

鋼の応力ひずみ特性が構造部材の力学的挙動に およぼす影響について

STUDY ON A MECHANICAL BEHAVIOR OF STRUCTURAL MEMBERS
CONSIDERED BY THE STRESS-STRAIN CHARACTERISTICS OF STEELS

奥村 敏 恵*・星 埜 正 明**
By Toshie Okumura and Masaaki Hoshino

1. はじめに

近年構造物の長大化、高層化に伴い、従来から広く使用されてきた軟鋼（引張強さが約 41 kg/mm^2 ）より降伏点、抗張力の大きいいわゆる高張力鋼が各種開発され使用されるようになってきた。そして現時点では 60 キロ級の高張力鋼までが JIS において規格化され、鋼道路橋に関する道路協会の示方書においても 60 キロ級の鋼材までが採用されている。

現在の設計基準は長い間軟鋼を用いた構造物に適用され歴史的に安全性の確かめられてきたいわゆる弾性設計法に基礎を置いているといえる。しかしながら構造物には応力集中の避けられない部分があることなどにより、弾性設計法においても材料の塑性的性質が大きな役割を果たしていると考えられる。もし各種鋼材において機械的諸性質、特に、応力ひずみ挙動の間に相似な関係があれば、軟鋼に対すると同様な設計基準を 80 キロ鋼までの鋼材に拡張できることが予想されるが、一般にはこれら機械的諸性質の間の関係は材料の強度や製法が異なれば著しい差異を生じるものである。したがって鋼材の特性を考慮した合理的な設計を行なうためには、材料の特性を良く知り構造部材としてどのような性質を有するかを検討することがぜひとも必要であると考えられる。この種の問題の解決は、現在 80 キロ級高張力鋼が長大支間橋梁の建設に関連し実際に使用される気運にあることを考えるときいっそう強く望まれる。

以上の観点から、本報告においては、従来よく議論の対象として取り扱われている応力集中の典型的な例である円弧程

* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工博 東京大学工学部土木工学科 研究生

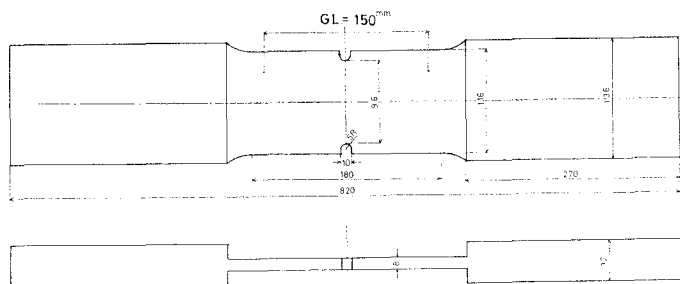
度の切欠を有する平板（Scheibe）を取り上げ、主に有限要素法による解析結果に基づきこのような部材の静的な耐力挙動と材料の力学的性質との関係を明らかにし、あわせて軟鋼と高張力鋼の構造部材としての差異について検討する。

2. 解析の対象とした切欠部材

解析の対象とした部材は図—1 に示すような外側に半円の切欠を有する平板である。解析は 80 キロ級高張力鋼 HT 80 および 41 キロ級軟鋼 SM 41 を用いた場合について行なった。さらに 60 キロ級高張力鋼 HT 60 と SM 41 とを混用した場合について詳細な実験が広大永井教授によって行なわれているので¹⁾、この場合についての解析も行なった。

3. 鋼材の応力—ひずみ関係

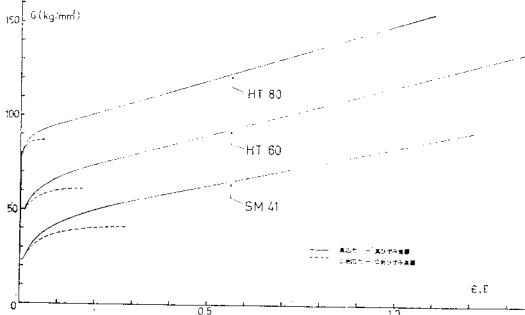
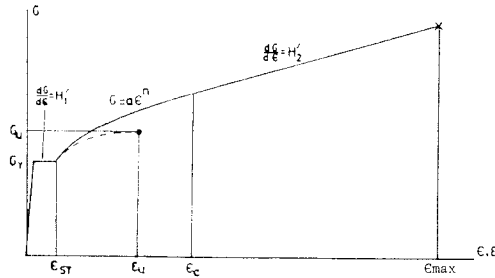
入力データとして用いた鋼材の真応力—真ひずみ関係を表—1 および 図—2 に示す。これらの曲線は全く丸棒引張試験から得られた測定値を数式化して表わしたものである。図には公称応力—公称ひずみ曲線もプロットしてあるが、この曲線については最大荷重点までしか描



図—1 解析の対象とした切欠部材¹⁾

表—1 使用材料の応力—ひずみ関係

	σ_Y (kg/cm ²)	ϵ_{ST}	ϵ_C	ϵ_B	a (kg/cm ²)	n	H_1' (kg/cm ²)	H_2' (kg/cm ²)	σ_u (kg/cm ²)	ϵ_u
SM41	2 300	0.01	0.3	1.219	7 488	0.2563	3 000	4 100	4 088	0.2921
HT60	5 000	0.015	0.2	1.357	9 441	0.1513	3 000	5 300	6 099	0.1633
HT80	7 800	—	0.1	1.100	10 900	0.0593	3 000	6 000	8 688	0.0595
SM41 Weld	3 800	0.01	0.2	1.367	8 065	0.1634	3 000	4 500	5 095	0.1775
HT60 Weld	5 200	0.015	0.2	1.104	9 012	0.1309	3 000	5 400	6 059	0.1399



図—2 使用材料の応力—ひずみ曲線

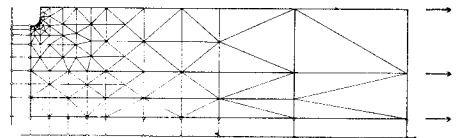
ここで一軸引張試験から得られる最大荷重（引張強さ σ_u ）について考えてみよう。最大荷重点というのは材料の塑性的性質よってのみ決まるもので、変形の進行に伴う材料の真の抵抗力の増加分よりも断面減少による抵抗力の低下分の方が大きくなる点として特徴づけられることができる²⁾。このような断面の減少による耐荷力の低下のことを真の破壊現象と区別してここでは“不安定現象”と呼ぶことにする。最大荷重点以後伸びはくびれ部に集中すると考えられるので、一様伸びというのは一軸引張応力状態において不安定なくびれが生じるまでの伸びということができる。

高張力鋼と軟鋼の差異について考えておこう。高張力鋼は軟鋼より当然高い降伏点を有しているが、降伏点の上昇する割合ほど引張強さが上昇しない。その結果として引張強さに対する降伏点強さの比である降伏比は非常に高くなっている。現在日本において製造されている鋼材の降伏比は 41 キロ鋼で 50~70%, 60 キロ鋼で 80~90%, 80 キロ鋼で 90~95% 程度であると報告されている³⁾⁴⁾。次に伸び特性についてみると、高張力鋼は軟鋼に比べ著しく一様伸びが小さくなっていることが認めら

れる。大体の一様伸びの数値としては、41 キロ鋼で 20%, 60 キロ鋼で 10%, 80 キロ鋼で 5% 程度の値が与えられている³⁾⁴⁾。一様伸びというのは材料のひずみ硬化の性質と密接な関係があり降伏比が高いということと一様伸びが小さいということとはそれぞれ独立な概念ではないとも考えられるが、ともかく従来から広く使用されてきている軟鋼に比べ降伏比が高いということと一様伸びが小さいということが高張力鋼の機械的性質における大きな特徴であるといえる。

4. 解析方法

解析は材料の真応力—真ひずみ関係を忠実に追跡する必要があるため、変形の影響を考慮した有限要素法により行なった（付録 参照）。図—3 に要素への分割状態を示す。解析は対称性を考慮して全体について行なっている。



図—3 要素への分割

5. 考察

すでに述べたように HT 60 と SM 41 を混用した場合について詳細な実験が広大永井教授によって行なわれている⁵⁾ので、この結果を引用させて頂いて解析結果と比較してみよう。図—4, 5 は荷重変位関係を応力—ひずみ関係になおして実験値と計算値を比較して示したも

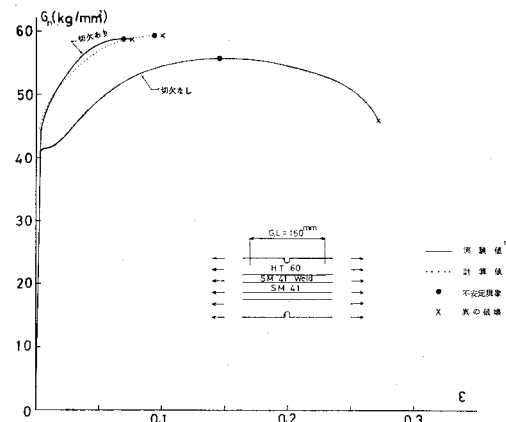


図-4 切欠部材の公称応力-公称ひずみ曲線

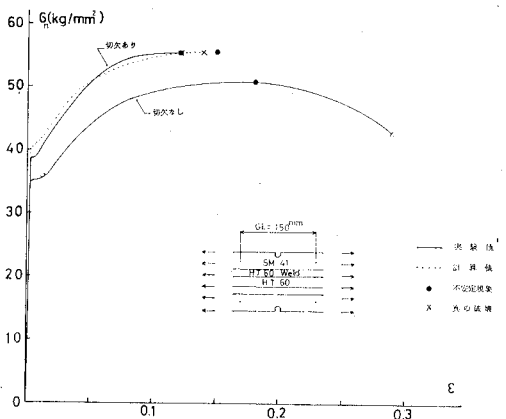


図-5 切欠部材の公称応力-公称ひずみ曲線

のである。ここで応力 σ_n というのは切欠断面についての平均的な公称応力のことで、荷重を切欠断面の原断面積で割った値であり、ひずみというのはゲージ長 15 mm の平均的な公称ひずみのことである。図に・印で示したのは断面の減少により耐荷力の低下する不安定現象の生じていることを意味しており、×印で示したのは真の破壊が生じたことを意味している。計算において真の破壊というのは最大のひずみが生じている要素の真ひずみ ϵ_x が材料の最大真ひずみ ϵ_{max} に達したときに起こると仮定している。図-5 において計算による真の破壊が不安定現象の生じる前に起こっており矛盾しているが、これは材料の最大真ひずみをもっと大きかったとしたら不安定現象がそこで起こるであろうということを意味している。これら二つの図からわかるように実験値と計算値はよく一致しており、定量的な議論には問題が残るとしても、有限要素法による解析はこのような部材における不安定現象および真の破壊現象を含めた弾塑性挙動というものをよく説明しているといえる。

次に部材内のひずみによる実験値と計算値の比較を行

なそう。実験によるひずみの測定はモアレ法⁵⁾ によって行なわれている。図-6 に切欠断面における真ひずみの分布を3段階の荷重に対して示している。図-7, 8 には真ひずみの荷重方向における分布を示している。実験値は対称の位置にある点での測定値を平均したものである。計算値は格点における値として、その格点に關係し

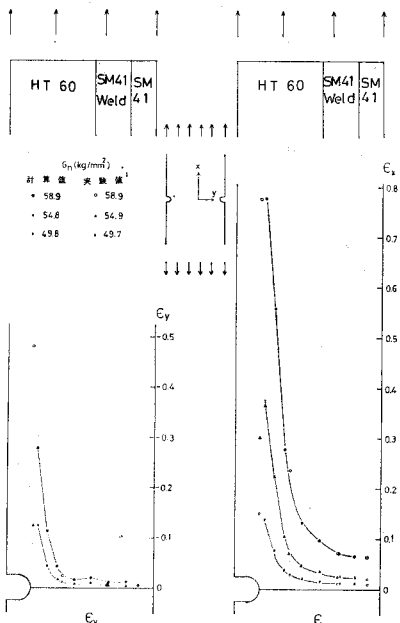


図-6 切欠断面上の真ひずみ分布

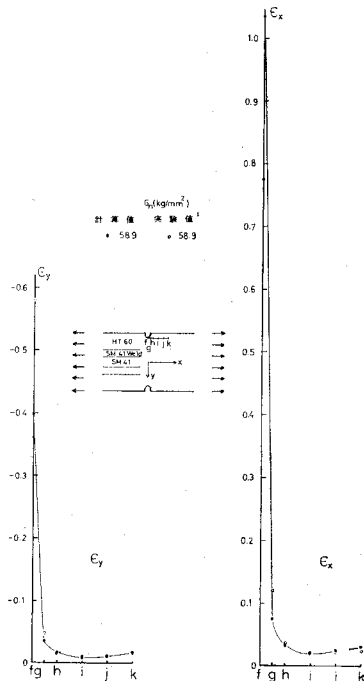


図-7 真ひずみ分布

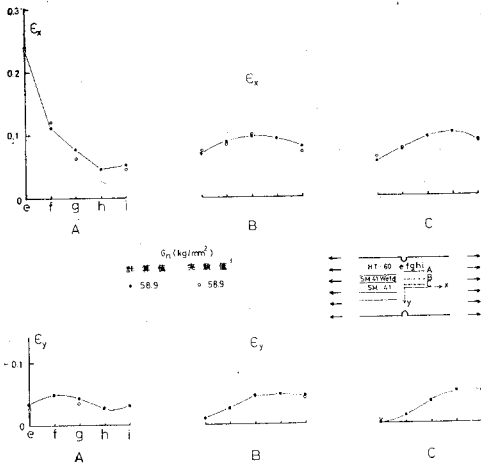


図-8 真ひずみ分布

ている要素のひずみを算術平均して求めている。これらの図からわかるようにひずみ集中の厳しい切欠先端近傍の若干のずれを除いて計算値と実験値とは良く一致している。

以上のように、実験結果との比較により、変形を考慮した有限要素法による弾塑性解析はこのような切欠部材の耐力挙動を良く説明しているといえることができるので、以下においては HT 80 と SM 41 を単独で用いた場合について解析結果に基づき両者の挙動を比較検討することにする。

図-9, 10 にそれぞれ HT 80 と SM 41 を用いた場合の切欠部材の荷重-変位関係を、切欠のない一軸引張の場合と比較しやすいように、公称応力-公称ひずみ関係に直して示してある。このような切欠部材の挙動に一般的に認められる興味ある点は、切欠のない一軸引張の場合のものに比べて曲線が上昇しており、それに伴って引張強さも高まっていることである。これは平行部断面による拘束のために、切欠部断面ではいわゆる多軸応力状態になっているためである。次に HT 80

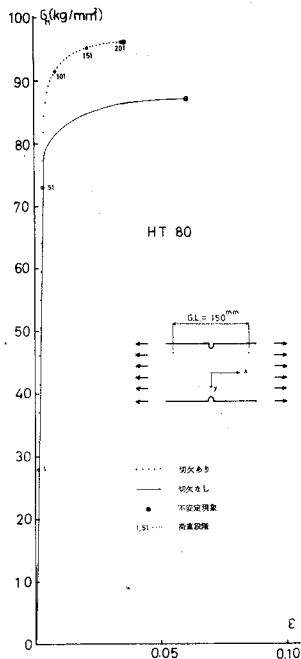


図-9 切欠部材の公称応力-公称ひずみ曲線

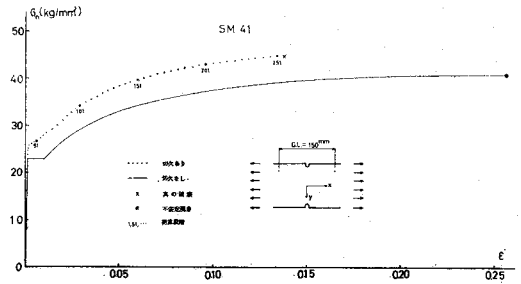


図-10 切欠部材の公称応力-公称ひずみ曲線

を用いた場合と SM 41 を用いた場合の挙動の差異について検討しよう。図-9 からわかるように、HT 80 を用いた場合には最高荷重点は不安定現象によって決まっている。このときの切欠先端の要素における真ひずみの値は 0.717 (71.7%) となっており通常実際の鋼材について考えられる真ひずみの値にくらべるときわめて大きい値になっているが、材料の最大真ひずみ値 1.100 にはまだ余裕がある。一方図-10 から認められるように SM 41 を用いた場合には、断面の不安定現象が生じる前に切欠先端の要素における真ひずみの値が材料の最大真ひずみ 1.219 に達している。最大荷重点までの部材としての伸びについてみると、HT 80 を用いた場合の方が著しく小さくなっている。これはすでに変断面材の場合について詳しく論じられているように⁶⁾⁷⁾、材料の降伏比の高いことが平行部断面における塑性変形量を制限するためである。

図-11 は切欠断面上での荷重方向の真ひずみ ϵ_x の分布を示している。図に記入してある K は荷重段階を表わしており、 $\sigma_{\text{平均}}$ はそのときの切欠断面についての平均的な公称応力を表わしている。図から認められるように、ひずみは切欠先端で最も高くなりその集中度は荷重の増加とともに大きくなる。切欠先端でのひずみ値は一軸引張試験で得られる一様伸びをはるかに越えて増加している。このことは切欠先端では局部的に耐荷力が低下しはじめていることを意味している。

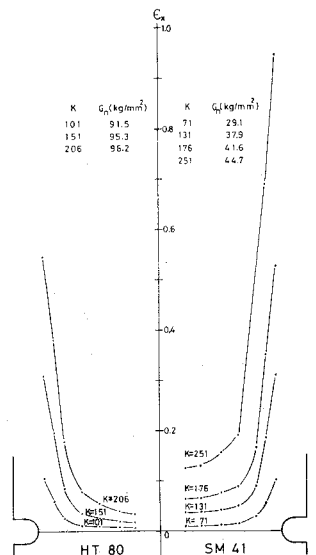


図-11 切欠断面上における真ひずみ分布

図-12 は切欠断面上での公称応力の分布を示している。計算結果は真応力で得られているのであるが、耐荷力について考える場合には断面減少の影響を含んだ公称応力に直した方が都合が良い。図からわかるように、初期の荷重段階では断面すべてにわたって公称応力は増加するが、ある程度荷重が大きくなると切欠先端から公称応力の減少が始まる。これはすでにこの部分においては真応力による抵抗力の増加分よりも断面減少による抵抗力の低下分の方が大きくなっていることを示しており、切欠先端ではひずみは一様伸びを越えて増大していくということと対応している。このような切欠先端での局所的な耐荷力の減少が始まっても、断面全体としての不安定な現象はすぐには起こっていない。切欠先端近傍における耐荷力の減少分を切欠から離れた中央断面部分が補っている間は部材としての耐荷力は増大していく。しかしながら、HT 80 を用いた場合には、ついには断面の減少による抵抗力の低下分の方が大きくなって部材としての耐荷力は減少し、不安定現象が生じている。一方 SM 41 を用いた場合には不安定現象が生じる前に切欠先端のひずみが材料の最大真ひずみに達している。このような HT 80 を用いた場合と SM 41 を用いた場合の差異は、HT 80 の一様伸びが SM 41 に比べるかに小さいために、切欠先端で耐荷力が減少し始める時期が HT 80 を用いた場合の方が著しく早いためであると考えられる。

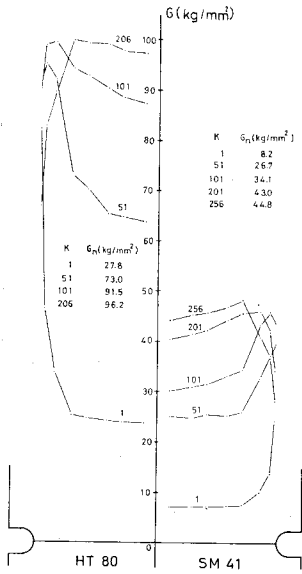


図-12 切欠断面上における公称応力分布

これはすでにこの部分においては真応力による抵抗力の増加分よりも断面減少による抵抗力の低下分の方が大きくなっていることを示しており、切欠先端ではひずみは一様伸びを越えて増大していくということと対応している。このような切欠先端での局所的な耐荷力の減少が始まっても、断面全体としての不安定な現象はすぐには起こっていない。切欠先端近傍における耐荷力の減少分を切欠から離れた中央断面部分が補っている間は部材としての耐荷力は増大していく。しかしながら、HT 80 を用いた場合には、ついには断面の減少による抵抗力の低下分の方が大きくなって部材としての耐荷力は減少し、不安定現象が生じている。一方 SM 41 を用いた場合には不安定現象が生じる前に切欠先端のひずみが材料の最大真ひずみに達している。このような HT 80 を用いた場合と SM 41 を用いた場合の差異は、HT 80 の一様伸びが SM 41 に比べるかに小さいために、切欠先端で耐荷力が減少し始める時期が HT 80 を用いた場合の方が著しく早いためであると考えられる。

以上のように、このような切欠部材の耐力というのは不安定現象によって定まる場合と真の破壊によって定まる場合の二通りあると考えられる。そして不安定現象というのは局所的な要因によって起こるのではなく、断面全体としての応力分布に依存するものと考えられる。それに対して真の破壊というのは切欠先端の応力値あるいはひずみ値などという比較的局所的な要因によって定まってくると考えられる。また一様伸びというのは、一軸引張状態において不安定現象が生じるまでの伸び量と考

えられるので、他の構造形式における不安定現象発生を直接説明するものではなく、その生じやすさを表わす一つの尺度と考える方が適当であると思われる。したがって HT 80 は SM 41 に比べ不安定現象の生じやすい材料であるということが出来る。

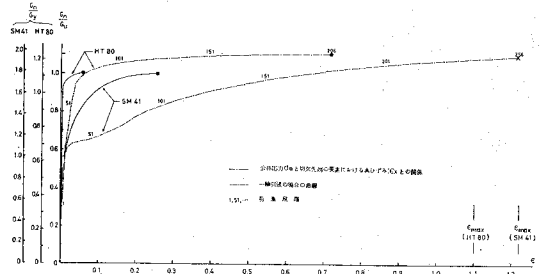


図-13 公称応力 σ_n と切欠先端の要素における真ひずみ ϵ_x との関係

図-13 は横軸に切欠先端の要素における荷重方向の真ひずみ ϵ_x をとり、縦軸には切欠断面についての平均的な公称応力 σ_n と引張強さ σ_u の比 σ_n/σ_u をとってプロットしたものである。この図にはまた切欠のない一軸引張の場合についての曲線も描いてあるが、これは材料の公称応力-公称ひずみ曲線そのものである。図から、切欠を有する部材についての曲線は一軸引張の場合の曲線を横軸方向に引き伸ばした形になっていることが認められるが、これは切欠先端にひずみの集中が生じていることを意味している。HT 80 と SM 41 についての曲線とを比較すると HT 80 についての曲線の方が上側にきており、最大荷重に速やかに接近していることが認められる。このことは材料の降伏比と密接な関係がある。すなわち、切欠断面全体が降伏 (general yielding) した時点で σ_n/σ_u の値はほぼ降伏比に等しくなると考えられ、一方 general yielding が起こるまでに要求される切欠先端のひずみ量は周辺の弾性部分による拘束などのためにあまり大きい必要はないので、降伏比の大きい HT 80 を用いた場合の方が曲線は上側になると考えられる。したがってこのような意味においては HT 80 の方が強度的にはむしろ有利な材料であるということが出来る。しかしながらこのような議論は材料の引張強さ σ_u を基準にして考えたために生じたものであって、降伏応力 σ_Y を基準にして考え、図-13 の縦軸を σ_n/σ_u の代わりに σ_n/σ_Y をとってプロットしなおせば SM 41 についての曲線の方が HT 80 についての曲線より上側になることは当然である。したがって降伏応力を基準にした考え方では、SM 41 の方が HT 80 よりも最大荷重点までの余力は圧倒的に大きいということが出来る。

6. ま と め

本報告では円弧程度の切欠を有する平板の耐力挙動について、主として有限要素法による弾塑性解析に基づき考察を行なった。その結果は以下のようにまとめることができる。

(1) 実験結果との比較により、変形の影響を考慮した有限要素法による解析結果は、このような切欠を有する部材の耐力挙動をよく説明していることが確かめられた。

(2) 切欠部材の純断面に対する引張強さは一軸引張の場合の引張強さよりも高くなるが、これは応力の多軸性によるものと考えられる。

(3) 切欠部材の最高荷重までの伸び量は平行部断面における塑性変形量に支配的な影響を受けると考えられ、HT 80 は SM 41 に比べ降伏比が高いために塑性変形量が制限されるので、HT 80 を用いた場合の方が最高荷重までの伸び量は小さくなる。

(4) このような切欠部材の最高荷重は、断面の減少による不安定現象と真の破壊現象のどちらかによって定まると考えるのが妥当である。不安定現象は断面全体としての応力性状により決定されるのに対し、真の破壊は比較的局部的な応力値あるいはひずみ値によって決定されると考えられる。

(5) 不安定現象は材料の一樣伸びと密接な関連を有していると考えられる。しかしながら一樣伸びというのは応力状態が一軸である場合の不安定現象が生じるまでの伸び量を表わしていると考えられるので、他の構造形式における不安定現象を直接説明するものではなく、むしろ不安定現象の生じやすさの一つの尺度と考えるのが妥当であると思われる。

(6) HT 80 は一樣伸びが小さいので不安定現象が生じやすいと考えられ、本報告で取り扱った切欠部材の場合についても不安定現象により最大荷重点が決定されていた。一方 SM 41 の場合には、SM 41 の一樣伸びは HT 80 に比べればはるかに大きいので、不安定現象が生じる前に切欠先端のひずみが材料の最大ひずみに達していた。

(7) HT 80 は降伏比が高いために、引張強さを基準にした考え方では強度的には SM 41 よりもむしろ有利な材料と考えられるが、降伏応力を基準にしてひずみ硬化を単なる余力とみるならば、SM 41 を用いた場合の方が最高荷重までの余力は圧倒的に大きくなる。

7. おわりに

広島大学工学部の永井欣一教授には貴重な実験データを引用させて頂きました。記して感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 永井欣一：異種鋼材混用継手の引張試験結果，広島大学工学部，1970.4.
- 2) 横畑武夫：材料強度学，技報堂，1966.
- 3) 堀川浩甫：高張力鋼の構造部材としての力学的特性に関する研究，東京大学工学部（学位論文），1967.12.
- 4) 村上永一：高張力鋼使用上の問題点，構造工学における最近の諸問題，土木学会，1965.
- 5) 永井欣一：モアレ法によるひずみ測定について，溶接学会疲労強度研究委員会，1968.6.
- 6) 堀川浩甫他：変断面材の引張試験，土木学会第24回年次学術講演概要集，1969.
- 7) 青木博文他：変断面材の伸び能力と降伏比に関する研究，建築学会関東支部第37回梗概集，1966.

付録：変形の影響を考慮した有限要素法による平板 (Scheibe) の弾塑性解析法

平均応力問題に対する有限要素法の適用およびその定式化などについてはすでに多くの文献¹⁾に詳しく述べられているので省略することにして、ここでは変形の影響を考慮する場合の取り扱いについて主に述べることにする。

面内荷重を受ける二次元平面応力問題においては、要素として三角形要素を用い、要素内の変位を座標の一次関数と仮定するのが弾塑性解析を行なう場合には都合が良い。したがってここでも同様な仮定を行なう。

要素内のひずみ $[\epsilon]$ と節点変位 $[\delta]$ は

$$[\epsilon] = [B][\delta] \dots\dots\dots (A \cdot 1)$$

で結ばれている。 $[B]$ は節点の座標のみの関数。次に応力 $[\sigma]$ とひずみ $[\epsilon]$ の関係は

$$\left. \begin{aligned} [\sigma] &= [D_e][\epsilon] \dots\dots \text{弾性域} \\ &= [D_p][\epsilon] \dots\dots \text{塑性域} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A \cdot 2)$$

で表わされることができる。ここで $[D_e]$ は材料固有の値をとり一定であるが、 $[D_p]$ はそのときの応力値の関数となる。 $[B]$, $[D_e]$, $[D_p]$ の内容については文献 1), 2) に詳しく述べられている。

変形の影響を考慮する場合の節点における基本的な力一変位関数を導こう。変形の影響を考慮することに加えて、さらに塑性域における要素の剛性マトリックス $[D_p]$ はそのときの応力値の関数となり一定ではないことなどにより、応力とひずみの関係を刻々追跡しそのつど変形したことによって生じた力の不つり合いを修正してゆくという荷重漸増法を用いる。この場合各荷重増分に対するひずみは微小であると仮定する。いまある一つ

の要素を取り出し基本の状態として i 番目の荷重段階を考え、この状態において、

$$[F_i] = \int [B_{i-1}]^T [\sigma_i] dV = [B_{i-1}]^T [\sigma_i] V_{i-1} \dots \dots \dots (A.3)$$

i : 荷重段階を表わす

$[F]$: 節点外力

V : 要素の体積

T : 転置行列を表わす

が成り立っているとす。この状態から出発して $i+1$ 段階目の計算を行なうことを考える。そのために要素の各節点に仮想変位 $[\delta^*]$ を与える。そのとき節点外力 $[F_i + \Delta F]$ がなす仕事は

$$[\delta^*]^T [F_i + \Delta F] \dots \dots \dots (A.4)$$

で表わされ、内力のなす仕事は

$$\int [\epsilon^*]^T [\sigma_i + \Delta \sigma] dV = [\epsilon^*]^T [\sigma_i + \Delta \sigma] V_i = [\delta^*]^T [B_i]^T [\sigma_i + \Delta \sigma] V_i \dots \dots \dots (A.5)$$

で表わされる。仮想仕事の原理から式 (A.4) と式 (A.5) を等置することにより

$$[\delta^*]^T [F_i + \Delta F] = [\delta^*]^T [B_i]^T [\sigma_i + \Delta \sigma] V_i \therefore [F_i + \Delta F] = [B_i]^T [\sigma_i + \Delta \sigma] + V_i \dots \dots \dots (A.6)$$

が得られる。ここで式 (A.3) の関係を使うと

$$[\Delta F] + [\Delta F'] = [B_i]^T [\Delta \sigma] V_i \dots \dots \dots (A.7)$$

ただし

$$\begin{aligned} [\Delta F'] &= F_i - [B_i]^T [\sigma_i] V_i \\ &= [B_{i-1}]^T [\sigma_i] V_{i-1} - [B_i]^T [\sigma_i] V_i \\ &= \{ [B_{i-1}]^T V_{i-1} - [B_i]^T V_i \} [\sigma_i] \end{aligned}$$

が得られる。式 (A.7) は材料の応力ひずみ関係には無関係に成り立つ式であるから、式 (A.1), (A.2) を式 (A.7) に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} [\Delta F] + [\Delta F'] &= [B_i]^T [D_e] [B_i] [\Delta \delta] V_i \dots \text{弾性域} \\ &= [B_i]^T [D_p] [B_i] [\Delta \delta] V_i \dots \text{塑性域} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (A.8)$$

が得られる。ただし、降伏した要素の剛性マトリックス $[D_p]$ は i 段階目の応力値を使って計算する。式 (A.8) が $i+1$ 段階目の計算に対する節点における基本的な力一変位関係を表わしている。式 (A.8) を使って各要素について剛性マトリックスを計算し、それらを重ね合せ、境界条件、荷重条件を課すことによって未知の変位増分 $[\Delta \delta]$ が求められ、さらに式 (A.1) からひずみ増分 $[\Delta \epsilon]$ 、式 (A.2) から応力増分 $[\Delta \sigma]$ が計算できる。このようにして得られた $i+1$ 段階目の応力はまた式 (A.6) からわかるように式 (A.3) に相当する関係

$$[F_{i+1}] = [B_i]^T [\sigma_{i+1}] V_i \dots \dots \dots (A.9)$$

ここで

$$\begin{aligned} [F_{i+1}] &= [F_i + \Delta F] \\ [\sigma_{i+1}] &= [\sigma_i + \Delta \sigma] \end{aligned}$$

を満たしているから、 $i+2$ 段階目以後の計算についても以上述べたことを繰り返していればよいことになる。

以上導いてきた式を使って電子計算機による解析を行なう場合の手順について簡単に述べる。最初に降伏する要素及びそのときの荷重をまず求め弾性計算を行なう。そしてその後は一定の荷重増分 $[\Delta F]$ を加え $[\Delta F + \Delta F']$ に対して計算された値をその前の段階の値に加えて行く。その際ひずみによる制御も行ない、 $[\Delta F + \Delta F']$ に対して計算された相当塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\epsilon}_p$ が与えられた制御値よりも大きくなったときは制御値内に入るように修正をしている。実際には塑性化が進行すると1回の荷重量はほとんどの場合、ひずみによって決定されている。このひずみの制御値としては普通 0.005 (0.5%) 程度の値を使用した。また要素の降伏は要素の相当応力 $\bar{\sigma}$ が材料の降伏応力 σ_Y の 0.99~1.005 倍以内に入るようにし、上下にある幅をもたせている。計算は相当塑性ひずみ $\Sigma \Delta \bar{\epsilon}_p$ が材料の最大真ひずみに達したときには真の破壊が生じたとして、また荷重増分 $[\Delta F]$ を加えなくても $[\Delta F']$ に対して計算した相当塑性ひずみ増分 $\Delta \bar{\epsilon}_p$ がひずみの制御値に達したときは不安定現象が生じたとして打ち切りを行なっている。

本解析法が妥当なものであるかどうか、特に変形の影響を正しく考慮しているかどうか検討するために、特殊な場合として一軸引張応力状態にあると考えられる平面板を解析する。一軸状態における真応力と公称応力の関係および真ひずみと公称ひずみの関係は求められているので、このようにして得られた公称応力一公称ひずみ曲線と、入力データとして真応力一真ひずみ曲線を用いて解析した結果から得られた公称応力一公称ひずみ曲線を比較することにより、本解析法が変形の影響を正しく考慮しているかどうかのチェックができると考えられる。

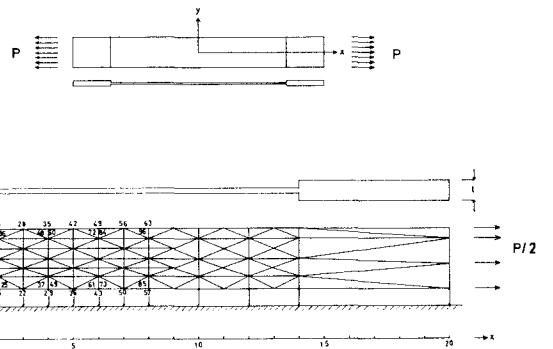


図 A-1 解析方法のチェックに使用したモデル

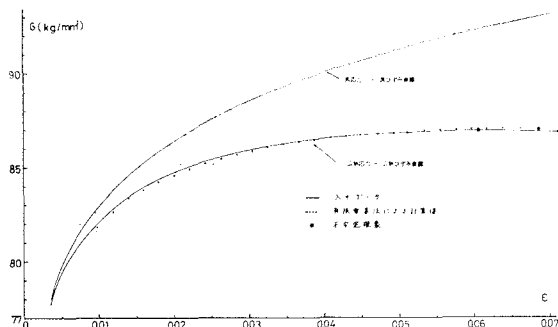


図 A-2 解析方法のチェック

チェックのために解析を行なった平面板およびその要素への分割方法を図 A-1 に示す。使用材料は HT 80 を考え、その一軸応力状態における真応力—真ひずみ曲線および公称応力—公称ひずみ曲線を図 A-2 に示す。ここで真応力—真ひずみ曲線のひずみ硬化部は

$$\sigma = 10900 e^{0.0593 \epsilon}$$

という式で表わしている。したがって不安定現象が生じるまでの伸び ϵ_u は

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = \sigma$$

より

$$\epsilon_u = 0.0593$$

となる。なお真応力 σ と公称応力 σ_n および真ひずみ ϵ

と公称ひずみ ϵ の関係は

$$\sigma = \sigma_n(1 + \epsilon), \quad \epsilon = \ln(1 + \epsilon)$$

である。

計算は、真応力—真ひずみ関係を用いて刻々の変形を追跡している。計算から得られた公称応力—公称ひずみ関係をやはり図 A-2 にプロットしている。計算において公称応力というのは荷重を原断面積で割って得られ、公称ひずみというのはある節点とある節点の相対変位をその節点間の原点で割って得られる。図からわかるように計算から得られた公称応力—公称ひずみ関係は先に求めておいたものと非常に良く一致している。また計算により得られた不安定現象は真ひずみ $\epsilon_x = 0.0659$ のときに生じており若干遅めになっているが、これは解析においては荷重と直角方向の応力がわずかに存在するためと考えられ、このことを考慮すると計算は変形の影響を正しく評価しているといえる。

参考文献

- [1] たとえば, Zienkiewicz, O.C., Cheung Y.K.: The Finite Element Method in Structural and Continuum Mechanics, McGraw-Hill, 1967.
- [2] Yamada, Y. et al.: Plastic Stress-Strain Matrix and its Application for Solution of Elastic-Plastic Problem by the Finite Element Method, Int. J. Mech. Sci., Oct. 1968.

(1971.7.14・受付)
(1972.5.30・再受付)