d_{10}^{(n)} e_0^{(p)} + 2 \sum_{s=1}^{\infty} d_{1s}^{(n)} e_s^{(p)} \right) \frac{C_{1p}}{\xi_0 \sigma a} \\ & = i h^{(n)} \quad (n=1, 2, 3 \dots) \end{aligned} \right\} \dots (74)$$

$m \geq 2$ に対しては式 (74) で添字 1 を m にかえ, $h^{(0)} = h^{(n)} = 0$ とおけばよい。 $B_{m0}/\xi_0 \sigma a$, $C_{mn}/\xi_0 \sigma a$ により, $D_{ms}/\xi_0 \sigma a$ は次式で与えられる。

$$\frac{D_{ms}}{\xi_0 \sigma a} = \varepsilon_s \left(e_s^{(0)} \frac{B_{m0}}{\xi_0 \sigma a} + \sum_{n=1}^{\infty} e_s^{(n)} \frac{C_{mn}}{\xi_0 \sigma a} \right) \dots (75)$$

こうしてこの場合は $m=1$ 以外に対しては速度ポテンシャルの係数はすべて 0 となり, 式 (74), (75) から $m=1$ に対する $B_{10}/\xi_0 \sigma a$, $C_{1n}/\xi_0 \sigma a$, および $D_{1s}/\xi_0 \sigma a$ が決まる。

円柱の運動により発生し radiate する波の波形は

$$\frac{B_{10}}{H_1^{(2)}(ka) \xi_0 \sigma a} = \bar{K}_1 + i \bar{L}_1 \dots (76)$$

とおくと, 次のようなのである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\zeta(r, \theta; t)}{\xi_0} & \sim \frac{\sigma^2 h}{g} \frac{a}{h} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} (\bar{K}_1 \cos \theta - \bar{L}_1 \sin \theta) \cdot \\ & \cdot \cos \theta \dots (77) \end{aligned} \right\}$$

ゆえに造波係数 \bar{A}_x は式 (67) に対応して

$$\bar{A}_x = \sqrt{\frac{r}{a}} \frac{|\xi(r, 0)|}{\xi_0} = \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{a}{h} \sqrt{\frac{2}{\pi k a}} (\bar{K}_1^2 + \bar{L}_1^2)^{1/2} \dots\dots\dots (78)$$

さらに

$$\bar{e}_0 \frac{B_{10}}{\xi_0 \sigma a} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{e}_n \cdot \frac{C_{1n}}{\xi_0 \sigma a} = \bar{B}_1 + i \bar{C}_1 \dots\dots\dots (79)$$

とおくと、円柱に作用する流体圧力の水平合力 P_H は式 (27) の第 1 式から

$$\frac{P_H}{\rho g \xi_0 \pi a^2} = \frac{\sigma^2 h}{g} (\bar{B}_1 \sin \sigma t + \bar{C}_1 \cos \sigma t) \dots\dots\dots (80)$$

であるから、付加質量係数 K_x と減衰力係数 N_x は式 (70) に対応して次のようになる。

$$K_x = \bar{C}_1 / g, N_x = \bar{B}_1 / g \dots\dots\dots (81)$$

この減衰力係数と造波係数の関係は式 (73) に対応して次のようである。

$$\bar{B}_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{N_0}{(kh)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot (\bar{K}_1^2 + \bar{L}_1^2) \dots\dots\dots (82)$$

(3) rolling motion による波の発生

円柱が点 $(0, 0, \bar{z}_0)$ を中心として $\delta = \delta_0 \cos \sigma t$ で表わされる横揺れを行なうときは、速度ポテンシャルは swaying motion の場合と同様に $m=1$ に対してのみ存在し、その係数 $B_{10}/\delta_0 \sigma a^2, C_{1n}/\delta_0 \sigma a^2$ および $D_{1s}/\delta_0 \sigma a^2$ を決める連立方程式は式 (74) の右辺 $h^{(0)}, h^{(n)}$ の代りに $r^{(0)}, r^{(n)}$ とおけばそのまま用いられる。この場合は

$$\left. \begin{aligned} \bar{g}_0 \frac{B_{10}}{\delta_0 \sigma a^2} + \sum_{n=1}^{\infty} \bar{g}_n \frac{C_{1n}}{\delta_0 \sigma a^2} &= \bar{E}_1 + i \bar{F}_1 \\ \frac{B_{10}}{H_1^{(2)}(ka) \delta_0 \sigma a^2} &= \bar{K}_2 + i \bar{L}_2 \\ \frac{D_{10}}{\delta_0 \sigma a^2} + \sum_{s=1}^{\infty} \bar{f}_s^{(2)} \frac{D_{1s}}{\delta_0 \sigma a^2} &= \bar{M}_1 + i \bar{N}_1 \\ 2 \left(\frac{a}{h} \right)^2 \sum_{s=1}^{\infty} \frac{\coth(\bar{q} \lambda_{1s} h/a)}{\lambda_{1s}^2} &= \bar{b} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (83)$$

とおくと、点 $(0, 0, \bar{z}_0)$ に関する、円柱部分を流体でおきかえた場合の慣性率⁸⁾は

$$[1 + 4\{(\bar{z}_0/a)^2 + (\bar{z}_0/a)(qh/a) + (qh/a)^2/3\}] \cdot \pi \rho a^3 qh/4$$

であるから、造波係数 \bar{A}_θ 、付加慣性率および減衰力モーメントの係数 K_θ, N_θ はそれぞれ次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \bar{A}_\theta &= \sqrt{\frac{r}{a}} \frac{|\zeta(r, 0)|}{\zeta_0} = \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot \frac{a}{h} \sqrt{\frac{2}{\pi k a}} \\ &\quad \cdot (\bar{K}_2^2 + \bar{L}_2^2)^{1/2} \\ K_\theta &= \frac{4}{g} \cdot \frac{h}{a} \cdot \frac{\bar{b} + \bar{F}_1 + (a/h)^2 \bar{N}_1/4}{1 + 4 \left\{ \left(\frac{\bar{z}_0}{a} \right)^2 + \frac{\bar{z}_0}{a} \frac{qh}{a} + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right\}} \\ N_\theta &= \frac{4}{g} \cdot \frac{h}{a} \cdot \frac{\bar{E}_1 + (a/h)^2 \bar{M}_1/4}{1 + 4 \left\{ \left(\frac{\bar{z}_0}{a} \right)^2 + \frac{\bar{z}_0}{a} \frac{qh}{a} + \frac{1}{3} \left(\frac{qh}{a} \right)^2 \right\}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (84)$$

また式 (82) に対応して次の関係がある。

$$\bar{E}_1 + \frac{1}{4} \left(\frac{a}{h} \right)^2 \bar{M}_1 = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{a}{h} \cdot \frac{N_0}{(kh)^2} \cdot \frac{\sigma^2 h}{g} \cdot (\bar{K}_2^2 + \bar{L}_2^2) \dots\dots\dots (85)$$

4. 数値計算

以上のすべての計算は式 (9) および (22) に仮定した級数形⁹⁾の速度ポテンシャルとその勾配とが一樣収束であることが前提とされるほか、計算精度は級数項の数 m, n および s の大きさに依存することになる。これらの点については、Garret (1971) が固定した円柱に作用する波の圧力の理論計算において検討しており、同じことがここでも成立すると考えられる。実際上は m, n, s の大きさをあまり大きく取るとは計算時間の上から不経済であるため、ここでは $n=s=10$ までとし、これに対して m をそれぞれ 5, 7 および 10 までとして、 $a/h=0.5, q=0.25$ について $\sigma^2 h/g=0.5, 1.0$ および 1.5 に対して計算し、その結果を境界条件式 (33) および (34) に代入し、 z/h の種々の値についてこの条件が満たされる程度を数値的に調べたが、その結果は $m=5$ までを取れば実際上大きな誤差はないと判断される。この計算例は Table 1 に示すようで、 $a/h=0.5, q=0.25, \sigma^2 h/g=0.5$ (自由運動の場合) に対する境界条件式 (33), (34) による $r=a, \theta=0^\circ$ および 180° における水平流速と速度ポテンシャルの無次元値 $\phi/(s_0 g/\sigma)$ および $\partial\phi/\partial x/(s_0 gk/\sigma)$ を $m=5$ までの場合につき、数値的に示している。これによると速度ポテンシャルは有効数字 3 けた、水平流速は $z=-qh$ の特異点付近を除いて 2 けたの程度まで一致していることがわかる。

(1) 円柱浮体の自由運動

2. の (7) において示した式で、 m を 5 まで、 n および s を 10 まで取り、 $\sigma^2 h/g$ を 0.1 ごとに 0.1~4.0 まで変えて、静止時の重心位置が静水面から $(3/4)qh$ の深さにある場合につき $v^2=1, a/h=0.25$ および 0.50 に対し $q=0.25, 0.50$ および 0.75 としたときの円柱重心の水平変位と鉛直変位および回転角の絶対値を入射波振幅により無次元化して表わすと Fig. 3 (a), (b), Fig. 4 (a), (b) および Fig. 5 (a), (b) のようである。これらの結果によると次のことがわかる。

(1) swaying motion については、振幅は frequency の増加とともに減少するが、吃水が深いときは rolling motion との連成により rolling motion の振幅の peak において一つの極大振幅を示すことになる。円柱の直径が大きくなって振幅は多少小さくなるが、あまり変化はなく、また rolling motion との連成は弱くなる。

Table 1 Numerical Check on the Continuity of Velocity Potential and Horizontal Velocity for $\theta=0^\circ$ and 180°

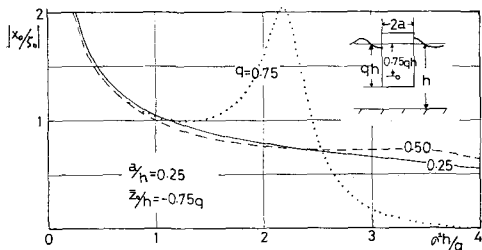
* 0.5 * A/H = 0.5 Q = 0.25 ZOB/H = -0.50 Q K = 0

= CHECK = SUHETI RYUSOKU

Z/H	THETA = 180				THETA = 0			
0.0	0.872-0.025 0.8726	0.857 0.000 0.8567			-0.857-0.000 0.8567	-0.872-0.025 0.8726		
-0.05	0.873-0.010 0.8732	0.883 0.000 0.8829			-0.883-0.000 0.8829	-0.873-0.010 0.8732		
-0.10	0.913 0.034 0.9135	0.909 0.000 0.9091			-0.909-0.000 0.9091	-0.913 0.034 0.9135		
-0.15	0.954 0.045 0.9551	0.935 0.000 0.9353			-0.935-0.000 0.9353	-0.954 0.045 0.9552		
-0.20	0.937-0.102 0.9429	0.962 0.000 0.9615			-0.962-0.000 0.9615	-0.937-0.102 0.9427		
-0.25	0.795-0.316 0.8072	0.998 0.000 0.9977	0.578-1.247 1.3743		-0.578-1.247 1.3732	-0.854-0.383 0.9396		
-0.30	0.776-0.570 0.8629		0.789-0.543 0.9582		-0.789-0.544 0.9576	-0.775-0.571 0.9621		
-0.35	0.758-0.526 0.9228		0.783-0.398 0.8787		-0.783-0.398 0.8780	-0.758-0.526 0.9221		
-0.40	0.775-0.390 0.8631		0.768-0.440 0.8849		-0.767-0.440 0.8844	-0.775-0.390 0.8676		
-0.45	0.772-0.355 0.8422		0.757-0.421 0.8662		-0.756-0.421 0.8657	-0.771-0.355 0.8488		
-0.50	0.748-0.390 0.8438		0.755-0.340 0.8277		-0.754-0.340 0.8273	-0.748-0.390 0.8433		
-0.55	0.759-0.371 0.8272		0.753-0.333 0.8230		-0.752-0.333 0.8226	-0.759-0.371 0.8268		
-0.60	0.793-0.316 0.8072		0.733-0.360 0.8171		-0.733-0.361 0.8167	-0.742-0.317 0.8068		
-0.65	0.734-0.315 0.7987		0.724-0.339 0.7991		-0.723-0.339 0.7987	-0.733-0.315 0.7984		
-0.70	0.718-0.342 0.7957		0.731-0.303 0.7911		-0.730-0.303 0.7908	-0.718-0.342 0.7953		
-0.75	0.716-0.324 0.7855		0.720-0.307 0.7833		-0.720-0.307 0.7829	-0.715-0.324 0.7852		
-0.80	0.719-0.290 0.7752		0.707-0.328 0.7792		-0.706-0.328 0.7789	-0.718-0.290 0.7749		
-0.85	0.712-0.302 0.7730		0.711-0.314 0.7770		-0.711-0.314 0.7767	-0.711-0.302 0.7727		
-0.90	0.752-0.325 0.7759		0.712-0.285 0.7668		-0.711-0.285 0.7665	-0.702-0.325 0.7755		
-0.95	0.756-0.305 0.7656		0.705-0.300 0.7666		-0.705-0.301 0.7663	-0.705-0.305 0.7663		
-1.00	0.711-0.283 0.7649		0.703-0.324 0.7737		-0.702-0.324 0.7734	-0.710-0.283 0.7646		

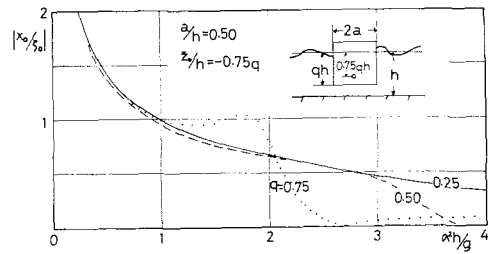
= CHECK = SOKUDO POTENTIAL

Z/H	THETA = 180				THETA = 0			
0.0	0.375 0.873 0.9501				-0.378 0.873 0.9514			
-0.05	0.365 0.852 0.9270				-0.368 0.852 0.9282			
-0.10	0.354 0.834 0.9057				-0.357 0.834 0.9069			
-0.15	0.344 0.820 0.8894				-0.347 0.820 0.8905			
-0.20	0.336 0.815 0.8812				-0.339 0.815 0.8823			
-0.25	0.332 0.814 0.8792	0.331 0.814 0.8790		-0.334 0.814 0.8801	-0.335 0.814 0.8803			
-0.30	0.328 0.811 0.8751	0.328 0.811 0.8751		-0.331 0.811 0.8761	-0.331 0.811 0.8762			
-0.35	0.323 0.801 0.8637	0.323 0.801 0.8637		-0.326 0.801 0.8647	-0.326 0.801 0.8647			
-0.40	0.317 0.787 0.8484	0.317 0.787 0.8484		-0.320 0.787 0.8494	-0.320 0.787 0.8494			
-0.45	0.312 0.775 0.8351	0.312 0.775 0.8351		-0.315 0.775 0.8361	-0.315 0.775 0.8361			
-0.50	0.308 0.765 0.8244	0.307 0.765 0.8244		-0.310 0.765 0.8254	-0.310 0.765 0.8254			
-0.55	0.303 0.755 0.8135	0.303 0.755 0.8135		-0.306 0.755 0.8144	-0.306 0.755 0.8144			
-0.60	0.299 0.745 0.8027	0.299 0.745 0.8026		-0.302 0.745 0.8036	-0.302 0.745 0.8036			
-0.65	0.296 0.737 0.7941	0.296 0.737 0.7941		-0.299 0.737 0.7950	-0.299 0.737 0.7950			
-0.70	0.293 0.731 0.7873	0.294 0.731 0.7873		-0.296 0.731 0.7882	-0.296 0.731 0.7883			
-0.75	0.291 0.724 0.7807	0.291 0.724 0.7807		-0.294 0.724 0.7816	-0.294 0.724 0.7816			
-0.80	0.289 0.719 0.7748	0.289 0.719 0.7748		-0.291 0.719 0.7757	-0.291 0.719 0.7757			
-0.85	0.287 0.715 0.7710	0.288 0.715 0.7710		-0.290 0.715 0.7719	-0.290 0.715 0.7720			
-0.90	0.287 0.713 0.7687	0.287 0.713 0.7687		-0.289 0.713 0.7696	-0.289 0.713 0.7696			
-0.95	0.286 0.711 0.7666	0.286 0.711 0.7666		-0.288 0.711 0.7675	-0.288 0.711 0.7675			
-1.00	0.285 0.710 0.7655	0.285 0.710 0.7655		-0.288 0.710 0.7664	-0.288 0.710 0.7664			



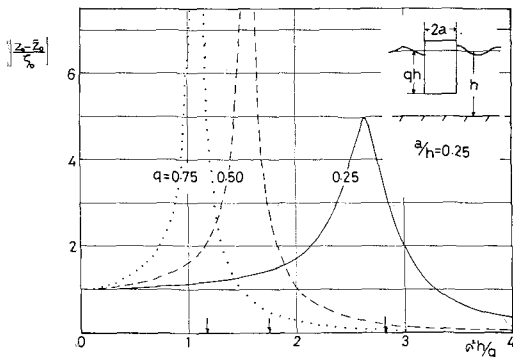
Swaying Amplitude of Freely Floating Cylinder

Fig. 3 (a)



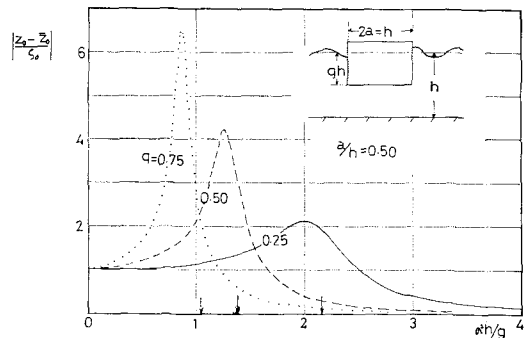
Swaying Amplitude of Freely Floating Cylinder

Fig. 3 (b)



Heaving Amplitude of Freely Floating Cylinder

Fig. 4 (a)



Heaving Amplitude of Freely Floating Cylinder

Fig. 4 (b)

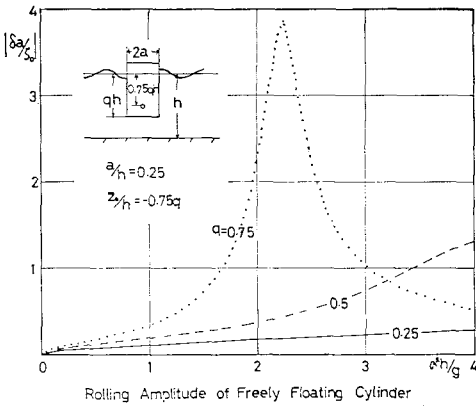


Fig. 5 (a)

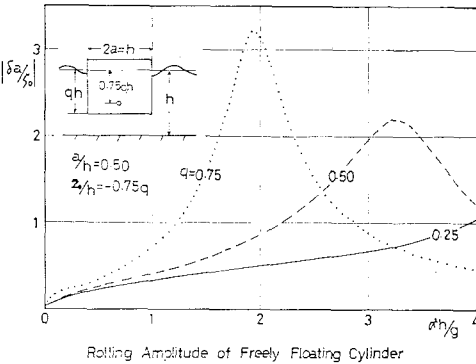


Fig. 5 (b)

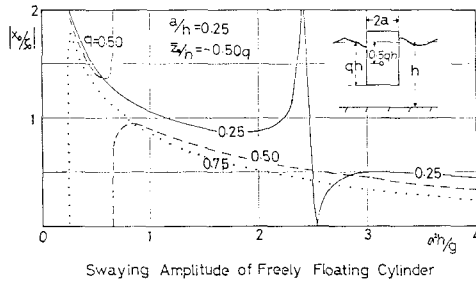


Fig. 6 (a)

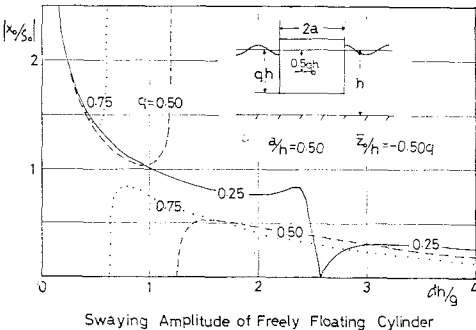


Fig. 6 (b)

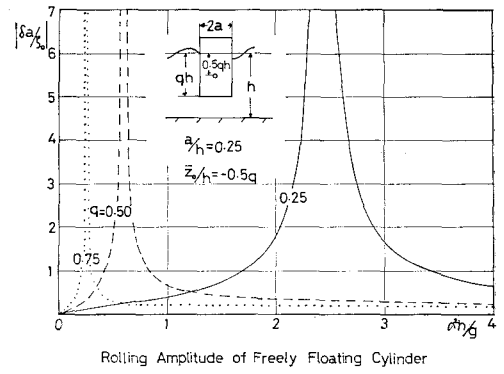


Fig. 7 (a)

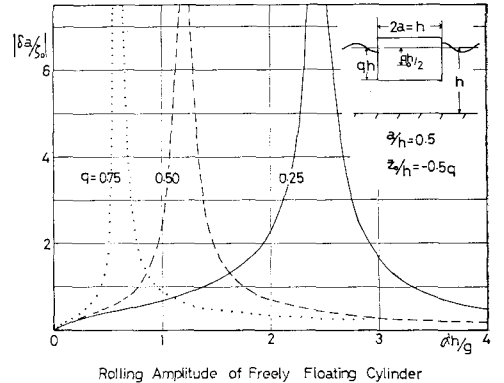


Fig. 7 (b)

frequency が 0 に近づくとも振幅は見かけ上非常に大きくなるが、流体実質部分の水平移動量との比はほとんど 1 に等しくなる。

(2) heaving motion については、吃水に対応した peak amplitude を示すが、吃水の増加とともに peak frequency は小さく amplitude は大きくなる。円柱直径が大きくなると peak frequency も amplitude も小さく運動は安定する。heaving motion は swaying および rolling とは独立であるため peak frequency はそれらと関係しない。

(3) rolling motion の amplitude にも吃水に対応した peak が見られ、円柱直径が大きくなると peak の amplitude と frequency は小さくなる。

上と同じ条件で円柱重心が吃水のちょうど 1/2 の深さにある場合を示すと Fig. 6 (a), (b), Fig. 7 (a), (b) のようである。この場合には次のことがわかる。

(4) heaving motion は重心位置に関係せず、前の場合と全く同じである。

(5) rolling motion の peak amplitude は著しく大きくなって運動は不安定に近づき、同時に peak frequency は著しく小さい値に移る。また前の場合と異なり、直径が大きいたときに peak frequency は大きくなり、

その傾向は吃水の大きいときに著しい。

(6) swaying amplitude においては, rolling motion との連成によりその peak frequency に対応する frequency において不連続が現われるが, それを除くと前の場合と類似の傾向を示す。

以上のような各運動の様子は前論文(井島他 1972)に取扱った矩形断面浮体の2次元運動とかなり近似しているが, 円柱の直径と等しい幅の矩形断面浮体の運動と比べると, 他の条件が同じのときは次のような相違が見られる。

(7) heaving motion の peak frequency は矩形断面浮体のものよりやや大きくなり, 特に amplitude は2倍程度となる。

(8) rolling motion の peak frequency も矩形断面のものより大きくなり, amplitude は吃水が大きいたとき2倍程度になるが, 吃水が小さいときは似た程度である。

(9) swaying motion の amplitude は矩形断面のものときわめて近似しているが, rolling motion との連成は矩形断面の場合よりも強い。

深海波における半径 a , 吃水 $l_2 (=qh)$ の円柱の heaving motion の固有振動数 σ_0 は $\sigma_0^2 l_2 / g \approx 1 / \left(1 + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{a}{l_2} \right)$ で表わされるから, $\sigma_0^2 h / g \approx 1 / q \left(1 + \frac{4}{3\pi} \frac{a}{qh} \right)$ である。

Fig. 4 (a), (b) の矢印はこの値を示したものであるが, これからわかるように有限水深の波による peak frequency は σ_0 よりやや小さい値を示すことになる。これは後述する heaving motion に対する付加質量係数が深海波条件におけるよりも大きな値を示すことによるものである。

円柱浮体の運動は直径が大きくなるとともに, peak frequency も amplitude も小さくなり, 安定に向うが, 運動に対する重心位置の変化の影響は rolling motion に著しく現われ, それに連成して swaying motion も変わる。この傾向は矩形断面浮体においても同様であるが, 円柱浮体に比べるとその程度はかなり

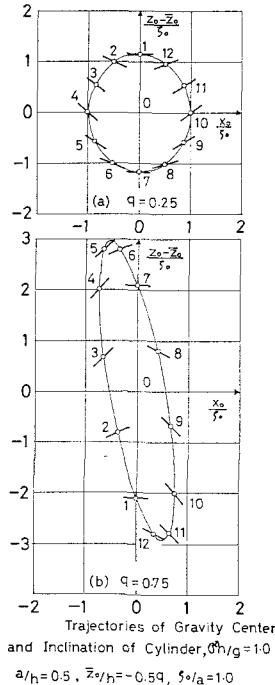


Fig. 8

小さいということができる。

なお, 式 (48)~(50) により重心位置の移動軌跡とその位置での円柱の傾きを $a/h=0.5$ の円柱に対し, 重心が吃水の半分的位置にあるとき ($z_0/h=-0.5q$) を $\sigma^2 h / g=1.0$ の波に対して $z_0/a=1.0$ として計算すると Fig. 8 のようである。ここでは静止時の重心位置を原点とし $\sigma t=0^\circ$ から 360° までの 30° ごとの位置をそれぞれ 1, 2, 3...12 の点で示し, 各点での傾き θ を実線で示している。入射波は図の右から左へ進行し, $\sigma t=0^\circ$ (点1) および 180° (点6) においてそれぞれ山および谷が現われる。図に見るようにこの場合は吃水が浅いとき ($q=0.25$) には重心の軌道は円に近い楕円で反時計回りとなり, 傾きは通過する波の水面勾配 ($\partial\zeta/\partial x$) の変化と類似であるが, 吃水が深いとき ($q=0.75$) は, 傾斜した細長い楕円軌道となり, 時計回りで, 傾きは波の水面勾配と反対の変化を示すことになる。このような重心の軌跡と傾きの変化は円柱の形と波の性質に応じて変わるものである。

(2) 円柱浮体の繋留運動

繋留浮体の運動は繋留の方式によって著しい相違を示すことになるが, ここでは Fig. 2 (b) に示すように円柱下端をばね定数 $K=0.5 \rho g \pi a^2$ をもつ2本の spring で cross type の繋留をした場合を考え, $a/h=0.25, \mu=$

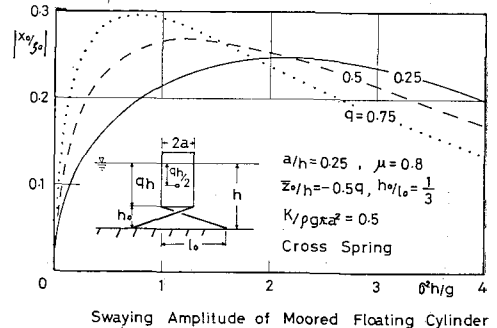


Fig. 9

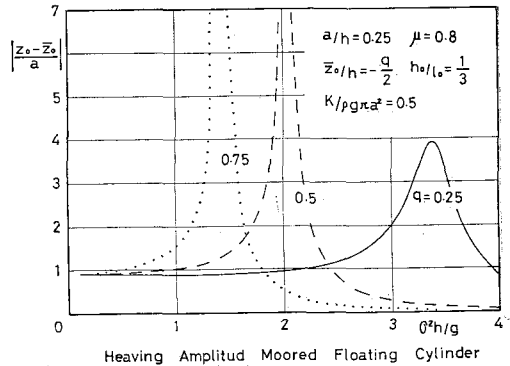


Fig. 10

0.8 とし、静止時の浮体重心が吃水の 1/2 にあり、繫留スプリングは $h_0/l_0=1/3$ の関係にあるとする。計算の結果円柱重心の水平変位と鉛直変位および回転角を示すと **Fig. 9, 10** および **11** のようである。自由浮体の場合と比べると、swaying および rolling の amplitude は著しく小さくなるとともに、rolling の peak amplitude は消滅し、したがって swaying amplitude の不連続もなくなり、frequency による変化は著しく滑らかとなる。

heaving amplitude の peak frequency は自由浮体の場合よりも大きな値に移り、amplitude も小さくなる。この場合 1 本の繫留索 (spring) に作用する力を式 (60) により計算すると **Fig. 12** のようで、最大の力は heaving motion に支配されて生ずることがわかる。

このような運動形式は浮体重心の位置によって影響されることが大きく、たとえば同じ条件で浮体重心が吃水の 3/4 の深さにあるときを計算すると heaving motion は全く同じで変化はないが、swaying と rolling とは **Fig. 13, 14** に示すように frequency の小さい所に著しい peak を示すようになり、前の場合に比べて amplitude は全体的にかなり大きくなる。これと heaving motion との効果によって 繫留索に作用する力は **Fig. 15** に示

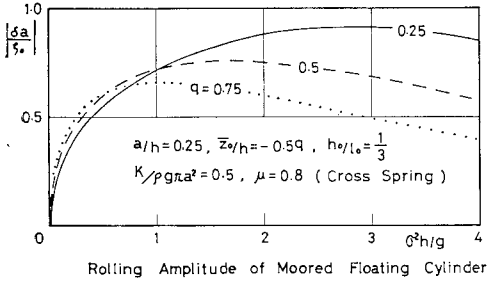


Fig. 11

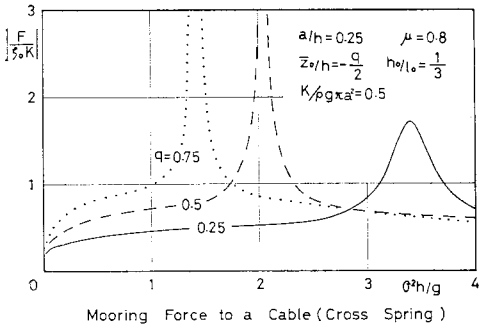


Fig. 12

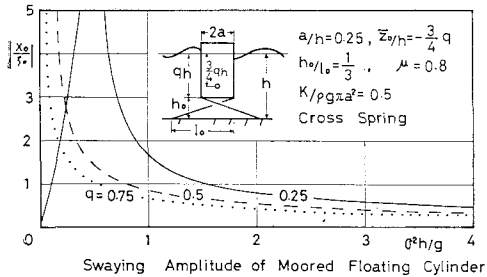


Fig. 13

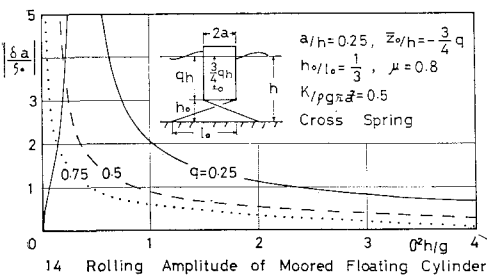


Fig. 14

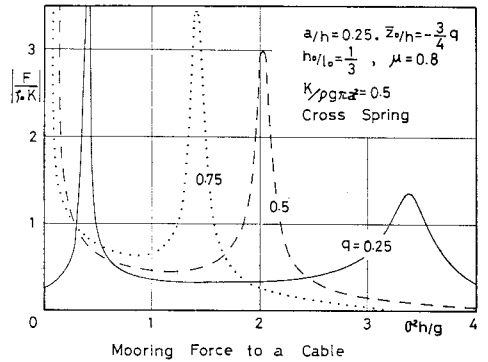


Fig. 15

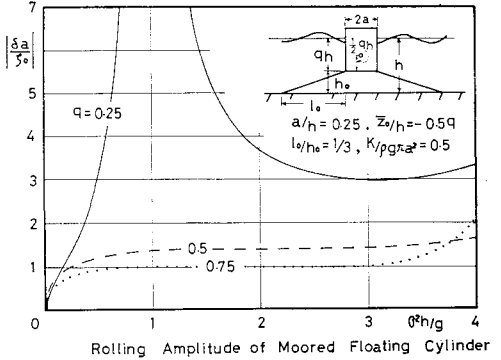


Fig. 16

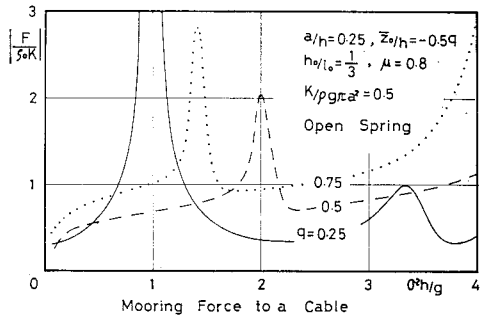


Fig. 17

すように heaving と rolling の peak frequency で極大を示すこととなる。

open type の繫留の例として Fig. 9 と同じ形の円柱についての計算例を rolling motion について示すと Fig. 16 のように吃水によって amplitude に著しい変化があることがわかる。heaving motion は Fig. 10 と全く同じで swaying motion は Fig. 16 と類似の変化を示すことになる。1本の索に作用する力は、Fig. 17 のようである。

(3) 円柱の強制運動による波の発生と圧力

3. に述べた方法によって $a/h=0.25$ の円柱に対し $q=0.25, 0.50$ および 0.75 について heaving, swaying お

よび吃水の $1/2$ の点を中心として rolling motion を強制した場合の造波係数 \bar{A} , 付加質量係数 K および減衰力係数 N を計算するとそれぞれ Fig. 18, Fig. 19 および Fig. 20 のようである。この計算による造波係数は Black, Mei²⁾ らによる変分法計算の結果と全く一致する(変分法においては K および N を計算することはできない)。なお、本計算における検証式 (73), (82) および (85) は有効数字 2 けた以上の程度で一致する。これらの結果からいずれの運動に対しても付加質量と減衰力は frequency の関数として取り扱わねばならないことがわかる。

5. む す び

以上述べたところから、円柱浮体の運動に関しては次のように考えることができる。

(1) 円柱浮体が有限水深の波によって自由運動を行なう場合には、heaving motion は swaying および rolling motion と独立な運動であるため、浮体重心の位置に関係せず、矩形断面浮体と類似の性質を示し、peak amplitude の frequency は、無限水深の場合に近いが、それよりもやや小さい値を示すことになる。またこれらの peak amplitude は浮体吃水と水深の比が大きくなるとともに大きな値を示すようになる。rolling motion は浮体重心の深さによって著しい影響をうけ peak amplitude の大きさと frequency は重心位置の変化によりはなはだしく変わる。これはおもに重心の深さによる復元力の変化が大きいことによるものである。swaying motion は rolling motion との連成のため、rolling motion の peak frequency の付近で特異な変化を示すこととなるが、他の frequency においては、その増加とともに amplitude は減少し、またその値は吃水や円柱の直径の変化にはあまり大きな影響をうけない。

これを要するに円柱の自由運動では heaving motion はその外形(すなわち、直径と吃水)により決まり、swaying motion は流体実質部分の水平変位に支配されるところが大きいため、外形の変化による影響は最も小さく、rolling motion は外形の外に重心位置の影響を最も強く受け、それが swaying motion にも現われることになることと見ることができる。

(2) 円柱浮体の繫留運動においては、heaving motion 以外の運動は繫留条件と円柱の外形および重心位置により著しく変わり、自由運動との関連から簡単に運動を予想することはきわめて危険である。

(3) 円柱の強制運動による発生波および流体圧力は、円柱の外形の外に、frequency によって大きく変化する。このため円柱運動に対する付加質量と減衰力係数

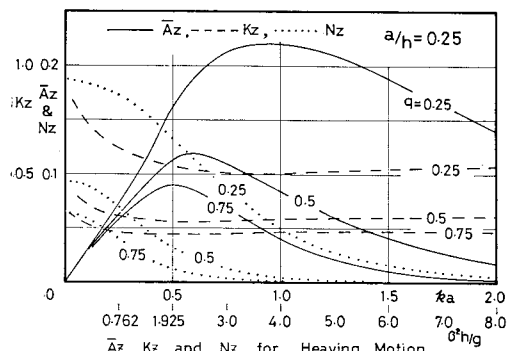


Fig. 18

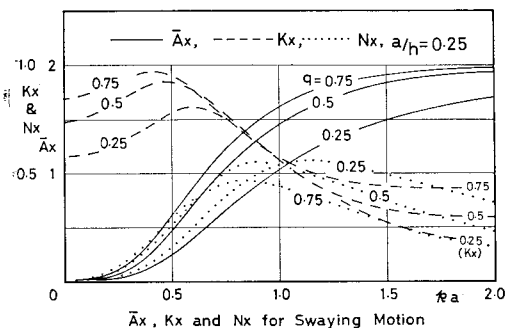


Fig. 19

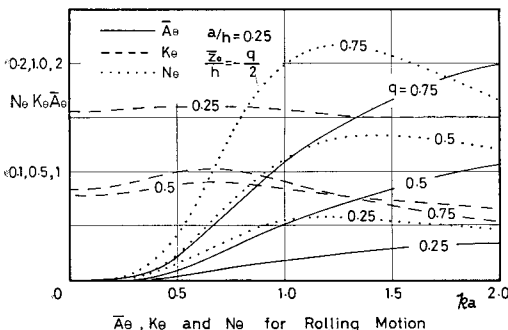


Fig. 20

は一般にこれを frequency の関数として取り扱わねばならない。

以上の結果は、完全流体における速度ポテンシャルをもつ微小振幅波の仮定に基づくものであるが、実際には運動に対する粘性抵抗があり、またそうでなくても、自由運動においては浮体の漂流現象が現われることになるが、その効果はもちろん本文では考慮していない。これらの点を考慮しながら、上記の結果を実験的に確かめる必要があり、現在進行中である。

本論文の作成に当たり、計算整理および図面作成を担当した本学研究補助員 坂井久雄氏に厚く感謝の意を表

すものである。

参 考 文 献

- 1) Miles, J. and F. Gilbert : Scattering of Gravity Waves by a Circular Dock, Journal of Fluid Mech., Vol. 34, part. 4, 1968.
- 2) Garret, C.J.R. : Wave Forces on a Circular Dock, J.F.M. Vol., 46, part 1, 1971.
- 3) Black, J.L., C.C. Mei and M.C.G. Bray : Radiation and Scattering of Water Waves by Rigid Bodies, J.F.M., Vol. 46, part 1, 1971.
- 4) 井島武士・田淵幹修・湯村やす：有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形，土木学会論文報告集，第202号，1972年6月。

(1972. 4. 25・受付)