

# 自然風による鉄塔支持型煙突の不規則振動に 関する実測と解析\*

MEASUREMENTS AND RESPONSE ANALYSIS ON RANDOM VIBRATION  
OF A STACK WITH TOWER DUE TO NATURAL WIND

薄木 征三\*\*・山家 義雄\*\*\*・色部 誠\*\*\*\*  
By Seizo Usuki, Yoshio Yambe and Makoto Irobe

## 1. 緒 言

排煙処理技術の開発途上にあつては煙突の大型化、特にこれを高くすることは、抜本的煙害対策とはならないがとらざるを得ない一つの措置である。煙突を高くする場合、支持鉄塔は剛性を高める点において構造上きわめて有効な方法である。しかし、自然風の中に置かれた鉄塔支持型煙突の挙動を正しく評価し、煙突の設計ならびに安定性に正当な指標を与えることは困難な問題である。このおもな原因は、何本かの柱材によって立体的に組み立てられた断面であるから、煙突は自然風そのものの乱れをうけるのみならず、部材による流れの攪乱によってさらに複雑な乱流の影響を受け、したがって煙突全体に作用する風力の算定が困難であるという点にある。この点において地震動による応答と本質的な相違があるわけであり、その研究の歴史も新しいものであるといえよう。

鉄塔支持型煙突の風による振動の発生原因を、巨視的な観点から、空力弾性論に準じて考えてみると、自然風の乱れ、カルマン渦、ほかの構造物の後流渦列によるパフエティング、不安定現象に属するフラッター、さらにこれらのいくつかの組み合わせなどとなる。このうち、パフエティングは煙突の周囲の環境によるものであるから、当面対象外とする。またフラッターは、煙突のような柱状の 2 軸対称構造では、航空機の翼のような曲げねじりフラッターは起こりにくいと思われる。もっとも可能性のあるものとして、自然風の乱れとカルマン

渦によるものが考えられているが、實在の鉄塔支持型煙突について定性的にも、定量的にも実証がなされている例はきわめて少なく、観測記録が報告されるようになったのも比較的最近のことであり、いまだ十分な説明がなされているとはいえないのが実情である。本報告は、煙突のいわゆる予想臨界風速以下の風を対象として、線状構造物としての不規則振動論の立場から加速度応答の実測値と理論計算値との検証を行なったものである。

本鉄塔支持型煙突は、東北電力(株)秋田火力発電所の高さ 150 m のものであり、煙突上 2 か所に風速計と加速度計が設置されており、いずれも水平直交 2 成分が同時に観測されるようになっている。解析は、煙突を 2 自由度振動系として表示し、風速スペクトルの 3 次元解析を行ない、応答スペクトルを計算している。従来、1 自由度系の不規則外乱による応答スペクトルについての論文ならびに解析結果は数多く見られるが、多自由度系については論文は多いが実測値と理論値を比較しているものは少ない。

## 2. 多自由度多入力系のスペクトル理論

### (1) 一般理論

2 自由度系の不規則振動論には Davenport<sup>1)</sup> の上界評価法、石崎<sup>2)</sup> の上下界評価法があるが、ここでは一般的な多自由度系の場合の解析手順を示す。

多自由度多入力系の線形不規則振動論は、すでに完成された感がありいくつかの成書にもなっており<sup>3)</sup> 種々の振動系への理論上の応用もなされている。したがって、ここでは数値計算に必要な要点のみを述べるにとどめる。

基本となる振動方程式は次式である。

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{f\} \dots \dots (1)$$

ここに

\* "Proc. 20th Japan National Congress for Applied Mechanics, 1970" に一部発表した。計算にミスがあったことと、新しい資料を加え訂正、加筆したものである。

\*\* 正会員 秋田大学講師 鉱山学部土木工学科

\*\*\* 正会員 東北電力(株)土木部長

\*\*\*\* 正会員 工博 秋田大学教授 鉱山学部土木工学科

- [M]：質量マトリックス
- [C]：減衰マトリックス
- [K]：剛性マトリックス
- {u}：変位ベクトル
- {f}：外乱（風力）ベクトル

である。式(1)の解は

$$\{u\} = \int_{-\infty}^{\infty} [h(t-\tau)] \{f(\tau)\} d\tau \dots\dots\dots (2)$$

ここに [h(t)] はインパルス応答関数である。

風力ベクトル {f(t)} が定常エルゴード確率過程に従うものと仮定するならば、式(2)の相関関数における関係は次のようである。

$$\begin{aligned} [R_u(\tau)] &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \{u(t)\} \{u(t-\tau)\}^T d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} [h(\tau_1)] [R_f(\tau+\tau_1-\tau_2)] \\ &\quad \cdot [h(\tau_2)]^T d\tau_1 d\tau_2 \dots\dots\dots (3) \end{aligned}$$

ここに

- [R\_u(\tau)]：応答変位相関関数
- [R\_f(\tau)]：風力相関関数

であり、これらの対角要素が自己相関関数、非対角要素が相互相関関数である。式(3)の周波数領域における関係は、Wiener-Khinchin の法則によって次のようである。

$$[S_u(\omega)] = [H(\omega)] * [S_f(\omega)] [H(\omega)]^T \dots\dots\dots (4)$$

ここに

- [S\_u(\omega)]：応答変位パワースペクトル
- [S\_f(\omega)]：風力パワースペクトル
- [H(\omega)]：周波数応答関数

であり、\* は共役マトリックス、<sup>T</sup> は転置マトリックスを表わす。[S\_u(\omega)], [S\_f(\omega)] の対角要素はパワースペクトル密度、非対角要素はクロスパワースペクトル密度である。[H(\omega)] は次式によって与えられる。

$$[H(\omega)] = [-\omega^2 M + i \omega C + K]^{-1} \dots\dots\dots (5)$$

i は虚数単位である。

応答変位のパワースペクトルを用いれば、応答速度、加速度のそれは次のようである。

$$[S_{\dot{u}}(\omega)] = \omega^2 [S_u(\omega)] \dots\dots\dots (6)$$

$$[S_{\ddot{u}}(\omega)] = \omega^4 [S_u(\omega)] \dots\dots\dots (7)$$

(2) モーダルアナリシス

本鉄塔支持型煙突の減衰率は非常に小さいので(3. 参照)、モーダルアナリシス法を適用して計算を行なった。振動方程式(1)の固有振動モードを [\phi] で表わすと

$$\left. \begin{aligned} [\phi]^T [M] [\phi] &= [m_i] \\ [\phi]^T [K] [\phi] &= [k_i] \\ [\phi]^T [C] [\phi] &= [c_i] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここに [m\_i], [k\_i], [c\_i] は対角マトリックスを表わす。式(8)を

式(5)に代入すれば、

$$[H(\omega)] = [\phi] [Z]^{-1} [\phi]^T \dots\dots\dots (9)$$

式(9)の要素 Z\_j は次式である。

$$Z_j = m_j (-\omega^2 + \omega_j^2 + 2\beta_j \omega_j \omega \cdot i) \dots\dots\dots (10)$$

ここに

$$\left. \begin{aligned} \omega_j^2 &= k_j / m_j \\ 2\beta_j \omega_j &= c_j / m_j \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

であり、m\_j, k\_j, c\_j は式(8)の対角要素である。式(9)を加速度パワースペクトル式(7)に代入すれば次のようである。

$$\begin{aligned} [S_{\ddot{u}}(\omega)] &= \omega^4 [\phi] ([Z]^{-1}) * [\phi]^T [S_f(\omega)] \\ &\quad \cdot [\phi] ([Z]^{-1})^T [\phi]^T \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

実際、計算は電子計算機によることになるが、これらマトリックス表示によって計算をすすめるのが誤りを防ぐうえにも有効である。

(3) 風力の評価

図-1のように質点 i での鉄塔支持型煙突の断面に作用する抗力による風力は、風の加速度による慣性項を無視すると

$$F_i(t) = \frac{1}{2} \rho A_i C_{Di} V_i^2(t) \dots\dots\dots (13)$$

ここに \rho は空気密度、A\_i, C\_{Di}, V\_i(t) はおのおのの質点 i に係る受風面積、抗力係数、風速である。煙突筒身外径を D、質点 i に係る長さを L\_i、円柱の抗力係数を C\_{D0} とすれば式(13)は、

$$F_i(t) = \frac{1}{2} \rho D L_i \cdot C_{D0} g_i(\theta) \cdot V_i^2(t) \dots\dots\dots (14)$$

ここに g\_i(\theta) は、風向角 \theta(t) によって定まる C\_{D0} に対する倍率である<sup>4)</sup>。式(14)において

$$\frac{1}{2} \rho D L_i C_{D0} g_i(\theta) \equiv \eta_i \dots\dots\dots (15)$$

とおき、図-1に示すように X, Y おのおのの方向の風速を(平均)+(変動)の形で表わし、変動揚力を考慮しなければ、X 方向成分の風力は

$$\begin{aligned} F_{xi}(t) &= F_i(t) \cdot \sin \theta \\ &= \eta_i V_i^2 (V_{xi} + v_{xi}) / V_i \\ &= \eta_i \sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2} \\ &\quad \cdot \sqrt{1 + \frac{2(V_{xi}v_{xi} + V_{yi}v_{yi}) + v_{xi}^2 + v_{yi}^2}{V_{xi}^2 + V_{yi}^2}} \\ &\quad \cdot (V_{xi} + v_{xi}) \end{aligned}$$

ここで、v\_{xi}, v\_{yi} の2次以上の項を無視すれば、

$$\begin{aligned} &= \eta_i V_i \sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2} \\ &\quad + \eta_i \frac{(2V_{xi}^2 + V_{yi}^2)v_{xi} + V_{xi}V_{yi}v_{yi}}{\sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2}} \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

同様に Y 方向成分の風力は、

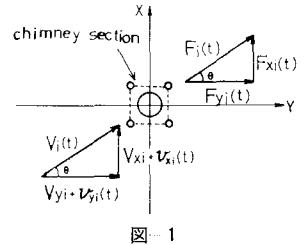


図-1

$$F_{yi}(t) = \eta_i V_{yi} \sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2} + \eta_i \frac{(2V_{yi}^2 + V_{xi}^2)v_{yi} + V_{xi}V_{yi}v_{xi}}{\sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2}} \dots\dots\dots(17)$$

である。η<sub>i</sub> を時間的に一定と仮定するならば、式(16)、(17)の第1項は平均風速による静的外力であり、第2項が外力ベクトル {f} の質点 i における表示式となる。したがって、本節(1)、(2)における風力スペクトル [S<sub>f</sub>(ω)] は X 方向には式(16)を、Y 方向には式(17)を用いておのおの独立に(ただし風速成分は、X、Y 2 方向成分、v<sub>xi</sub>、v<sub>yi</sub> を含んで)計算される。たとえば X 方向の振動について考えるならば、式(3)の相関関数 [R<sub>f</sub>(τ)] の i 行 j 列の要素 R<sub>fij</sub>(τ) は、

$$R_{fij}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T f_{xi}(t) f_{xj}(t+\tau) d\tau = (\eta_i V_i)(\eta_j V_j) \cdot \{(V_i^2 + V_{xi}^2)(V_j^2 + V_{xj}^2) \cdot R_{xixi}(\tau) + (V_i^2 + V_{xi}^2)V_{xj}V_{yj} \cdot R_{xijj}(\tau) + (V_j^2 + V_{xj}^2)V_{xi}V_{yi} \cdot R_{yixj}(\tau) + V_{xi}V_{yi}V_{xj}V_{yj} \cdot R_{yiyj}(\tau)\} \dots\dots\dots(18)$$

ここにたとえば

$$R_{xijj}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T v_{xi}(t) v_{yj}(t+\tau) d\tau$$

などであり

$$V_i = \sqrt{V_{xi}^2 + V_{yi}^2}$$

である。すなわち、V<sub>i</sub> は i 点における平均風速、R<sub>xijj</sub>(τ) は質点 i の X 方向変動風速と質点 j の Y 方向変動風速の相互相関関数である。式(18)の両辺のフーリエ変換を行えば、風力パワースペクトル [S<sub>f</sub>(ω)] の i 行 j 列要素は次のようである。

$$S_{fij}(\omega) = (\eta_i V_i)(\eta_j V_j) \cdot \{(V_i^2 + V_{xi}^2)(V_j^2 + V_{xj}^2) \cdot S_{xixj}(\omega) + (V_i^2 + V_{xi}^2)V_{xj}V_{yj} \cdot S_{xijj}(\omega) + (V_j^2 + V_{xj}^2)V_{xi}V_{yi} \cdot S_{yixj}(\omega) + V_{xi}V_{yi}V_{xj}V_{yj} \cdot S_{yiyj}(\omega)\} \dots\dots\dots(19)$$

ここにたとえば S<sub>xijj</sub>(ω) は、i 点の X 方向変動風速と j 点の Y 方向変動風速との間のクロスパワースペクトルである。Y 方向の振動についても類似の関係が得られる。

本鉄塔支持型煙突は、地上 76 m と 135 m の 2 点で、X、Y 2 成分の変動風速が同時に測定されている。したがって、i, j=1, 2 であるから、

$$[S_f(\omega)] = \begin{bmatrix} S_{f11}(\omega) & S_{f12}(\omega) \\ S_{f21}(\omega) & S_{f22}(\omega) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(20)$$

であり、式(19)から求めるべきパワースペクトルのうち、独立なものは次の 10 種である。

点 1 について: S<sub>x1x1</sub>(ω), S<sub>x1y1</sub>(ω), S<sub>y1y1</sub>(ω)

点 2 について: S<sub>x2x2</sub>(ω), S<sub>x2y2</sub>(ω), S<sub>y2y2</sub>(ω)

点 1 と点 2 の相互について:

$$S_{x1x2}(\omega), S_{x1y2}(\omega), S_{y1y2}(\omega), S_{x2y1}(\omega)$$

残りの 2 種 S<sub>x2x1</sub>(ω), S<sub>y2y1</sub>(ω) は \* を共役記号として

$$S_{x2x1}(\omega) = S_{x1x2}^*(\omega)$$

$$S_{y2y1}(\omega) = S_{y1y2}^*(\omega)$$

によって求める。

以上において、η<sub>i</sub> を時間的に一定と仮定していることの物理的意味は次のようである。

すなわち、変動風向角 θ(t) の近傍においては、抗力係数 (g<sub>i</sub>(θ)) の変化は平滑であるとするることである。したがって、角柱材のような稜角を有する部材から成る構造についてはこのような仮定は適当でないと思われる。本鉄塔支持型煙突は支柱材に鋼管を用いていること、支柱材と煙突筒直径との比が非常に小さいことから、5. (1) でみれるように g<sub>i</sub>(θ) の変化は緩慢なものである。それゆえ上述の仮定を近似的に満たすものと思われる。

また、いわゆる空力アドミッタンスは 1 とみなしている。この点については、計算結果の考察 5. (3) で言及する。

### 3. 鉄塔支持型煙突の 2 自由度表示

本煙突の外形は、図-2 のようである。鉄塔と筒身は、地上 25.5 m, 46 m, 76 m, 100 m, 119 m, 135 m の 6 か所においてリング接合されている。これを、これら接合点間ごとに一樣断面を持つ等価な鉛直片持りに置きかえ、かつ筒身が露出している地上 135 m と 150 m との間にも節点をもうけ、図-3 (a) に示すような 8 自由度としての剛性マトリックスを求めた。次に、マス・コンデンセーション (Mass Condensation) の手法を用い、8 自由度のうち、風速と加速度の測定されている地上 76 m と 135 m の節点変位を選び、2 自由度としての固有値および固有モードを求めた(図-3(b) 参照)。

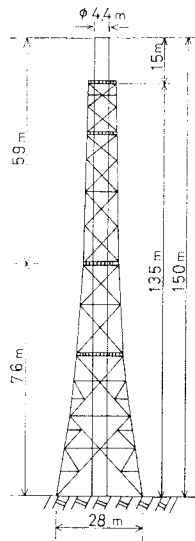


図-2

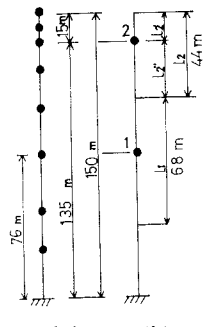


図-3

この方法によれば、はじめから単に2自由度として計算するよりも精度の良い結果が得られる。これら2点を風力の作用点とすることによって、2.での手法により解析を行なった。

計算に必要な諸量を以下に示す。ただし、地上76mを節点番号1、135mを番号2とする（以下この約束にしたがう）。

$$[K] = \begin{bmatrix} 35865 & 6871 \\ 6871 & 3943 \end{bmatrix} \text{ (kg/cm)}$$

$$[M] = \begin{bmatrix} 186.7 & 17.3 \\ 17.3 & 56.8 \end{bmatrix} \text{ (kg}\cdot\text{sec}^2/\text{cm)}$$

$$[\phi] = \begin{bmatrix} 1.00 & 1.00 \\ 3.90 & -1.06 \end{bmatrix}$$

固有値

$$\omega_1 = 5.97 \text{ (/sec)}$$

$$\omega_2 = 16.01 \text{ (/sec)}$$

減衰定数

$$\beta_1 = 0.0031$$

$$\beta_2 = 0.0083$$

ここで、1次の減衰定数  $\beta_1$  は人力によって煙突を自由振動させて得られた対数減衰率  $\delta_1 = 0.020$  より

$$\delta_1 \doteq 2\pi\beta_1$$

の関係から、 $\beta_2$  は

$$\beta_2 = \beta_1 \omega_2 / \omega_1$$

を用いて計算された。

以上の諸元によって、式(12)の右辺で  $[S_f(\omega)]$  を除くすべてのマトリックスの値が確定したことになる。

## 4. 風の実測

### (1) 風速計

鉄塔支持型煙突の周囲の概略を図-4に示す。この図において北から西方向の風に対しては障害物らしいものは無い。建物の高さは40mであり、南方向からの風は若干影響を受けるものと思われる。

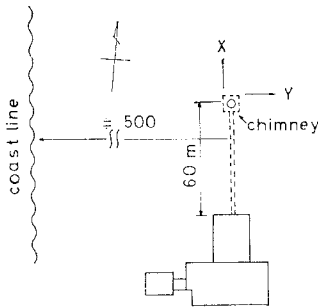


図-4

風速計(海上電気(株)製品 PA 211)は、図-2の地上76mと135mに設置されていることは前述のとおりである。本風速計は、超音波風速計と称される型であり、おもな仕様は次のようである。

測定方向：X, Y 直交水成 2成分

測定方式：パルス時間差測定方式

測定範囲：0~±40 m/sec

分解能：±2 cm/sec 以上

精度：±3% 以上

ドリフト：フルスケールの ±1% 以下

出力：0~±1 ボルト

指示方式：メーター指示

風速計全体の構成は図-5に示すとおりであって、プローブと接続箱とが煙突上に置かれている。各標高とも風速計設置場所を秋田地方の冬季、春季の強風が主に北西の風であることを考慮して、踊場北西端隅としている。

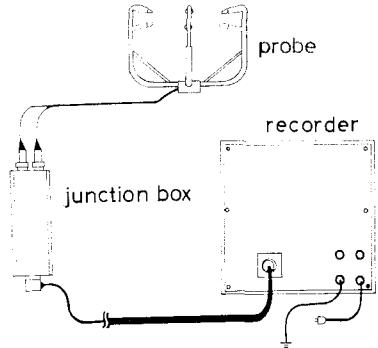


図-5

図-6に高さ135mでの風速計の位置を示しているが、煙突表面から風速計までの距離と筒身径(φ4.4m)との比は0.7、高さ76mにおいては北西側支柱(φ0.71m)の踊場に設置されていて、支柱表面から風速計までの距離と支柱径との比3、筒身径との比1.7となっている。

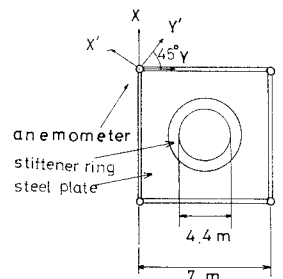


図-6

また、加速度計も風速計と同じ高さに設置されており、水平直交2成分が風速計と同時に測定可能であり、いずれの高さにおいても煙突中心から約4mの所に置かれている。

なお図-6で  $X', Y'$  の方向は、 $X, Y$  の正の方向と反時計回りに45°傾いた方向である。これは、設置場所の構造上の制約によるものであって、解析にはこれを地上76mと同じ方向、 $X, Y$  方向に修正して用いている。

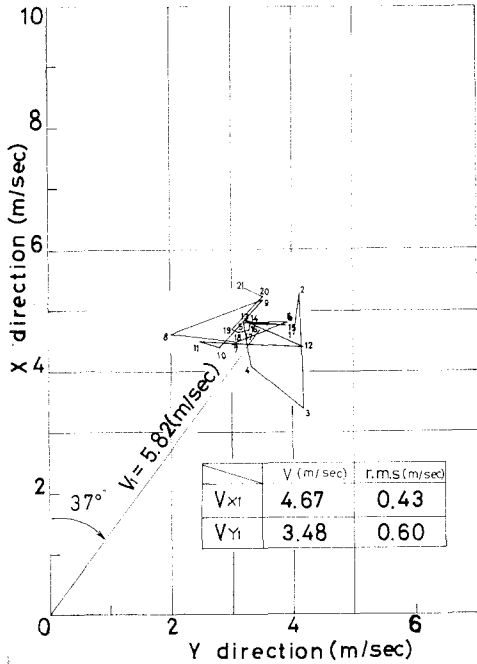
### (2) 実測

本報告において解析されている資料は、1970年5月2日のものと(以下「記録1」とする)、同年10月26日

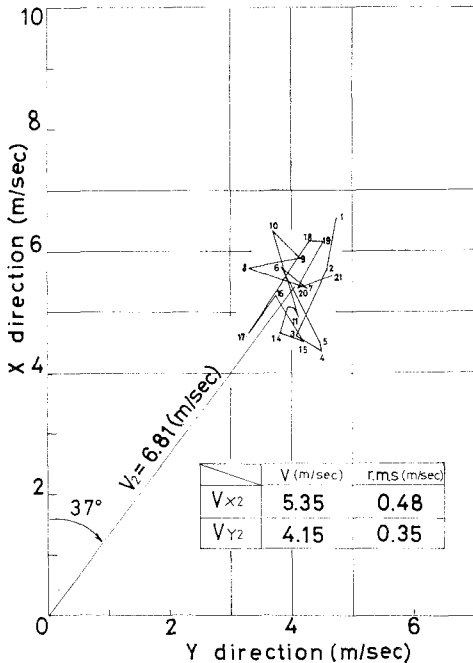
のもの（以下「記録2」とする）2ケースである。記録は約5分間にわたるものであるが、おのおの200秒間の変動が解析に用いられている。図-7(a), (b), 図-8(a), (b)に両記録の風の変動のようすを10秒ごとに番号をつけて示している。図中のr.m.s.は標準偏差である。

これらの図から、「記録1」の平均風向は南西よりやや南よりの風、「記録2」のそれは北北西からの風で、いずれも建物の影響は少ない方向と思われる。

風速計は気温によって感度が異なり、基準温度は20℃であって、適当な温度補正を要するが、両記録おの

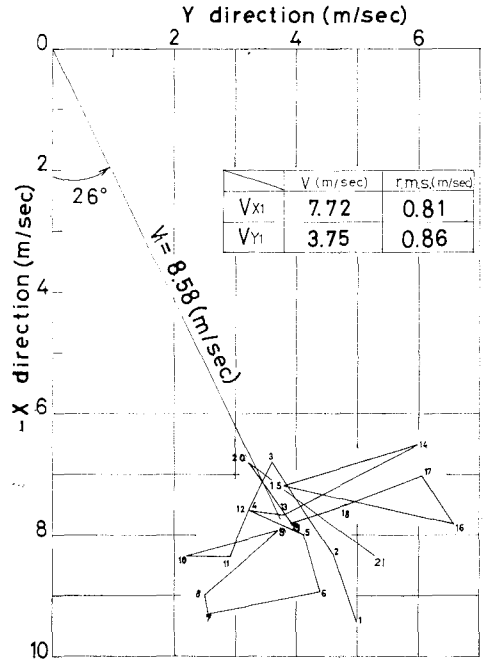


(a) 点1 (76 m)

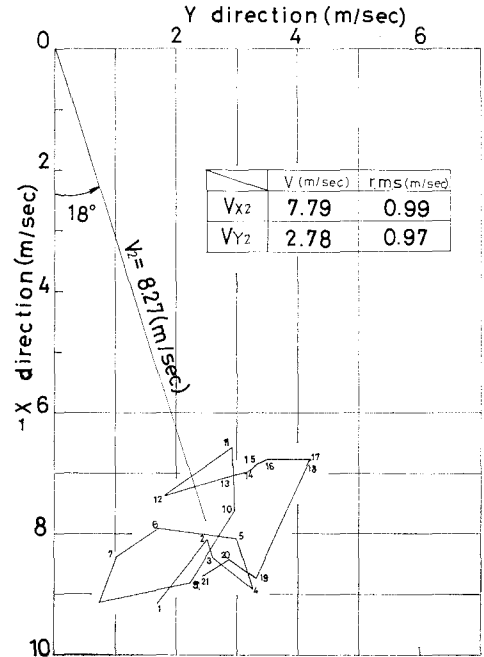


(b) 点2 (135 m)

図-7 「記録 1」

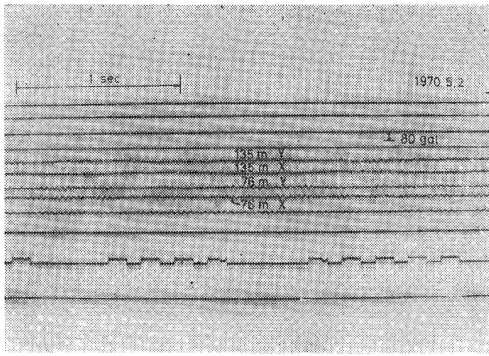


(a) 点1 (76 m)

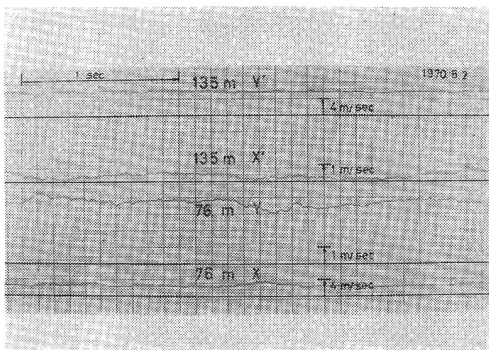


(b) 点2 (135 m)

図-8 「記録 2」



(a)



(b)

写真-1

おのの観測当日の最高気温は 21.3°C, および 20.5°C であり, 地上 135 m 程度では大きな差はないと思われるので更正は省いている。

風の観測と同時に加速度記録をも得たが, 「記録 1」について写真-1(a) に加速度, 写真-1(b) に風速の記録の一部を示す。写真-1(a) の加速度記録には 70~100 c/sec 程度の不規則な小さな波が重なっているが, この原因はいまのところよくわかっていない。

### 5. 実測値の解析と数値計算

#### (1) 係数 $\eta_i$

式 (15) を再びかくと,

$$\eta_i = \frac{1}{2} \rho DL_i C_{D0} g_i(\theta) \dots\dots\dots (21)$$

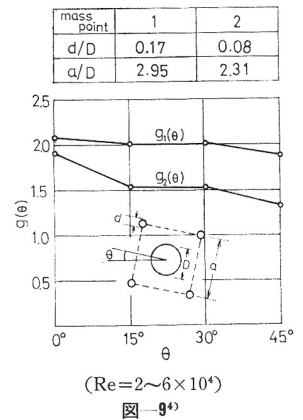
無次元倍率  $g_i(\theta)$  についてはすでに文献 4) に発表している。図-9 にその結果の一部を再掲してある。

「記録 1」の測点 1, 2 における平均風向角は, 図-7(a), (b) からいずれも 37°, 「記録 2」については図-8(a), (b) から測点 1 で 26°, 測点 2 で 18° となっている。したがって, これらの風向角近傍における  $g_i(\theta)$  の変化の度合いは, 図-9 から滑らかな部分 15°~45° に

あることがわかる。特に幸いともいうべきは, 「記録 2」は図-8(a), (b) から風向角の変動はかなりのばらつきを示しているが, 再び図-9 から 15°~30° の区間では  $g_i(\theta)$  はほとんど一定となっている。また「記録 1」については逆に, 図-9 からややゆるい勾配の部分にはいつているが, 図-7(a), (b) から

風向角の変動は小さい。以上から, 2.(3) での  $g_i(\theta)$  一定の仮定を近似的に満足しているものとみなせよう。

次に, 式 (21) における各節点に係る長さ  $L_i$  は図-3(b) に示すようである。 $L_2$  には, 筒身が露出している部分  $L_2'$  と鉄塔で支持されている部分  $L_2''$  を含んでいるが,  $L_2'$  と  $L_2''$  部分の抗力係数は不連続に変わるから次のように換算した。すなわち, 点 2 に作用する風力は筒身部において  $g_2(\theta)=1$  であるから式 (14) によ



$$F_2(t) = \frac{1}{2} \rho DL_2' C_{D0} V_2^2(t) + \frac{1}{2} \rho DL_2'' C_{D0} g_2(\theta) V_2^2(t) = \frac{1}{2} \rho D(L_2' + L_2'' \cdot g_2(\theta)) \cdot C_{D0} V_2^2(t)$$

したがって,  $L_2 g_2(\theta)$  に相当するものとして,

$$L_2 g_2(\theta) = L_2' + L_2'' \cdot g_2(\theta) \dots\dots\dots (22)$$

とおくことができる。

以上の諸定数を, 両記録についてまとめたものが表-1 である。なお表中には, 式 (19) の風力スペクトルの計算に必要な X, Y 方向の平均風速  $V_{xi}, V_{yi}$  をもあわせて記してある (図-7, 8 参照)。

表-1

	定数	記録 1	記録 2
点 1	$\theta$	37°	26°
	$g_1(\theta)$	1.9	2.0
	$C_{D0} \cdot g_1(\theta)$	2.1	2.2
	$\eta_1$	39.1 kg·m <sup>-2</sup> ·sec <sup>2</sup>	41.1 kg·m <sup>-2</sup> ·sec <sup>2</sup>
	$V_{X1}$	4.67 m/sec	7.72 m/sec
	$V_{Y1}$	3.48 m/sec	3.75 m/sec
点 2	$\theta$	37°	18°
	$g_2(\theta)$	1.4	1.5
	$L_2' + L_2'' \cdot g_2(\theta)$	55.6 m	58.5 m
	$\eta_2$	16.8 kg·m <sup>-2</sup> ·sec <sup>2</sup>	17.7 kg·m <sup>-2</sup> ·sec <sup>2</sup>
	$V_{X2}$	5.35 m/sec	7.79 m/sec
	$V_{Y2}$	4.15 m/sec	2.78 m/sec
定数	$\rho=0.125 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}, C_{D0}=1.1$		

(2) 風速のパワースペクトル

測点1と2での、水平直交2成分の風速変動  $v_{x1}, v_{y1}, v_{x2}, v_{y2}$  から式(19)における互いに独立な10種のパワースペクトルが求められると、表-1の結果と合わせて風速のスペクトル  $[S_f(\omega)]$  が得られる。

2. で表わされている無限積分は実際には有限区間で行なわれるわけであるが、この際の数値計算や誤差論についての詳細は省く<sup>5)</sup>。

実測の風速、加速度ともに解析に用いたのは前述のように200秒間であり、これを0.2秒ごとに読み取った。相関関数での  $\tau(\text{lag})$  の最大値は、200秒間の10%、20秒とした。したがって、解析可能な周波数領域は0~2.5 c/sec までであり0.025 c/sec ほどのパワー値が計算されている。したがって、煙突の固有値のほぼ2次振動までを含むことになる。また、スペクトルはハンギング(Hanning)のウィンドーによって平滑化されている。

図-10(a), (b)に「記録1」の風速のスペクトルを、図-11(a), (b)に「記録2」のそれを示してある。図-12(a)~(f)は「記録2」のクロススペクトルを、

$\sqrt{\text{coherence}}$  で示したものである。「記録1」については、「記録2」の場合と類似しているので省略した。なお、これらの図の縦軸の記号は式(19)における10種のスペクトルの記号に合致する。たとえば、「記録2」については図-11(a), (b)は、10種のうち  $(S_{xixi}(\omega))$  を  $S_{xi}(\omega)$  などとかくことにして)  $S_{x1}(\omega), S_{y1}(\omega), S_{x2}(\omega), S_{y2}(\omega)$  を、図-12(a)~(f)は、残りの6種のクロススペクトル  $S_{x1y1}(\omega), S_{x2y2}(\omega), \dots, S_{y2x1}(\omega)$  を示している ( $\omega=2\pi f$ )。

図-10, 11から、いずれの測点においても低周波数でのパワーが大きい。この点、強風のスペクトルと類似している。また、高さによるパワー値の差は顕著でない。これは、弱い風であることと、地上の障害物(したがって粗度)が少ないことによるものと思われる。また、図-11の値は図-10の値より全体的に大きい。これは、前者の平均風速が後者より大きいからであり、この点も強風のスペクトルと似ている<sup>6), 7), 8)</sup>。

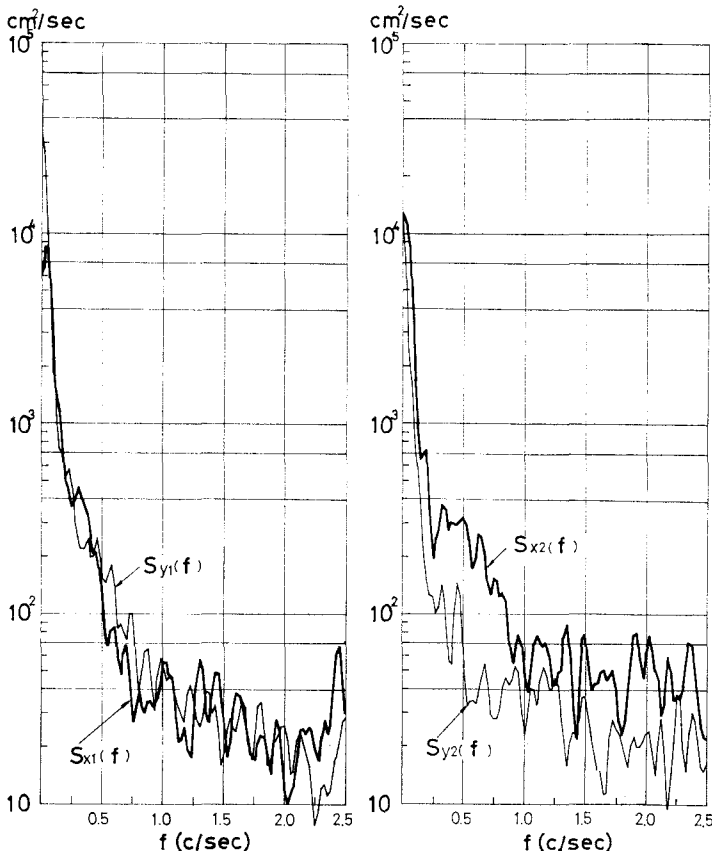
$\sqrt{\text{coherence}}$  に関しては、図-12において同じ高さでの2成分間の値はほかの組み合わせより大きい((a), (b))。また、異なる高さでの同じ方向の組み合わせ((c), (d))、高さとも異なる成分の組み合わせ((e), (f))については、低周波数部で急速に値が減少しているが(次節式(25)参照)、高周波数部では不規則な変化をしている。

(3) 加速度の実測値と計算値に関する考察

図-13(a)~(d)は、「記録1」についての加速度応答スペクトルの実測値と理論計算値の比較、図-14(a)~(d)は「記録2」についてのそれである。図中破線は、前節2.の10種のスペクトルと表-1の結果を用いて式(19)により  $[S_f(\omega)]$  を計算し、これと3.での構造諸元を用いて式(12)によって計算されたものである。図中の実線は、風速の場合と同様に加速度記録を0.2秒ごとに読み取りスペクトル解析を行なったものである。これらの結果について以下考察を加えてみたい。

1) スペクトルのピークの位置から固有1次振動数は0.92 c/sec であり、2自由度としての計算値0.96 c/sec にほぼ等しい。

2) 実測スペクトルは、1次振動数以外の部分においても計算値に比べて



(a) 点1 (76 m) (b) 点2 (135 m)

図-10 「記録1」

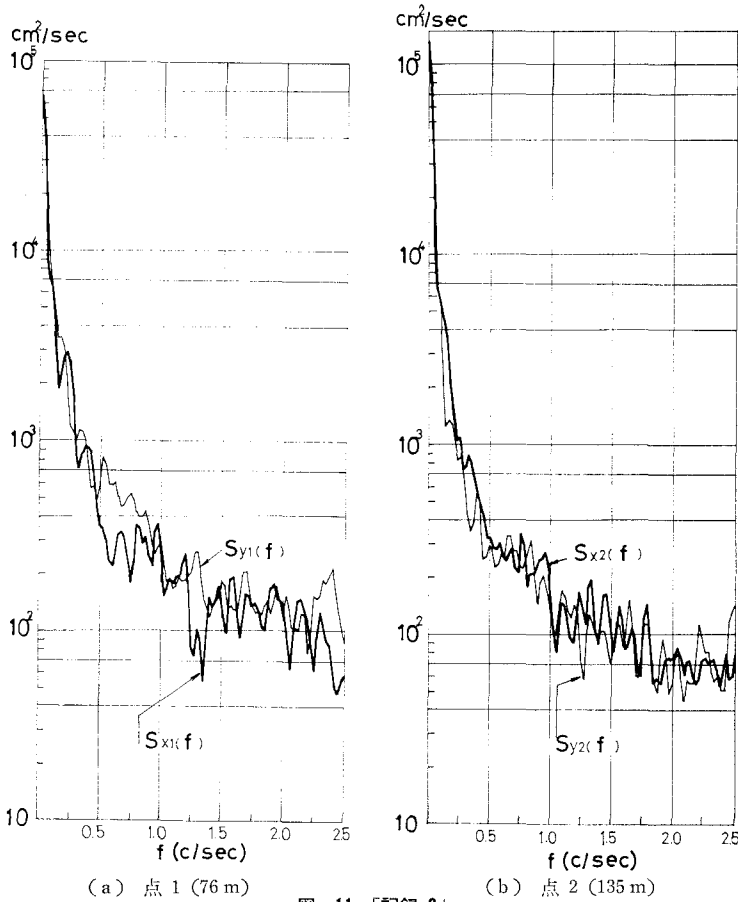


図-11 「記録 2」

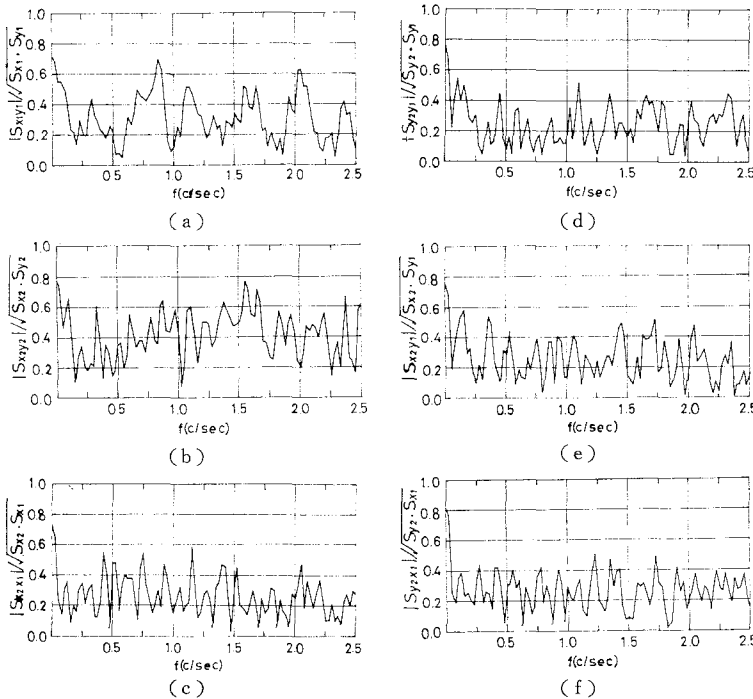


図-12  $\sqrt{\text{coherence}}$  (「記録 2」)

かなり大きな値を示している。この原因として、4.(2) でふれたように加速度記録写真-1(a)には高周波の不規則な変動が混入しており、特に地上 76 m (測点 1) ではその変動幅も煙突全体の値と大差ないことによるものと思われる。

3) 測点 1, 2 のいずれにおいても、固有 1 次振動数の近傍においては実測値と計算値ともに X 方向の値が Y 方向の値より大きい。これは、表-1 (または図-7, 8) から測点 2 の平均風速でみると、「記録 1」では  $V_{x2}/V_{y2}=1.3$ 、「記録 2」では  $V_{x2}/V_{y2}=2.8$  と X 方向の平均風速が大きいことによる。逆に、この程度の弱い風では風向直角方向の励振力は小さいものと判断できよう。このことは、本煙突の予想臨界風速がストローハル数を 0.2、代表的寸法として筒身外径をとると

$$V_{cr} = f \cdot D / S$$

$$= 0.91 \times 4.4 / 0.2$$

$$= 18.2 \text{ (m/sec)}$$

であり、これに対して両記録ともに 10 m/sec 以下の弱い風であることと関連するものと思われる\*。

4) ピークの値は、計算値が実測値をかなり上まわっている。この理由として以下の 2 点が考えられる。

1 つには、2.(3) でふれたように空力アドミッタンスを 1 と仮定していることによるものである。Davenport<sup>9)</sup> は吊橋の不規則振動論に関連して\*\*

$$C(\xi) = \frac{4}{(7\xi)^4} [7\xi - 1 + e^{-7\xi}]^2$$

.....(23)

を提案している。式 (23) は強風

\* 「記録 1」, 「記録 2」の風速域ではレイノルズ数が  $(1.5 \sim 2.6) \times 10^8$  の範囲にあり、静止円柱で渦の周期性がなくなる超臨界域にあることも注目される。

\*\* 原著の式には印刷上のミスと思われる点があるので修正しておく。



の主流直角方向の2点間のコヒーレンスに関する実験式

$$|S_{12}(\omega)/\sqrt{S_1(\omega)S_2(\omega)}|=e^{-k_d X f/V} \dots \dots \dots (24)$$

を用いて補剛トラス形式の吊橋の横断面で平均したもの

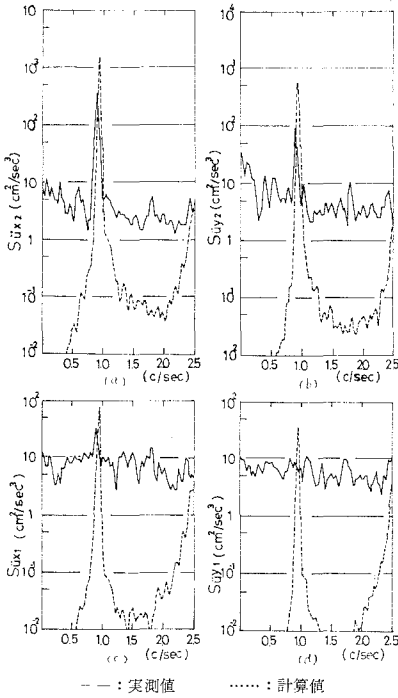


図-13 「記録 1」

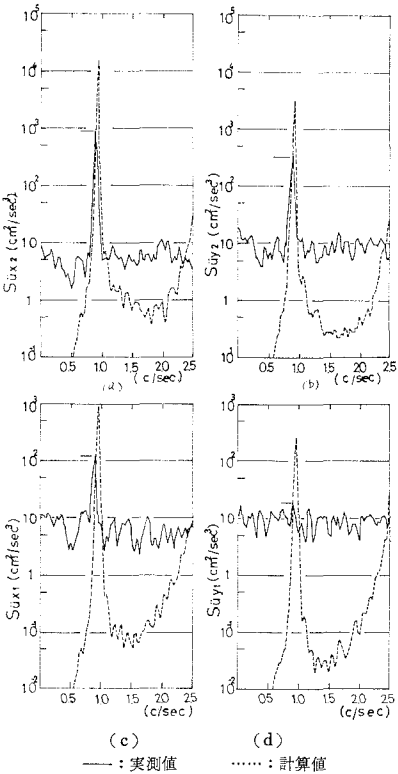


図-14 「記録 2」

である ( $k=7$ )。これに対して Newberry<sup>10)</sup> が円筒状タワーの風圧変動に関連して述べているように、鉄塔支持型煙突のような中実断面の場合には風下側後流の死水域に接する煙突表面に対しては自然風の空間相関式 (24) を適用できないのは明白である。一般に後流側表面の風圧変動は風上側のそれよりも式 (24) における  $k$  の値が小さい、つまり相関が高い (たとえば<sup>11)</sup> 矩形断面のビルの風上側で  $k=7.3$ 、後流域で  $k=2.6$ )。著者らはこの点についての資料をまだ得ていないが、上述の事柄から風速変動の横方向の相関が1つの目安となろう。すなわち  $C(\xi)$  として

$$C(\xi) = \int_0^D \int_0^D e^{-k f |X-X'|/V} dX dX' = \frac{2}{(7\xi)^2} [7\xi - 1 + e^{-7\xi}] \dots \dots \dots (25)$$

ここに  $k=7$  である。たとえば、「記録 1」の点 2 (135 m) では 1 次モードに対して

$$\xi = 0.96(\text{c/sec}) \times 4.4(\text{m}) / 6.81(\text{m/sec}) = 0.62$$

$$\therefore C(\xi) = 0.36$$

で約 2 倍強大きめに風力を評価していることになろうが風圧変動については今後の研究にまたねばならない。

2 つには煙突の高さ方向の評価に起因するものである。もちろん異なる高さ 2 点での 3 次元空間相関は計算に含まれている。図-3(b) で点 1, 2 に寄与する長さをおのおの  $L_1, L_2$  と評価しているのであるが、このような片持ばり構造にあっては自由端近傍の (点 2 の) 風速変動が系の応答に支配的であるから特に区間  $L_2$  内にて相関 1 とすることは応答スペクトルを大きめに見積ることになろう。ただ、図-13(c)~(f) から高周波数部ではかならずしも式 (24) のように空間相関が単調に減少していないので、どの程度大きめに見積っているか定量的な検討は困難である。

これら 2 つの理由から、結局計算値は上界に近い値を与えていると思われる。

以上の困難性は、実際に測定されたスペクトルを用いる場合は、測定点の数を増す以外現在の時点では避けられそうにないと思われる。

耐風設計上の観点から興味あるのは応答変位スペクトルであるが、風速のパワーは低周波数部で高いことを考慮し、かつ 2. (1) から応答速度スペクトルは周波数の 2 乗に、加速度スペクトルは 4 乗に比例するので、変位、速度、加速度応答の変動風に対する感度は高周波数になるにつれてこの順であり、低周波数になるにつれて逆の順になることに留意する必要があるだろう。

## 6. 結 語

本報告では実在の鉄塔支持型煙突を対象として、予想

臨界風速以下の風に対して不規則振動論の立場から加速度応答の実測値と計算値との比較考察を行なってみた。測定された風が弱いために、耐風工学上よりも不規則振動論の実構造物への応用という意味での資料になると思うが、得られた結果と問題点を要約すると次のようになる。

(1) その限界は明瞭ではないが、弱い風の場合は鉄塔支持型煙突の挙動は不規則振動論の立場から解釈可能であり、動的揚力は大きくないといえよう。

(2) 今後の問題点として、鉄塔支持型煙突のようなトラス構造と中実構造(煙突筒身)とから成る断面に対する空力アドミッタンスを合理的に決定することが望まれる。さらに、煙突の高さ方向についても、有限の点で実測された変動風を集中力系として評価する場合、解析された多点間のクロススペクトルから測定点以外のスペクトルもしくは相関を推定する手法(たとえば内挿法のような)が確立されるならば、より正確な解析を行なうことができよう。

終りに、本研究は東北電力(株)取締役 吉田栄延氏の御理解ならびに同社秋田火力発電所関係者皆様の御協力に負うところ大であり、記して感謝の意を表します。

なお、本研究の一部は昭和44年度文部省科学研究費(試験研究)によったものであり、関係の方がたにあわせて謝意を表します。

また計算は東北大学大型計算センターを利用したことを記します。

#### 参 考 文 献

1) Davenport, A.G. : The spectrum of horizontal gust-

ness near the ground in high wind, *Quat. J.R. Met. Soc.*, Vol. 87, April 1961

- 2) 石崎隆雄・川村純夫：風圧力の変動と鉄塔構造物の振動(I)，日本建築学会論文報告集 143号，1967-4
- 3) 代表的なものとして  
Crandall, H. : *Random Vibration*, Academic press, 1963  
Lin, Y.K. : *Probabilistic Theory of Structural Mechanics*, McGraw-Hill, Inc. 1967  
Bolotin, V.V. : *Statistical Method in Structural Mechanics*, translated by Samuel Aroni, Holden-Day, Inc. 1968
- 4) 色部誠・薄木征三・市田孟史・工藤研二：鉄塔支持型煙突の部分模型に対する風洞実験，土木学会26回年次学術講演会講演集，第I部門 115，1967-10
- 5) 下記の文献を参考とした  
Blackman, R.B. and Tukey, J.W. : *The Measurement of Power Spectra*, Dover Pub. Inc. 1959  
本間 仁編：数値解析・水文観測，応用水理学 下II，pp. 81~137，丸善出版
- 6) 前出 1)
- 7) 日野幹雄：瞬間最大値と評価時間の関係，土木学会論文集 117号，1965-5.
- 8) 塩谷正雄・新井秀雄：徳島県那賀川海岸における強風の観測，構造物の耐風性に関する第1回シンポジウム論文集，1970
- 9) Davenport, A.G. : *Buffetting of a Suspension Bridge by Storm Wind*, *Proc. A.S.C.E.*, Vol. 88, 1962
- 10) Newberry, C.W., Eaton, K.J. and Mayne, J.R. : *Wind Pressures on the Post Office Tower*, London, pp. 247, *Proc. Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo 1971
- 11) Robert, L.P. : *Dynamic Response of a Tall Building to Random Wind Loads*, pp. 436, Table 2. (Monsoon), *Proc. Wind Effects on Buildings and Structures*, Tokyo 1971

(1971.11.18・受付)  
(1972. 7.14・再受付)