

移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究

STUDY ON HYDRAULIC RESISTANCE AND
BED-LOAD TRANSPORT RATE IN ALLUVIAL STREAMS

芦田 和 男*・道上 正規**

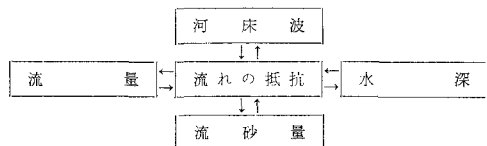
By Kazuo Ashida and Masanori Michiue

1. 緒 言

沖積河川の河道は洪水の流路であるとともに、山地部で生産された土砂や河道自身を構成している砂れきの流送の場であるので、河道において生起する現象を把握するには、流送土砂量と水量との関係を明らかにすることが重要であり、この関係の樹立が流砂理論における終局的な目的とされている。一方、河道中の水流の解析にあたっては、水流と河道との境界面で生じる摩擦過程の究明が必須の条件であり、流砂の見なしには、この問題の解明は不可能といっても過言ではなからう。

従来、河道の安定にとって支配的な役割を果たす掃流砂に関する研究は、Du Boysの研究に端を発して以来、きわめて数多く実験的および半理論的に行なわれてきており、その結果幾多の流砂量式が提案されている。これらの研究成果に基づいて、流砂量を記述するパラメータはほぼ明らかにされているが、流砂量を適確に算定しうる流砂量式は、いまだ求められているとはいいがたい現状である。

このように、流砂現象を複雑にしている第1の要因として、流れのstageによって河床粗度が変化し、この変化が流砂に重大な影響をおよぼしていることが指摘されよう。しかしながら、移動床流れの抵抗は十分に解明されているとはいいがたく、また抵抗と流砂の関係についても明確に把握されていないことが流砂量の算定にとって、大きな障害となっている。今、移動床流れの系を模式的に表示すると、



のように書くことができ、これらの間には強い相互作用が働き、閉じた系を形成していると考えられる。したがって、流砂現象を理解するには、砂粒レベルの粒子の運動機構を把握するとともに、移動床流れの系全体を包括的に捉えた研究が必要になってくるといえよう。しかし従来の流砂に関する研究は、以上述べたような観点から考察を進めるに必要な基礎資料が不十分であったために、せまい視野からの考察にとどまっております、普遍的な流砂理論にはなっていない。

第2の理由として、河川の河床材料がすべて混合砂れきからなっているにもかかわらず、これに関する実験の困難性のために、砂れきの混合特性に関するわれわれの見知が乏しいことがあげられよう。この問題は、河川の流砂量を算定する場合あるいは Armouring 現象を伴う河床変動を取扱う場合、換言すれば流砂理論を河川に適用するに際して、とくに重要な役割を演ずる。

以上のような理由から、この研究においては、移動床流れの系全体から流砂現象を見つめ、とくに流砂量におよぼす河床粗度の効果と河床粗度の算定方法について言及する。次に、砂れきの混合特性に関する実験に基づき、この特性が流砂量にどのような影響を与えるかを検討して、混合砂れきの流砂量を誘導する。

2. 一様砂れきの掃流砂量

流砂現象を単純化して取扱うために、まず一様砂れきの掃流砂量について考察を以下のように進めよう。

(1) 従来の掃流砂量式の検討

掃流現象は水流と河床面との境界面における多数の砂粒の運動からなる巨視的物理系であって、これを記述するために、主として次のような流砂モデルが提案されている。1) 砂粒の運動はそれに働く揚力に起因する、2) 砂粒に作用する流体力は抗力が主体である、3) 掃流運

* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所

** 正会員 工修 京都大学助教授 防災研究所

動をエネルギー的に取扱う、4) 次元解析的手法に基づいた取扱い。以上のモデルの中で、どれがもっともすぐれているかを判定するのは、現状では困難であるが、実験資料から河床粗度の変化に伴って流砂量が変化することが明らかにされているので、河床粗度の影響が流砂量にいかんにか反映しているかを、従来の流砂量式で検討することにしよう。

Einstein¹⁾ は早くから流砂に及ぼす河床粗度の影響に注目して、河床波が形成されたときの全せん断応力は、砂粒面に働くせん断応力と河床波によって生じるせん断応力の二つに分割できると考え、前者を有効掃流力として、それを次式で示した。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 5.75 \log_{10} \left(\frac{12.27 x R'}{d_{65}} \right) \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 U : 断面平均流速、 u_{*e} : 有効摩擦速度 (= \sqrt{gRI})、 x : 砂粒レイノルズ数の関数、 R' : 流砂に有効に作用する径深である。式(1)で与えられる有効摩擦速度を用いて、流砂量式が記述されているが、彼は流れの抵抗の線型性を主張して、全抵抗を表面抵抗と形状抵抗の和で、算定する方法を提案しているために、これに基づいて計算される式(1)では、しばしば実状にそぐわない点が生じる。しかしながら、河床波の影響を考慮して流砂現象を取扱った点は、われわれに多くの示唆を与えたといえよう。

Meyer-Peter, Müller²⁾ も多くの実験結果から、流砂量を統一的に表示するには、流砂に有効に作用する摩擦速度を使用すべきであるとして、 $u_{*e} = (n_b/n)^{3/4} u_*$ を用いた流砂量式、

$$\Phi = 8(\tau_{*e} - 0.047)^{3/2} \dots\dots\dots (2)$$

を提案した。ここに、 $\Phi = qb / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}$ 、 $\tau_{*e} = u_{*e}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 n_b : 砂粒抵抗を表わす Slickler 型の粗度係数、 n : 流れ全体の粗度係数、 qb : 単位幅当たりの掃流砂量、 σ : 砂の密度、 ρ : 水の密度、 g : 重力加速度、 d : 砂の粒径である。この方法で流砂量を求めるには、通常未知数と考えられている粗度係数を何らかの形で推定する必要があるが、これに関する考察は別途なされなければならないとしているにとどまっている。

そのほかに、よく使用されている流砂量式として、次元解析的手法によって誘導した篠原・椿³⁾ の式がある。

$$\Phi = 25 \tau_{*e}^{1.3} (\tau_{*e} - 0.8 \tau_{*c}),$$

$$u_{*e} = u_* \sqrt{\varphi'/\varphi_0} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 $\varphi' = U/u_*$ 、 $\varphi_0 = 6.0 + 5.75 \log_{10}(R/d_{65})$ 、 $\tau_{*c} = u_{*c}^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 u_{*c} : 砂れきの移動限界摩擦速度、 R : 径深である。上式では、有効掃流力として、ここに示すような砂粒抵抗では過小な値を取り過ぎると考え、 u_{*e} を全抵抗と砂粒抵抗の幾何平均で与えることを提案して、流砂量式を導いている点が特徴となっている。さら

に、佐藤・吉川・芦田⁴⁾ によって提案された次式も、有効掃流力の概念は入っていないが、河床粗度の変化によって、流砂量が大きく変化することを示している。

$$\Phi = \varphi F(\tau_0/\tau_c) \tau_*^{3/2} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 $F(\tau_0/\tau_c)$: τ_0/τ_c の関数、 $\tau_* = u_*^2 / (\sigma/\rho - 1)gd$ 、 φ : $n \geq 0.025$; $\varphi = 0.62$, $n \leq 0.025$; $\varphi = 0.62(40n)^{-3.5}$ の値が実験値から求められた。

以上の流砂量式は、何らかの形でその式中に河床粗度に対する考慮が払われており、とくに有効掃流力という概念は、河床波が形成されたときの流砂量に、物理的解釈を与えるために、重要であることが理解されよう。また、有効掃流力を適確に算定するには、移動床流れの抵抗則の精度向上が必要不可欠であるといえよう。

(2) 移動床流れにおける掃流砂量

a) 有効掃流力

河床波が形成された場合の全抵抗は、河床面の砂粒による表面抵抗と河床波による形状抵抗の2成分に分離して取扱うことができると仮定すれば、

$$\tau_0 = \tau_0' + \tau_0'' \dots\dots\dots (5)$$

の関係が成立する。ここに、 τ_0 : 全せん断応力、 τ_0' : 砂粒面で生じるせん断応力、 τ_0'' : 河床形状によって生じるせん断応力である。式(5)において、Einstein は径深分割法を主張したが、一方 Yalin⁵⁾ はそれぞれの抵抗によって生じるエネルギー損失に注目して、勾配分割法を提案した。後者の方が物理的に理解しやすいので、ここでは Yalin の方法に従って、式(5)を書き変えると、

$$\rho g RI = \rho g R(I' + I'') \dots\dots\dots (6)$$

のように表わされる。ここに、 I : 流れ全体のエネルギー勾配、 I' : 砂粒表面によるエネルギー勾配、 I'' : 河床形状によるエネルギー勾配である。

τ_0'' は河床波のクレスト下流部の後流によって形成され、この領域においては掃流される砂れきは非常に少ない。したがって、流砂量を算定するにあたっては、砂粒の表面抵抗を表わす τ_0' を用いなければならない。さらに、砂れん上の流速分布の測定結果^{6),7)} によれば、re-attachment point からクレストまでの水流の流速分布は、ほぼ対数則で表示されることが見出されているので、この関係を表面抵抗の算定に用いることにすれば、

$$\frac{U}{u_*'} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{k_s} \dots\dots\dots (7)$$

のように表示できる。ここに、 $u_*' = \sqrt{gRI'}$ 、 k_s : 相当粗度である。Nikuradse の実験が示すように、固定床砂粒粗面では $k_s = d$ が成立するが、移動床の平坦河床では、砂粒の移動を考慮する必要があると考えられる。今、砂粒の移動速度を v_s とすれば、その飛行高さは、

$$H_s \sim v_s^2 / (\sigma/\rho - 1)g \dots\dots\dots (8)$$

のように表わされるものと仮定し、かつ $v_s \sim u_*$ として、平坦河床の場合の k_s を求めると、次式ようになる。

$$k_s = d + \alpha H_s = d(1 + \alpha \tau_*) \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 α : 比例定数である。一方、芦田⁸⁾は平坦河床に関する従来の実験資料を整理して、

$$k_s = (0.5 \sim 4.0) d_m \dots\dots\dots (10)$$

の関係を得ている。ここに、 d_m : 平均粒径である。式 (10) を考慮し、式 (9) における α の値を 2 として、式 (7) および (9) から砂れきの移動に有効に作用する摩擦速度として、次式が得られる。

$$\frac{U}{u_{*e}} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1 + 2\tau_*)} \dots\dots\dots (11)$$

ここに、 u_{*e} : 有効摩擦速度 ($=u_*'$) である。式 (11) から明らかなように、 u_{*e} を算定するには平均流速 U を知る必要があるが、これに関する算定法は後節において詳述する。

b) 掃流砂量

Bagnold⁹⁾ は粒子を含む流れの研究から、次の仮説が成立することを実験的に検証した。

1) 全せん断応力は、

$$\tau = \tau_G + \tau_F \dots\dots\dots (12)$$

で表わされる。ここに、 τ : 全せん断応力、 τ_G : 粒子の衝突によって生じるせん断応力、 τ_F : 流体自身のせん断応力である。

2) 流体中の粒子の衝突によって、鉛直応力 σ_G が生じ、 τ_G と σ_G の間には、

$$\tau_G = \sigma_G \mu_f \dots\dots\dots (13)$$

が成立する。ここに、 μ_f : 粒子の動摩擦係数である。

以上の考え方を掃流砂濃度の算定に用いることにしよう。図-1 に示すように、有効せん断応力が流砂と流体にそれぞれ伝達され、かつ流砂濃度が平衡している状態では、河床面から新たに砂粒は補給されないの、流体に伝達される河床面でのせん断応力は、砂粒の限界掃流力にほぼ近い値に保持されていると考えられる。このような現象は、流砂と類似な飛砂現象において認められている事実である¹⁰⁾。したがって、河床面における有効せん断応力は、

$$\tau_{0e} = \tau_{0G} + K\tau_c \dots\dots\dots (14)$$

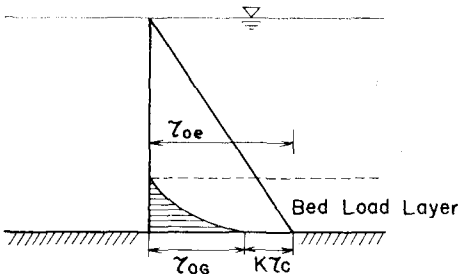


図-1 せん断応力の説明図

のように表示できるものとしよう。ここに、 τ_{0e} : 有効せん断応力、 τ_{0G} : 流砂自身の衝突や流砂と河床面との衝突によって生じる河床面でのせん断応力、 $K : 1$ に近い比例定数である。式 (13) からの類推により、 τ_{0G} は流砂重量の鉛直成分と μ_f との関係で次式のように書くことができる。

$$\tau_{0G} = N(\sigma - \rho)g \cos \theta \mu_f \dots\dots\dots (15)$$

ここに、 N : 単位面積当たりの流砂の体積、 θ : 河床の水平面からの傾きである。また、流砂量は流砂濃度と砂粒の移動速度の積の積分で表わされるので、

$$q_B = \int_0^{H_s'} c v_s dz = N \bar{v}_s \dots\dots\dots (16)$$

と書ける。ここに、 H_s' : 流砂の存在する高さ、 c : 河床から z の高さの流砂濃度、 \bar{v}_s : 砂粒の平均移動速度である。式 (16) から明らかなように、正確に流砂量を表示するには、鉛直方向の流砂濃度と砂粒の移動速度を求めなければならないが、現状ではこの算定が困難であり、また掃流砂は河床から粒径オーダーのうすい層における運動であることを考慮して、 $q_B = N \bar{v}_s$ の関係を用いることにする。今、対象としている流れが緩勾配流れであるので、 $\cos \theta = 1$ として、式 (14) および (15) を式 (16) に代入して、

$$q_B = \frac{\tau_{0e} - K\tau_c}{(\sigma - \rho)g \mu_f} \bar{v}_s \dots\dots\dots (17)$$

の関係を得る。

次に、移動している砂粒の平均移動速度は、砂粒に働く抗力と摩擦抵抗のつり合い条件から、

$$1/2 \cdot \rho c_D (u_b - \bar{v}_s)^2 \pi/4 \cdot d^2 - (\sigma - \rho)g \pi/6 \cdot d^3 \mu_f = 0 \dots\dots\dots (18)$$

のように簡単に表わされるものと仮定して、これより、

$$u_b - \bar{v}_s = \sqrt{4/3 c_D \cdot \{(\sigma/\rho) - 1\} g d \mu_f} \dots\dots\dots (19)$$

と与えられる。ここに、 c_D : 抗力係数、 u_b : 河床面から粒径オーダーの高さの流速である。式 (19) において、 $\bar{v}_s = 0$ のとき、 u_b の値を砂の移動限界流速 u_c とすると、式 (19) は次式のように変形される。

$$\bar{v}_s / u_b = 1 - u_c / u_b = 1 - u_{*c} / u_{*e} \dots\dots\dots (20)$$

式 (20) は Kalinske¹¹⁾ の流砂モデルにおける移動速度と類似している。 $u_b = \beta u_{*e}$ として、式 (20) を式 (17) に代入すると、流砂量は次式のように表わされる。

$$q_B = \frac{(\tau_{0e} - K\tau_c)}{(\sigma - \rho)g \mu_f} \beta u_{*e} \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}}\right) \dots\dots\dots (21)$$

今、 $K = 1$ として、式 (21) を無次元量で表示すると、

$$\phi = \frac{\beta}{\mu_f} \tau_{*e}^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}}\right) \dots\dots\dots (22)$$

のようになるが、実験資料を整理検討した結果、図-2 に示すように、式 (22) は次式のように修正されるべきであることが明らかにされた。

$$\phi = 17 \tau_{*e}^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*e}}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_{*e}}\right) \dots\dots\dots (23)$$

平坦河床の流速分布に対数則を適用して、相当粗度の高さにおける流速を u_b とすれば、 β の値は 8.5 となり、また Bagnold⁹⁾ によって測定された μ_f の値が 0.4~0.5 であることを考慮すれば、図-2 から得られた $\beta/\mu_f = 17$ の値はほぼ妥当なものであるといえよう。さらに重要なことは、この定数が広い範囲の資料に対して、一定に保持されていることである。

一方、理論的に導いた式 (22) を式 (23) のように修

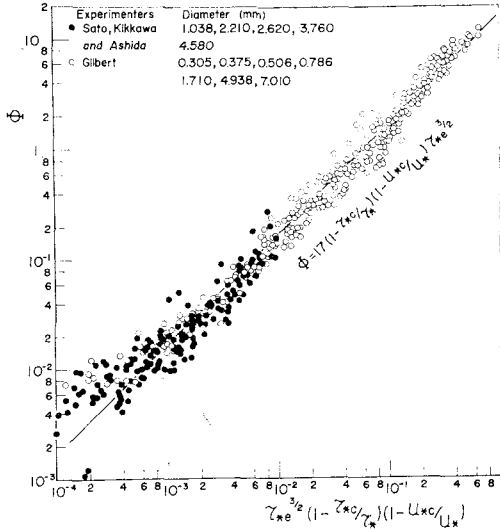


図-2 流砂量式と実験値の比較

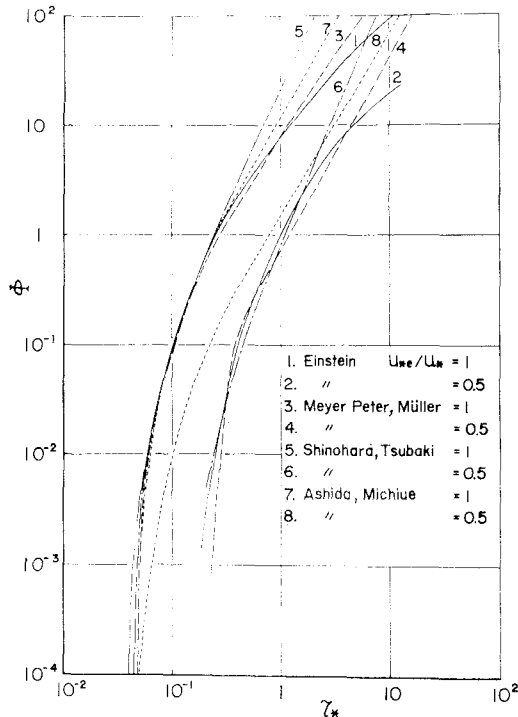


図-3 各流砂量式の比較

正ししなければならない理由として、河床波が形成された場合の乱れ強度が、水流のはく離による渦のために、平坦河床のそれよりも大きくなり、砂が移動しやすくなっているものを簡単に変化しないとして、 $K=1$ とおいたことがあげられる。この点に関しては、今後の検討が必要である。

図-3 は従来の流砂量式と著者らのそれとを比較したものを示したものである。 $u_* = u_{*c}$ の場合には、これらの式はほとんど同じ性状を示すが、 u_* と u_{*c} が相違する場合には、これらの式はそれぞれ相違した結果を与え、各流砂量式の特徴があらわれる。この原因は流砂量式に導入されている抵抗の影響の評価方法の相違によるものであるが、この点に関しては、本論の方法は妥当性を有しているものと信ずる。

一方、式 (23) を Manning の粗度係数を用いて変形すると、

$$\phi = 17 \left[\frac{R^{1/6} g^{-1/2}}{6.0 + 5.75 \log_{10} \{R/d(1+2\tau_*)\}} \right]^3 \cdot n^{-3} \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_* c}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_* c}{u_*}\right) \dots \dots \dots (24)$$

のように書け、[] の値がほぼ一定値で、かつ $\tau_* \gg \tau_* c$ のとき、 $\phi \sim n^{-3} \tau_*^{3/2}$ の関係にあることが理解されよう。この関係は、式 (4) で示されるものとほとんど同じであるが、物理的により明確に流砂量におよぼす抵抗の影響を示している。

(3) 固定床滑面流れにおける掃流砂量

固定床滑面水路において、砂れきが水路床に堆積しない限界状態まで給砂量を増加させた場合の掃流砂量に関しても、移動床の場合と同様な取扱いによって、流砂量式を考察することにしよう。図-4 は石原・岩垣・末石¹²⁾

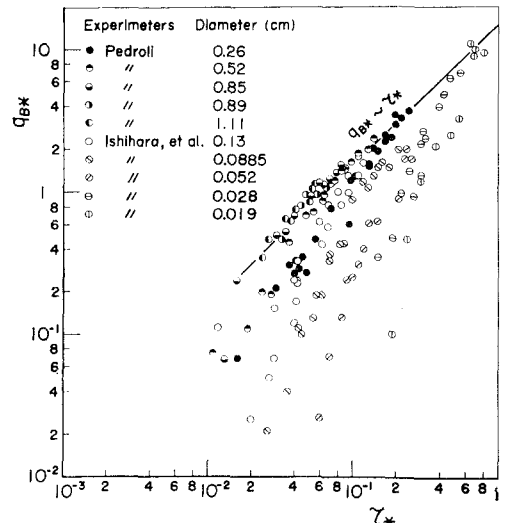


図-4 滑面水路床における流砂量

および Pedroli¹³⁾ による掃流砂の実験資料をプロットしたものであるが、これから掃流力の大きい領域では、 $q_{B*} \sim \tau_*$ の関係がみられ、かつ粒径ごとに限界掃流力の値が相違していることがうかがえる。ここに、 $q_{B*} = q_B / u_* d$ である。

固定床滑面上の水流の流速分布は、次式のように書ける¹⁴⁾。

$$\left. \begin{aligned} u_* d / \nu &\geq 6.83 : u / u_* = u_* z / \nu \\ u_* d / \nu &\geq 6.83 : u / u_* = 1/0.4 \xi \cdot (1/2 - \sqrt{\xi^2 + 1/4}) \\ &\quad + 2.5 \ln(2\xi + \sqrt{4\xi^2 + 1}) \\ &\quad + 6.83 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (25)$$

ここに、 $\xi = 0.4(u_* z / \nu - 6.83)$ 、 \ln : 自然対数、 u : 河床から z の高さの流速である。移動砂れきの平均移動速度は、移動床の場合と同様にして計算されるが、固定床滑面水路流れでは、河床付近の流速 u_b は $u_* d / \nu$ によって変化するので、 $z = d$ の高さにおける流速の β' 倍が u_b であるとして、砂れきの平均移動速度を表示すると、

$$\bar{v}_s / u_* = \beta' f(u_* d / \nu) (1 - u_{*c} / u_*) \dots\dots\dots (26)$$

のように書ける。ここに、 β' : 比例定数、 ν : 動粘性係数、 $f(u_* d / \nu)$: $z = d$ の高さの式 (25) における u / u_* の値である。なお、このような流れでは、河床波が形成されないので、 $u_{*c} = u_*$ であるとして解析を進めたものである。

また、流砂量とせん断応力の関係についても、式 (17) が適用できるので、これと式 (26) から流砂量は、

$$q_{B*} = \frac{\beta'}{\mu_f'} f(u_* d / \nu) \tau_* \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \frac{u_{*c}}{u_*}\right) \dots\dots\dots (27)$$

のように表わされる。ここに、 $q_{B*} = q_B / u_* d$ 、 μ_f' : 固定床滑面水路での砂粒の動摩擦係数である。式 (27) を計算するにあたっては、滑面水路における限界掃流力の値を必要とするが、これに関しては、土屋¹⁵⁾の滑面水路床下流端の限界掃流力に関する研究成果に、椿ら¹⁶⁾の実験結果を参考にして、 $\mu_f' = 0.4$ を用いて表わしたものが次式である。

$$\left. \begin{aligned} 0.1063 \leq d \leq 8.26 \text{ cm} : u_{*c}^2 &= 8.89 d^{2/3} \\ 0.0100 \leq d \leq 0.1063 : &= 4.17 d^{1/3} \\ d \leq 0.0100 : &= 90 d \end{aligned} \right\} \dots\dots (28)$$

なお、式 (28) における u_{*c}^2 と d の単位はそれぞれ $(\text{cm/s})^2$ および cm である。

式 (28) を式 (27) に適用して、実験資料と比較した結果が図-5 に示されているが、この結果から $\beta' / \mu_f' = 1$ となり、 β' / μ_f' を比例定数として取扱うことができると考えられる。以上のように、移動床および固定床滑面上の流砂に対しても、まったく同様な解析法によって流砂量を算定しうることは、著者らの提案した流砂量の算定

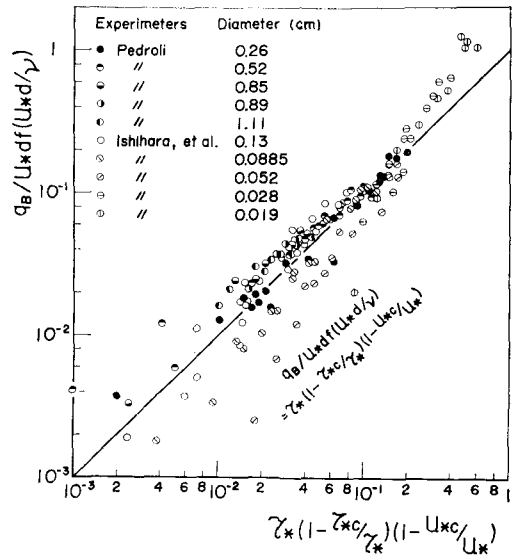


図-5 流砂量式と実験値の比較

法が、かなりの普遍性を有することを示している。また、飛砂現象についても、飛砂量が摩擦速度の3乗に比例する関係が見出されているが¹⁶⁾、これは著者らの流砂量式と同様な関係であって興味深い。

3. 混合砂れきの掃流砂量

緒言においても述べたように、河川の河床材料はすべて混合砂れきから構成されているにもかかわらず、混合砂れきの流砂量に関する研究は一様砂のそれに比較して少ない。しかしながら Armouring を伴うダム下流部のような河床変動^{17), 18)}を考えるにあたっては、この問題の解明なしには議論できないことが判明し、しだいにこれに関する研究が行なわれるようになってきた。著者らは、混合砂れきの流砂量を考察するにあたっては、粒径別の限界掃流力を明らかにする必要があると考えて、これに関する実験的検討を加えたのち、混合砂れきの流砂量の算定法について以下に考察する。

(1) 粒径別の限界掃流力に関する実験的考察

a) 実験装置および方法

実験は、幅 20 cm、長さ 20 m の水路の中央部 6 m の区間にわたって、平均粒径 2.47 mm および標準偏差 $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ 、3.73 の混合砂れきをニス付けして、固定床の混合砂れき床を作製した上に、ラッカーで着色した粒径 17.5, 8.125, 2.87 および 0.359 mm の 4 種類の砂れきをトレーサーに用いて行なわれた。着色砂れきの敷き並べ方は、混合砂れき床の部分に 16×5 cm 程度の面積になるように無作為に設置した。また、使用した着色砂れ

きの個数は 50~100 個であった。

流れの状態が等流になるまでに、着色砂れきが流下しないように金網でおおい、等流状態になってから金網をとり、着色砂れきの設置点から流下する個数を時間的に測定した。このような実験が水理量を変化させながら、繰返し行なわれた。

b) 実験的検討

着色砂れきが静止の状態から移動を終えて、次の静止の過程にいたるまでの時間を時間に関する確率過程で表示できるものと考え、この移動過程が時間に関して一様で、将来の変化が過去の変化と独立であると仮定することによって、原点（着色砂れきの設置点）に残留する確率は次式のように表わされることが、矢野ら¹⁹⁾によって明らかにされている。

$$\frac{N(t)}{N(0)} = e^{-\lambda t} \dots \dots \dots (29)$$

ここに、 $N(t)$, $N(0)$: それぞれ時刻 t および 0 における原点の着色砂れき個数、 λ : 単位時間当たりの砂れきの移動確率である。

一様砂れきの移動床においては、式 (29) が成立することは実験的に確認されているが、本実験では時間がかなり経過した状態での残留した砂れきは、動きにくい状態のままに放置される傾向にあるので、全測定時間にわ

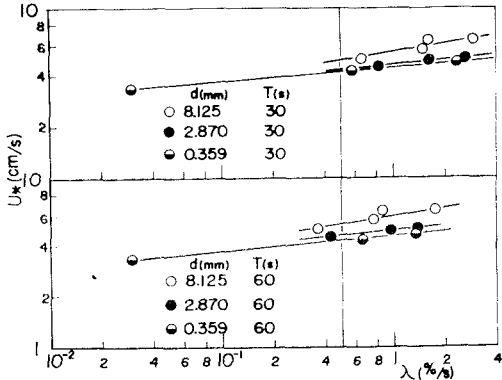


図-6 u_* と λ の関係

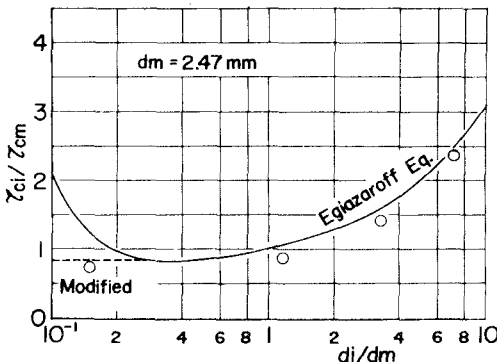


図-7 粒径別の限界掃流力の実験値と理論式の比較

たって、式 (29) を適用することができなかった。しかし、時間の初期においては、式 (29) が成立していることを確認したので、図-6 に示すように、評価時間を 30 秒と 60 秒にとって、移動確率と摩擦速度の関係を検討した。これらの評価時間においては、移動確率に大差がみられないので、ここでは 60 秒の評価時間で移動確率を求め、土屋²⁰⁾によって提案された移動確率 0.5%/s を移動限界状態の確率として、 u_{*c} を図-6 から求めた。

Egiazaroff²¹⁾ は簡単な考察から、混合砂れきの粒径別の限界掃流を完全乱流状態に対して、次式のように与えている。

$$\frac{u_{*ci}^2}{(\sigma/\rho - 1)gd_i} = \frac{0.1}{\{\log_{10}(19 d_i/d_m)\}^2} \dots \dots \dots (30)$$

ここに、 d_i , d_m : それぞれ河床の各砂れき径および平均粒径、 u_{*ci} : 粒径 d_i の砂れきの移動限界摩擦速度である。式 (30) を変形して、 τ_{ci}/τ_{cm} と d_i/d_m の関係で図示したものが図-7 の実線である。この図から明らかにように、 $d_i/d_m < 0.4$ の範囲において、 τ_{ci}/τ_{cm} は d_i/d_m の減少とともに増大する。しかし、砂れきの移動限界状態を観察してもこのような現象は見られないようであり、式 (30) は $d_i/d_m < 0.4$ の範囲では、実際の限界掃流力より大きな値を与えるように思われる。また、式 (30) の実験による検証は、 $d_i/d_m = 0.4 \sim 10$ の範囲でなされたものであり、この領域では理論曲線と実験値はよく一致するようである。

次に、著者らの実験値を図-7 にプロットしているが、この結果と上述の観察結果を参考にして、 $d_i/d_m < 0.4$ では、 τ_{ci}/τ_{cm} が一定値を取るように修正したものが図-7 の点線である。すなわち、Egiazaroff の式を次式のように修正した。

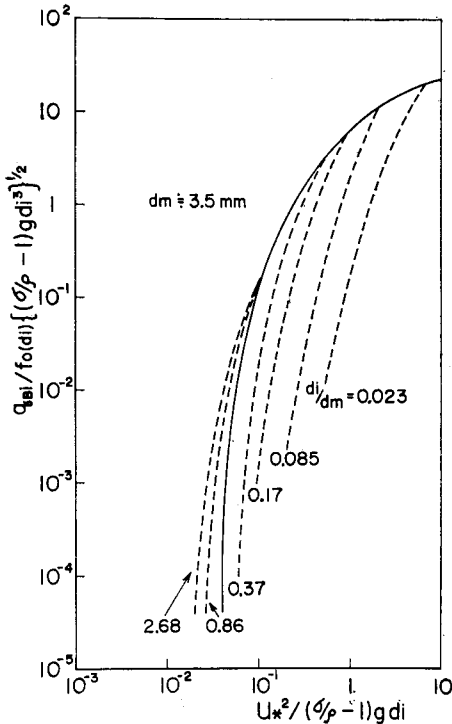
$$\left. \begin{aligned} d_i/d_m \geq 0.4 : \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cm}} &= \left\{ \frac{\log_{10} 19}{\log_{10}(19 d_i/d_m)} \right\}^2 \frac{d_i}{d_m} \\ d_i/d_m < 0.4 : &= 0.85 \end{aligned} \right\} \text{ただし、} \tau_{cm}/(\sigma - \rho)gd_m \doteq 0.05 \dots \dots \dots (31)$$

ここに、 $\tau_{ci} = \rho u_{*ci}^2$, $\tau_{cm} = \rho u_{*cm}^2$ である。

以上、混合砂れき床の限界掃流力に関して若干の実験を行ない、従来提案されている Egiazaroff の式を一部修正したが、これに関する詳細な考察は、混合砂れき床の河床近傍の流れ特性の解明に待たなければならないと考えている。

(2) 掃流砂量

Einstein は混合砂れきの流砂量と一様砂のそれとは相違することを早くから指摘し、混合砂れきの流砂量を表わすために、実験的に遮蔽係数を導入した。その後、遮蔽係数に関する実験的検討が加えられ、細砂に対して過大評価することが指摘されている。こうした混合砂



図—8 混合砂れきの流砂量と一様砂のそれとの比較

れきの流砂量について測定された浅田・石川²²⁾の実験資料を示したものが図—8である。この図において、実線は Einstein の一様砂に関する掃流砂関数であり、点線は浅田らの粒径別の流砂量を表わしたものである。これからも明らかなように、混合砂れきの流砂関数は一様砂のそれとは相違するが、Einsteinが導入したような遮蔽係数という概念で流砂量を表示するのは不適当なことが知られる。

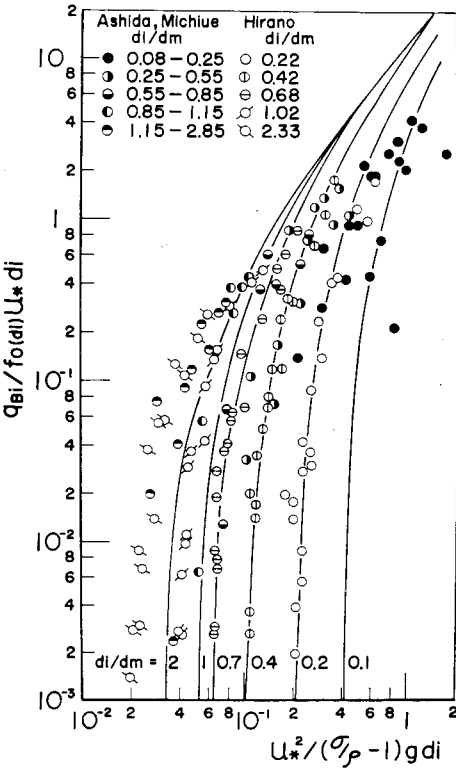
著者らの粒径別の流砂量の実験値と平野²³⁾の実験結果をプロットしたものが図—9であるが、図—8と同様に流砂量は、粒径ごとに相違した傾向を示すことが理解されよう。図—8および9から明らかなように、混合砂れきの流砂量は、粒径別の限界掃流力の相違を反映していると考えられるので、式(31)で与えられる限界掃流力を一様砂の流砂量式の式(23)に適用すると、流砂量は次式のように表わされる。

$$\frac{q_{Bi}}{f_0(d_i)u_{*e}d_i} = 17 \tau_{*ei} \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}\right) \left(1 - \frac{u_{*ci}}{u_*}\right) \dots\dots\dots (32)$$

ここに、 q_{Bi} : 粒径 d_i の砂れきの流砂量、 $f_0(d_i)$: 粒径 d_i の砂れきが河床において占める割合、 $\tau_{*ei} = u_{*e}^2 / (\sigma_p - 1) g d_i$ 、 $\tau_{*i} = u_*^2 / (\sigma_p - 1) g d_i$ 、 $\tau_{*ci} = u_{*ci}^2 / (\sigma_p - 1) g d_i$ である。

本実験および平野の実験結果は、後述する河床形態の領域区分図から、Upper Regimeの領域にあることを見出した。したがって、この領域では、有効摩擦速度と摩擦速度が等しくなるので、式(32)で $u_{*e} = u_*$ として計算した結果を図—9に実線で示した。この図では、 d_i/d_m をパラメーターにして粒径別の流砂量が図示されているが、 $d_i/d_m = 1$ の場合が一様砂の流砂量式に相当している。これからも明らかなように、混合砂れきの流砂量は d_i/d_m をパラメーターとして導入する必要が理解されよう。また、式(32)は d_i/d_m が1以下では実験値とよく一致するが、 d_i/d_m が1以上では、実験値と若干相違しているようである。

以上の考察から、次のことが結論されよう。式(32)に粒径別の限界掃流力を表わす式(31)を適用すれば、混合砂れきに関する流砂量の混合効果の物理性がよく理解される。遮蔽係数という概念はもともと物理的根拠の乏しいものであったが、流砂現象にそくして考えれば、このような係数は適当なものではなく、混合効果は粒径別の限界掃流力が一様砂のそれと相違することによって生じるものである。したがって、限界掃流力の流砂量に及ぼす影響の小さい範囲、 $\tau_0/\tau_{ci} > 3$ では、混合砂れきの全流砂量は混合砂れきの代表粒径を用いて、一様砂の流砂量式で近似的な計算が可能である。一方、 τ_0/τ_{ci} が1近傍では、限界掃流力が流砂量に大きな影響を与える



図—9 混合砂れきの流砂量式と実験値の比較

ので、この範囲に関しては、式 (31) と式 (32) を用いて流砂量は計算されなければならない。

4. 移動床流れの抵抗

移動床流れにおいては、水流と砂れきの特性に応じて種々の河床形態が形成されるが、それぞれの領域ごとに抵抗の特性が顕著に相違する。しかしながら、従来の流れの抵抗に関する研究では、次元解析的手法によって抵抗の算定を試みたものは数多くみられるが^{24),25),26)}、河床形態との有機的な関連において抵抗を議論したものはみられない。したがって、本論文においては、各領域の河床形態に関して現象論的考察を行ない、それに基づいてそれぞれの領域の抵抗則を明らかにしようとするものである。

(1) 現象論的考察

移動床における断面平均流速 U は次式で示すような物理量で記述されるものと仮定しよう。

$$U = F_1(\mu, g, d, R, I, \sigma, \rho) \dots\dots\dots (33)$$

ここに、 μ ：粘性係数である。今、式 (33) を従来よく使用されている水理量で書くために、エネルギー勾配 I のかわりに、 $u_* = \sqrt{gRI}$ を用い、また重力加速度 g のかわりに砂れきの水中重量 $(\sigma - \rho)g$ を用いることにする。次に、次元解析を行なうための基本量として、 μ, u_* および d を選んで次元解析を進めると、式 (33) は次式のように書ける。

$$\frac{U}{u_*} = F_2\left(\frac{u_* d}{\nu}, \frac{u_*^2}{(\sigma/\rho - 1)gd}, \frac{R}{d}, \frac{\sigma}{\rho}\right) \dots\dots\dots (34)$$

砂れきの移動限界付近の掃流力では、式 (34) で示す R/d が粗度要素の尺度として用いられることは、固定床砂粒粗面の流れの実験から明らかな事実であるが、河床波が形成されると、もはやこの尺度は粗度要素を表わすものとはなりえない。したがって、河床波が形成された流れにおいては、河床波の形状を粗度要素の尺度として導入する必要があるが、河床波が流れの状態によって変化することを考慮して、この尺度を式 (34) に導入するかわりに、河床形態の領域区分図を併用して、流れの抵抗を考察することにした。

水流の流速分布に対数則が適用できるとすれば、流れの抵抗は次のように表わされる。

$$\frac{U}{u_*} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{2.30}{\kappa} \log_{10} \frac{R}{k_s} \dots\dots\dots (35)$$

ここに、 A_r ：実験定数で $A_r \approx 8.5$ 、 κ ：カルマン定数である。式 (35) において、浮遊砂を含む流れでは、カルマン定数は濃度によって変化するが、ここでは、浮遊砂濃度の影響は考慮せずに、カルマン定数は一定であると

して解析を進める。

流れの抵抗が河床形態によって、どのような性状を示すかを現象論的に考察すると、次のようである。

1) Ripple Bed : Ripple のスケールは砂粒の粒径にほぼ比例することが実験資料の検討から明らかにされているので^{27),28)}、相当粗度 k_s は、

$$k_s \sim d \dots\dots\dots (36)$$

のように表わされる。また、そのスケールは掃流力によっても当然規定されるので、式 (34) および (35) から U/u_* は τ_* と R/d の関数で表示されることが期待されよう。

2) Dune Bed : Dune のスケールは水深あるいは径深にほぼ比例するので、この領域における k_s は、

$$k_s \sim R \dots\dots\dots (37)$$

の関係で表わされる。今、式 (37) を式 (35) に代入すると、 U/u_* = 一定の関係が得られるが、そのスケールは掃流力によって変化するとともに、砂れきの移動限界付近においては、固定床砂粒粗面と同じような性状を示すので、 U/u_* は τ_* と R/d の関数で表示されよう。ただし、この河床形態では、Ripple の場合と相違して、 R/d が U/u_* に寄与する範囲は砂れきの移動限界付近に限られる。

3) Flat & Antidune Bed : これらの河床形態では F_r 数も大きく、流れが河床からはく離しないために、流れの抵抗は小さくなる。したがって、この領域では流砂の影響を考慮した表面抵抗、すなわち式 (11) において $u_{*e} = u_*$ として、流れの全抵抗が表示できる。

$$\frac{U}{u_*} = 6.0 + 5.75 \log_{10} \frac{R}{d(1+2\tau_*)} \dots\dots\dots (38)$$

以上、河床形態の相違によって、流れの抵抗がいかに変化するかを示してきたが、これらの特性を考慮して、次に実験資料から抵抗算定法を検討しよう。

(2) 河床形態の領域区分図と抵抗算定法

河床波の発生機構に関しては、安定理論に基づく数学的解析が従来なされてお^{29),30)}、これによると河床波の安定にとっては、 F_r 数が重要な水理量であることが判明している。したがって、ここでは安定理論に基づいて得られた結果を参考にして、 $F_r = 0.8$ を境界に河床形態が相違するものと考え、実験資料を式 (34) のパラメーターで整理した結果、図-10 の領域区分図を得た。ここで、式 (34) 中のパラメーター σ/ρ を用いていないのは、対象としている現象において、 $\sigma/\rho = 1$ であると考えていることによる。なお、使用した資料は土木学会水理小委員会で収集されたもの²⁸⁾ および Gilbert³¹⁾ の実験資料である。

図-10 は従来の領域区分図と相違して、研究者によ

って定義された河床形状で、河床形態を区分したのではなく、上記の F_r 数によって領域区分図を τ_* と R/d の平面上に作成したものである。この図において、Lower Regime には Ripple と Dune が共存するが、両者を区分する水理として、Yalin の提案した u_*d/ν が適用できる。ここでは、 $u_*d/\nu \leq 10$ のときの河床波を Ripple とし、 $u_*d/\nu > 10$ のとき Dune と定めた。また、図-11 に示すように、著者らの領域区分図は Garde-Ranga-Raju³²⁾ によって提案された区分図と類似しているが、誘導過程においてはかなり相違している。

次に、河床形態の領域区分図が作成されたので、それぞれの河床形態に対応した流れの抵抗の関数形を決定しよう。

図-12 Ripple Bed 上の流れの抵抗を示したもの

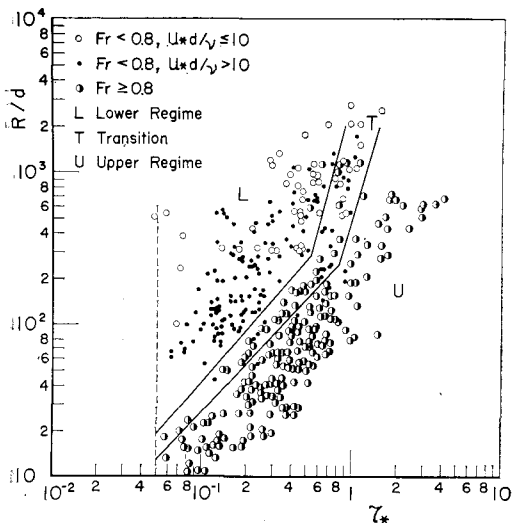


図-10 河床形態の領域区分図

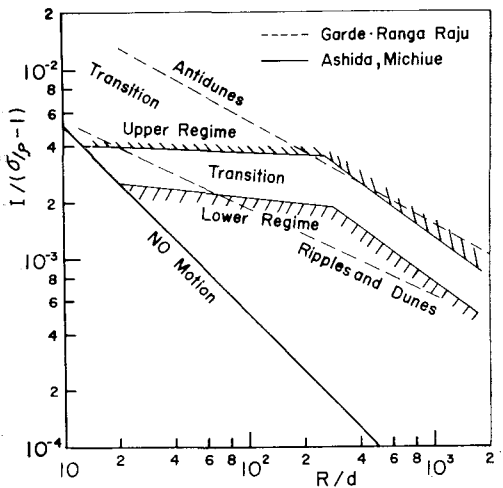


図-11 著者らの領域区分図と Garde, Ranga, Raju のそれとの比較

であって、資料にかなりの散点がみられるが、図中の実線はその資料の平均的な値である。これから掃流力の増加に伴って、 R/d をパラメーターにして河床波が発達し崩壊する過程が推察される。また、 U/u_* と τ_* の関係は、 R/d によって相違した関数形を示す状況が図から理解され、前述したように Ripple のスケールが粒径に依存しているといえよう。しかし、スケールの大きい実河川の資料に適用する場合には、 R/d によってここで示した関数形は変化することが予想される。

図-13 は Dune Bed の場合で、ここでも河床波の発達・崩壊過程が掃流力の増加に伴って現われていることがうかがわれるとともに、 τ_* の値が 0.4~0.6 付近で抵抗が最も大きくなることを示している。この領域においては、図中の U/u_* の関数形は砂れきの移動限界付近を除いて、 R/d に独立に決定されることが、現象論的考察において述べたことから理解されよう。したがって、ここで示した関数形はスケールに独立に成立し、相似則を満足すると考えられる。さらに、河床材料が混合砂れきからなる場合には、最大粒径の移動限界が重要な役割を果たすと思われるが、この点に関しては、今後実河川の資料に基づいた検討がされなければならない。

図-14 Upper Regime の流れの抵抗を示したものであって、この領域では式 (38) で計算された図中の曲

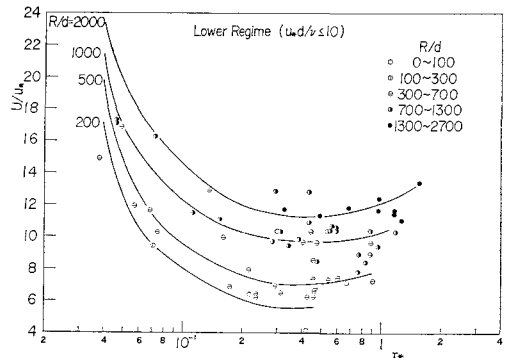


図-12 Ripple Bed 上の U/u_* と τ_* の関係

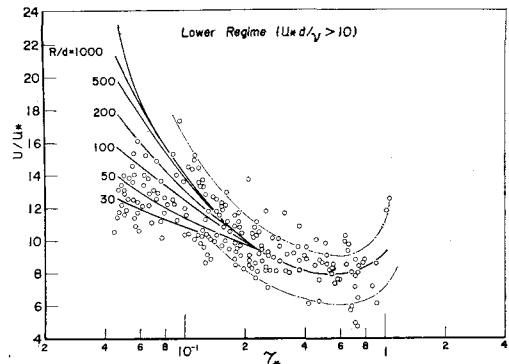
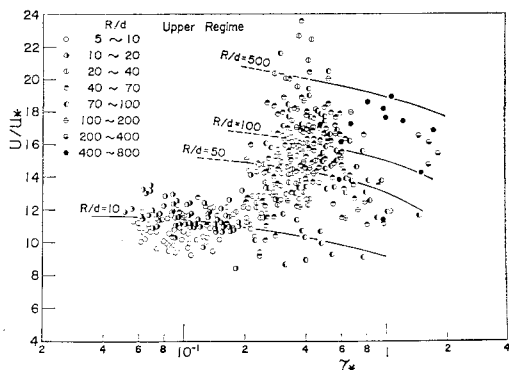


図-13 Dune Bed 上の U/u_* と τ_* の関係



図—14 Upper Regime における理論式と実験値の比較

線と実験値はほぼ一致していることから、抵抗の算定には式 (38) が使用できるものと考えられる。

一方、Transition の領域においては、Lower と Upper Regime の中間的な抵抗特性を示す場合や河床の境界条件によって両者のどちらかの特性を示す場合などが想定される。

5. 結 語

掃流砂量と移動床流れの抵抗との関連、混合砂れき床の掃流砂量および流れの抵抗の算定法について考察を加えてきたが、これらの事項に関して明らかにされてきたことを列挙して結語とする。

(1) 移動床における一様砂の掃流砂量を表わす関数形が、砂れきの移動を考慮した有効掃流力によって理論的に誘導され、広い実験範囲の資料に対して、この式が適合することを見出した。また、著者らの流砂量式は、 $u_* \gg u_{*c}$ のとき、流砂量が有効摩擦速度の3乗に比例することを示しているが、この関係は佐藤・吉川・芦田式とはほぼ類似である。

(2) 滑面水路流れにおける掃流砂量に対しても、移動床の場合とまったく同様な方法で流砂量式を誘導したが、この結果は従来の実験値とよく一致しており、著者らの導いた流砂量式は、かなりの普遍性を有している。

(3) 混合砂れきの粒径別の限界掃流力は、Egiazaroff によって提案された式で、ほぼ表示されるが、 $d_i/d_m < 0.4$ に対しては、実験的考察に基づいて一部修正された。

(4) 混合砂れきの流砂量において生じる混合効果は、粒径別の限界掃流力と一様砂のそれとの相違によって生じる現象である。著者らの導いた流砂量式に、上述の粒径別の限界掃流力を適用することによって、混合砂れきの流砂量を表示することができる。

(5) 河床形態の領域区分図は、河床波の安定理論から得られた結果と次元解析的考察から、 τ_* と R/d 平面

にえがかれ、従来の実験値を明確に区分することができた。

(6) 各河床形態の河床波に関して、スケールの概念を導入した現象論的考察に基づいて、それぞれの河床形態での流速係数 U/u_* を算定するための図表を提案した。この方法によると、従来の実験資料はかなり統一的に整理されて表わされる。

以上、流砂量と移動床流れの抵抗について明らかにされたおもな事項を述べてきたが、移動床において生起する種々の現象は、閉じた系の中で展開されており、これに関与する水理量は、互いに強い相互干渉の結果、ある平衡状態を形成していると考えられるので、今後このような観点にたつて、移動床の問題を検討していかなければならない。

参 考 文 献

- 1) Einstein, H.A. : The Bed-load Function for Sediment Transportation in Open Channel Flow, U.S. Dept. of Agriculture, Soil Conservation Service, Tech. Bull. No. 1025, 1950.
- 2) Meyer-Peter, E. and Müller, R. : Formulas for Bed-Load Transport, I.A.H.R., Stockholm, 1948.
- 3) Shinohara, K. and T. Tsubaki : On the Characteristics of Sand Waves formed upon the Beds of the Open Channels and Rivers, Reports of Res. Inst. App. Mech., Kyushu Univ., Vol. VII, No. 25, 1959.
- 4) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男 : 河床砂礫の掃流運搬に関する研究 (1), 建設省土木研究所報告, 第 101 号, 1959.
- 5) Yalin, M.S. : On the Average Velocity of Flow over a Movable Bed, La Houille Blanche, N°1, 1964.
- 6) Raudkivi, A.J. : Study of Sediment Ripple Formation, Proc. ASCE, Vol. 89, HY 6, 1963.
- 7) 芦田和男・田中祐一郎 : 移動床開水路の抵抗則に関する研究 (1), 京大防災研究所年報, 第 14 号 B, 昭. 46.
- 8) 芦田和男 : 河道の設計法 (4) — 河川の粗度について —, 土木技術資料, 1-7, 昭. 34.
- 9) Bagnold, R.A. : The Flow of Cohesionless Grains in Fluids, Philosophical Trans., Royal Soci. of London, Vol. 249, 1957.
- 10) Bagnold, R.A. (金崎肇訳) : 飛砂と砂丘の理論, 創造社, 昭. 38.
- 11) Kalinske, A.A. : Movement of Sediment as Bed Load in Rivers, Trans. AGU, Vol. 28, No. 4, 1947.
- 12) Ishihara, T., Y. Iwagaki and T. Sueishi : On the Effect of Bed-load Movement in Thin Sheet Flow, Proc. 3rd Japan National Cong. App. Mech. 1953, 1954.
- 13) Maione, U. : Trasporto di Materiale Solido in Canali a Fondo Fisso e Liscio, L'Energia Elettrica, No. 11, 1964.
- 14) 土屋義人 : 滑面水路端の下流端における洗掘限界, 土木学会論文集, 第 80 号, 昭. 37.
- 15) 橋 東一郎・平野宗夫・渡辺訓甫 : 滑面水路における掃流機構について, 九大工学集報, 第 42 巻, 第 3 号, 昭. 44.
- 16) 河村竜馬 : 飛砂の理論と実測, 防災林に関する調査報告, 治山事業参考資料第 II 輯, 林野庁, 1950.
- 17) 芦田和男・道上正規 : 混合砂れきの流砂量と河床変動に

- 関する研究, 京大防災研究所年報, 第 14 号 B, 昭. 46.
- 18) 平野宗夫: *Armoring* を伴う河床低下について, 土木学会論文報告集, 第 195 号, 1971.
- 19) 矢野勝正・土屋義人・道上正規: 砂れきの流送機構の確率過程としての特性について, 京大防災研究所年報, 第 11 号 B, 昭. 43.
- 20) 土屋義人: 限界掃流力とその水工学上への適用に関する研究, 京都大学学位論文, 昭. 38.
- 21) Egiazaroff, I.V.: Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, HY 4, 1965.
- 22) 浅田 宏・石川晴雄: 混合砂礫の掃流限界と掃流砂量式, 電力中央研究所技術報告, No. 68045, 昭. 43
- 23) 平野宗夫: 貯水池下流の河床低下と *Armouring* 現象について, 第 14 回水理講演会講演集, 昭. 45.
- 24) 椿 東一郎・古屋朝治: 流砂ある河川の流速法則について, 九大流体工学研究所報告, 第 7 卷 4 号, 昭. 27.
- 25) 芦田和男: 前出の 8) の論文.
- 26) Kikkwa, H. and S. Fukuoka: Characteristics of Open-Channel Flow with Sediment, Dept. of Civil Eng., Tokyo Inst. Technology, Tech. Rept. No. 10, 1971.
- 27) Yalin, M.S.: Geometrical Properties of Sand Waves, Proc. ASCE, HY 5, 1964.
- 28) 水理委員会移動床流れの粗度と河床形状研究小委員会: 移動床流れの河床形状, 第 16 回水理講演会講演集, 昭. 47.
- 29) 椿 東一郎・斎藤 隆: 流れによる Sand Waves の発生限界, 九大工学集報, 第 40 巻, 第 5 号, 1967.
- 30) 林 泰造: 河川蛇行の成因についての研究, 土木学会論文報告集, 第 180 号, 1970.
- 31) Gilbert, G.K.: The Transportation of Debris by Running Water, U.S.G.S. Professional Paper 86, 1914.
- 32) Garde, R.J. and Ranga Raju: Regime Criteria for Alluvial Streams, Proc. ASCE, Vol. 89, HY 6, 1963.

(1972. 4. 24・受付)