

# 島堤および大型楕円柱体による波の 散乱と波力について

SCATTERING OF OCEAN WAVES BY INSULAR BREAKWATERS AND  
ELLIPTICAL CYLINDERS, AND WAVE FORCES EXERTED UPON THEM

合 田 良 実\*・吉 村 知 司\*\*  
By Yoshimi Goda and Tomotsuka Yoshimura

## 1. ま え が き

海中に構造物を築造すると、構造物によって波が散乱されるとともに、波は構造物に波力をおよぼす。長大な防波堤などでは波の反射がおもな問題で、堤端付近を除いて回折散乱波の影響は小さい。一方、鋼管を部材とした柱状構造物などでは波がほとんど散乱されずに通過し、波力は進行波の諸元をそのまま使って計算される。しかし、構造物の径が波長と同じオーダーのときは、構造物による波の散乱が重要であり、これを解明しておかなくては波力を求めることができない。こうした大型の構造物の例としては、延長数百メートルの島式防波堤、シーバースに係留中の大型船舶、海峡横断橋の橋脚などがあげられる。

まず島堤の場合は、背後の回折波の大きさおよび島堤に働く波圧強度が具体的な問題である。島堤による波の回折は、半無限堤の解<sup>1)</sup>の重ね合せによって近似的に解かれているけれども、島堤が短い場合には島堤両端からの相互干渉のために誤差が大きくなる。和田<sup>2),3)</sup>はこのことを Winer-Hopf 法を用いた解によって示している。ただし、この解法は島堤近傍で精度が低下するため、島堤沿いの波高分布や波圧の計算には適用できない。島堤では、前面に波の山があるとき背面に波の谷が回り込む場合が考えられ、無限長の防波堤よりも大きな波力が局部的に作用する可能性が大きい。

また、石油や鉱石などの荷役施設として陸地から離れた水深の大きい場所に建設されるシーバースは、普通、風、波、潮流、地震、船舶接岸力などを主要外力として設計される。しかし、波やうねりがあるときでも船に係留したまま荷役作業を続けるような場合には、船長 200~400 m の船体は波に対して島堤のような働きをして、

数百~数千トンの波力を受け、これがシーバースに外力として作用する。この船体波力の問題は重要であるにもかかわらずほとんど調べられておらず、わずかに波で動揺しながら接岸する際の衝撃力の問題として永井・小田<sup>4)</sup>その他によって研究されている程度である。

さらに大型橋脚の波力も、断面が円形の場合には Mac Camy-Fuchs の回折理論<sup>5)</sup>が適用できるけれども、楕円形あるいは角形の場合には実験で求めるより方法がない。

以上の島堤、船体、橋脚などの大型構造物は、楕円柱体あるいはその変形として近似することができる。たとえば、島堤は楕円柱の短径を 0 にした極限形である。そこで本論文では、従来から楕円筒剛体による音波の散乱現象などに用いられている Mathieu の微分方程式の解<sup>6)</sup>を応用して楕円柱体による波浪の散乱現象の解を求め、上記の諸問題の解決を試みる。さらに実際の海の波はさまざまな周期、方向成分を持つ不規則波であるから、島堤および船体に働く不規則な波力のスペクトル計算を行なう。なお、紙数の都合で理論式の誘導の一部を省略したので詳細については文献<sup>7),8)</sup>を参照していただきたい。

## 2. 理論式の誘導

理論展開にあたっては、微小振幅の速度ポテンシャル理論が適用できるものとする。したがって、運動方程式および条件式は次のように表わされる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \left( \frac{\partial \phi}{\partial z} \right)_{z=0} \dots\dots\dots (2)$$

$$\zeta = -\frac{1}{g} \left( \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)_{z=0} \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\phi$  は複素速度ポテンシャル、 $x, y$  は静水面

\* 正会員 運輸省港湾技術研究所海洋水理部波浪研究室長

\*\* 正会員 運輸省港湾技術研究所海洋水理部波浪研究室

上の座標軸， $z$  は鉛直上方正の座標軸， $\zeta$  は水位変動量， $t$  は時間， $g$  は重力加速度， $n$  は境界面における法線方向の軸である。

式(4)の水底における境界条件を満足する速度ポテンシャルを，複素表示を用いて次のように表わす。

$$\phi = \phi_0 \phi \cosh k(h+z) \exp(i\sigma t) \dots\dots\dots (5)$$

ここで， $\phi_0$  は定数， $\phi$  は表面波形を表わす関数， $k = 2\pi/L$ ， $\sigma = 2\pi/T$ ， $L$  は波長， $T$  は周期， $h$  は水深である。

式(2)，(3)，(5)から波の周期，波長，水深の関係を示す次の式が得られる。

$$\sigma^2 = gk \tanh kh \dots\dots\dots (6)$$

式(5)を式(1)のラプラスの方程式に代入すると，

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (7)$$

となり，表面波形の関数  $\phi$  はヘルムホルツの方程式の解となる。

構造物が楕円柱体であるとするとき， $(x, y)$  は図-1のような楕円座標  $(\xi, \eta)$  によって，次のように変換できる。

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{B}{2} \cosh \xi \cos \eta \\ y &= \frac{B}{2} \sinh \xi \sin \eta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

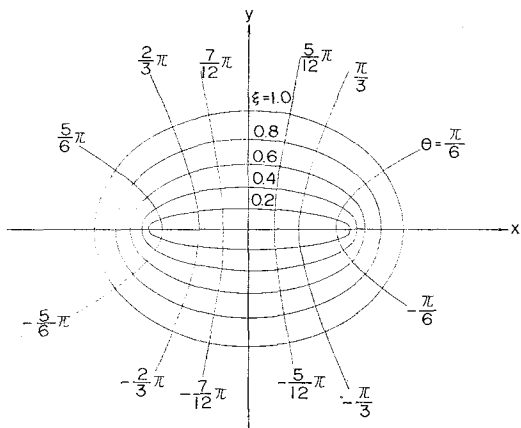


図-1 楕円座標系

ここで， $B$  は楕円の焦点距離である。

式(7)を式(8)の楕円座標によって変換すると

$$\frac{8}{B^2 (\cosh 2\xi - \cos 2\eta)} \left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial \eta^2} \right) + k^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (9)$$

となる。

表面波形の関数  $\phi$  を入射波の表面波形の関数  $\phi_{in}$  と楕円柱によって散乱された波の表面波形の関数  $\phi_{sc}$  に分けると， $\phi = \phi_{in} + \phi_{sc}$  となって， $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \phi_{sc} = 0$  であるから， $\phi_{in}$ ， $\phi_{sc}$  はともに式(9)の解でなければならない。

$\phi$  が  $\eta$  のみの関数  $Q(\eta)$  と  $\xi$  のみの関数  $R(\xi)$  に分離されるとすると，式(9)は

$$\frac{d^2 R}{R d\xi^2} + 2k_1^2 \cosh 2\xi = -\frac{d^2 Q}{Q d\eta^2} + 2k_1^2 \cos 2\eta = A \dots\dots\dots (10)$$

となり， $A$  は  $\xi, \eta$  に関係なく， $k_1^2$  の関数として与えられる固有値である。ここで， $k_1 = Bk/4 = \pi B/2L$  である。

式(10)は次のような二つの微分方程式に分けられる。

$$\frac{d^2 Q}{d\eta^2} + (A - 2k_1^2 \cos 2\eta)Q = 0 \dots\dots\dots (11)$$

$$\frac{d^2 R}{d\xi^2} - (A - 2k_1^2 \cosh 2\xi)R = 0 \dots\dots\dots (12)$$

式(11)に  $\eta = \eta + n\pi$  を代入しても，式(11)の形は変わらないから，式(11)は  $\pi$  または  $2\pi$  を周期とする周期関数を解にもつ。また， $\eta = \xi/i$  を代入すると，式(11)は式(12)の形になる。これから式(11)の解が求まれば，この解に  $\eta = \xi/i$  を代入することによって式(12)の解を得ることができる。式(11)は Mathieu の微分方程式，式(12)は変形された Mathieu の微分方程式である<sup>9)</sup>。

図-2 に示されているような角度  $\alpha$  の方向から楕円柱体に向けて波が入射してくる場合，入射波の表面波形は

$$\phi_{in} = \exp[2ik_1 (\cosh \xi \cos \eta \cos \alpha + \sinh \xi \sin \eta \sin \alpha)] \dots\dots\dots (13)$$

となって，これを式(11)，(12)の解で展開すると

$$\begin{aligned} \phi_{in} = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{p_{2n}} \text{Ce}_{2n}(\xi) \text{ce}_{2n}(\eta) \text{ce}_{2n}(\alpha) \right. \\ & + \frac{2}{s_{2n+2}} \text{Se}_{2n+2}(\xi) \text{se}_{2n+2}(\eta) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \\ & + i \left\{ \frac{2}{p_{2n+1}} \text{Ce}_{2n+1}(\xi) \text{ce}_{2n+1}(\eta) \text{ce}_{2n+1}(\alpha) \right. \\ & \left. \left. + \frac{2}{s_{2n+1}} \text{Se}_{2n+1}(\xi) \text{se}_{2n+1}(\eta) \text{se}_{2n+1}(\alpha) \right\} \right] \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

となる。ここで， $\text{ce}_n(\eta)$ ， $\text{se}_n(\eta)$  は式(11)の偶関数，奇関数の解， $\text{Ce}_n(\xi)$ ， $\text{Se}_n(\xi)$  は  $\text{ce}_n(\eta)$ ， $\text{se}_n(\eta)$  に対応する式(12)の解， $p_n$ ， $s_n$  は式(13)を展開する場合に生じる定数である。

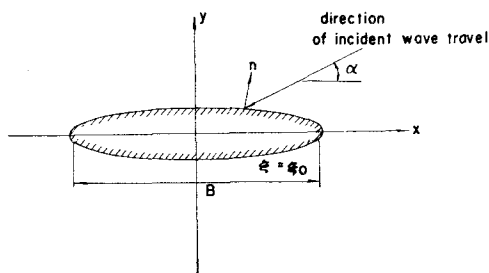


図-2 楕円構造物による回折散乱

散乱波は楕円柱から外方へ進行する波であるから、式(14)を考慮して、次のように展開する。

$$\begin{aligned} \phi_{sc} = & \sum_{n=0}^{\infty} [C_{2n} \text{Me}_{2n}^{(2)}(\xi) \text{ce}_{2n}(\eta) \text{ce}_{2n}(\alpha) \\ & + S_{2n+2} \text{Ne}_{2n+2}^{(2)}(\xi) \text{se}_{2n+2}(\eta) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \\ & + C_{2n+1} \text{Me}_{2n+1}^{(2)}(\xi) \text{ce}_{2n+1}(\eta) \text{ce}_{2n+1}(\alpha) \\ & + S_{2n+1} \text{Ne}_{2n+1}^{(2)}(\xi) \text{se}_{2n+1}(\eta) \text{se}_{2n+1}(\alpha)] \end{aligned} \quad (15)$$

ここで、 $\text{Me}_n^{(2)}(\xi)$ 、 $\text{Ne}_n^{(2)}(\xi)$  は式(12)の解で、Besselの微分方程式の解である第2種のHankel関数に対応する関数である。 $C_n$ 、 $S_n$  は次の式(16)の境界条件から定まる定数である。

$$\left( \frac{\partial \phi_{in}}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_0} + \left( \frac{\partial \phi_{sc}}{\partial \xi} \right)_{\xi=\xi_0} = 0 \quad (16)$$

以上の結果、表面波形の関数 $\phi$ は次のようになる。

$$\begin{aligned} \phi = & \phi_{in} + \phi_{sc} \\ = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{p_{2n}} \left( \text{Ce}_{2n}(\xi) - \frac{\text{Ce}_{2n}'(\xi_0)}{\text{Me}_{2n}^{(2)}(\xi_0)} \text{Me}_{2n}^{(2)}(\xi) \right) \right. \\ & \cdot \text{ce}_{2n}(\eta) \text{ce}_{2n}(\alpha) + \frac{2}{s_{2n+2}} \left( \text{Se}_{2n+2}(\xi) \right. \\ & - \frac{\text{Se}_{2n+2}'(\xi_0)}{\text{Ne}_{2n+2}^{(2)}(\xi_0)} \text{Ne}_{2n+2}^{(2)}(\xi) \left. \right) \text{se}_{2n+2}(\eta) \text{se}_{2n+2}(\alpha) \\ & + i \left\{ \frac{2}{p_{2n+1}} \left( \text{Ce}_{2n+1}(\xi) - \frac{\text{Ce}_{2n+1}'(\xi_0)}{\text{Me}_{2n+1}^{(2)}(\xi_0)} \right) \right. \\ & \cdot \text{Me}_{2n+1}^{(2)}(\xi) \left. \right) \text{ce}_{2n+1}(\eta) \text{ce}_{2n+1}(\alpha) \\ & + \frac{2}{s_{2n+1}} \left( \text{Se}_{2n+1}(\xi) \right. \\ & - \frac{\text{Se}_{2n+1}'(\xi_0)}{\text{Ne}_{2n+1}^{(2)}(\xi_0)} \text{Ne}_{2n+1}^{(2)}(\xi) \left. \right) \\ & \left. \cdot \text{se}_{2n+1}(\eta) \text{se}_{2n+1}(\alpha) \right\} \end{aligned} \quad (17)$$

入射波高を $H_{in}$ とすると、式(3)を用いて、定数 $\phi_0$ は次のように求まる。

$$\phi_0 = \frac{gH_{in}}{2\sigma \cosh kh} \quad (18)$$

以上によって、楕円柱による散乱後の波の速度ポテンシャルは

$$\begin{aligned} \phi = & \frac{gH_{in}}{2\sigma} \phi_0 \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} \\ & \cdot \exp(iat) \end{aligned} \quad (19)$$

となって求まる。

この速度ポテンシャルによって波形、波力などを求める場合は、固有値 $A$ 、その他を数値計算で定めなければならない。また項数 $n$ は級数の収束速度から定められ、一般に $B/L$ が大きいほど $n$ を大きくとらなければならない

表-1 項数の決定

$B/L$	$\leq 1.2$	$\leq 2.4$	$\leq 3.2$	$\leq 4.5$	$\leq 5.5$	$\leq 6.5$	$\leq 7.5$	$\leq 8.0$
$n$	1~2	1~3	1~4	1~5	1~6	1~7	1~8	1~9

い。本論文では計算結果に基づき、表-1のように $n$ を定めた。

### 3. 島堤による反射および回折の計算

#### (1) 島堤による反射および回折の厳密解

楕円柱の境界 $\xi_0$ を $\xi_0 \rightarrow 0$ とすると、楕円柱は長さ $B$ 、厚さ $0$ の島堤になる。また

$$\lim_{\xi_0 \rightarrow 0} \text{Ce}_{2n}'(\xi_0) = \lim_{\xi_0 \rightarrow 0} \text{Ce}_{2n+1}'(\xi_0) = 0 \quad (20)$$

となって、式(17)は次のように簡略化される。

$$\begin{aligned} \phi = & \sum_{n=0}^{\infty} \left[ \frac{2}{p_{2n}} \text{Ce}_{2n}(\xi) \text{ce}_{2n}(\eta) \text{ce}_{2n}(\alpha) \right. \\ & + \frac{2}{s_{2n+2}} \left( \text{Se}_{2n+2}(\xi) - \frac{\text{Se}_{2n+2}'(0)}{\text{Ne}_{2n+2}^{(2)'(0)}} \text{Ne}_{2n+2}^{(2)}(\xi) \right) \\ & \cdot \text{se}_{2n+2}(\eta) \text{se}_{2n+2}(\alpha) + i \left\{ \frac{2}{p_{2n+1}} \text{Ce}_{2n+1}(\xi) \right. \\ & \cdot \text{ce}_{2n+1}(\eta) \text{ce}_{2n+1}(\alpha) + \frac{2}{s_{2n+1}} \\ & \left. \cdot \left( \text{Se}_{2n+1}(\xi) - \frac{\text{Se}_{2n+1}'(0)}{\text{Ne}_{2n+1}^{(2)'(0)}} \text{Ne}_{2n+1}^{(2)}(\xi) \right) \right\} \end{aligned}$$

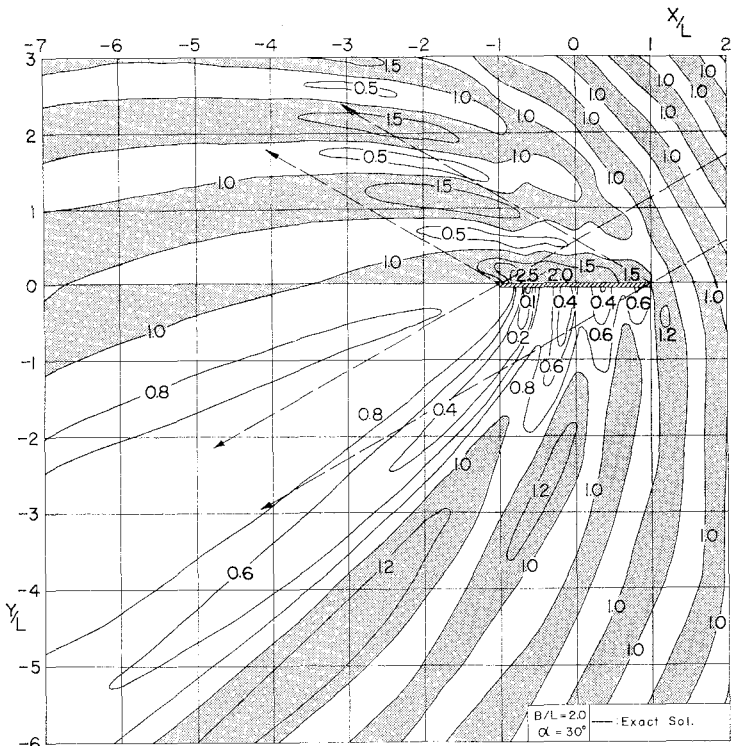


図-3 島堤付近の波高比の平面分布 ( $B/L=2$ 、 $\alpha=30^\circ$ )

$$\cdot se_{2n+1}(\eta)se_{2n+1}(\alpha) \Big] \dots\dots\dots(21)$$

式 (21) において散乱波の項のみ取り出すと、 $se_n(\eta)$  は奇関数であるから  $\phi_{sc}(\xi, \eta) = -\phi_{sc}(\xi, -\eta)$  である。波高は  $\phi$  の絶対値に比例するから

$$|\phi_{sc}(\xi, -\eta)| = |\phi_{sc}(\xi, \eta)| \dots\dots\dots(22)$$

すなわち、散乱波のみの波高は島堤延長線、つまり  $x$  軸に関して対称になることがわかる。 $x$  軸上では  $|\phi_{sc}(\xi, \pm n\pi)| = 0$ 、すなわち  $|\phi| = 1$  となって入射波に等しくなる。 $\alpha = \pi/2$  では  $ce_{2n+2}(\pi/2) = 0$  および  $se_{2n+1}(\eta) = se_{2n+1}(\pi - \eta)$  の関係から  $\phi(\xi, \pi - \eta) = \phi(\xi, \eta)$  となって、 $y$  軸に関して波高は対称になる。

島堤による散乱後の波高を  $H$  とすると、 $H$  と  $H_{in}$  との波高比  $K$  は  $K = H/H_{in} = |\phi|$  となる。一例として、 $B/L = 2.0$ 、 $\alpha = 30^\circ$  の場合の計算結果を図-3 に示す。この図中の数字は波高比  $K$  の値を示している。この図からわかるように、島堤前面では  $K > 1$  の部分と  $K < 1$  の部分が交互に現われ、入射波と反射波が互いに干渉しているのがわかる。島堤背後では、等波高比線は入射方向に傾いているけれども、この傾きは完全な入射方向ではなく、少し右側の入射波直進領域に移動している。

(2) 厳密解と近似解との比較

島堤による反射および回折の問題は、島堤の両端における入射波の位相のずれを考慮しながら、半無限防波堤の解の重ね合わせとして近似的に解くことができる。この近似解の計算結果を厳密解と比較した一例が、図-4 (a), (b) である。これは  $B/L = 1.0$ 、 $\alpha = 30^\circ$  の場合の回折波の波高比を示したもので、厳密解が (a)、近似解が (b) である。右側の入射波直進領域では両者に大きな差がないけれども、左側の入射波直進領域では厳密解に現われていない  $K = 1.0, 1.2$  の線が近似解では現われていない。

一般に近似解の誤差が最も顕著になるのは島堤延長線上の堤端に近い箇所であるので、この差が 10% および 20% 以下となる限界の島堤の長さを数値計算で求めると、図-5 のようになり、波の入射角度によって異なることが示される。なお、破線は波の入射方向から見た仮想島堤長に対する限界値を示す。

(3) 実験的考察

実験は港湾技術研究所水工部の平面水槽 (20 m × 30 m) を用いて行なった。島堤の模型は厚さ 5 cm、長さ 0.9 m および 1.8 m の鉄製の逆 T 型断面で、長方形重錘で堤体を固定した。

水深は  $h = 40$  cm の一様とし、波の周期を  $T = 0.9$

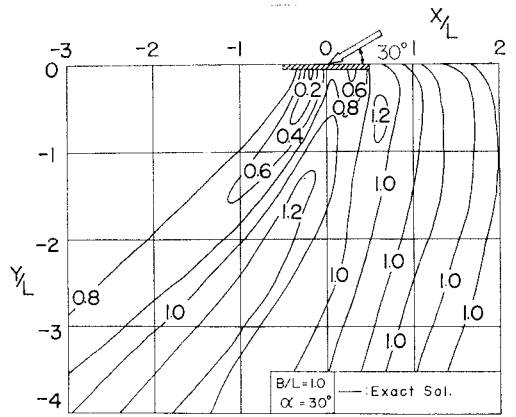


図-4 (a) 厳密解による回折図 ( $B/L = 1.0$ ,  $\alpha = 30^\circ$ )

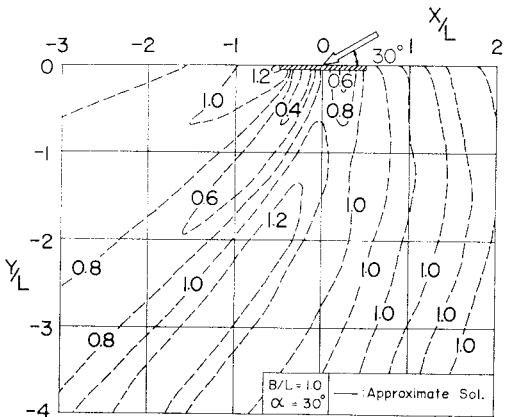


図-4 (b) 近似解による回折図 ( $B/L = 1.0$ ,  $\alpha = 30^\circ$ )

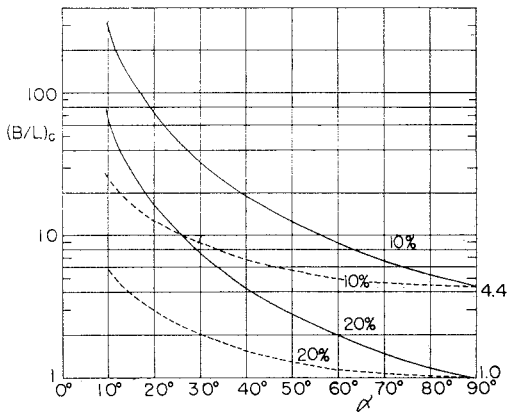


図-5 近似解の適用範囲

sec (波長  $L = 120$  cm) とした。波高は  $H_{in} = 4.0$  cm を目標にした。ただし、入射波を検定した結果、入射波の波高は場所的に変動しているの、水槽中央部の波高がほぼ一様な場所に堤体を設置することにした。この堤体付近の波高の平均値は  $H_{in} = 4.1$  cm であった。

実験では、島堤の両端から二次じょう乱波の発生が認

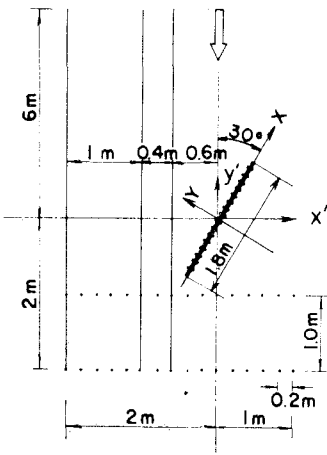


図-6 測定点

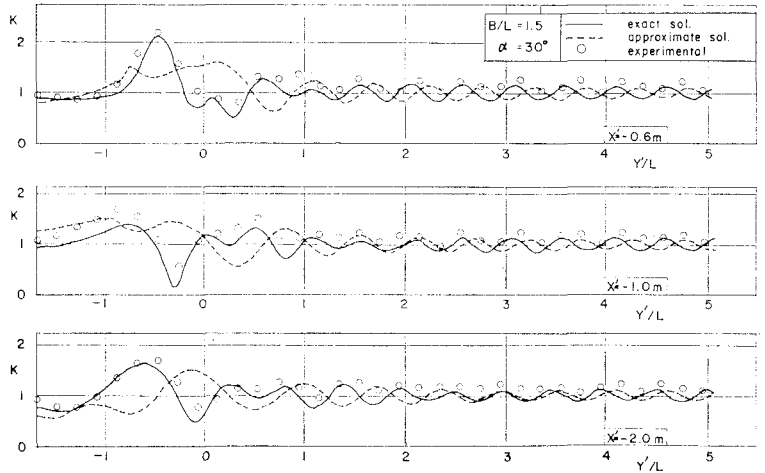


図-7 島堤側面の波高に関する実験値と理論値の比較

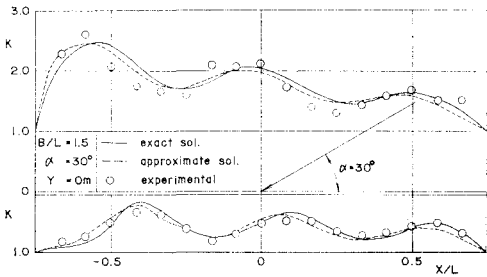


図-8 島堤沿いの波高に関する実験値と理論値の比較

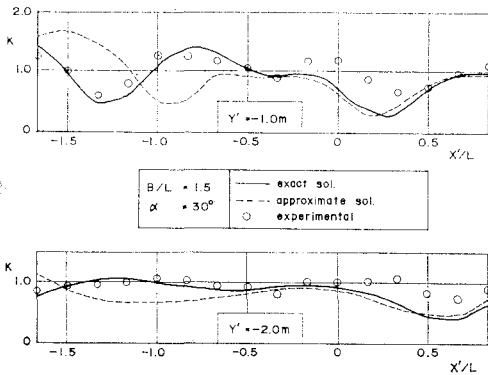


図-9 島堤背後の波高に関する実験値と理論値の比較

められたが、それらの振幅は小さく、波形記録には現われなかった。

実験結果の一例として、図-6 のように  $B=1.8\text{ m}$  の島堤に角度  $30^\circ$  で波が入射するときの波高分布を図-7 ~ 9 に示す。各図とも実線は厳密解、破線は近似解を示している。図-7 は堤体側方の波について、 $y'=-2.0 \sim 6.0\text{ m}$  の範囲の波高分布を示したものである。近似解はこのような下手側の領域で厳密解と大きく相違する。実験値は厳密解とよく一致し、その妥当性を検証している。図-8 は堤体沿いの波高分布である。この場合厳密

解と近似解との差は小さく、どちらが実験値とよく一致しているかは決めかねる。図-9 は堤体背後の  $y'=-1.0\text{ m}, -2.0\text{ m}$  の線上における波高分布を示している。 $y'=-1.0\text{ m}$  では  $x'/L < -0.2$ 、 $y'=-2.0\text{ m}$  では  $x'/L < 0$  で実験値は厳密解とよく一致しているけれども、 $y'=-1.0\text{ m}$  では  $x'/L=0$  付近、 $y'=-2.0\text{ m}$  では  $x'/L > 0$  で厳密解より最大  $r K=0.4$  程度大きくなっている。

実験をこの他種々のケースについても行なったが、どの場合も厳密解は実験値とよく一致し、厳密解の妥当性が確認された。

### 3. 楕円柱体および島堤に働く波力

#### (1) 楕円柱体に働く波力

楕円柱体の任意の一点  $(\xi_0, \eta, z)$  に働く波力は式 (19) の速度ポテンシャルを用いて、ベルヌーイの定理から

$$p = -i \frac{w_0 H_{in}}{2} \frac{\cosh k(h+z)}{\cosh kh} (\phi)_{\xi=\xi_0} \cdot \exp(i\sigma t) - w_0 z \dots \dots \dots (23)$$

として求める。ここで、 $w_0$  は水の単位重量である。さらに  $(\phi)_{\xi=\xi_0}$  内の  $\eta$  の関数である  $ce_n(\eta)$ 、 $se_n(\eta)$  は次の式 (24) のような  $\eta$  のフーリエ級数で与えられるから、式 (23) を水底から静水面および楕円柱の周りで積分して、 $x$  方向および  $y$  方向の波力  $F_x, F_y$  を求めると式 (25) のようになる。

$$\left. \begin{aligned} ce_{2n}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r}^{(2n)} \cos 2r\eta \\ ce_{2n+1}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} A_{2r+1}^{(2n+1)} \cos(2r+1)\eta \\ se_{2n+1}(\eta) &= \sum_{r=0}^{\infty} B_{2r+1}^{(2n+1)} \sin(2r+1)\eta \end{aligned} \right\} \dots \dots (24)$$



$H_{in} h K_F$  を  $B/L=3.0$  の場合についてプロットすると図-12 のようになる。波力強度は大きく波打った分布形を示し、 $\alpha=30^\circ$  では  $x/L=0.2$  付近において重複波の約 1.8 倍もの大きな波力強度が働いている。 $B/L$  が異なる他のケースでも波力強度の最大値は同じく約 1.8 倍を示した。

### 4. 不規則波による波力の計算

#### (1) 波のスペクトル

波の二次元スペクトル  $S_\zeta(f, \theta)$  と一次元スペクトル  $S_\zeta(f)$  との間には

$$S_\zeta(f) = \int_{-\pi}^{\pi} S_\zeta(f, \theta) d\theta \dots\dots\dots (29)$$

の関係があり、 $S_\zeta(f, \theta)$  が  $f$  のみの関数  $S_\zeta(f)$  と  $\theta$  のみの関数  $h(\theta)$  に分離されるとすると

$$\int_{-\pi}^{\pi} h(\theta) d\theta = 1 \dots\dots\dots (30)$$

となる。一次元スペクトル  $S_\zeta(f)$  の形としては Neumann<sup>10)</sup>, Bretschneider<sup>11)</sup>, Pierson と Moskowitz<sup>12)</sup> らによって種々の形が提案されている。また、 $h(\theta)$  の形にしても cote ら<sup>13)</sup>や Ewing<sup>14)</sup> 等は観測結果からその形を求めているが、いまだ観測値が乏しく、現在までのところはっきりした形がない。

そこで本論文においては、 $S_\zeta(f)$  として Bretschneider のスペクトルを  $\int_0^\infty S_\zeta(f) df = \bar{T}^2$  になるように修正した次の形のスペクトル<sup>15)</sup>を用いる。

$$S_\zeta(f) = 0.430 \left( \frac{\bar{H}}{g\bar{T}} \right)^2 g^2 f^{-5} \cdot \exp[-0.645(\bar{T}f)^{-4}] \dots\dots\dots (31)$$

また、 $h(\theta)$  の形としては式 (30) を満足する

$$h(\theta) \begin{cases} = \frac{2^{2s}(s!)^2}{(2s)! \pi} \cos^{2s}\theta (s=1, 2, \dots) & \left( |\theta| \leq \frac{\pi}{2} \right) \\ = 0 & \left( |\theta| > \frac{\pi}{2} \right) \end{cases} \dots\dots\dots (32)$$

を用いる。平均波高  $\bar{H}$  と有義波の波高  $H_{1/3}$ 、平均周期  $\bar{T}$  と有義波の周期  $T_{1/3}$  の間には  $\bar{H}=0.625 H_{1/3}$ 、 $\bar{T}=0.9 T_{1/3}$  の関係があるとして以後計算を行なう。

#### (2) 不規則波力の代表値

$F_x, F_y, P$  の式 (25), (27) からわかるように、波力と海面の入射波による水位変動量との関係が線型関係であり、水位変動はほぼ Gauss 分布にしたがうから、波力も Gauss 分布にしたがうとみてよい。波形の極大値については、スペクトルの帯域幅が狭い場合 ( $\epsilon=0$ ) に Rayleigh 分布にしたがうことが Longuet-Higgins に

よって示されている<sup>16)</sup>。実際の海の波はスペクトルの帯域幅が広いけれども、波高をゼロアップクロス法によって定義する限り、スペクトルの状態にほとんど無関係に、実用上 Rayleigh 分布が適用できることが現地観測<sup>17)</sup>ならびに数値シミュレーション<sup>18)</sup>によって示されている。したがって、波力の極大値を「一つのゼロアップクロス点から次のゼロアップクロス点の間の幾つかの極大値の中の最大のもの」と定義すると、この極大値は Rayleigh 分布にしたがうとみなすことができる。これから波力の極大値の 1/3 最大値  $F_{1/3}$ 、1/10 最大値  $F_{1/10}$  などが次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_{1/3} &= 1.416 \sqrt{\bar{F}^2} \approx 2.00 \sqrt{\int_0^\infty S_F(f) df} \\ F_{1/10} &= 1.800 \sqrt{\bar{F}^2} \approx 2.55 \sqrt{\int_0^\infty S_F(f) df} \end{aligned} \right\} \dots\dots (33)$$

ここに、 $S_F(f)$  は波力のスペクトルである。

このようにして求めた不規則波による波力の統計値  $\sqrt{\bar{F}^2}, F_{1/3}, F_{1/10}$  などのどれを設計に用いるかは、構造物の動的応答や材料の許容応力度の問題とも関係することで、単純に決定することはできない、ただし、以下の計算では簡単のために、有義波高に対応するものとして  $F_{1/3}$  を代表値として取り、これによって計算結果を整理する。

この場合、問題となるのは  $F_{1/3}$  で代表される不規則な波力が続いている間に生じ得る最大波力の大きさである。そこで、設定した  $(F_{\max})_\mu$  を上回る値が出現する確率(危険率)を  $\mu$  とすると、確率計算によって

$$(F_{\max})_\mu = 0.708 F_{1/3} \sqrt{\ln \left[ \frac{\ln N}{\ln 1/(1-\mu)} \right]} \dots\dots (34)$$

となる。ここで、 $N$  は抽出個数である。

構造物の設計が波力の最大値で決まる場合には、波数および危険率の見積りによって異なるけれども、式(34)によると、1/3 最大値の 2.0~2.5 倍の値を用いる必要がある。

#### (3) 鳥堤に働く不規則波の波力強度

鳥堤に働く波力強度のスペクトル  $S_P(f)$  は式 (28) の  $(\psi_P)_n$  およびその共役複素数  $(\psi_P)_n^*$  を用いて

$$S_P(f) = \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_P)_n (\psi_P)_m^* \right\} S_\zeta(f, \theta) d\theta \dots\dots\dots (35)$$

となる。ただし、二次元スペクトルを用いた場合は計算時間が非常に長くなるので、不規則波による鳥堤の波力強度の計算には、入射波が方向分散を持たないものとして、式 (32) で  $s=\infty$  とおき、 $\theta$  に関する積分を省略した。

一例として、鳥堤の長さが 200 m、水深 10 m、入射する不規則波の有義波高が  $H_{1/3}=4.0$  m、有義波の周期

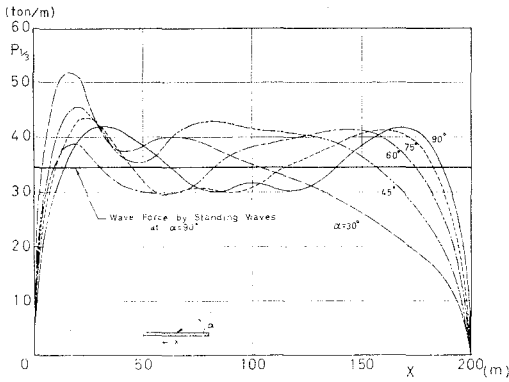


図 13 波力強度の 1/3 最大値の分布

が  $T_{1/3}=10 \text{ sec}$  の場合について計算を行なった。入射方向は  $\alpha=30^\circ$  から  $90^\circ$  まで  $15^\circ$  ごとに、島堤沿いに  $10 \text{ m}$  間隔で計算した。波力強度の 1/3 最大値  $P_{1/3}$  の分布が図-13 に示してある。この図では不規則波の有義波高と同じ波高を持つ入射波によって生じる重複波の波力強度も同時に太い実線で示してある。

規則波の場合と比較してみると、このように不規則性を取り入れることによって波力強度の変動性は小さくなる。1/3 最大波力強度の最大値は  $\alpha=30^\circ$  で左側堤端から  $17 \text{ m}$  の位置に生じ、 $P_{1/3}=52 \text{ ton/m}$  になっている。この値は重複波の波力強度  $34.4 \text{ ton/m}$  の約 1.5 倍の大きさである。規則波の場合は波力強度の最大値が重複波の波力強度の約 1.8 倍であるから、波の不規則性を導入することによって、波力強度がやや減少するけれども、まだかなり大きい。

島堤におけるこのような波力の増大は、伊藤・谷本<sup>19)</sup>によって指摘された防波堤の蛇行災害と同種の現象であり、防波堤の設計において注意すべき問題点の一つである。しかし、第 1 に有限振幅波としての影響、第 2 に碎波の問題などがあり、具体的な数値として重複波の波力強度の何割増を取るべきかを決定することはむずかしく、実験的に検討を行なわねばならない。

(4) 船体に働く不規則波の波力

シーバースのような透過性構造物に係留している船体に働く波力を計算する上で、次のような仮定を設ける。

- i) 船体は図-14 のような楕円柱体をしており、船は  $h_1$  だけ水中にある。
- ii) 船は完全に固定されて、ピッチング、ローリングのような回転運動、さらに上下および水平運動を行わない。
- iii) 船体と水底との間に存在する間げきは前後の波圧に影響をほとんどおよぼさない。
- iv) 波圧は船底から静水面の間に作用している。

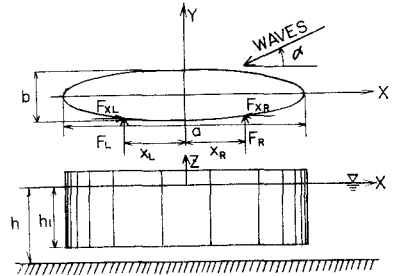


図-14 船 体

v) 係留している船の船長方向の力は引綱によって完全に負担されている。

このような仮定から、図-14 に示す  $(x_R, y_R), (x_L, y_L)$  の固定点に働く力は以下の式のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} F_{xL} - F_{xR} &= 0 \\ F_L + F_R + F_y &= 0 \\ -F_L x_L - F_R x_R + M_0 + F_{xL} y_L - F_{xR} y_R &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (36)$$

ここで、 $F_x, F_y$  は船体に働く  $x$  方向、 $y$  方向の力で式 (25) によって求められる。 $M_0$  は船体に働く波力の原点まわりのモーメントであり、 $F_{xR}, F_{xL}$  は固定点で楕円柱の面が傾いているために、 $F_y$  の力によって生じる力である。ただし、 $|y_R - y_L|$  の値は  $x_L, x_R$  に比して非常に小さく、また  $F_{xL}, F_{xR}$  自体も小さいと予想されるから、この項を無視すると、 $F_L, F_R$  は式 (36) から求めることができる。これらの力のスペクトル  $S_F(f)$  は島堤の波力強度の場合と同様に  $(\psi_F)_n$  を決めると

$$\begin{aligned} S_F(f) &= \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_F)_n (\psi_F)_m^* \right\} S_{\zeta}^2(f, \theta) d\theta \\ &= \int_{-\pi}^{\pi} \left\{ \sum_{n,m=0}^{\infty} (\psi_F)_n (\psi_F)_m^* \right\} S_{\zeta}^2(f) h(\theta) d\theta \end{aligned} \dots\dots\dots (37)$$

として求まる。波の主方向を  $\theta_0$  とすると、 $\theta = \alpha - \theta_0$  となる。

計算対象としては重量トン数で 20 万トンクラスのタンカーを考慮して、船長を  $L_s=352 \text{ m}$ 、船の幅を  $W=50.3 \text{ m}$ 、吃水を  $h_1=17.8 \text{ m}$  とした。固定点は船長の 1/4 を考えて、 $x_R=88 \text{ m}$ 、 $x_L=-88 \text{ m}$  とした。波としては、有義波の周期があまり長くないうねり ( $H_{1/3}=1.0 \text{ m}$ 、 $T_{1/3}=10 \text{ sec}$ ) と船体に大きな力が働くことと予想される長周期波 ( $H_{1/3}=0.2 \text{ m}$ 、 $T_{1/3}=30 \text{ sec}$ ) の 2 ケースについて計算した。水深は  $h=20 \text{ m}$  と一定にした。

方向分散の式 (32) のパラメータ  $s$  を  $s=1$  として計算した場合の波の主方向  $\theta_0$  に対する波力の 1/3 最大値を示すと、図-15 のようになる。波力の 1/3 最大値は波が  $\theta_0=90^\circ$  で入ってくる場合が最大で、 $H_{1/3}=1.0 \text{ m}$  と波高が小さいにもかかわらず船体に働く力は  $F_{1/3}=1950 \text{ t}$  にもなり、ドルフィンに働く力は  $F_{R,1/3}=F_{L,1/3}=$



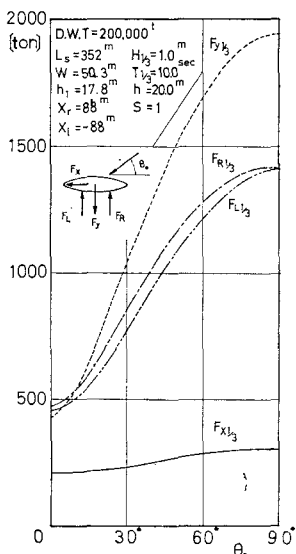


図-15 船体およびドルフィンに働く波力の1/3最大値 ( $H_{1/3}=1.0\text{ m}$ ,  $T_{1/3}=10\text{ sec}$ ,  $s=1$ )

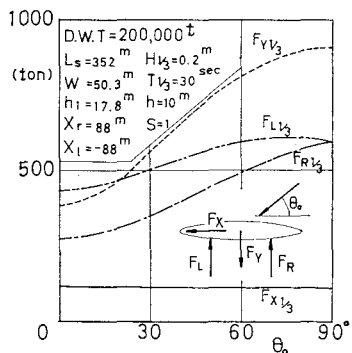


図-16 船体およびドルフィンに働く波力の1/3最大値 ( $H_{1/3}=0.2\text{ m}$ ,  $T_{1/3}=30\text{ sec}$ ,  $s=1$ )

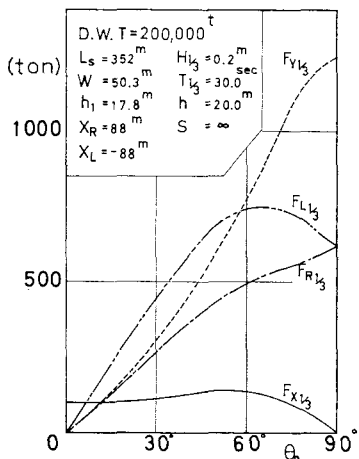


図-17 船体およびドルフィンに働く波力の1/3最大値 ( $H_{1/3}=0.2\text{ m}$ ,  $T_{1/3}=30\text{ sec}$ ,  $s=\infty$ )

1450 t になる。こうした波力は従来設計に考慮されていなかったけれども、この結果をみると、係留中の船に働く力もシーバース設計主要外力の一つになることがわかる。なお、波の主方向  $\theta_0$  が小さくなるに伴って  $F_{R1/3}$ ,  $F_{L1/3}$ ,  $F_{Y1/3}$  は急激に小さくなるが、 $F_{X1/3}$  はほとんど変化を示さない。たとえば、 $\theta_0=90^\circ$  で  $F_{X1/3}=300\text{ t}$  であったものが、 $\theta_0=0$  で 200 t に下がるだけである。

$H_{1/3}=0.2\text{ m}$ ,  $T_{1/3}=30\text{ sec}$  の場合の計算結果が図-16, 17 に示してある。図-16 はパラメータ  $s=1$  の場合で、図-17 は  $s=\infty$  で周波数のみの不規則性を考慮した場合である。図-16 でわかるように  $\theta_0=90^\circ$  では  $F_{Y1/3}=910\text{ t}$ ,  $F_{L1/3}=F_{R1/3}=500\text{ t}$ ,  $F_{X1/3}=100\text{ t}$  になっている。もし、 $T_{1/3}=30\text{ sec}$  の不規則波の有義波高が  $H_{1/3}=1.0\text{ m}$  になったとすると、これらの力は 5 倍の値を示し、 $H_{1/3}=1.0\text{ m}$ ,  $T_{1/3}=10\text{ sec}$ ,  $s=1$  の場合の波力の 2 倍以上になる。周波数の不規則性のみを考慮した図-17 における  $F_{R1/3}$ ,  $F_{L1/3}$ ,  $F_{Y1/3}$  は図-16 の波力に比して  $\theta_0$  の減少に伴って急激に小さくなる。しかし、各波力の最大値は  $s=1$  の図-16 の波力の最大値より 3 割程度大きい。

以上のように、波高の小さい波でも周期および主方向によっては強大な力がシーバースに働くことがわかる。このような力は  $\theta_0=90^\circ$  付近に生じて、 $\theta_0$  が小さくなるにしたがって、急激に小さくなることを考えるならば、シーバースの設置方向はうねりの侵入方向を十分考えて設置しなければならないし、同時に、長周期波は波高が小さくても強大な力が働くため、できるだけ長周期波が侵入するような場所に建設することを避ける必要がある。もっとも、上記の波力の絶対値は計算に用いた仮定 ii) および iii), すなわち完全固定および吃水効果無視の点から考えて、実際現象に対する上限値を与えるものと思われる。この計算仮定を取り除くことによって、波力がどの程度修正されるか、今後検討を進める予定である。

### 5. 結 論

以上、本研究で得られた結果を要約すると、次のようになる。

(1) 楕円柱体による回折散乱後の表面波は Mathieu 関数によって式 (17) で与えられる。

(2) 島堤による反射波および回折波の波高分布は式 (21) を用いて求めることができ、その妥当性は実験によって確認された。

(3) 島堤による波の回折を半無限堤の回折波の解の重ね合せとして求める近似解は  $B/L$  が小さいほど、また  $\alpha$  が小さくなるほど精度が低下し、その適用限界は図

—5 のように示される。

(4) 波の入射角度によっては、島堤の堤端から 0.2 波長付近において重複波の波力強度の 1.8 倍の波力が働くことがある。波の周期成分の不規則性を導入しても、島堤には重複波の波力強度に比べて、最大で 1.5 倍程度の波力が働く場合があることが示された。

(5) 楕円柱体に働く波力は楕円の長径と波長の比、短径と長径の比および波の入射角度によって大きく変動する。

(6) シーバースに係留された船体を固定された楕円柱体で近似すると、船体およびシーバースには強大な波力が働くことが示された。たとえば、 $H_{1/3}=1.0$  m,  $T_{1/3}=10$  sec の波が 20 万トン級のタンカーに真横から作用するときは、1/3 最大値で船体に 1.950 t, シーバースドラフティンにおおの 1400 t の往復荷重が働く可能性がある。

なお、本論文に示した計算結果は、すべて運輸省港湾技術研究所計算室の TOSBAC-3400 を用いて求めたものであることを付記する。また、島堤による反射および回折の実験は伊藤正彦・笹田 正技官の協力によって行なわれたものであり、ここに謝意を表する次第である。

#### 参 考 文 献

- 1) Penny, W.G., Price, A.T.: Diffraction of sea waves by breakwater, Artificial Harbour, Dire Misc. Weapon. Develop. Tech. His. No. 66, 1944 pp 19~28
- 2) 和田 明: 回折問題の一解法について, 第 11 回海岸工学講演集, 1964, pp. 19~28.
- 3) Wada, A.: On a method of solution of diffraction problem, Coastal Engineering in Japan, Vol. 8, 1965
- 4) 永井荘七郎・小田一紀: 波浪中の浮体の動揺による支持柱に働く衝撃力に関する研究 (その 1), 第 14 回海岸工学講演集, 1967, pp 154~159
- 5) McCamy, R.C., Fuchs, R.A.: Wave forces on piles :

- diffraction theory, Tech. Memo, No. 69, BEB, 1954
- 6) 寺沢寛一: 数学概論 (応用編), 岩波書店, 1963 pp. 146~174
  - 7) 合田良実・吉村知司・伊藤正彦: 島堤による波の反射および回折に関する研究, 港湾技術研究所報告, Vol. 10, No. 2, 1971 pp. 3~52
  - 8) 合田良実・吉村知司: 海中に孤立した巨大構造物に働く波力の計算, 港湾技術研究所報告, Vol. 10, No. 4, 1971 pp. 3~52
  - 9) McLachlan, N.W.: Theory and application of Mathieu functions. Dover Pub., Inc. New York, 1964
  - 10) Neumann, G.: On ocean wave spectra and a new method of forecasting wind-generated sea, Tech. Memo. No. 43, BEB, 1953
  - 11) Bretshneider, C.L.: Wave variability and wave spectra for wind-generated gravity waves, Tech. Memo. No. 118, BEB, 1959
  - 12) Pierson, W.J., Moskovity, L.: A proposed spectral form for fully developed wind seas based on the similarity theory of S.A. Kitaigoroskii, Jour. Geophysical Res., Vol. 69, No. 24, 1965
  - 13) 永田 豊・彦坂繁雄・宮崎正衛: 海洋物理 III (海洋科学基礎講座 3), 東海大学出版会, 1971 による。
  - 14) Ewing, T.A.: Some measurements of the directional wave spectrum, Jour. Marine Res., Vol. 27, No. 2, pp. 163~171
  - 15) 光易 恒: 風波のスペクトルの発達 (2), 第 17 回海岸工学講演集, 1970, pp. 1~7
  - 16) Longuet-Higgins, M.S.: On the statistical distribution of the heights of the sea waves, Jour. Marine Res. Vol. 11, No. 3, 1952 pp. 245~265
  - 17) 合田良実・永井康平・伊藤正彦: 名古屋港における波浪観測第 3 報—現地波浪の回折現象なるびに統計的性質について—, 港湾技術研究所資料, No. 120, 1970, p. 24
  - 18) Goda, Y.: Numerical experiments on wave statistics with spectral simulation, Rept. of Port and Harbor Res. Inst. Vol. 9, No. 3, 1970 pp. 3~51
  - 19) 伊藤喜行・谷本勝利: 混成防波堤の蛇行災害, 港湾技術研究所資料, No. 112, 1971, p. 20

(1972.5.31・受付)