

水文学発生確率論的特性に関する研究

A STUDY ON THE PROBABILISTIC CHARACTERISTICS
OF THE GENERATIONS IN HYDROLOGIC EVENTS

高瀬 信忠*・鈴木 秀利**

By Nobutada Takase and Hidetoshi Suzuki

1. はじめに

水工計画の基礎となる降雨や洪水などの水文学は、自然界における物理的因子と確率的因子に支配される不定量であって、これら諸因子の結合作用によって発生するものであるといえるであろうが、これらは水工計画にとり入れられ、そして、計画の中において採用される非常に重要な因子であるといえよう。しかし実際には、これら諸因子の多くを解明することは不可能であり、いろいろの仮定のもとに水工計画がなされている現状であるが、われわれは現実の問題として降雨や洪水の発生と確率降雨や確率洪水などをいかに評価するか、それは治水計画における計画高水流量などを決定する際に、非常にむずかしいが重要な問題であるといわなければならない。

本研究は、水文学における自然発生確率と、ある観測期間における最大値水文学の特性について理論的に研究するとともに、モンテカルロ法によるシミュレーションによって水文学の発生を予想し、そして、これら全体の水文学の発生確率に関して、年最大日雨量と年最大洪水流量の実際の水文学資料について研究し、理論値と比較対比したものである。これらの研究成果は合理的な治水計画、特に計画高水流量など決定の重要な一因子として貢献するだろうと考えられる。

2. 水文学発生評価および M 年間最大値水文学の特性

(1) 水文学の発生に対する評価

計画高水流量は実際問題として、かなり大きな流量

(一般的には、水文学)で計画したとしても、それを超過する洪水(水文学)がありうるということであろう。これら水文学の発生を水工計画にとり入れ、その結果を有効に利用するためには、確率計算の基をなす統計資料が一般に少ない現状において、これをどのように処理するかということが重要であろうと思われる¹⁾。また洪水などのような水文学の統計において、本来推定の必要のあるものは、すべての水文学についての生起確率によって発生確率を議論すべきである。しかし従来のところ一般には、年間第 1 位の生起確率しかとり扱われていないが、これらをどのように考えるかなどの問題点がある²⁾。一般に、 T 年洪水などの T 年水文学以上の水文学が N 年間に 1 度も起こらないであろう確率は、 N が比較的大きければ³⁾

$$P = \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \cong e^{-N/T} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、

$$\frac{1}{T^2} < 1$$

式(1)において、 $T=N$ とすれば、

$$P_1 = e^{-1} \cong 0.37 \dots N \text{ 年以上の水文学が } N \text{ 年間に } 1 \text{ 度も起こらないであろう確率}$$

$T=5N$ とすれば

$$P_5 = e^{-0.2} \cong 0.82 \dots 5N \text{ 年以上の水文学が } N \text{ 年間に } 1 \text{ 度も起こらないであろう確率}$$

$T=10N$ とすれば

$$P_{10} = e^{-0.1} \cong 0.90 \dots 10N \text{ 年以上の水文学が } N \text{ 年間に } 1 \text{ 度も起こらないであろう確率}$$

$T=20N$ とすれば

$$P_{20} = e^{-0.05} \cong 0.95 \dots 20N \text{ 年以上の水文学が } N \text{ 年間に } 1 \text{ 度も起こらないであろう確率}$$

$T=100N$ とすれば

* 正会員 工博 金沢大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 水資源開発公団試験所

$P_{100} = e^{-0.01} \approx 0.99 \cdots 100$ N 年以上の水文量が N 年間に 1 度も起こらないであろう確率

以上のことからわかるとおり、 N 年間の安全を仮に 90% で期待するためには、常に $10N$ 年水文量を考えなければならないことになる。しかし一般に、 T 年洪水などの T 年水文量という概念は、平均的にみて T 年間に 1 年の割合で、それ以上の値が期待されるような値で、 T 年間安全であるということではない。

(2) M 年間最大値水文量の特性

計画高水流量を決めたり、降雨や洪水などを論じる場合に、しばしば過去 M 年間の観測値の最大値を一つの目安とすることがある。しかし、この値は既往最大ということだけで、このような値が統計的にみた場合、どのような意味をもっているかについて、すべての河川流域などに共通するような相対的安全度がわからないけれども、現実の問題として発生した降雨や洪水であり、少なくとも何かの一つの基準となりうる重要な値であるといわなければならないであろう。 M 年間の最大値を設計値とした場合、 N 年間の寿命である確率については、構造物を設計する場合について研究されているが、ここでは、 M 年間最大値のもっている特性について考察してみよう。

いま仮に水文量として、洪水流量を例にとりて考えると、過去 M 年間の最大流量を計画高水流量とした場合、将来どれくらいの期間はその流量値をこえる値が起こらず、その河川が安全であるか。ここで、 c をある年の、その流量値のとる超過確率、すなわち、ある年の流量が計画高水流量 (M 年間の最大流量) をこえる超過確率であり、寿命とは計画高水流量を超過するような流量が起こるまでの年数であると定義しよう。 c の値は 0 から 1 まで一様な確率分布をとるものとすれば、 M 年間の最大流量を計画高水流量とした場合、その値が N 年間の寿命である確率 X を求めてみると、次のとおりである⁹⁾。

$$X = \int_0^1 (1-c)^{N-1} \cdot c \cdot M(1-c)^{M-1} dc$$

$$= \frac{M}{(M+N-1)(M+N)} \cdots \cdots (2)$$

上の式(2)において、 M が比較的大きいと、 $N = M$ とすると、その確率 X は、

$$X = \frac{M}{2M(2M-1)} \approx \frac{1}{4M} \cdots \cdots (3)$$

また、 $N = (1/5)M$ とすると

$$X = \frac{M}{1.2M(1.2M-1)} \approx \frac{1}{1.44M} \cdots \cdots (3)'$$

この式は M に関係することになるが、少なくとも N

年間のもつという寿命の期待値 L は、 M が比較的大きいと、 $N = M$ とすれば、

$$L_1 = \sum_{N=M}^{\infty} \frac{M}{(M+N-1)(M+N)}$$

$$= \sum_{N=M}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{N}{M} - \frac{1}{M}\right)\left(1 + \frac{N}{M}\right)} \cdot \frac{1}{M}$$

$$\approx \sum_{N=M}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{N}{M}\right)^2} \cdot \frac{1}{M}$$

ここで、 $N = M + z$ とおけば

$$L_1 = \sum_{N=M}^{\infty} \frac{1}{\left(1 + \frac{M+z}{M}\right)^2} \cdot \frac{1}{M}$$

$$= \sum_{z=0}^{\infty} \frac{1}{\left(2 + \frac{z}{M}\right)^2} \cdot \frac{1}{M}$$

$$= \int_0^{\infty} \frac{1}{\left(2 + \frac{z}{M}\right)^2} \cdot \frac{1}{M} dz$$

ここで、さらに $\frac{z}{M} = \xi$ とおけば

$$L_1 = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(2+\xi)^2} = \left| \frac{-1}{2+\xi} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{2} = 0.50$$

次に、 $N = \frac{1}{5}M$ 、すなわち、 $M = 5N$ の場合を考える、同様にして

$$L_5 = \int_0^{\infty} \frac{d\xi}{(1.2+\xi)^2} = \left| \frac{-1}{1.2+\xi} \right|_0^{\infty} = \frac{1}{1.2} \approx 0.83$$

以下同じく

$$N = \frac{1}{10}M, \text{ すなわち,}$$

$$M = 10N \text{ ならば, } L_{10} = \frac{1}{1.1} \approx 0.91$$

$$N = \frac{1}{20}M, \text{ すなわち,}$$

$$M = 20N \text{ ならば, } L_{20} = \frac{1}{1.05} \approx 0.95$$

$$N = \frac{1}{100}M, \text{ すなわち,}$$

$$M = 100N \text{ ならば, } L_{100} = \frac{1}{1.01} \approx 0.99$$

ここで、 $L_1, L_5, L_{10}, L_{20}, L_{100}$ は、それぞれ N 年、 $5N$ 年、 $10N$ 年、 $20N$ 年、 $100N$ 年間の最大値のもつ N 年間の寿命であって、 N を M に置き換えて考えてもよろしいわけである。

以上は、 $N \leq M$ の場合であるが、 $N > M$ の場合を考えると、以下同様にして、

$$N = 5M, \text{ すなわち,}$$

$$M = \frac{1}{5}N \text{ ならば, } L_{1/5} = \frac{1}{6} \approx 0.17$$

$$N = 10M, \text{ すなわち,}$$

$$M = \frac{1}{10} N \text{ ならば, } L_{1/10} = \frac{1}{11} \approx 0.091$$

$N = 20 M$, すなわち,

$$M = \frac{1}{20} N \text{ ならば, } L_{1/20} = \frac{1}{21} \approx 0.048$$

$N = 100 M$, すなわち,

$$M = \frac{1}{100} N \text{ ならば, } L_{1/100} = \frac{1}{101} \approx 0.0099$$

(3) 総合的考察

式(1)は、 T 年水文学量が N 年間に一度も起こらないであろう確率であり、式(2)は、 M 年間の最大水文学量で計画した場合、その値が少なくとも N 年間の寿命である確率であって、ともに、その間の安全を期待される確率である。式(1)と式(2)によって計算された結果は、あまり差のないことがわかるであろう。われわれが一般に、 T 年水文学量の概念をよく使っているが、これは平均的にみて、 T 年間に1年の割合で、それ以上の値が期待されるような値である。したがって、ここでとりあげているような T 年間安全であるということではないので注意しなければならない。

3. モンテカルロ法を利用した水文学発生予想

確率水文学の概念は、水文学の発生は純偶発現象であり、年々の値は統計的に独立していると仮定しているものである。そこで、モンテカルロ法によるシミュレーションを用いて乱数表から年々の値の時系列を作り、これら時系列についての性質を調べてみた。まず、乱数表における値について、たとえば、3475は超過確率0.3475の値に対応するものと考え、これらのとりだした数列は、年々起こるであろう値の超過確率に対応した時系列とみてよいであろう。次に実際の水文学量に適用する場合には、実際水文学量の年最大水文学資料によって確率計算し、対数正規分布による確率変数の変換式を推定する。そして、その変換式によって、前述の時系列による超過確率に対する水文学の値を求めてゆく。これがその河川流域における時系列モデルと考えられる。

4. 実際の水文学資料に対する適用と考察

以上、水文学発生確率論的特性について、われわれの理論的見解と考察を述べたのであるが実際の適用例として、金沢、富山、福井および岐阜の年最大日雨文学資料、黒部川、淀川、木津川および桂川の年最大洪水流量資料、計8地点を対象として、われわれの理論的考察と対応させながら調べることにしたい。

(1) 実際の水文学資料による水文学の発生状況に対する適用と考察

解析対象地点は表-1に示すとおりであるが、No. 1~4は年最大日雨文学系列、No. 5~8は年最大洪水流量の系列資料である。

表-2は上述の水文学資料を各地点別にそれぞれ確率計算し、これら各地点ごとの全資料によって確率計算した T 年水文学および M 年間の最大水文学以上の値が実際水文学資料において、前者の場合には観測開始年、さらに観測開始年以降1年ずつずらして、それ以後 N 年間に生起しなかった確率、後者の場合には M 年間の翌年、さらに、その翌年以降1年ずつずらして、それ以後同じく N 年間に生起しなかった確率を示したものである。表-2よりわかるとおり比較的理論値に近い値で、 T 年水文学以上あるいは M 年間の最大水文学以上の水文学量が N 年間に生起していないこと、特に8地点全部を平均して考えた場合には理論値に近いことがわかるであろうと思われる。なお確率計算値は、順序統計学による Thomas plot と Hazen plot の算術平均値を用いた。一例として、黒部川の愛本地点における表-3の年最大洪水流量資料について、以上の適用検討方法を説明してみよう。

a) T 年洪水流量以上の値が実際資料において生起しなかった確率

黒部川と同資料は、1922年から69年までの48年間の年最大洪水流量の系列であるが、これらの流量値を年代順に No. 1, No. 2, No. 3, ... と番号をつける。表-4は黒部川についての全資料を用い、2年から20年ま

表-1 解析対象地点要素一覧表

No.	河川名 or 地域	地 点	資料の種類	流域面積 (km ²)	統計年数	期 間 (年)	欠 測 (年)
1	石 川 県	金 沢	年 最 大 日 雨 量		84	1886~1969	
2	富 山 県	富 山	"		61	1907~1969	1908, 1923
3	福 井 県	福 井	"		72	1897~1969	1945
4	岐 阜 県	岐 阜	"		83	1887~1969	
5	黒 部 川	愛 本	年 最 大 洪 水 流 量	667	48	1922~1969	
6	淀 川	枚 方	"	7 281	72	1897~1968	
7	木 津 川	加 茂	"	1 596	68	1901~1968	
8	桂 川	羽 東 師	"	1 100	82	1887~1968	

表-2 実際水流量において生起しなかった確率の状況

No.	河川名 or 地域	T or M	生 起 し な い 確 率				期 間 (年)	統計年数	備 考
			N	5N	10N	20N			
1	金 沢	沢	0.56 0.46	0.90 0.78	0.96 0.87	0.98 0.89	1886~1969	84	
2	富 山	山	0.14 0.45	0.85 0.84	0.96 0.92	0.99 0.94	1907~1969	61	1908, 1923 欠測
3	福 井	井	0.24 0.46	0.52 0.84	0.86 0.90	0.96 0.97	1897~1969	72	1945 欠測
4	岐 阜	阜	0.45 0.45	0.60 0.79	0.67 0.87	0.74 0.96	1887~1969	83	
5	黒 部 川	川	0.24 0.36	0.91 0.68	0.98 0.82	0.99 0.84	1922~1969	48	
6	淀 川	川	0.30 0.46	0.89 0.77	0.97 0.82	0.99 0.90	1897~1968	72	
7	木 津 川	川	0.74 0.53	0.95 0.80	0.99 0.83	1.00 0.88	1901~1968	68	
8	桂 川	川	0.74 0.48	0.98 0.76	1.00 0.79	1.00 0.81	1887~1968	82	
9	No. 1~8 の 算術平均		0.43 0.46	0.83 0.78	0.92 0.85	0.96 0.90			
10	理 論 値		0.37 0.50	0.82 0.83	0.90 0.91	0.95 0.95			上段(1)式 下段(2)式

注: 1) 上段は T 年水流量以上の値が実際資料において、それ以後 N 年間に生起しなかった確率、下段は M 年間の最大値水流量以上の値が同じく実際資料において、それ以後 N 年間に生起しなかった確率を示している。

2) No. 10 による理論値の上段および下段における値と、それぞれ対応すること。

表-3 黒部川(愛本地点)の年最大洪水流量

No.	年	月 日	最大流量 (m³/sec)	No.	年	月 日	最大流量 (m³/sec)
1	1922	7. 7	980	25	1946	6.24	1 490
2	1923	5.21	978	26	1947	6.28	1 635
3	1924	8.22	1 030	27	1948	9.16	602
4	1925	7.11	523	28	1949	9. 1	1 983
5	1926	8.18	773	29	1950	10. 6	875
6	1927	7. 6	788	30	1951	4.29	560
7	1928	6.25	790	31	1952	7. 1	4 869
8	1929	8.16	461	32	1953	8.19	2 457
9	1930	7.10	1 563	33	1954	5. 9	1 065
10	1931	7. 9	1 950	34	1955	6.26	1 051
11	1932	7. 8	695	35	1956	7.16	1 500
12	1933	5. 3	663	36	1957	7. 8	3 610
13	1934	7.12	3 060	37	1958	7.26	1 583
14	1935	6.19	1 035	38	1959	7.11	3 448
15	1936	6.29	1 900	39	1960	8.13	1 100
16	1937	8. 7	1 162	40	1961	7. 4	2 365
17	1938	6.13	988	41	1962	6.13	1 593
18	1939	8. 6	988	42	1963	5.21	1 247
19	1940	7.12	1 870	43	1964	7. 8	1 900
20	1941	7.10	988	44	1965	7.18	1 946
21	1942	6.19	788	45	1966	7.18	1 101
22	1943	11. 9	1 230	46	1967	7.13	812
23	1944	7.20	3 340	47	1968	8.28	480
24	1945	7.15	2 330	48	1969	8.11	5 640

表-4 黒部川の確率洪水流量

n	Q	n	Q	n	Q	n	Q
2	1 308	11	2 987	20	3 619	65	4 979
3	1 708	12	3 082	25	3 865	70	5 070
4	1 986	13	3 159	30	4 069	75	5 156
5	2 202	14	3 245	35	4 246	80	5 236
6	2 378	15	3 311	40	4 400	85	5 312
7	2 531	16	3 371	45	4 538	90	5 385
8	2 665	17	3 440	50	4 661	95	5 454
9	2 784	18	3 496	55	4 776	100	5 519
10	2 891	19	3 556	60	4 881		

注) n : 確率年, Q : 洪水流量値 (m³/sec)

では1年ごとの確率洪水流量値、それ以後は簡略化して、5年ごとに区切った確率洪水流量値を示している。まず $T=N$ 、すなわち、N年以上の洪水がN年間に生起しなかった確率については、次のとおりである。

表-5のA欄は確率年で、確率計算により求められる確率洪水の再現期間 T を表わし、B欄は観測開始年を1とし、以後順番に資料に番号をつけたものである。ここでA欄の再現期間1年の確率洪水のところはすべて空白になっているが、これは1年確率洪水の値はないからである。したがって、最初は2年確率の洪水から始まるのであるから、前述の要領で年代順につけた洪水流量値の番号 No. 1, No. 2の観測値のうち大きい方の値が2年確率の洪水を超えているかどうか、つまり生起しているか否かを調べる。この場合には、観測値は表-3より 980 m³/sec と 978 m³/sec のうちの大きい方である 980 m³/sec と表-4の確率洪水のうちの2年確率洪水の 1 308 m³/sec を比較してみると、生起していないことになるから表-5のA欄2およびB欄1の交差したところの位置に生起していない印の○をつける。以下同じようにしてB欄1は、実際資料を1年ずつふやし、これらのうちの最大値と3年, 4年, 5年, …48年確率洪水流量値と比較して、生起している場合は×印、生起していない場合は○印を、それぞれA欄3, 4, …48につけてゆく。これでB欄1のところの縦の1行目が終わったことになる。次にB欄2については、実際資料がNo. 2から始まったものとして、上述したと同じようにして調べてゆく。そのようにしてB欄の最後47においては、No. 47, No. 48のうちの大きい方の値、つまり5 640 m³/sec と2年確率の洪水とを比較す

きるであろうと思われる。

5. む す び

統計解析における水文量の発生に関する研究は、洪水などの水文事象を起こす多くの因子の結合が全く偶然の事象であり、したがって、確率論で解析できるとの仮定が基礎となっている。しかし、与えられた流域における水文量発生確率の推定に最も基礎的な資料となるものは、その流域における最大水文量に関する過去の記録であることはいままでもないところである。

河川計画に必要な洪水など水文量発生評価の一方法として、従来、 T 年水文量の概念がしばしば用いられてきたが、これは平均的にみて、それ以上の値が T 年に 1 年の割合で期待されるような値のことである。しかし、これらの概念について理論的に考察を進めると、確率洪水などの確率水文量は実際の水文量発生を論じる場合には、ある幅をもって安全性を考えなければならないのではないかと。また計画の一つの目安として、過去の最大洪水流量などの最大水文量がよく議論されるが、これはどのような値であろうか。そして、どの程度まで信頼できる値であろうかなど、種々の疑問が生じてくる。本論文は、これらの疑問に対し理論的な考察を加えるとともに、わが国における 8 地点の実際資料を対象として、実際の年最大日雨量および洪水資料と対照させながら、水文量発生の実態を究明しようとしたもので、その結果、個々の各地点においては理論値とかなり違っているものもあるが、8 地点全部を平均して考えた場合には表-2 にも示されているとおり、かなり理論値に近い値で T 年水文量の値と M 年間最大値水文量以上の値が発生していないことがわかった。一方、水文量の再現期間に関連した問題をモンテカルロ法のシミュレーションによって調べ、金沢における 10 年間の最大日雨量発生の子想を行なった。しかし、時系列モデルで非常に大きな

値、また非常に小さな値が算出されたとしても、乱数表で、あくまでも純偶発的と考えたからであって実際問題としては、気象あるいは流域的には当然起こりうる上限値および下限値、そして、起こりやすい気象条件などがあるのではないとも考えられる。

水文量として代表的な河川の洪水流量などは、降雨を入力とする複雑な一つのシステムとみることができ、この洪水システムの動作は確率的要因をもった降雨によって規定されることはもちろんであろう。計画高水流量決定のための重要な一指標ともなる洪水など水文量発生特性、および、その評価についての河川計画の合理化に関して、本研究の寄与するところは少なくないであろうと思われる。

最後に本研究は、文部省特定研究費（研究代表者：名古屋大学 西畑勇夫教授）による研究成果の一部であり、有益な御教示をうけた高橋浩一郎気象庁長官、資料の収集と解析に当って全面的御援助を受けた各関係気象台、建設省北陸地方建設局および近畿地方建設局の担当者各位、ならびに計算に当って御協力願った当時学生谷口利重君（福井県庁）に対し、深甚の謝意を表する次第である。

参 考 文 献

- 1) Chow, V.T., Ramaseshan, S.: Sequential Generation of Rainfall and Runoff Data, Proc. ASCE., Vol. 91, No. HY 4, 1965.
- 2) 高瀬信忠・射場正和・布本 博：年間第 2 位以下の生起事象を考慮した確率水文量の推定に関する一考察，土木学会誌，第 53 巻 8 号，1968.
- 3) 角屋 睦：河川の防災基準についての一思考，河川災害に関するパネルディスカッション討議要旨，文部省災害科学総合研究班，1964.
- 4) 高橋浩一郎：モンテカルロ法による再現期間と設計荷重に関する研究，水資源資料，No. 15，科学技術庁資源局，1967.
- 5) 吉田洋一・吉田正夫：数表，培風館，1958.

(1971.12.8・受付)