

# 二次元定常流れにおける正方形断面に作用する 非定常揚力および応答特性

## ON THE UNSTEADY LIFT AND ITS RESPONSE CHARACTERISTICS OF A SQUARE PRISM IN TWO-DIMENSIONAL STEADY FLOW

松本 勝\*・白石 成人\*\*

By Masaru Matsumoto and Naruhito Shiraisi

### 1. ま え が き

土木建造物の耐風性については近年活発に研究が行なわれており、1971年9月に東京で開催された第3回国際耐風構造会議では、耐風工学における最近の研究課題が数多く指摘されている<sup>1)</sup>。著者らも長大建造物の耐風性について、これまで基礎的な研究を行ってきたが、このテーマの一つとして、いわゆる箱型断面構造の耐風応答があると考えられる。しかしながら、角柱あるいは箱型断面は流れの場では非流線型であり、これを流体力学的に解明するには、なお多くの困難な問題点が解明されていないようである。角柱の耐風応答は、平板、翼形、あるいは円柱といった、従来からとりあげられた物体形状のそれとは著しく異なっている。代表的な空力特性としては風琴振動 (Aeolian Oscillation)、Galloping および Oval Oscillation らが知られている<sup>2)</sup>が、これらにはなお未解決の問題点が残されている。たとえば、物体背後の後流に生ずる渦列については、Fage と Johansen<sup>3)</sup>、Bishop と Hassen<sup>4)</sup>の研究以来、数多くの研究があるが、近年 Silvio<sup>5)</sup> は Ferguson と Parkinson<sup>6)</sup>の研究をもとに基礎的考察を行ない、Hartlen と Currie<sup>7)</sup>も独自の非線型モデルを提案している。Marris<sup>8)</sup>は渦列ならびに渦励振動に関連する諸特性を指摘しているが、Sarpkaya<sup>9)</sup>は渦の発生機構すなわち湧出渦 (nascent vortices) について解析的解明を試みている点で注目される。一方 Galloping については、Parkinson らの研究<sup>10), 11)</sup>により、揚力勾配より求められる非線型特性が指摘されているほか、実験的研究としては Novak と Davenport<sup>12)</sup>の報告がある。わが国においても、中村<sup>13), 14)</sup>伊藤・田中<sup>15), 16)</sup>、山口ら<sup>17)</sup>の角状構造の風琴振動、Galloping に関する研究が報告されている。前述の国際会議では、

Laneville と Parkinson<sup>18)</sup>、Novak<sup>19)</sup>、大築・鷺津ら<sup>20)</sup>から多種類の角柱の耐風応答、乱流あるいは自然風に対する応答についての報告がなされている。

このように四角柱の耐風特性は大別して風琴振動と跳躍振動 (Galloping) と考えられるが、これについての限界条件として、Scruton は質量および減衰パラメータが大きい場合は跳躍振動、小さい場合換算風速が低い領域で風琴振動あるいは風琴振動と跳躍振動が混在する場合があることを与えている<sup>2)</sup>。一方 Parkinson ら<sup>10), 11), 18)</sup>の研究によれば、跳躍振動は一つの非線型振動モデルであるが、その発振限界風速は Hartog の条件で与えられていることになる。しかしながら、後述のように、質量および減衰パラメータの小さな正方形断面では跳躍振動の限界風速よりかなり低い風速で大振幅振動になる場合があり、またその場合の振幅は風速の増加とともに増大する。このような性質は円柱の風琴振動としての応答とも異なり、また非定常空気力係数として減衰比を求めてもこれまでの耐風応答とは異なる特性が顕著に現われているものと考えられる。この報告は上記のような諸特性を解析するために一つの流体モデルを考え、これを用いて正方形断面に作用する渦励振動すなわち後流渦との同期現象の解を示し、これと風洞実験ならびに、2, 3 の考察結果をのべるものである。

### 2. 正方形断面のモデル化と断面回りの渦度

いま、一辺の長さが2なる正方形断面を図-1のように風方向と平行な無数の薄い平板に区切り、上面 AB および下面 CD より後方に延長された面 BE および DF 上に個々の循環強さが  $\Gamma_K$  なる周期渦を設定する。このように正方形断面をモデル化したときに、断面回りに存在する渦度としては、次の要素が考えられる。

薄平板 AB および CD に関しては

(i) 薄平板上の bound vortex  $\gamma(x, \pm 1)$

\* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室

\*\* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室

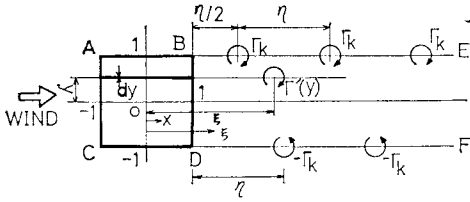


図-1 正方形断面の流体モデル化

(ii) wake 中の wake vortex (または free vortex)  $r(\xi, \pm 1)$

(iii) 周期渦 (またはカルマン渦)

また, bound vortex  $r(x, \pm 1)$  は, 正方形断面の運動により生ずる渦度  $r_0(x, \pm 1)$ , wake により誘発される渦度 (induced vorticity)  $r_1(x, \pm 1)$  および周期渦 (またはカルマン渦) によって誘発される渦度  $r_2(x, 1)$ ,  $r_3(x, -1)$  により構成されているものとする。

一方, 面 AB および CD 以外の薄平板に関しては

(i) 薄平板上の bound vortex  $r(x, y)$

(ii) wake 中の wake vortex (または free vortex)  $r(\xi, y)$

の2つの要素が考えられ, さらにこの bound vortex  $r(x, y)$  は, 正方形断面の運動によって生ずる渦度  $r_1(x, y)$  により構成されているものとする。

### 3. 断面回りの循環

正方形断面の運動により生ずる渦度  $r_0(x, y)$  による循環を  $\Gamma_0$ , wake により誘発される渦度  $r_1(x, y)$  による循環を  $\Gamma_1$ , 周期渦 (またはカルマン渦) により誘発される渦度  $r_2(x, 1)$  および  $r_3(x, -1)$  による循環を  $\Gamma_2$  および  $\Gamma_3$  とすれば, 正方形断面回りの総循環  $\Gamma$  は

$$\Gamma = \Gamma_0 + \Gamma_1 + \Gamma_2 + \Gamma_3 \dots (3.1)$$

となる。一方, 系全体の総循環は0でなければならないから

$$\Gamma + \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(\xi, y) d\xi dy - \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_K(n\eta + 1, -1) + \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_K\left(\frac{2n-1}{2}\eta + 1, 1\right) = 0 \dots (3.2)$$

なる条件を満足しなければならない。

図-2 に示される  $z$  平面上の  $\xi$  なる距離にある渦度  $\Gamma'(y)$  による平板 PQ 上の bound vortex  $r(x, y)$  は, 単位円に写像することにより, 次式のように表わされる<sup>2)</sup>。

$$r(x, y) = \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma'(y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \cdot \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} \dots (3.3)$$

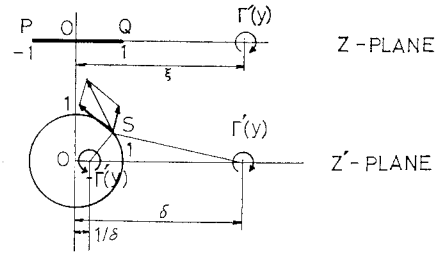


図-2 単位円への写像

したがって wake により誘発される循環  $\Gamma_1$  は, 式(3.3)を,  $x, y$  について  $[-1, 1], [-1, 1]$  で積分して, 次式を得る。

$$\begin{aligned} \Gamma_1 &= \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(x, y) dx dy = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{1}{\pi} \frac{\Gamma'(y)}{\xi - x} \\ &\quad \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+y}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} dx dy \\ &= \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} \int_{-1}^1 \Gamma'(y) dy \dots (3.4) \end{aligned}$$

また, 式(3.4)において

$$\Gamma'(y) = r(\xi, y) d\xi$$

とおけば, wake により誘発される渦度に基づく循環  $\Gamma_1$  は,

$$\Gamma_1 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(\xi, y) \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} d\xi dy \dots (3.5)$$

と表わせる。

一方, 上面 AB および下面 CD 上の周期渦 (またはカルマン渦) により誘発される渦度  $r_2(x, 1)$  および  $r_3(x, -1)$  はそれぞれ

$$\begin{aligned} r_2(x, 1) &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Gamma_K}{(2n+1)\eta/2 + 1 - x} \\ &\quad \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2 + 2}{(2n-1)\eta/2}} \dots (3.6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r_3(x, -1) &= \frac{1}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-\Gamma_K}{(n\eta + 1) - x} \\ &\quad \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} \dots (3.7) \end{aligned}$$

で与えられる。このとき, これらの渦度による循環  $\Gamma_2$  および  $\Gamma_3$  は, 次のように求めることができる。

$$\begin{aligned} \Gamma_2 &= \int_{-1}^1 r_2(x, 1) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sum_{n=1}^{\infty} \\ &\quad \cdot \frac{\Gamma_K}{(2n+1)\eta/2 + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ &\quad \cdot \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2 + 2}{(2n-1)\eta/2}} dx \dots (3.8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_3 &= \int_{-1}^1 r_3(x, -1) dx = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \sum_{n=1}^{\infty} \\ &\quad \cdot \frac{-\Gamma_K}{n\eta + 1 - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta + 2}{n\eta}} dx \\ &\quad \dots (3.9) \end{aligned}$$

式(3.8) および式(3.9) は積分されて, 次式のように

表わせる。

$$\Gamma_2 = \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} - 1 \right\} \dots\dots (3.10)$$

$$\Gamma_3 = -\Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - 1 \right\} \dots\dots (3.11)$$

したがって、正方形断面回りの総循環  $\Gamma$  は、最終的に次式によって表わされる。

$$\begin{aligned} \Gamma = & \Gamma_0 + \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) \left\{ \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right\} d\xi dy \\ & + \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} - 1 \right\} \\ & - \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - 1 \right\} \dots\dots (3.12) \end{aligned}$$

また、系全体の総循環が 0 である条件より

$$\begin{aligned} \Gamma_0 + \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 \gamma(\xi, y) \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi dy \\ + \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} - \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} \right\} = 0 \end{aligned} \dots\dots (3.13)$$

なる関係式が成立する。

#### 4. 正方形断面回りの総運動量

正方形断面回りの総運動量は、bound vortex  $r(x, y)$ , wake vortex  $r(\xi, y)$  および周期渦 (またはカルマン渦) の有する運動量の和として考えられる。したがって、総運動量は、次式のように表わせる。

$$\begin{aligned} I = & \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(x, y) x dx dy + \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 r(\xi, y) \\ & \cdot \xi d\xi dy + \rho \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_K \left\{ \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta + 1 \right\} \\ & - \rho \sum_{n=1}^{\infty} \Gamma_K (n\eta + 1) \dots\dots (4.1) \end{aligned}$$

一方、bound vortex  $r(x, y)$  は、

$$r(x, y) = r_0(x, y) + r_1(x, y) + r_2(x, 1) + r_3(x, -1)$$

で与えられるから

$$\begin{aligned} r(x, y) = & r_0(x, y) + \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ & \cdot \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi \\ & + \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)\eta/2+1-x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ & \cdot \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} - \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\eta+1-x} \\ & \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} \dots\dots (4.2) \end{aligned}$$

と表わせる。

ここで式 (4.2) を用いて、式 (4.1) の右辺第 1 項を表わせば、次のように表わせる。

$$\begin{aligned} \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r(x, y) x dx dy = & \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x dx dy \\ & + \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_1^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} x dx \\ & \times dy d\xi + \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(2n-1)\eta/2+1-x} \\ & \cdot \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} dx \\ & - \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n\eta+1-x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} dx \end{aligned} \dots\dots (4.3)$$

さらに、式 (4.3) において右辺第 2 項は、次式のように積分される。

$$\begin{aligned} \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_1^{\infty} \frac{1}{\pi} \frac{r(\xi, y)}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} x dx dy d\xi \\ = \rho \int_{-1}^1 \frac{x}{\xi - x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} dx \int_{-1}^1 \int_1^{\infty} \frac{r(\xi, y)}{\pi} \\ \cdot \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} dy d\xi = \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 r(\xi, y) (\sqrt{\xi^2-1} - \xi) d\xi dy \end{aligned} \dots\dots (4.4)$$

また、式 (4.3) において右辺第 3 項および第 4 項は、次のように積分される。

$$\begin{aligned} \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{(2n-1)\eta/2+1-x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \\ \cdot \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} dx \\ - \rho \int_{-1}^1 \frac{\Gamma_K}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n\eta+1-x} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} dx \\ = \rho \Gamma_K \left[ \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\left( n - \frac{1}{2} \right)^2 \eta^2 + 2 \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta} \right. \right. \\ \left. \left. - \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta + 1 \right\} - \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta - n\eta - 1} \right\} \right] \end{aligned} \dots\dots (4.5)$$

以上の各式を用いて、正方形断面回りの系の有する全運動量  $I$  は、次のように表わされる。

$$\begin{aligned} I = & \rho \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x dx dy + \rho \int_1^{\infty} \int_{-1}^1 r(\xi, y) \\ & \cdot \sqrt{\xi^2-1} d\xi dy \\ & + \rho \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{\left( n - \frac{1}{2} \right)^2 \eta^2 + 2 \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta} \right. \\ & \left. - \sqrt{n^2 \eta^2 + 2n\eta} \right\} \dots\dots (4.6) \end{aligned}$$

さて、式 (4.6) で求められた全運動量  $I$  の時間微分をとれば

$$\begin{aligned} \frac{dI}{dt} = & \rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) x dx dy \\ & + \rho U \int_1^{\infty} \left\{ \int_{-1}^1 r(\xi, y) dy \right\} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi \\ & + \rho U \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left( n - \frac{1}{2} \right) \eta + 1}{\sqrt{\left( n - \frac{1}{2} \right)^2 \eta^2 + 2 \left( n - \frac{1}{2} \right) \eta}} \end{aligned}$$

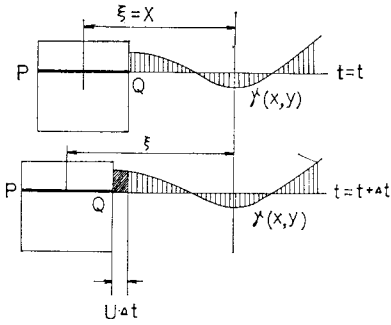


図-3 wake の時間変化

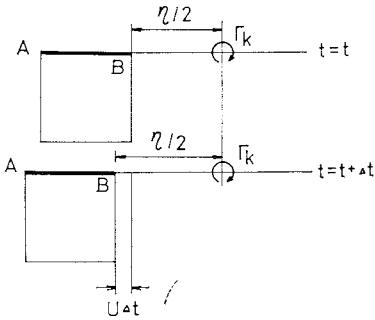


図-4 周期渦の時間変化

$$-\rho U \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} \dots\dots\dots (4.7)$$

となる注)。ただし式 (4.7) において  $U$  は平均風速を表わす。

5. 非定常揚力

一般に、揚力  $L$  は系の運動量  $I$  と次の関係がある<sup>21)</sup>。

$$L = -\rho \frac{d}{dt} \sum \Gamma_i x_i = -\frac{dI}{dt} \dots\dots\dots (5.1)$$

したがって、式 (4.7) を用いて正方形断面 ( $2 \times 2$ ) に作用する非定常揚力は、次のように表わされる。

$$L = \rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) x dx dy - \rho U \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \tau(\xi, y) dy \right\} \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi + \rho U \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{(2n-1)\eta/2 + 1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right] \dots (5.2)$$

一方、正方形断面回りの系の総循環が 0 である条件式 (3.13) を変形して

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \tau(\xi, y) \frac{\xi}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi - \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{n\eta + 1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{(2n-1)\eta/2 + 1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right] = -\Gamma_0 - \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} d\xi dy + \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right] \dots\dots\dots (5.3)$$

を得る。

式 (5.3) を式 (5.2) に代入することにより、正方形断面 ( $2 \times 2$ ) に作用する非定常揚力は、次のように表わせる。

$$L = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) dy \right\} dx + \rho U \Gamma_0 + \rho U \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} dy \right\} d\xi - \rho U \Gamma_K \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right] \dots\dots\dots (5.4)$$

ここで、式 (5.4) で示される非定常揚力を

$$L = L_0 + L_1 + L_2 + L_3 \dots\dots\dots (5.5)$$

とおけば、各項の物理的な意味は、次のようになる。

$L_0 = \rho U \Gamma_0$  : 擬定常揚力

$L_1 = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \tau_0(x, y) dy \right\} dx$  : 仮想質量に関する揚力

$L_2 = \rho U \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 \frac{\tau(\xi, y)}{\sqrt{\xi^2 - 1}} dy \right\} d\xi$  : wake 中の渦度  $\tau(\xi, y)$  による揚力

$L_3 = -\rho U \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_K} e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right\}$

: 正方形断面背後の後流に生ずる周期渦による揚力

正方形断面が周期的な定常振動状態にあるとき、擬定常循環 (quasi-steady circulation)  $\Gamma_0$  もまた、周期的かつ定常であり複素表示によって次のように表わせる<sup>21)</sup>。

$$\Gamma_0 = A_0 e^{i\omega t} \dots\dots\dots (5.6)$$

ただし、 $A_0$  : 定数

また、wake 中の渦度  $\tau(\xi, y)$  は、定常状態では

$$\tau(\xi, y) = \lambda(y) e^{i\omega t - \xi/U} \dots\dots\dots (5.7)$$

ただし、 $\lambda(y)$  :  $y$  のみにより決まる物理量

と表わせる<sup>21)</sup>。一方、正方形断面背後の後流に生ずる周期渦 (またはカルマン渦) の循環強さ  $\Gamma_K$  は、平均風速  $U$ 、渦の発生円振動数  $\omega_K$  および (物体背後の後流

注：式 (4.7) は文献 21) の式 (15) を応用することにより求められる。

に生ずる) 周期渦の循環強さを表わすパラメータ  $\beta$  を用いて、次のように表わされる<sup>9)</sup>。

$$\Gamma_K = 2\pi\beta U^2/\omega_K \cdot e^{i\omega_K t} \dots\dots\dots (5.8)$$

このとき、正方形断面回りの総循環  $\Gamma$  は、

$$\Gamma = A_0 e^{i\omega t} + e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-i\omega\xi/U} d\xi - e^{i\omega_K t} \cdot \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_K} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \dots\dots\dots (5.9)$$

となる。式 (5.9) の時間微分をとって、次式を得る。

$$\frac{d\Gamma}{dt} = A_0 \omega i e^{i\omega t} + \omega i e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-i\omega\xi/U} d\xi - 2\pi\beta U^2 i e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \dots\dots\dots (5.10)$$

$$- \int_{-1}^1 \lambda(y) dy = \frac{A_0 \omega i e^{i\omega t} - 2\pi\beta U^2 i e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\}}{\omega i e^{i\omega t} \left\{ \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-i\omega\xi/U} d\xi + \frac{U}{i\omega} e^{-i\omega/U} \right\}} \dots\dots\dots (5.12)$$

式 (5.12) を 0 次ならびに 1 次の変形 Bessel 関数を用いて表わせば

$$- \int_{-1}^1 \lambda(y) dy = \frac{A_0}{K_0 + K_1} - \frac{2\pi\beta U^2 e^{i\omega_K t}}{\omega e^{i\omega t}} \frac{1}{K_0 + K_1} \cdot \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \dots\dots (5.13)$$

ただし

$$K_0(ix) = \int_1^\infty \frac{e^{-ix\xi}}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi, \quad K_1(ix) = \int_1^\infty \frac{\xi e^{-ix\xi}}{\sqrt{\xi^2-1}} d\xi$$

wake 中の渦度  $r(\xi, y)$  による揚力  $L_2$  は、式 (5.7) および式 (5.12) より、次のように表わせる。

$$L_2 = -\rho U e^{i\omega t} \frac{K_0}{K_0 + K_1} \left[ A_0 - \frac{2\pi\beta U^2}{\omega} e^{it(\omega_K - \omega)} \cdot \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \right] \dots\dots\dots (5.14)$$

一方、鉛直速度  $w(x, y)$  と wake 中の渦度  $r(\xi, y)$  および周期渦(またはカルマン渦)  $\Gamma_K$  の間には、式(3.13)を用いると次の関係が成立する。

$$\int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 w(x, y) dy \right\} \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} dx = \Gamma_0 = - \int_1^\infty \left\{ \int_{-1}^1 r(\xi, y) dy \right\} \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} d\xi + \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_K} e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \dots\dots\dots (5.15)$$

いま、鉛直速度を  $v$  で表わせば、式 (5.15) の左辺は  $2\pi v$  となり式 (5.5) より、擬定常揚力  $L_0$  は、次のように表わされる。

一方、正方形断面を無数の薄平板の集合と考えているため、正方形断面回りの総循環の時間変化は、各平板の後縁での wake と、次のように関係づけられる。

$$- \int_{-1}^1 r(1, y) U dy = - \left( \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \right) U e^{-i\omega/U} e^{i\omega t} = \frac{d\Gamma}{dt}$$

したがって、式 (5.10) は、次のように変形することができる。

$$A_0 \omega i e^{i\omega t} + \omega i e^{i\omega t} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy \int_1^\infty \left( \sqrt{\frac{\xi+1}{\xi-1}} - 1 \right) e^{-i\omega\xi/U} d\xi + U e^{i\omega t} e^{-i\omega/U} \int_{-1}^1 \lambda(y) dy - 2\pi\beta U^2 i e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} = 0 \dots\dots\dots (5.11)$$

式 (5.11) より

$$L_0 = 2\pi\rho Uv \dots\dots\dots (5.16)$$

また

$$\Gamma_0 = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 r_0(x, y) dx dy \dots\dots\dots (5.17)$$

より仮想質量に関する揚力  $L_1$  は、次のように表わせる。

$$L_1 = -\rho \frac{d}{dt} \int_{-1}^1 \left\{ \int_{-1}^1 r_0(x, y) dx \right\} dy = -2\rho \frac{d}{dt} v \int_{-1}^1 \frac{1+x}{\sqrt{1-x^2}} dx = -2\pi\rho\dot{v} \dots\dots\dots (5.18)$$

以上において求められた揚力の各成分は、それぞれ次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} L_0 &= 2\pi\rho Uv \\ L_1 &= -2\pi\rho\dot{v} \\ L_2 &= -\rho U e^{i\omega t} \frac{K_0}{K_0 + K_1} \left[ \frac{2\pi v}{e^{i\omega t}} - \frac{2\pi\beta U^2}{\omega} \cdot e^{it(\omega_K - \omega)} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \sqrt{\frac{n\eta+2}{n\eta}} - \sqrt{\frac{(2n-1)\eta/2+2}{(2n-1)\eta/2}} \right\} \right] \\ L_3 &= -\rho U \frac{2\pi\beta U^2}{\omega_K} e^{i\omega_K t} \sum_{n=1}^\infty \left\{ \frac{1}{\sqrt{n^2\eta^2 + 2n\eta}} - \frac{1}{\sqrt{\{(2n-1)\eta/2\}^2 + 2\{(2n-1)\eta/2\}}} \right\} \dots\dots\dots (5.19) \end{aligned} \right\}$$

したがって断面  $2 \times 2$  の正方形断面に作用する非定常揚力は、これらの各成分の和として与えられる。

$$L = -2\pi\rho\dot{v} + 2\pi\rho UC(k)v - 2\pi\rho\beta U^3 e^{i\omega_K t} \cdot \left[ \frac{1}{\omega_K} f(\eta) - \frac{1}{\omega} g(\eta) \{1 - C(k)\} \right] \dots\dots (5.20)$$

ただし

$$C(k) = \frac{K_1}{K_0 + K_1} : \text{Theodorsen 関数}$$

$$k = \frac{b \omega}{U} : \text{換算振動数}$$

$$f(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{\sqrt{n \eta (n \eta + 2)}} - \frac{1}{\sqrt{(2n-1)\eta/2 \{ (2n-1)\eta/2 + 2 \}}} \right]$$

: 静的渦列関数

$$g(\eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \sqrt{1 + \frac{2}{n \eta}} - \sqrt{1 + \frac{2}{\sqrt{(2n-1)\eta/2}}} \right\}$$

: 動的渦列関数

いま、揚力方向の変位を  $x$  とするとき、一辺の長さが  $2b$  なる正方形断面に作用する非定常揚力は、次式で示されるように、変位の加速度および速度に比例する項と、物体背後の後流に生ずる周期渦（またはカルマン渦）による項の和として求められる。

$$L = 2 \pi \rho b^2 \ddot{x} - 2 \pi \rho b U C(k) \dot{x} - 2 \pi \rho \beta U^3 e^{i \omega_K t} \cdot \left[ \frac{f(\eta)}{\omega_K} - \frac{g(\eta)}{\omega} \{1 - C(k)\} \right] \dots \dots \dots (5.21)$$

**6. 正方形断面の渦励振動に対する応答特性**

5. で求められた非定常揚力が正方形断面に作用したときの応答を考えるにあたり、次の2つの場合に分けて考える。

- (1) 風速が風琴限界を越えない場合の応答
- (2) 風速が風琴限界を越える場合の応答

(1) 風速が風琴限界を越えない場合の応答

式 (5.21) で示される非定常揚力が、正方形断面に作用するとき、運動方程式は、次のように表わせる。

$$\ddot{x} + 2 \zeta_0 \omega_0 \dot{x} + \omega_0^2 x = \frac{2 \pi \rho b^2}{m} \ddot{x} - \frac{2 \pi \rho b U C(k)}{m} \dot{x} - \frac{2 \pi \rho \beta U^3}{m} \left[ \frac{f(\eta)}{\omega_K} - \frac{g(\eta)}{\omega} \{1 - C(k)\} \right] e^{i \omega_K t} \dots \dots \dots (6.1)$$

式 (6.1) を変形して

$$\left( 1 - \frac{2 \pi \rho b^2}{m} \right) \ddot{x} + 2 \left\{ \zeta_0 \omega_0 + \frac{2 \pi \rho b U C(k)}{m} \right\} \dot{x} + \omega_0^2 x = - \frac{2 \pi \rho \beta U^3}{m} \left[ \frac{f(\eta)}{\omega_K} - \frac{g(\eta)}{\omega} \{1 - C(k)\} \right] e^{i \omega_K t} \dots \dots \dots (6.2)$$

式 (6.2) を満足する解は、

$$\left( 1 - \frac{2 \pi \rho b^2}{m} \right) \ddot{x} + 2 \left\{ \zeta_0 \omega_0 + \frac{2 \pi \rho b U C(k)}{m} \right\} \dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \dots \dots \dots (6.3)$$

より得られる余解  $x_1$  と、式 (6.2) の右辺で与えられる物体背後の後流に生ずる周期渦（またはカルマン渦）による強制力によって得られる特解  $x_2$  の和として与えられる。いま、余解  $x_1$  を

$$x_1 = x_0 e^{i \omega t} e^{-\zeta \omega t}$$

とおけば、円振動数比（風速  $U$  における円振動数/無風状態における円振動数）は、次の2次方程式の正根として求められる。

$$\left[ \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) \left\{ 2 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{V G(V)}{\varepsilon} \right\} + \left\{ \frac{V F(V)}{\varepsilon} \right\}^2 \right] \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right)^2 + 4 V F(V) - \frac{\bar{\varepsilon}}{\varepsilon^2} \left( \frac{\omega}{\omega_0} \right) - \left\{ 2 \left( 1 - \frac{1}{\varepsilon} \right) + \frac{V G(V)}{\varepsilon} \right\} = 0 \dots \dots \dots (6.4)$$

ただし

$$V = \frac{U}{b \omega} : \text{換算風速}, \quad \varepsilon = \frac{m}{2 \pi \rho b^2} : \text{質量パラメータ}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{m \zeta_0}{2 \pi \rho b^2} : \text{質量と減衰のパラメータ}$$

$F(V)$  : Theodorsen

関数  $C(V)$  の実数部

$$G(V) : \text{Theodorsen} \quad (C(V) = F(V) + i G(V))$$

関数  $C(V)$  の虚数部

また、減衰比  $\zeta$  は、式 (6.4) より得られた振動数比  $(\omega/\omega_0)$  を用いて、次式より求められる。

$$\zeta = \frac{\bar{\varepsilon} + \{V F(V)/2\} (\omega/\omega_0)}{(\varepsilon - 1) (\omega/\omega_0) + \{V G(V)/2\} (\omega/\omega_0)} \dots \dots \dots (6.5)$$

または、

$$\left( \frac{\zeta}{\zeta_0} \right) = \frac{1 + \{V F(V)/2\} (\omega/\omega_0)}{(1 - 1/\varepsilon) (\omega/\omega_0) + \{V G(V)/2\} (\omega/\omega_0)} \dots \dots \dots (6.6)$$

一般に、 $\bar{\varepsilon} \approx 1$  または  $\bar{\varepsilon} < 1$  であり、 $\varepsilon \gg 1$  であることを考えると、式 (4.6) より求められる円振動数比  $(\omega/\omega_0)$  は、ほぼ 1 に近い値を示すことが予想されるときに、式 (6.5) より、減衰比は、風速増加とともに増大することがわかる。

一方、特解  $x_2$  を

$$x_2 = X e^{i(\omega_K t - \varphi)}$$

とおけば、正方形断面背後の後流に生ずる周期渦（またはカルマン渦）による渦励振動の振幅比  $(X/b)$  および、強制力と応答との間の位相のずれ角  $\varphi$  は、それぞれ次の各式より求められる。

$$\left( \frac{X}{b} \right) = - \frac{\beta V^2}{2 \zeta \pi S^* \varepsilon} [G(V) g(\eta) \cdot \cos \varphi + \{f(\eta) - (1 - F(V)) g(\eta)\} \sin \varphi] \dots \dots \dots (6.8)$$

$$\varphi = \arctan \left[ \frac{\{1 - (\pi S^* V)^2\} G(V) g(\eta) / (2 \pi \zeta S^* V) - \{f(\eta) - (1 - F(V)) g(\eta)\}}{G(V) g(\eta) + (\omega^2 - \omega_K^2) \{f(\eta) - (1 - F(V)) g(\eta)\} / 2 \zeta \omega \omega_K} \right] \dots \dots \dots (6.9)$$

ただし

$$\omega_K = \pi S^* V \omega \dots \dots \dots (6.10)$$

$S^*$ : ストロハル数,  $\eta$ : 風方向の周期渦間の距離

なお, 式 (6.8) において, 正方形断面背後の後流に生じる周期渦 (またはカルマン渦) の循環強さを表わすパラメータ  $\beta$  は, Heisenberg が Kirchhoff-Rayleigh の Free-Streamline 理論より求めた値によれば 0.5 とされている<sup>22)</sup>。

(2) 風速が風琴限界を越える場合の応答

風琴限界を越えるある風速範囲においては, 正方形断面背後の後流に生ずる周期渦の発生振動数が, 正方形断面の振動数と一致し, また, 周期渦による強制力と正方形断面の応答との間の位相のずれ角が  $\pi/2$  となる周期現象が持続されるものと考ええる。

このとき式 (6.2) の右辺に示される強制力は

$$\frac{-2\pi\rho b^3\beta\omega^2 V^3 i e^{i\omega t}}{m} \cdot [f(\eta) - \{1 - C(V)\}g(\eta)]$$

となり, 運動方程式は, 次式のように表わされる。

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2 x &= 2\pi\rho b^2 \dot{x}/m \\ &- 2\pi\rho b^2\omega C(V)V\dot{x}/m \\ &- 2\pi\rho b^3\beta\omega^2 V^3 i e^{i\omega t} [f(\eta) - \{1 - C(V)\}g(\eta)]/m \end{aligned} \dots \dots \dots (6.11)$$

式 (6.11) の解を

$$x = x_0 e^{i\omega t} \dots \dots \dots (6.12)$$

とおけば, 次の各式より円振動数比 (ある風速における正方形断面の円振動数/無風状態における正方形断面の円振動数:  $\omega/\omega_0$ ) および振幅比 (定常応答の振幅/正方形断面一辺の半長:  $x_0/b$ ) が求められる。

$$\begin{aligned} &[\{VG(V) + \varepsilon - 1\} \{g(\eta) - f(\eta)\} \\ &- F(V)g(\eta)(\varepsilon - 1)] \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 \\ &+ 2\varepsilon G(V)g(\eta) \cdot \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \\ &+ \{g(\eta)F(V) - g(\eta) + f(\eta)\} \varepsilon = 0 \dots \dots (6.13) \end{aligned}$$

$$\frac{x_0}{b} = \frac{\beta V^3 [1 - F(V)] g(\eta) - f(\eta)}{2\varepsilon + F(V)V \cdot (\omega/\omega_0)} \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \dots \dots \dots (6.14)$$

7. 数値計算と風洞実験結果の比較およびその考察

正方形断面に関する非定常揚力による応答について, 京都大学工学部に設置されているエッフェル型(NPL形式)風洞を用いた2, 3の実験を試みたので, その概要を述べる。

模型はスパン長 93 cm, 断面 20×20 cm の質量の異なる3種類の2次元正方形断面を用いたが, この力学諸量は表一に示すようである。なお, 模型両端には直径 56 cm の円形端板をとり付けた。模型は鉛直に吊り下げ, 流れ方向および流れ直角 (この場合水平方向) に自由度を与え, 復元用コイルスプリング端のコ字型ピックアップ (試作品) にひずみゲージを介して, 動ひずみ計で増幅し, 変位量を計測した。

一例として模型Aに対する渦励振動および同期現象特性を知るために, 式 (6.8) より振幅比-換算風速の関係を求めれば図-5 のようになり, 位相角を式 (6.9) より求めれば, 図-6 のようになる。また同期現象については式 (6.14) より図-7 のような振幅比-換算風速の関係が求められる (他の2つの模型BおよびCについてもAの場合とほぼ同じ値を示しており省略する)。なお, 数値計算において, ストロハル数 ( $S^*$ ) は, 著者らが, 正方形断面振動系の減衰率  $\zeta$  が正值より負値へと急変する換算風速を実験的に求めた<sup>23)</sup>値に対応して, 0.106 とした。その結果, ほぼ換算風速3が臨界点であり, ここで風琴振動を生ずるものと考えられる。まだ, ちょうど同期した状態において, 式 (6.8) において  $\varphi = \pi/2$  として, 正方形断面背後の後流周期渦による最大振幅比は, 図-8 のようになり Scruton<sup>24)</sup> や Parkinson<sup>11)</sup> の報告している値とは, 多少異なっているが, ある程度現象を表わしているものと思われる。さて, これよりも低風速では, 式 (6.5) よりも明らかなように風速の増加とともに, 減衰効果が増大するが, この実験記録を示すのが図-9であり, 計算値と実験値を比較したものが図-10である。渦励振動限界風速近傍の振動状態は図-11に示されるように, 振動振幅は時間的に変動しており, この振動記録中の最大値と最小値を前述の応答特性の上に示したものが図-12である。

表一 振動系の力学諸量

MODEL	CROSS SECTION (cm <sup>2</sup> )	SPAN LENGTH (m)	MASS PER UNIT LENGTH (kg·sec <sup>2</sup> /m <sup>2</sup> )	CIRCULAR FREQUENCY (sec <sup>-1</sup> )	DAMPING RATIO	MASS and DAMPING PARAMETER	
						$\varepsilon$	$\bar{\varepsilon}$
A	20×20	0.93	0.4665	8.4959	0.002750	59.396	0.1633
B	20×20	0.93	0.7808	6.5541	0.002084	99.414	0.2072
C	20×20	0.93	1.0023	5.7960	0.002390	127.617	0.3049

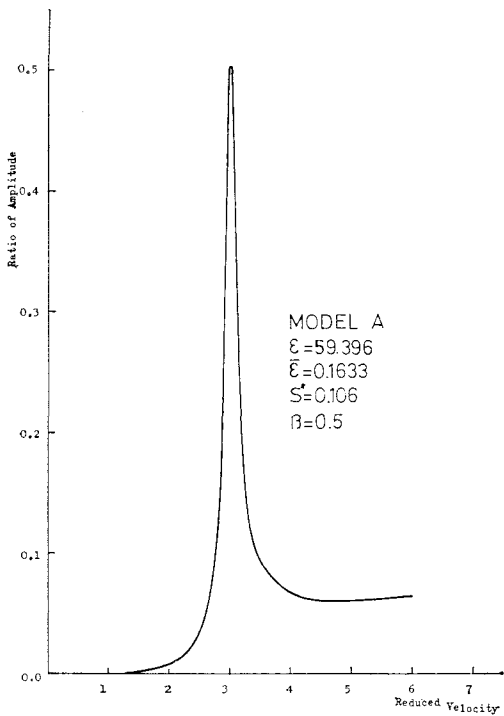


図-5 カルマン渦による応答-換算風速図

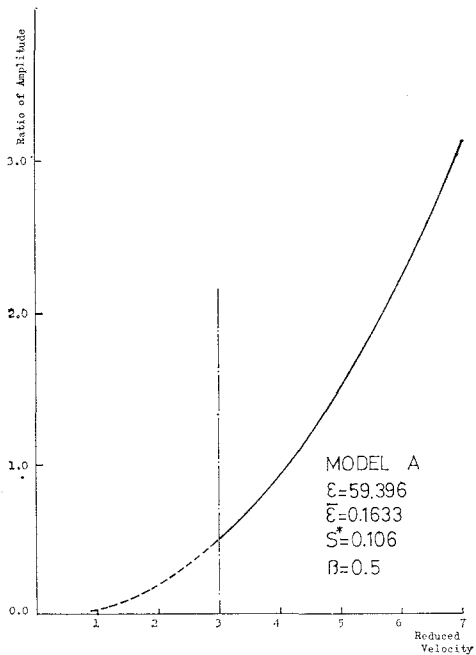


図-7 同期現象による応答-換算風速図

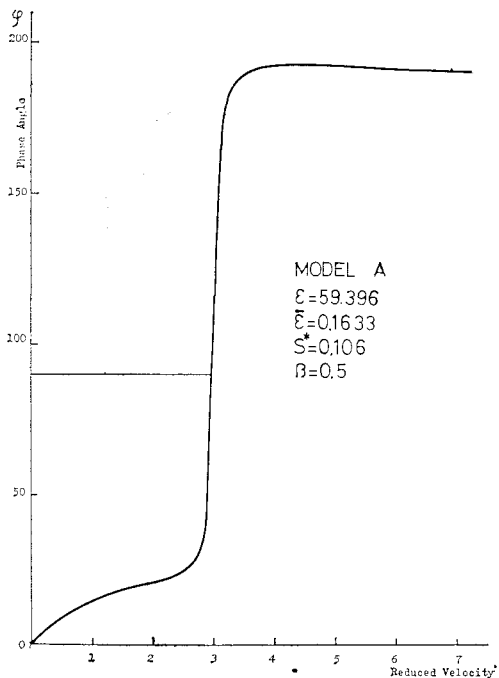


図-6 位相角-換算風速図

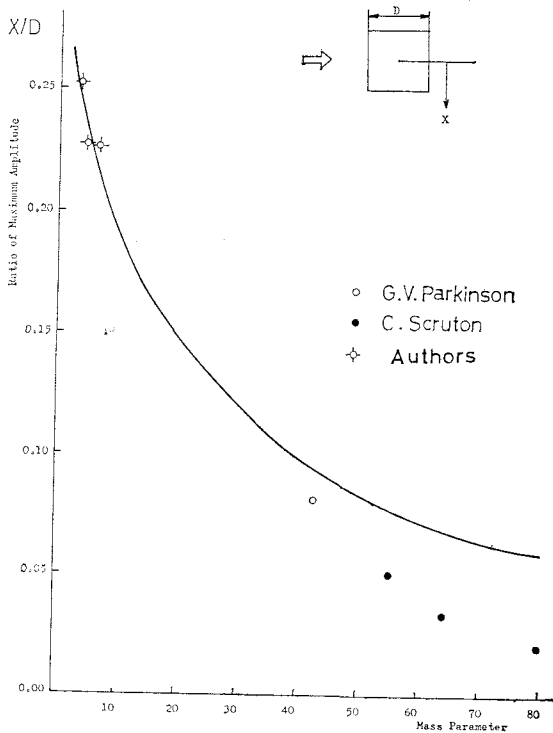


図-8 周期渦による最大振幅-質量パラメータ図



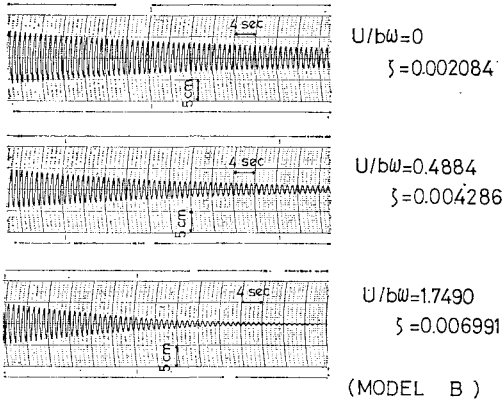


図-9 風速増加にともなう減衰の変化

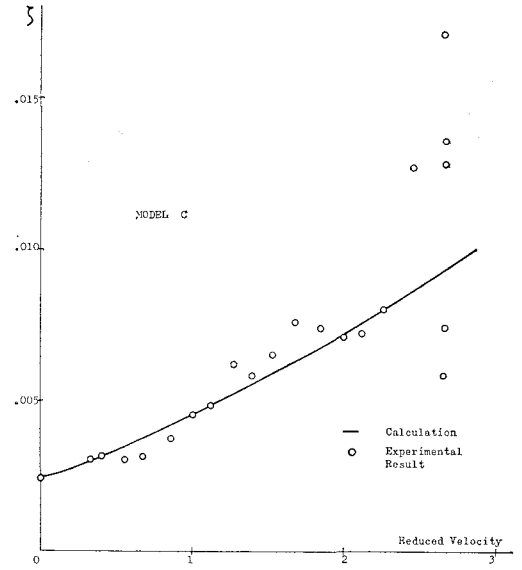


図-10 (c) 減衰率—換算風速図

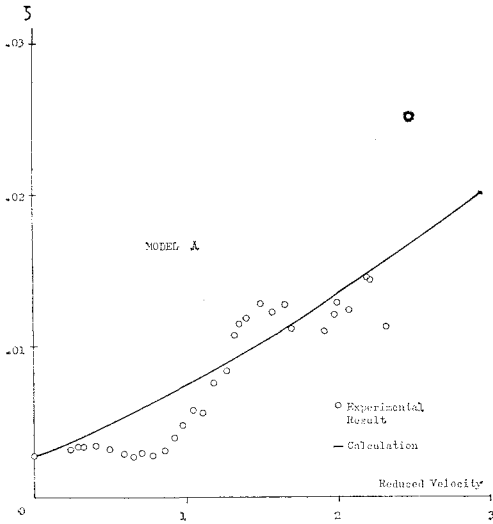


図-10 (a) 減衰率—換算風速図

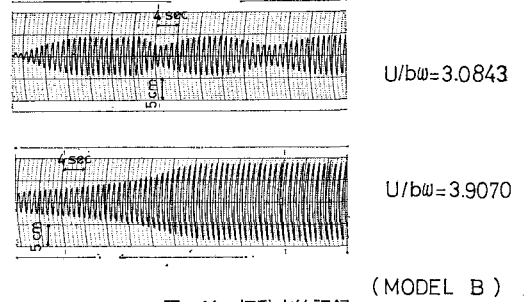


図-11 振動応答記録

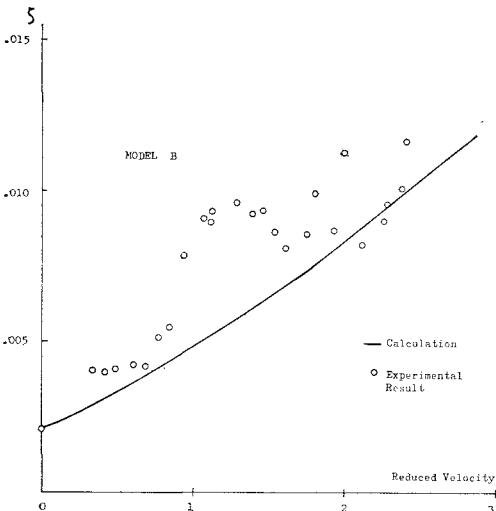


図-10 (b) 減衰率—換算風速図

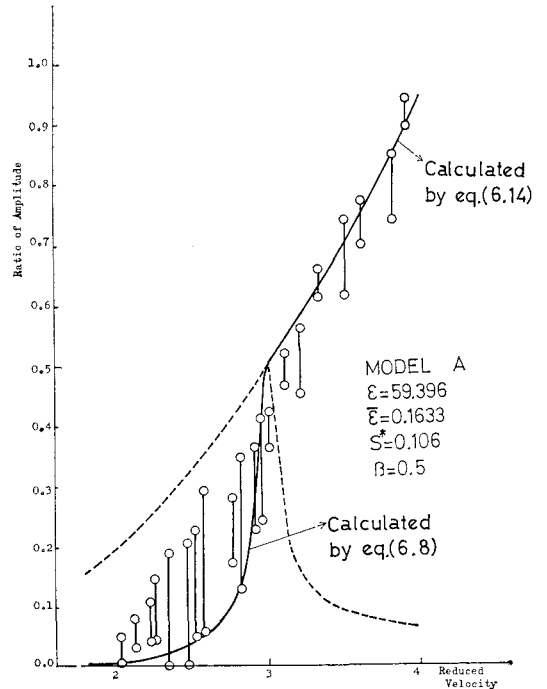


図-12 (a) 応答の計算値と実験値

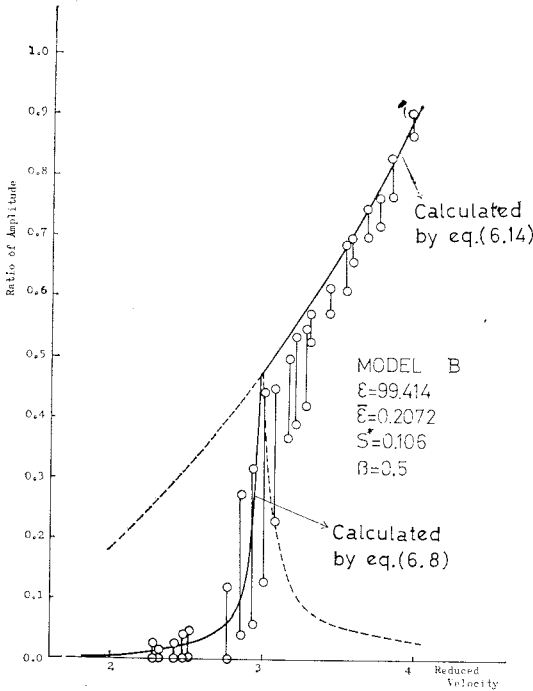


図-12 (b) 応答の計算値と実験値

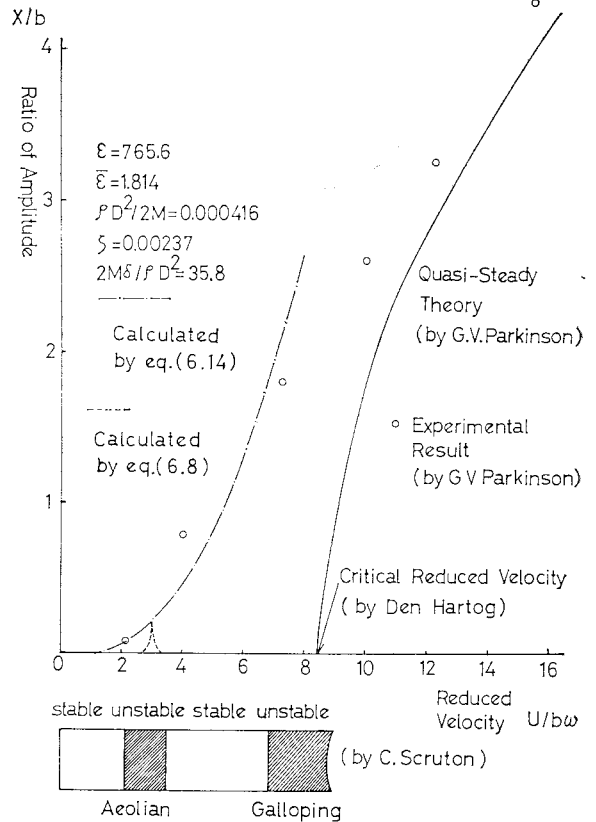


図-13 従来の結果との比較

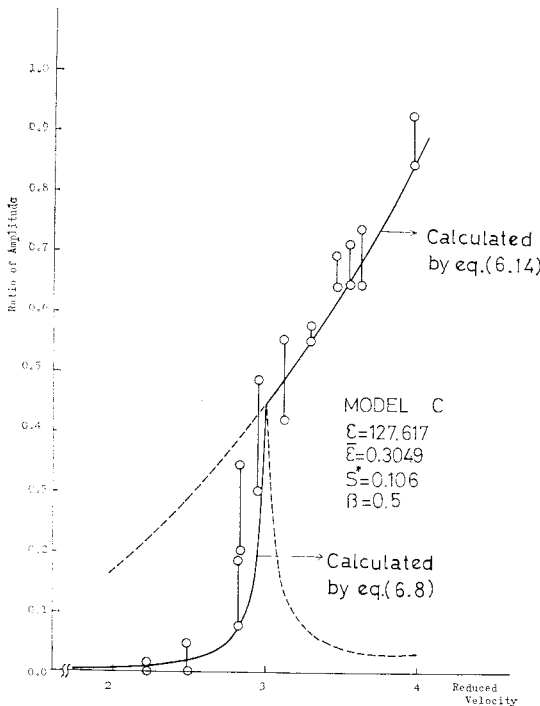


図-12 (c) 応答の計算値と実験値

Scruton<sup>2)</sup>によれば、正方形断面の応答特性は、質量と減衰のパラメータが大きい場合 ( $(2M\delta/\rho D^2) > 16$ ) では、風速の増加とともに、安定→不安定(風琴振動)→安定→不安定(跳躍振動となり、パラメータが小さい場合 ( $(2M\delta/\rho D^2) < 16$ ) では、安定→不安定(風琴振動および跳躍振動)となる。しかしながら、図-13に示すように、Parkinsonの実験値および擬定常理論値は、Scrutonの限界値とは必ずしも一致しておらず、今回の実験値のように、質量パラメータ、減衰比がともに小さな場合、不安定領域の特性は上記の研究結果では明らかにされないように考えられる。すなわち、質量と減衰のパラメータが小さな場合、風琴振動限界風速よりやや低い風速より応答がはじまり、しだいに、後流渦とのlock-in状態の同期現象の応答がきわめて顕著に現われるようである。この特性は、計算値と実験値での振幅について、かなりよく一致していると考えられるが、今回の実験では後流渦について十分な検討を行っていないため、なお今後の研究が必要であると考えられる。

## 8. む す び

近年の土木建造物の長大化、軽量化により、比較的質量パラメータ、減衰比の小さな角柱構造の耐風性が問題となりつつあることから、この報告は正方形断面を対象にその渦励振動応答について基礎的考察を行なったものである。この結果、次のことがいえるように考えられる。

(1) 質量パラメータ・減衰比が小さい場合、正方形断面の渦励振動応答は同期現象がかなり顕著に現われるが、この特性は前述の流体モデルで、今回の実験値を説明することが可能のようである。

(2) 上記の流体モデルは、低風速の安定領域での減衰効果の増加を表わすことができ、渦励振動限界値以上では、微小振幅で負の不安定減衰効果を与える。

(3) 応答の振動数と固有振動数との比は、限界風速近傍で多少1より減少するが、その他の領域ではほぼ1に近い値を示すようである。

(4) 応答振幅は実験値と計算値でかなりよく一致していると考えられるが、実験値はその記録より明らかのように定常な振幅ではない。これは正方形断面の隅角部から流れの剝離等の複雑な力学挙動のためと考えられる。

(5) 今後の問題点としては今回の流体モデルの一般角状構造物への適用性、また、いわゆる湧出渦(nascent vortices)の機構のモデル化などが考えられる。

この研究は、大阪府で施工された防潮水門のガイドアーチ部の耐風性の研究の一環として行なわれたものである。ここに関係各位のご協力に感謝するものである。またこの研究で終始ご指導を賜った京都大学工学部 小西一郎教授に感謝の意を表する次第である。なお直接実験計算等に協力された京都大学大学院生 斎藤通氏を始め、京都大学工学部土木工学教室橋梁研究室の諸兄に感謝の意を表するものである。

## 記号説明

$x$ : 揚力方向の変位	$m$ : 単位長さ当りの質量
$U$ : 平均風速	$\zeta_0$ : 固有減衰率
$\rho$ : 空気密度	$\zeta$ : 減衰率
$t$ : 時間	$\omega_0$ : 固有円振動数
$D$ : 正方形断面一辺の長さ	$\omega$ : 円振動数
$b$ : 正方形断面一辺の半長 ( $b=D/2$ )	$\omega_K$ : 周期渦の発生円振動数
( $\cdot$ ) : 時間微分	$\tau$ : 渦度
$V$ : 換算風速 ( $=U/b\omega$ )	$\gamma$ : 周期渦の風方向距離
	$I$ : 渦度の運動量
	$\Gamma_K$ : 周期渦の循環

$k$ : 換算振動数 ( $b\omega/U$ )	$\beta$ : 周期渦の循環強さを表わすパラメータ
$\varepsilon$ : 質量パラメータ ( $=m/2\pi\rho b^2$ )	$\bar{\varepsilon}$ : 質量と減衰のパラメータ ( $=m\zeta_0/2\pi\rho b^2$ )
$S^*$ : ストロハル数	$x_0, X$ : 振幅
$L$ : 非定常空気力	$C(V)$ : Theodorsen 関数
$F(V)$ : Theodorsen 関数の実数部	
$G(V)$ : Theodorsen 関数の虚数部	
$f(\eta)$ : 静的渦列関数	
$g(\eta)$ : 動的渦列関数	

## 参 考 文 献

- 1) International Conference On Wind Effects on Buildings And Structures, Tokyo, Sept., 1971
- 2) Scruton, C. : On the Wind-Excited Oscillation of Stacks, Towers And Masts, Int. Conf. Wind Effects on Buildings & Structures, NPL, June, 1963
- 3) Fage, A. & Johansen, F.C. : The Structure of Vortex Sheets, Phil. Mag. S. 7, Vol. 28, Feb., 1928, pp. 417~441
- 4) Bishop, R.E.D. & Hassan, A.Y. : The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid, Proc. Roy. Soc., London, Ser. A., Vol. 277, 1964, pp. 51~75
- 5) DiSilvio, G. : Self-controlled Vibration of Cylinder in Fluid Stream, Jnl of Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, EM 2, April, 1969, pp. 347~361
- 6) Feruguson, N. & Parkinson, G.V. : Surface and Wake Flow Phenomena of the Vortex-Excited Oscillation of Circular Cylinder, Paper No. 67-Vibr. 31, Vibrations Conference, ASME, Boston, 1967
- 7) Hartlen, R.T. & Currie, I.G. : Lift-Oscillator Model of Vortex-Induced Vibration, Jnl of Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, EM 5, Oct., 1970, pp. 577-591
- 8) Marris, A.W. : A Review on Vortex Sheets, Periodic Wakes and Induced Vibration Phenomena, Jnl of Basic Engineering, Trans, ASME, Ser. D., Vol. 186, 1964, pp. 185~196
- 9) Sarpkaya, T. : An Analytical Study of Separated Flow about Circular Cylinders, Jnl of Basic Engineering, Trans. ASME, Dec., 1968, pp. 511~520
- 10) Parkinson, G.V. & Brooks, N.P.H. : On the Aeroelastic Instability of Bluff Cylinders, Jnl of Appl. Mech., Trans ASME, 1961, pp. 252~258
- 11) Parkinson, G.V. & Smith, J.D. : The Square Prism as An Aeroelastic Non-Linear Oscillator, Quart. Jnl Mech. & Appl. Math., Vol. XVII, Pt. 2, 1964, pp. 225~239
- 12) Novak, M. & Davenport, A.G. : Aeroelastic Instability of Prism in Turbulent Flow, Jnl of Engineering Mechanics Division, Proc. ASCE, EM 1, Feb. 1970, pp. 17~39
- 13) 中村泰治 : 二自由度フラッターとしての円柱のうず励振, 構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集 (1970), pp. 161~168
- 14) 中村泰治・溝田武人 : 箱型構造物のフラッターに関する一実験, 第26回土木学会年次学術講演会, 1971, I-180
- 15) 伊藤 学・田中 宏 : 風の渦による橋げたの振動, 構造

- 物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集(1970), pp. 213~220
- 16) 田中 宏・森光康夫・根橋光年：構造断面後流中の風速変動, 第25回土木学会年次学術講演会, 1970, I-157
- 17) 山口・白木・梅村・田中(博)：カルマン渦による橋梁部材の振動とその防止策, 三菱重工技報, Vol. 7, No. 7, 1970, pp. 122~135
- 18) Laneville, A. & Parkinson, G.V. : Effects of Turbulence on Galloping of Bluff Cylinders, Ref. (1), 1971, pp. IV 15.1~15.11
- 19) Novak, M. : Galloping and Vortex Induced Oscillations of Structures, Ref. (1), 1971, IV 16.1~16.11
- 20) Otsuki, Y., Washizu, K. et al : Wind Excited Vibrations of a Tower of Nearly Square Cross Section, Ref. (1), 1971, IV 20.1~20.7
- 21) Von Karman, Th. & Sears, W.R. : Airfoil Theory for Non-Uniform Motion, Jul of Aeron, Sci., Vol. 5, No. 10, 1938, pp. 379~390
- 22) 本州四国連絡橋耐風設計指針解説(1967), 土木学会
- 23) 小西・白石・松本・斎藤：角状構造物の空気特性に関する二、三の実験的研究, 第26回土木学会年次学術講演会, 1971, I-106

(1972.1.10・受付)