

有限水深の波による矩形断面物体の運動と波の変形

SCATTERING OF SURFACE WAVES AND THE MOTIONS OF A
RECTANGULAR BODY BY WAVES IN FINITE WATER DEPTH

井 島 武 士*・田 淵 幹 修**・湯 村 や す***
By Takeshi Iijima, Yoshinobu Tabuchi and Yasu Yumura

1. はしがき

本論文は Fig. 1 に示すように、有限水深の海域に繫留された矩形断面の物体が正弦波の入射によって行なう運動と波の変形（反射率または通過率）を理論的に解明しようとするものである。

水中物体の上面が静水面より上にある場合は水面浮体の繫留運動を示し、繫留索がないときは自由運動を表わすことになるので、これによって流体摩擦を無視するときの有限水深域における浮防波堤、ポンツーン、または停止した船舶の波による運動を考えるための理論的な基礎を与えるとするものである。

深海波中の浮体運動は船体運動力学^{1), 2)}において広く研究されているが、浮体の大きさと同程度の有限水深域における浮体運動を境界値問題として理論的に取り扱った例はないと考えられる。

従来の浮体運動の研究においては、浮体に作用する波による外力を入射波による exciting force と、浮体の運動により生ずる radiation force とに分けて運動方程式を構成するため、運動の形式（2次元運動では水平（swaying）、鉛直（heaving）および回転（rolling）の各運動）に対応する付加質量と減衰力をあらかじめ求めておく必要がある。このため重心を通る鉛直軸に対称な任意の断面形状をもつ浮体については、流体運動の速度ポテンシャルを Laplace の方程式の境界値問題として、自由表面と水底条件および radiation condition を満足するよう決め、これを浮体の没水表面に沿う運動学的境界条件を満足するように修正することにより、浮体の水平、鉛直、回転の各強制運動による流体圧力を求めて、付加質量と減衰力を算出し、これを剛体としての浮体運動の方程式に用いるのが一般的である^{3), 4), 5)}。

本文で述べる方法は、矩形断面の浮体を対象として、自由表面条件と水底条件、radiation condition および浮体の没水表面の運動学的条件を満足する速度ポテンシャルの一般解を無限級数の形で求めておき、その各項の定数係数を異なった流体運動の領域の仮想境界面における力学的連続条件（mass flux および energy flux の連続性）を満足するように定めることにより、浮体運動に対応する境界値問題として、流体運動を確定するものである。浮体運動の方程式は速度ポテンシャルにより直接表わされ、この方程式が逆に速度ポテンシャルの定数係数を決定する条件として用いられるので、付加質量と減衰力を別に算定しておく必要はない。この方法によれば進行波のみならず、岸壁などの反射波の影響をうける場合の浮体運動も全く同様にして取り扱われる。

先に著者は波浪に対する固定境界値問題を解くのに、従来の諸方法^{6), 7), 8), 9), 10)}と異なった方法^{11), 12), 13), 14), 15)}を用いたが、本文はこれを振動境界面に対して拡張したものである^{16), 17)}。ここでは 2 次元運動として矩形断面浮体の場合を述べるが、円筒形浮体に対しては円柱座標を用いて 3 次元運動として解析され、また有限長の矩形断面浮体の運動は梢円柱座標を用いて 3 次元運動として一般的に取り扱うことができる。これらについては稿を改めて述べることにする。

2. 進行波中の水中物体の運動と波の変形

Fig. 1 に示すように水深 h の海域に幅 $2l$ 、厚さ $(q_2 - q_1) \cdot h$ ($1 > q_2 > q_1 > 0$) の矩形物体が、重心に関して対称な形で繫留されており、右方からの入射波により運動するものとする。2 次元運動を考え、静水面上に座標原点をとり、水平に x 軸、鉛直上方に z 軸をとる。平衡状態では物体の上、下面是それぞれ $z = -q_1 h$ および $z = -q_2 h$ にあり、物体重心は点 $(0, \bar{z}_0)$ 、繫留索の着力点は重心より h_1 だけ下方にあるものとする。周波数 σ

* 正会員 工博 九州大学教授 工学部水工土木学科

** 正会員 九州大学助手 工学部水工土木学科

*** 九州大学工学部研究補助員

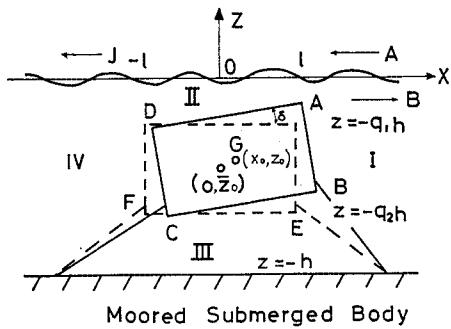


Fig. 1

($=2\pi/T$: T は周期) の入射波により、物体は平衡位置のまわりに微小運動を行ない、重心は点 (x_0, z_0) に移るとともに、微小角 δ だけ回転する。また入射波は物体により一部反射され、残りが背後へ通過するとともに、物体周辺では散乱波を生ずる。

流体運動は非圧縮性の完全流体における微小振幅の非回転運動で $\phi(x, z; t) = \phi(x, z) \cdot e^{i\omega t}$ の形の速度ポテンシャルをもつものとする。

(1) 物体表面の運動学的境界条件

物体重心の静止位置からの水平変位と鉛直変位および回転角の複素振幅をそれぞれ ξ, η, ω とすると、 x_0, z_0, δ は

$$x_0 = \xi e^{i\omega t}, \quad z_0 = \bar{z}_0 + \eta e^{i\omega t}, \quad \delta = \omega e^{i\omega t} \dots \dots \dots (1)$$

で表わされ、運動中の物体の側面 AB, CD と上下面 AD, BC は第 1 近似では次式で表わされる。

$$\left. \begin{array}{l} AB : x = l + \{\xi - \omega(z - \bar{z}_0)\} e^{i\omega t} \\ CD : x = -l + \{\xi - \omega(z - \bar{z}_0)\} e^{i\omega t} \\ AD : z = -q_1 h + (\eta + \omega x) e^{i\omega t} \\ BC : z = -q_2 h + (\eta + \omega x) e^{i\omega t} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

上式から、物体の没水表面における運動学的境界条件は、流体の水平および鉛直流速 u, w により、次のように与えられる。

$$\left. \begin{array}{ll} x = \pm l \text{ で} & u = i \sigma \{\xi - \omega(z - \bar{z}_0)\} e^{i\omega t} \\ z = -q_1 h, z = -q_2 h \text{ で} & w = i \sigma(\eta + \omega x) e^{i\omega t} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (3)$$

(2) 流体運動の速度ポテンシャル

Fig. 1 に示すように $x = \pm l$ と $z = -q_1 h, -q_2 h$ によって分けられる領域 I, II, III, IV における流体運動の速度ポテンシャルを $\phi_1(x, z), \phi_2(x, z), \phi_3(x, z), \phi_4(x, z)$ とすると、これらは次の Laplace の方程式を満足せねばならない。

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 = 0 \dots \dots \dots (4)$$

a) $\phi_1(x, z)$ と $\phi_4(x, z)$

領域 I と IV における ϕ_1 と ϕ_4 に対する自由表面と水

底での境界条件は次のようにある。

$$z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi; \quad z=-h \text{ で } \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

ここで、 g は重力の加速度である。A を入射波、B を反射波、J を通過波とし、また C_m, L_m を物体による散乱波とすると、式 (4) の一般解としての ϕ_1 と ϕ_4 は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \phi_1(x, z) = & (A e^{ik(x-l)} + B e^{-ik(x-l)}) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} C_m e^{-k_m(x-l)} \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \dots \dots \dots (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \phi_4(x, z) = & J e^{ik(x+l)} \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} L_m e^{k_m(x+l)} \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \dots \dots \dots (7) \end{aligned}$$

ここで、 k と k_m は次式により決まる固有値である。

$$\frac{\sigma^2 h}{g} = kh \tanh kh = -k_m h \tan k_m h \dots \dots \dots (8)$$

$$(m=1, 2, 3, \dots)$$

b) $\phi_2(x, z)$

ϕ_2 に対する自由表面と底面の条件は式 (3) により、

$$\left. \begin{array}{l} z=0 \text{ で } \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = \frac{\sigma^2}{g} \phi_2 \\ z=-q_1 h \text{ で } \frac{\partial \phi_2}{\partial z} = i \sigma(\eta + \omega x) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (9)$$

上の第 2 式の右辺を $|x| < l$ でフーリエ級数に展開すると

$$\begin{aligned} i \sigma(\eta + \omega x) = & 4 i \sigma \left[\eta \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(2s+1)\pi} \cos \frac{(2s+1)\pi}{2l} x \right. \\ & \left. + 2 \omega l \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(2s+1)^2 \pi^2} \sin \frac{(2s+1)\pi}{2l} x \right] \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

ゆえに式 (9) を満足する式 (4) の一般解として ϕ_2 は次の形で表わすことができる。

$$\begin{aligned} \phi_2(x, z) = & \left(D \frac{\cos k' x}{\cos k' l} + E \frac{\sin k' x}{\sin k' l} \right) \frac{\cosh k'(z+q_1 h)}{\cosh k' q_1 h} \\ & + \sum_{n=1}^{\infty} \left(F_n \frac{\cosh k'_n x}{\cosh k'_n l} + G_n \frac{\sinh k'_n x}{\sinh k'_n l} \right) \\ & \cdot \frac{\cos k'_n(z+q_1 h)}{\cos k'_n q_1 h} + 2i \cdot \frac{h}{l} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{(\mu_s h)^2} \\ & \cdot \frac{r \sinh \mu_s z + \mu_s h \cosh \mu_s z}{r \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h} \\ & \cdot \left\{ \eta \sigma h \cos \mu_s x + \left(\frac{h}{l} \right)^2 \omega \sigma l \cdot \frac{\sin \mu_s x}{\mu_s h} \right\} \dots \dots \dots (11) \end{aligned}$$

ここで、 $r = \sigma^2 h / g, \mu_s = (2s+1)\pi / 2l$ (s は整数)

また k' と k'_n は次式で決まる固有値である。

$$\frac{\sigma^2 q_1 h}{g} = k' q_1 h \tanh k' q_1 h = -k'_n q_1 h \tan k'_n q_1 h$$

$$(n=1, 2, 3, \dots) \dots \dots \dots (12)$$

式 (11) の右辺第 1, 2 項の D, E, F_n, G_n は任意定

$$d_0^{(1)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{\lambda_0 \cosh \lambda_0} \left\{ q_1 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0 - q_2 \sinh \bar{q}_2 \lambda_0 + \frac{\cosh \bar{q}_1 \lambda_0 - \cosh \bar{q}_2 \lambda_0}{\lambda_0} + \frac{\bar{x}_0}{h} (\sinh \bar{q}_1 \lambda_0 - \sinh \bar{q}_2 \lambda_0) \right\},$$

$$d_m^{(1)} = \frac{3}{2} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{\lambda_m \cos \lambda_m} \left\{ q_1 \sin \bar{q}_1 \lambda_m - q_2 \sin \bar{q}_2 \lambda_m - \frac{\cos \bar{q}_1 \lambda_m - \cos \bar{q}_2 \lambda_m}{\lambda_m} + \frac{\bar{x}_0}{h} (\sin \bar{q}_1 \lambda_m - \sin \bar{q}_2 \lambda_m) \right\},$$

$$f_0^{(1)} = 3 \frac{l}{h} \cdot \frac{1 - k' l \cot k' l}{(k' l)^2 \cosh \lambda_0'}, \quad f_n^{(1)} = 3 \frac{l}{h} \cdot \frac{k_n' l \coth k_n' l}{(k_n' l)^2 \cos \lambda_n'}, \quad e_r^{(1)} = 3 \frac{l}{h} \cdot \frac{Rl \coth Rl - 1}{(Rl)^2}$$

$$\varrho_s = \coth \bar{q}_2 \mu_s h + (\tau \sinh q_1 \mu_s h - \mu_s h \cosh q_1 \mu_s h) / (\tau \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h)$$

$$k_{xx} = K_{xx}/\tau\rho gl, \quad k_{zz} = K_{zz}/\tau\rho gl, \quad k_{x\theta} = K_{x\theta}/\tau\rho gl^2, \quad k_{\theta x} = K_{\theta x}/\tau\rho gl^2, \quad k_{\theta\theta} = K_{\theta\theta}/\tau\rho gl^3, \dots \quad (27)$$

なお、 $r=0$ に対しては $C_r^{(1)}=1$, $e_r^{(1)}=l/h$ である。

式(24), (25), (26)から ξ , η , ω は速度ポテンシャルの定数係数により次のように表わされることになる。

ここで、

上式から水平運動 (swaying motion) と回転運動 (rolling motion) とは強く連成しており、鉛直運動 (heaving motion) はそうでないことがわかる。

(4) 速度ポテンシャルの定数係数の決定

流体域の仮想境界面 $x = \pm l$ では、 $0 > z > -q_1 h$ と、 $-q_2 h > z > -h$ においては流体運動の mass flux と energy flux とは連続であり、また、 $-q_1 h > z > -q_2 h$ では式(3)の第1式で表わされる運動学的境界条件が成立せねばならない。すなわち、

$x=l$ では

$$\left. \begin{aligned} \partial\phi_1/\partial x &= \partial\phi_2/\partial x && ; \quad \phi_1 = \phi_2 \quad (0 > z > -q_1 h) \\ &= i\sigma\{\xi - \omega(z - \bar{x}_0)\} && (-q_1 h > z > -q_2 h) \\ &= \partial\phi_3/\partial x && ; \quad \phi_3 = \phi_4 \quad (-q_2 h > z > -h) \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

$x = -l$ では

$$\left. \begin{aligned} \partial\phi_4/\partial x &= \partial\phi_2/\partial x && ; \quad \phi_4 = \phi_2 \quad (0 > z > -q_1 h) \\ &= i \sigma \{\xi - \omega(z - \bar{x}_0)\} && (-q_1 h > z > -q_2 h) \\ &= \partial\phi_3/\partial x && ; \quad \phi_4 = \phi_3 \quad (-q_2 h > z > -h) \end{aligned} \right\} \dots \quad (33)$$

上式に式 (6), (7), (11), (14) を代入し、加減整理すると次の諸式を得る。

$$\begin{aligned}
& (A-B-J) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{m=1}^{\infty} (C_m + L_m) \frac{k_m \cos k_m(z+h)}{k \cos k_m h} \\
& = 2i \left\{ \frac{k' \cosh k'(z+q_1 h)}{k \cosh k' q_1 h} \cdot D \tan k' l - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n' \cos k_n'(z+q_1 h)}{k \cos k_n' q_1 h} F_n \tanh k_n' l \right\} \\
& \quad - 4 \frac{h}{l} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\eta \sigma h}{kh \mu_s h} \cdot \frac{r \sinh \mu_s z + \mu_s h \cosh \mu_s z}{r \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h} \quad (0 > z > -q_1 h) \\
& = 0, \quad (-q_1 h > z > -q_2 h) \\
& = -2i \sum_{r=0}^{\infty} \frac{R h}{k h} \cdot H_r \tanh R l \cdot \cos R(z+q_2 h) - 4 \frac{h}{l} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\eta \sigma h}{kh \mu_s h} \cdot \frac{\cosh \mu_s(z+h)}{\sinh \bar{q}_2 \mu_s h}, \quad (-q_2 h > z > -h)
\end{aligned}$$

.....(34)

$$(A-B+J) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + i \sum_{m=1}^{\infty} (C_m - L_m) \frac{k_m \cos k_m(z+h)}{k \cos k_m h} \\ = -2i \left\{ \frac{k' \cosh k'(z+q_1h)}{k \cosh k' q_1 h} \cdot E \cot k'l + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n' \cos k_n(z+q_1h)}{k \cos k_n q_1 h} \cdot G_n \coth k_n l \right\}, \quad (0 > z > -q_1 h)$$

$$D \frac{\cosh k'(z+q_1h)}{\cosh k'q_1h} + \sum_{n=1}^{\infty} F_n \frac{\cos k_n'(z+q_1h)}{\cos k_n'q_1h} = \frac{1}{2} \left[(A+B+J) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m + L_m) \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos kmh} \right],$$

(0 > z > -q_1h) (36)

$$\sum_{r=0}^{\infty} H_r \cos R(z+q_2 h) = \frac{1}{2} \left\{ (A+B+J) \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} + \sum_{m=1}^{\infty} (C_m + L_m) \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \right\}, \quad (-q_2 h > z > -h)$$

..... (38)

関数系 $\cosh k(z+h)$, $\cos k_m(z+h)$, ($m=1, 2, 3, \dots$) は $0 > z > -h$ で, $\cosh k'(z+q_1h)$, $\cos k_n'(z+q_1h)$, ($n=1, 2, 3, \dots$) は $0 > z > -q_1h$ で, また $\cos R(z+q_2h)$, ($r=0, 1, 2, \dots$) は $-q_2h > z > -h$ で完全直交関数系を成すから式(34), (35)の各項に対しては $\int_{-h}^0 (\) \cosh k(z+k) dz$ と $\int_{-h}^0 (\) \cos k_m(z+h) dz$, 式(36), (37)の各項には $\int_{-q_1h}^0 (\) \cosh k'(z+q_1h) dz$, $\int_{-q_1h}^0 (\) \cos k_n'(z+q_1h) dz$, 式(38), (39)の各項には $\int_{-h}^{-q_2h} (\) \cos R(z+q_2h) dz$ の計算を行なうと, 次の関係式が得られる。

$$A - B - J = i \left(a_{00} \tan k' l \cdot D + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n} \tanh k_n' l \cdot F_n - \sum_{r=0}^{\infty} b_{0r} \tanh Rl \cdot H_r \right) - \bar{R}_0 \eta \sigma h \dots \dots \dots \quad (40)$$

$$C_m + L_m = - \left(a_{m0} \tan k'l \cdot D + \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \tanh k_n' l \cdot F_n + \sum_{r=0}^{\infty} b_{mr} \tanh Rl \cdot H_r \right) + i \bar{R}_m \eta \sigma h \quad \dots \dots \dots \quad (41)$$

$$A - B + J = i \left(-a_{00} \cot k'l \cdot E + \sum_{n=1}^{\infty} a_{0n} \coth k_n' l \cdot G_n - \sum_{r=0}^{\infty} b_{0r} \coth Rl \cdot I_r \right) + \bar{P}_0 \xi \sigma l + \bar{Q}_0 \omega \sigma l^2 \dots \quad (42)$$

$$C_m - L_m = a_{m0} \cot k' l \cdot E - \sum_{n=1}^{\infty} a_{mn} \coth k_n' l \cdot G_n - \sum_{r=0}^{\infty} b_{mr} \coth Rl \cdot I_r - i(\bar{P}_m \xi \sigma l + \bar{Q}_m \omega \sigma l^2) \dots \quad (43)$$

$$D = d_{00}(A+B+J) - \sum_{m=1}^{\infty} d_{0m}(C_m + L_m); \quad F_n = -d_{n0}(A+B+J) + \sum_{m=1}^{\infty} d_{nm}(C_m + L_m) \dots \dots \dots (44), (45)$$

$$E = d_{00}(A+B-J) - \sum_{m=1}^{\infty} d_{0m}(C_m - L_m) - i\bar{S}_0 \omega \sigma l^2; \quad G_n = -d_{n0}(A+B-J)$$

$$H_r = f_{r0}(A+B+J) + \sum_{m=1}^M f_{rm}(C_m + L_m); \quad I_r = f_{r0}(A+B-J) + \sum_{m=1}^M f_{rm}(C_m - L_m) - i\overline{T}_r, \quad \omega \sigma l^2$$

.....(48), (49)

ここで

$$\begin{aligned}
N_0 &= \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_0}{\sinh 2 \lambda_0} \right), \quad N_n = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_n}{\sin 2 \lambda_n} \right), \quad N_0' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_0'}{\sinh 2 \lambda_0'} \right), \quad N_n' = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2 \lambda_n'}{\sin 2 \lambda_n'} \right) \\
a_{00} &= \frac{2 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q_1 \lambda_0}{(\lambda_0'/q_1 \lambda_0)^2 - 1}, \quad a_{0n} = \frac{2 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0 \cos \lambda_n'} \cdot \frac{\lambda_n'/\bar{q}_1 \lambda_0}{(\lambda_n'/q_1 \lambda_0)^2 + 1} \\
a_{m0} &= \frac{2 \sin \bar{q}_1 \lambda_m}{N_m \sin \lambda_m \cosh \lambda_0'} \cdot \frac{\lambda_0'/q_1 \lambda_m}{(\lambda_0'/q_1 \lambda_m)^2 + 1}, \quad a_{mn} = \frac{2 \sin \bar{q}_1 \lambda_m}{N_m \sin \lambda_m \cos \lambda_n'} \cdot \frac{\lambda_n'/q_1 \lambda_m}{(\lambda_n'/q_1 \lambda_m)^2 - 1} \\
b_{0r} &= \frac{2 \sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{N_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{Rh/\lambda_0}{(Rh/\lambda_0)^2 + 1}, \quad b_{mr} = \frac{2 \sin \bar{q}_2 \lambda_m}{N_m \sin \lambda_m} \cdot \frac{Rh/\lambda_m}{1 - (Rh/\lambda_m)^2} \\
d_{00} &= \frac{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{2 N_0' \sinh \lambda_0' \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_0'/q_1 \lambda_0}{(\lambda_0'/q_1 \lambda_0)^2 - 1}, \quad d_{0m} = \frac{\sin \bar{q}_1 \lambda_m}{2 N_0' \sinh \lambda_0' \cos \lambda_m} \cdot \frac{\lambda_0'/q_1 \lambda_m}{(\lambda_0'/q_1 \lambda_m)^2 + 1}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
d_{n0} &= \frac{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{2 N_n' \sin \lambda_n' \cosh \lambda_0} \cdot \frac{\lambda_n'/q_1 \lambda_0}{(\lambda_n'/q_1 \lambda_0)^2 + 1}, \quad d_{nm} = \frac{\sin \bar{q}_1 \lambda_m}{2 N_n' \sin \lambda_n' \cos \lambda_m} \cdot \frac{\lambda_n'/q_1 \lambda_m}{(\lambda_n'/q_1 \lambda_m)^2 - 1} \\
f_{r0} &= \varepsilon_r \cdot \frac{\sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{\bar{q}_2 \lambda_0 \cosh \lambda_0} \cdot \frac{1}{1 + (Rh/\lambda_0)^2}, \quad f_{rm} = \varepsilon_r \cdot \frac{\sin \bar{q}_2 \lambda_m}{\bar{q}_2 \lambda_m \cos \lambda_m} \cdot \frac{1}{1 - (Rh/\lambda_m)^2} \\
\bar{P}_0 &= \frac{2 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \cdot \left(1 - \frac{\sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0} \right) \cdot \frac{h}{l}, \quad \bar{P}_m = \frac{2 \sin \bar{q}_1 \lambda_m}{N_m \lambda_m \sin \lambda_m} \cdot \left(1 - \frac{\sin \bar{q}_2 \lambda_m}{\sin \bar{q}_1 \lambda_m} \right) \cdot \frac{h}{l} \\
\bar{Q}_0 &= \frac{2 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \cdot \left\{ q_1 - \frac{q_2 \sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0} + \frac{\coth \bar{q}_1 \lambda_0}{\lambda_0} - \frac{\cosh \bar{q}_2 \lambda_0}{\lambda_0 \sinh \bar{q}_1 \lambda_0} + \left(1 - \frac{\sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0} \right) \cdot \frac{\bar{x}_0}{h} \right\} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \\
\bar{Q}_m &= \frac{2 \sin \bar{q}_1 \lambda_m}{N_m \lambda_m \sin \lambda_m} \cdot \left\{ q_1 - \frac{q_2 \sin \bar{q}_2 \lambda_m}{\sin \bar{q}_1 \lambda_m} - \frac{\cot \bar{q}_1 \lambda_m}{\lambda_m} + \frac{\cos \bar{q}_2 \lambda_m}{\lambda_m \sin \bar{q}_1 \lambda_m} + \left(1 - \frac{\sin \bar{q}_2 \lambda_m}{\sin \bar{q}_1 \lambda_m} \right) \cdot \frac{\bar{x}_0}{h} \right\} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^2 \\
\bar{R}_0 &= 4 \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{1 - (\mu_s h/\lambda_0)^2} \cdot \left[\frac{\sinh \bar{q}_2 \lambda_0 \coth \bar{q}_2 \mu_s h}{\mu_s h} - \frac{\cosh \bar{q}_2 \lambda_0}{\lambda_0} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \tau \left(\frac{\sinh \bar{q}_1 \lambda_0 \sinh q_1 \mu_s h}{\mu_s h} - \frac{\cosh \lambda_0 - \cosh \bar{q}_1 \lambda_0 \cosh q_1 \mu_s h}{\lambda_0} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sinh \lambda_0 - \sinh \bar{q}_1 \lambda_0 \cosh q_1 \mu_s h - \frac{\mu_s h \cosh \bar{q}_1 \lambda_0 \sinh q_1 \mu_s h}{\lambda_0} \right\} / \left(\tau \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h \right) \right] \\
\bar{R}_m &= 4 \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{1}{N_m \lambda_m \sin \lambda_m} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{1 + (\mu_s h/\lambda_m)^2} \cdot \left[\frac{\sin \bar{q}_2 \lambda_m \coth \bar{q}_2 \mu_s h}{\mu_s h} + \frac{\cos \bar{q}_2 \lambda_m}{\lambda_m} \right. \\
&\quad \left. + \left\{ \tau \left(\frac{\sin \bar{q}_1 \lambda_m \sinh q_1 \mu_s h}{\mu_s h} + \frac{\cos \lambda_m - \cos \bar{q}_1 \lambda_m \cosh q_1 \mu_s h}{\lambda_m} \right) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \sin \lambda_m - \sin \bar{q}_1 \lambda_m \cosh q_1 \mu_s h + \frac{\mu_s h \cos \bar{q}_1 \lambda_m \sinh q_1 \mu_s h}{\lambda_m} \right\} / \left(\tau \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h \right) \right] \\
\bar{S}_0 &= \frac{2(h/l)^3}{N'_0 \lambda'_0 \sinh \lambda'_0} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{q_1 \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h + \tau q_1 (\cosh \lambda'_0 - \cosh q_1 \mu_s h) - \lambda'_0 \sinh \lambda'_0}{(\mu_s h)^2 \{ (q_1 \mu_s h/\lambda'_0)^2 - 1 \} (\tau \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h)} \\
\bar{S}_n &= \frac{2(h/l)^3}{N'_n \lambda'_n \sin \lambda'_n} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{q_1 \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h + \tau q_1 (\cos \lambda'_n - \cosh q_1 \mu_s h) + \lambda'_n \sin \lambda'_n}{(\mu_s h)^2 \{ (q_1 \mu_s h/\lambda'_n)^2 + 1 \} (\tau \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h)} \\
\bar{T}_r &= \varepsilon_r \cdot \frac{4}{\bar{q}_2} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^3 \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{(\mu_s h)^2 + (Rh)^2}, \quad \varepsilon_0 = \frac{1}{2}, \quad \varepsilon_r = 1 \quad (r \neq 0)
\end{aligned}$$

.....(50)

式 (40)～(49) の $\xi \sigma l, \eta \sigma h, \omega \sigma l^2$ に式 (28), (29), (30) を代入し整理すると, $(B+J)/A, (C_m+L_m)/A, D/A, F_n/A, H_r/A$ に関する次の連立方程式が得られる。

$$\begin{aligned}
&\frac{B+J}{A} + i(a_{00} \tan k'l + \alpha_2 \bar{R}_0 b_0^{(1)}) \frac{D}{A} + i \sum_{n=1}^{\infty} (a_{0n} \tanh k_n'l + \alpha_2 \bar{R}_0 b_n^{(1)}) \frac{F_n}{A} \\
&- i \sum_{r=0}^{\infty} (b_{0r} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_0 c_r^{(1)}) \frac{H_r}{A} = 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{C_m+L_m}{A} + (a_{m0} \tan k'l - \alpha_2 \bar{R}_m b_0^{(1)}) \frac{D}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_{mn} \tanh k_n'l - \alpha_2 \bar{R}_m b_n^{(1)}) \frac{F_n}{A} \\
&+ \sum_{r=0}^{\infty} (b_{mr} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_m c_r^{(1)}) \frac{H_r}{A} = 0, \quad (m=1, 2, 3, \dots)
\end{aligned}$$

$$d_{00} \frac{B+J}{A} - \sum_{m=1}^{\infty} d_{0m} \frac{C_m+L_m}{A} - \frac{D}{A} = -d_{00}; \quad d_{n0} \frac{B+J}{A} - \sum_{m=1}^{\infty} d_{nm} \frac{C_m+L_m}{A} + \frac{F_n}{A} = -d_{n0}, \quad (n=1, 2, 3, \dots)$$

$$f_{r0} \frac{B+J}{A} + \sum_{m=1}^{\infty} f_{rm} \frac{C_m+L_m}{A} - \frac{H_r}{A} = -f_{r0}, \quad (r=0, 1, 2, 3, \dots)$$

(式 (51), (52) の右辺第3項 H_r/A の係数は $r=0$ に対してはそれぞれ $\alpha_2 \bar{R}_0$ および $\alpha_2 \bar{R}_m$ となる。)

同様にして $(B-J)/A, (C_m-L_m)/A, E/A, G_n/A, I_r/A$ に関する連立方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
&\{1 - i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)})\} \frac{B-J}{A} - i \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_m^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_m^{(2)}) \frac{C_m-L_m}{A} \\
&- i \{a_{00} \cot k'l + \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 f_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 f_0^{(1)})\} \frac{E}{A} + i \sum_{n=1}^{\infty} \{a_{0n} \coth k_n'l - \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 f_n^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 f_n^{(1)})\} \frac{G_n}{A} \\
&- i \sum_{r=0}^{\infty} \{b_{0r} \coth Rl - \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 e_r^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 e_r^{(1)})\} \frac{I_r}{A} = 1 + i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)})
\end{aligned}$$

$$\alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_m a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_m d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} + \frac{C_m-L_m}{A} + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_m a_p^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_m d_p^{(2)}) \frac{C_p-L_p}{A}$$

$$(d_{00} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} - \sum_{m=1}^{\infty} (d_{0m} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} - (1 + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 f_0^{(1)}) \frac{E}{A} \\ - \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 \sum_{r=0}^{\infty} e_r^{(1)} \frac{I_r}{A} = -(d_{00} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_0^{(2)}) \dots \quad (58)$$

$$(f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}, d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} + \sum_{m=1}^{\infty} (f_{rm} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r f_0^{(1)} \frac{E}{A} \\ - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} - \frac{I_r}{A} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r \sum_{p=0}^{\infty} f_p^{(1)} \frac{I_p}{A} = -(f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_0^{(2)}), \quad (r=0, 1, 2, 3, \dots) \dots\dots (60)$$

($r=0$ に対しては $b_{0r} \coth Rl$, $b_{mr} \coth Rl$ および $e_r^{(1)}$ はそれぞれ $\frac{2 \sinh \bar{q}_2 \lambda_0}{N_0 \lambda_0 \sinh \lambda_0} \cdot \frac{h}{l}$, $\frac{2 \sin \bar{q}_2 \lambda_m}{N_m \lambda_m \sin \lambda_m} \cdot \frac{h}{l}$ および l/h となる)

式 (51)～(55) と (56)～(60) を解いて、 $B/A = \frac{1}{2} \{(B+J)/A + (B-J)/A\}$, $J/A = \frac{1}{2} \{(B+J)/A - (B-J)/A\}$, $C_m/A = \frac{1}{2} \{(C_m+L_m)/A + (C_m-L_m)/A\}$, $L_m/A = \frac{1}{2} \{(C_m+L_m)/A - (C_m-L_m)/A\}$, D/A , F_n/A , E/A , G_n/A , H_r/A , I_r/A が求められる。

入射波を $\zeta_i = a \cos(kx + \sigma t)$ とすると定数 A は次のようになる (a は入射波の振幅である)。

かくして与えられた入射波に対して速度ポテンシャルが確定する。

(5) 波形と物体運動および流体圧力

a) 各領域における水面波形 $\zeta(x; t)$ は $\zeta = -(\partial \Phi / \partial t)|_{z=0} / g$ の関係により、次式の実数部分で与えられる。

領域 I

領域Ⅱ

$$\zeta_2(x; t) = a \left[\frac{D}{A} \cdot \frac{\cos k'x}{\cos k'l} + \frac{E}{A} \cdot \frac{\sin k'x}{\sin k'l} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{F_n}{A} \cdot \frac{\cosh k_n'x}{\cosh k_n'l} + \frac{G_n}{A} \cdot \frac{\sinh k_n'x}{\sinh k_n'l} \right) \right. \\ \left. + 2i \frac{h}{l} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{(-1)^s}{\mu_s h(r \cosh q_1 \mu_s h - \mu_s h \sinh q_1 \mu_s h)} \left\{ \frac{\eta \alpha h}{A} \cos \mu_s x + \left(\frac{h}{l} \right)^2 \frac{\omega \alpha l^2}{A} \cdot \frac{\sin \mu_s x}{\mu_s h} \right\} \right] \cdot e^{i(kl + \sigma t)} \quad (63)$$

領域IV

b) 反射率 K_R と通過率 K_T は式 (62), (64) から次のようにある。

c) 物体重心の運動と回転は式 (1) と式 (28), (29), (30) から次式の実数部分で与えられる。

$$\frac{x_0}{a} = \frac{\alpha_0 \alpha_1}{r} \cdot \frac{h}{l} \left[a_0^{(2)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^{(2)} \frac{C_m - L_m}{A} + f_0^{(2)} \frac{E}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(2)} \frac{G_n}{A} - \sum_{r=0}^{\infty} e_r^{(2)} \frac{I_r}{A} \right] \cdot e^{i(kl + \sigma t)} \quad (66)$$

$$\frac{\delta l}{a} = \frac{\alpha_0 \alpha_3}{r} \left[d_0^{(2)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} d_m^{(2)} \frac{C_m - L_m}{A} + f_0^{(1)} \frac{E}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} - \sum_{r=0}^{\infty} e_r^{(1)} \frac{I_r}{A} \right] \cdot e^{i(kl+\sigma t)} \dots (68)$$

d) 物体に作用する流体圧力による水平、鉛直合力 P_H と P_V および重心に関する回転モーメント T は次のように計算される。

$$\frac{P_H}{2\rho gah} = - \left[a_0^{(1)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} a_m^{(1)} \frac{C_m - L_m}{A} \right] \cdot e^{i(kl+\sigma t)} \dots (69)$$

$$\frac{P_V}{2\rho gal} = - \left[b_0^{(1)} \frac{D}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} b_n^{(1)} \frac{F_n}{A} - \sum_{r=0}^{\infty} C_r^{(1)} \frac{H_r}{A} - 2i \left(\frac{h}{l} \right)^2 \frac{\eta\sigma h}{A} \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\varrho_s}{(\mu_s h)^3} \right] \cdot e^{i(kl+\sigma t)} \dots (70)$$

$$\begin{aligned} \frac{T}{2\rho gahl} = - & \left[\frac{1}{3} \left\{ d_0^{(1)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} d_m^{(1)} \frac{C_m - L_m}{A} + f_0^{(1)} \frac{E}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} \right. \right. \\ & \left. \left. - \sum_{r=0}^{\infty} e_r^{(1)} \frac{I_r}{A} - 2i \frac{\omega\sigma l^2}{A} \cdot \left(\frac{h}{l} \right)^4 \sum_{s=0}^{\infty} \frac{\varrho_s}{(\mu_s h)^5} \right\} \right] \cdot e^{i(kl+\sigma t)} \dots (71) \end{aligned}$$

e) 検 証

上述の計算は式 (51)～(55) と式 (56)～(60) の連立方程式を解く必要上電子計算機によらねばならない。またこれらの式の解が実際に存在し、収束するか否か、あるいは無限級数の形で表わされる速度ポテンシャルとその水平流速が収束するか否かを調べねばならない。これらの問題を解析的に証明することは至難であるが、実際上は得られた数値解を用いて、任意の $0 > z > -h$ に対して条件式 (32) と (33) が数値的にどの程度満足されているかを検算すれば、その妥当性は容易に推定される。たとえば Table 1 は水中繫留物体の場合 $\sigma^2 h/g =$

1.0, $q_1 = 0.50$, $q_2 = 0.70$, $\rho'/\rho = 0.80$, $\nu^2 = 1.0$, $\bar{z}_0 = -q_1 h - 3/4(q_2 - q_1)h$ とし、また後述の繫留条件を $h_1 = 1/2(q_2 - q_1) \cdot h$, $h_0/l_0 = 1/3$, $K/\rho gl = 10$ の cross spring (Fig. 3) として計算した結果について $x = \pm l$ における速度ポテンシャルと水平流速の連続性を調べたもので、 $z/h = 0 \sim -1.0$ に対して、左の欄からそれぞれ $\phi_4(-l)$, $\phi_2(-l)$ および $\phi_3(-l)$, $\phi_2(+l)$ および $\phi_3(+l)$, $\phi_1(+l)$ の実数部と虚数部ならびに絶対値を示しており、また水平流速の値も同様に示してある。この場合は連立方程式 (51)～(60) において $m=n=r=10$ (すなわち級数の第 10 項まで) としたが、表からわかるよ

Table 1 Check on the Numerical Results.

* 1.0 *	L/H = 0.5	Q1 = 0.50	Q2 = 0.70	ZOB = 0.75	NU = 1.00	2L/L = 0.191
- CHECK - SUKUDO POTENTIAL						X=-L
Z/H						X=L
0.0	0.2346R-1.07181	1.0972	0.2344R-1.07111	1.0965	1.0090R-0.09051	1.0131
-0.05	0.2232R-1.01951	1.0437	0.2234R-1.02021	1.0444	0.9611R-0.08641	0.9650
-0.10	0.2116R-0.97141	0.9941	0.2114R-0.97071	0.9934	0.9142R-0.08091	0.9178
-0.15	0.2000R-0.92931	0.9506	0.2003R-0.93001	0.9513	0.8756R-0.07511	0.8788
-0.20	0.1890R-0.89161	0.9114	0.1887R-0.89091	0.9107	0.8383R-0.06861	0.8411
-0.25	0.1777R-0.85491	0.8732	0.1779R-0.85561	0.8735	0.8046R-0.06231	0.8070
-0.30	0.1664R-0.82051	0.8368	0.1645R-0.81991	0.8362	0.7701R-0.05321	0.7720
-0.35	0.1551R-0.79261	0.8069	0.1516R-0.79301	0.8074	0.7437R-0.04351	0.7450
-0.40	0.1385R-0.76941	0.7818	0.1385R-0.76931	0.7817	0.7202R-0.03291	0.7210
-0.45	0.1188R-0.73871	0.7482	0.1184R-0.73761	0.7471	0.6884R-0.01611	0.6886
-0.50	0.0845R-0.68991	0.6942	0.0901R-0.70361	0.7094	0.6532R-0.00921	0.6533
-0.55	0.0423R-0.62371	0.6251				0.6391R-0.01311
-0.60	0.0119R-0.55721	0.5574				0.5733R-0.04861
-0.65	0.0038R-0.50051	0.5005				0.5083R-0.07121
-0.70	0.0065R-0.45561	0.4556	0.0083R-0.44921	0.4493	0.4096R 0.05881	0.4138
-0.75	0.0096R-0.42381	0.4238	0.0068R-0.42281	0.4229	0.3854R 0.05641	0.3895
-0.80	0.0020R-0.40781	0.4078	0.0022R-0.40721	0.4072	0.3705R 0.05901	0.3752
-0.85	-0.0012R-0.40401	0.4040	-0.0011R-0.40371	0.4037	0.3668R 0.06211	0.3721
-0.90	-0.0024R-0.40191	0.4019	-0.0024R-0.40191	0.4019	0.3650R 0.06321	0.3704
-0.95	-0.0042R-0.39631	0.3963	-0.0043R-0.39651	0.3965	0.3598R 0.06441	0.3655
-1.00	-0.0055R-0.39281	0.3928	-0.0056R-0.39311	0.3931	0.3565R 0.06521	0.3624

- CHECK - SUHEI RYUSOKU

Z/H	X=-L	X=L
0.0	0.0441R-1.13251	1.1333
-0.05	0.0621R-1.08481	1.0861
-0.10	0.0792R-1.03651	1.0395
-0.15	0.0410R-0.98611	0.9870
-0.20	-0.0215R-0.96021	0.9604
-0.25	-0.0326R-0.94321	0.9438
-0.30	-0.0173R-0.89731	0.8975
-0.35	-0.1084R-0.87281	0.8795
-0.40	-0.3362R-0.93931	0.9920
-0.45	-0.5009R-0.95941	1.0779
-0.50	-0.3850R-0.72451	0.8204
-0.55	-0.0392R-0.31041	0.3128
-0.60	0.2909R-0.0681	0.2989
-0.65	0.4840R-0.17671	0.5152
-0.70	0.6060R-0.39921	0.7256
-0.75	0.6769R-0.46011	0.8184
-0.80	0.6079R-0.39881	0.7271
-0.85	0.4239R-0.38391	0.5714
-0.90	0.3145R-0.41051	0.5571
-0.95	0.3668R-0.39351	0.5379
-1.00	0.4225R-0.36871	0.5630

うに速度ポテンシャルの値は有効数字3~4けた、水平流速の値は2~3けた程度までの一致を見ることがわかる。水平流速については物体隅角部($x=\pm l$, $z=-q_1 h$, $-q_2 h$)に特異点があるため、その影響が現われて一致の程度は速度ポテンシャルよりも低下することになる。

なお、ここでの取扱いは、すべて与えられた入射波に対応する物体の運動とそれに伴う波の変形を論ずるものであるが、反対に静水中で物体強制運動 (heaving, swaying, rolling) を与えたときに生ずる波や物体に作用する流体圧力も本文と同様にして求めることができる。たとえば物体に一定振幅 η_0 と周波数 σ の heaving motion を与えたときの流体運動は式 (40)～(49) で $A = \xi = \omega = 0$, $\eta = \eta_0 e^{i\sigma t}$ とおいて $B = J$, $C_m = L_m$, D , F_n , H_r を求めればよい (このときは $E = G_n = I_r = 0$ となる)。こうして求めた発生波¹⁷⁾(radiation wave) は、Black, Mei and Bray¹⁰⁾ の変分法による結果と全く一致するもので、swaying および rolling についても同様である。これは本文の計算法に対する一つの間接的検証と見ることができる。

(6) 繫留索の反力

物体の変位と回転に対する繫留索の反力 K_{xx} , K_{xz} , …などは索の性質により異なるが、ここでは単純な引張りばねについて計算した結果を示すこととする。

Fig. 2 に示すように重心 G より h_1 だけ下の点 B , C から開いた形で点 B' , C' を結ぶ引きばねにより繫留されているときは、ばね定数を K (単位の伸びを生ずる力) とすると、式 (27) の k_{xx}, \dots などは次のようになる。

$$k_{xx} = \frac{1}{1 + (h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} \quad |$$

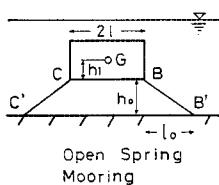


Fig. 2

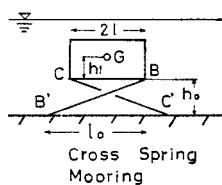


Fig. 3

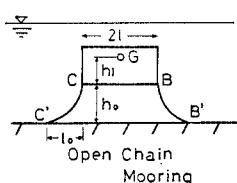


Fig. 4

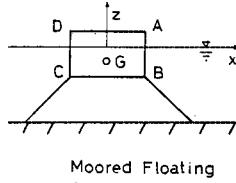


Fig. 5

$$\left. \begin{aligned} k_{zz} &= \frac{(h_0/l_0)^2}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} \\ k_{x\theta} &= \frac{h_1/l - h_0/l_0}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} = k_{\theta x} \\ k_{\theta\theta} &= \frac{(h_1/l - h_0/l_0)^2}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} \\ k_{xz} &= k_{zx} = \frac{h_0/l_0}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} \\ k_{z\theta} &= \frac{(h_1/l - h_0/l_0)h_0/l_0}{1+(h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{r\rho gl} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (72)$$

Fig. 3 に示すような交差した繩留索においては、 k_{xx} , k_{zz} および $k_{xz} = k_{zx}$ は上式と同じ形で与えられるが、 $k_{x\theta} = k_{\theta x}$ および $k_{\theta\theta}$, $k_{z\theta}$ は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} k_{x\theta} &= k_{\theta x} = \frac{h_1/l + h_0/l_0}{1 + (h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\tau \rho gl} \\ k_{\theta\theta} &= \frac{(h_1/l + h_0/l_0)^2}{1 + (h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\tau \rho gl} \\ k_{z\theta} &= \frac{(h_1/l + h_0/l_0)h_0/l_0}{1 + (h_0/l_0)^2} \cdot \frac{K}{\tau \rho gl} \end{aligned} \right\} \dots \quad (73)$$

3. 進行波中の水面繫留浮体の運動

Fig. 5 のように浮体が繫留されているときは、**Fig. 1** の場合において $q_1=0$ とおき、速度ポテンシャル $\phi_2(x, z)$ の効果を省略することによって簡単に計算される。すなわち $D=E=F_n=G_n=0$ とおけば、前述の計算結果がそのまま用いられる。式 (51)～(55) は次のようになる。

$$\frac{B+J}{A} - i \sum_{r=0}^{\infty} (b_{0r} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_0 C_r^{(1)}) \frac{H_r}{A} = 1 \quad \dots \dots \dots (74)$$

$$\frac{C_m + L_m}{A} + \sum_{r=0}^{\infty} (b_{mr} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_m C_r^{(1)}) \cdot \frac{H_r}{A} = 0, \quad (m=1, 2, 3, \dots) \quad \dots \dots \dots \quad (75)$$

式(56)～(60)は次のようになる。

$$\begin{aligned}
& \{1 - i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)})\} \frac{B-J}{A} \\
& - i \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_m^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} \\
& - i \sum_{r=0}^{\infty} \{b_{0r} \coth Rl - \alpha_0 (\alpha_1 e_r^{(2)} \bar{P}_0 + \alpha_3 e_r^{(1)} \bar{Q}_0)\} \\
& = 1 + i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)}) \dots \dots \dots \quad (77) \\
& \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_m a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_m d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} + \frac{C_m - L_m}{A} \\
& + \sum_{p=1}^{\infty} \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_m a_p^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_m d_p^{(2)}) \frac{C_p - L_p}{A}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + \sum_{r=0}^{\infty} \{ b_{mr} \coth Rl - \alpha_0 (\alpha_1 e_r^{(2)} \bar{P}_m + \alpha_3 e_r^{(1)} \bar{Q}_m) \} \frac{I_r}{A} \\ & = -\alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_m a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_m d_0^{(2)}) , \quad (m=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (78)$$

$$\begin{aligned} & (f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} + \sum_{m=1}^{\infty} (f_{rm} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_m^{(2)}) \\ & \cdot \frac{C_m - L_m}{A} - \frac{I_r}{A} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r \sum_{p=0}^{\infty} e_p^{(1)} \frac{I_p}{A} \\ & = -(f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_0^{(2)}) , \quad (r=0, 1, 2, \dots) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (79)$$

水面波形、圧力、物体運動などに対する式は式(62)～(68)において D, E, F_n, G_n を 0 とおいた形で与えられる。特に浮体の water line の形を $\zeta_2(x; t)$ とすれば

$$\frac{\zeta_2(x; t)}{a} = \frac{i}{r} \left(\frac{\eta_0 h}{A} + \frac{\omega_0 l^2}{A} \cdot \frac{h}{l} \cdot \frac{x}{l} \right) e^{i(kl+st)} \quad \dots \dots \dots (80)$$

4. 進行波中の自由浮体の運動

Fig. 6 のような自由浮体の場合は、上の場合にさら

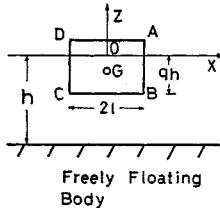


Fig. 6

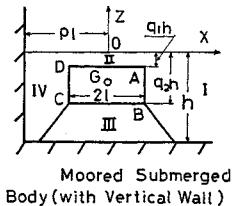


Fig. 7

に $\rho'=\rho$ とし $k_{xx} \dots$ などを 0 とおいて計算される。係数を決める連立方程式は、式(74)～(76)はそのままの形で、式(77)～(79)では $\alpha_0=1, e_r^{(2)}=0$ とおいた形となる。浮体重心の運動は式(66)～(68)の代りに次のように簡単な形になる。

$$\begin{aligned} & \frac{B}{A} + \tan \bar{p}kl \cdot \frac{J}{A} + i(\alpha_{00} \tan k'l + \alpha_2 \bar{R}_0 b_0^{(1)}) \frac{D}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_{0n} \tanh k_n'l + \alpha_2 \bar{R}_0 b_n^{(1)}) \frac{F_n}{A} \\ & - i \sum_{r=0}^{\infty} (b_{0r} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_0 C_r^{(1)}) \frac{H_r}{A} = 1 \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (84)$$

$$\begin{aligned} & \frac{C_m}{A} + \tanh \bar{p}k_m l \cdot \frac{L_m}{A} + (\alpha_{m0} \tan k'l - \alpha_2 \bar{R}_m b_0^{(1)}) \frac{D}{A} + \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_{mn} \tanh k_n'l - \alpha_2 \bar{R}_m b_n^{(1)}) \frac{F_n}{A} \\ & + \sum_{r=0}^{\infty} (b_{mr} \tanh Rl + \alpha_2 \bar{R}_m C_r^{(1)}) \frac{H_r}{A} = 0, \quad (m=1, 2, 3, \dots) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (85)$$

$$\begin{aligned} & \{1 - i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)})\} \frac{B}{A} - \{\tan \bar{p}kl - i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)})\} \frac{J}{A} \\ & - i \alpha_0 \sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_1 \bar{P}_0 a_m^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} - i \{\alpha_{00} \cot k'l + \alpha_0 (\alpha_1 f_0^{(2)} \bar{P}_0 + \alpha_3 f_0^{(1)} \bar{Q}_0)\} \frac{E}{A} \\ & + i \sum_{n=1}^{\infty} \{\alpha_{0n} \coth k_n'l - \alpha_0 (\alpha_1 f_n^{(2)} \bar{P}_0 + \alpha_3 f_n^{(1)} \bar{Q}_0)\} \frac{G_n}{A} - i \sum_{r=0}^{\infty} \{b_{0r} \coth Rl - \alpha_0 (\alpha_1 e_r^{(2)} \bar{P}_0 + \alpha_3 e_r^{(1)} \bar{Q}_0)\} \frac{I_r}{A} \\ & = 1 + i \alpha_0 (\alpha_1 \bar{P}_0 a_0^{(2)} + \alpha_3 \bar{Q}_0 d_0^{(2)}) \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (86)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{x_0}{a} &= \frac{\alpha_1}{r} \cdot \frac{h}{l} \left[a_0^{(1)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) \right. \\ & \quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} \alpha_m^{(1)} \frac{C_m - L_m}{A} \right] e^{i(kl+st)} \\ \frac{z_0 - \bar{z}_0}{a} &= -\frac{\alpha_2}{r} \sum_{r=0}^{\infty} C_r^{(1)} \frac{H_r}{A} e^{i(kl+st)} \\ \frac{\delta l}{a} &= \frac{\alpha_3}{r} \cdot \frac{h}{l} \left[d_0^{(2)} \left(1 + \frac{B-J}{A} \right) + \sum_{m=1}^{\infty} d_m^{(2)} \right. \\ & \quad \left. + \frac{C_m - L_m}{A} - \sum_{r=0}^{\infty} e_r^{(1)} \frac{I_r}{A} \right] e^{i(kl+st)} \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots (81)$$

流体圧力などについても同様である。

5. 鉛直壁による反射波をうける場合の物体運動

Fig. 7 に示すように、波を完全反射する鉛直壁前面に物体があるとき、物体重心と鉛直壁との距離を pl ($p > 1$) とする。このときは領域 I, II, III の速度ポテンシャルは式(6), (11), (14) の形で与えられるが、領域 IV ではさらに

$$x = -pl \text{ で } \partial \phi_4 / \partial x = 0 \quad \dots \dots \dots (82)$$

の条件が加わるため、 ϕ_4 は式(7)の代りに次の形となる。

$$\begin{aligned} \phi_4(x, z) &= J \frac{\cos k(x+pl)}{\cos \bar{p}kl} \cdot \frac{\cosh k(z+h)}{\cosh kh} \\ & + \sum_{m=1}^{\infty} L_m \frac{\cosh k_m(x+pl)}{\cosh \bar{p}k_m l} \cdot \frac{\cos k_m(z+h)}{\cos k_m h} \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (83)$$

ここで、

$$\bar{p} = p - 1$$

この場合に対する境界条件や物体運動の方程式は前と全く同じであるが、速度ポテンシャルを決定する連立方程式は式(51)～(60)の代りに次のようにやや複雑となる。

$$(d_{00} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} - \sum_{m=1}^{\infty} (d_{0m} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} - (1 + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 f_0^{(1)}) \frac{E}{A}$$

$$-\alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 \sum_{r=1}^{\infty} e_r^{(1)} \frac{I_r}{A} = -(d_{00} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{S}_0 d_0^{(2)}) \dots \dots \dots \quad (90)$$

$$f_{rx_0} \frac{B+J}{\hat{\sigma}} + \sum_{m=1}^{\infty} f_{rm} \frac{C_m + L_m}{\hat{\sigma}} - \frac{H_r}{\hat{\sigma}} = -f_{rx_0}, \quad (r=0, 1, 2, 3, \dots) \quad (92)$$

$$(f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_0^{(2)}) \frac{B-J}{A} + \sum_{m=1}^{\infty} (f_{rm} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_m^{(2)}) \frac{C_m - L_m}{A} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r f_0^{(1)} \frac{E}{A} \\ - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r \sum_{n=1}^{\infty} f_n^{(1)} \frac{G_n}{A} - \frac{I_r}{A} + \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r \sum_{p=1}^{\infty} e_p^{(1)} \frac{I_p}{A} = -(f_{r0} - \alpha_0 \alpha_3 \bar{T}_r d_0^{(2)}), \quad (r=0, 1, 2, 3, \dots) \dots \dots (93)$$

上の式 (84)～(93) は B/A , J/A , C_m/A , L_m/A , D/A , E/A , F_n/A , G_n/A , H_r/A , I_r/A に関する連立方程式で、これを解くことにより入射波 A に対して速度ボテンシャルが確定する。
 $(\bar{x}_0 = -3/4 \cdot qh)$, $l/h = 0.5$ と 1.0 に対して $q = 0, 0.10, 0.25, 0.50, 0.75$ のときの波の反射率と浮体の swaying, heaving および rolling motion の振幅を 4. で示した方法で計算すると、Fig. 8, 9, 10, 11 のようである。

領域 I, II の水面波形は式 (62), (63) で与えられ, 領域 IV では次式で与えられる。

$$\zeta_4(x; t) = a \left[\frac{J}{A} \cdot \frac{\cos k(x+pl)}{\cos \bar{p}kl} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{L_m}{A} \cdot \frac{\cosh k_m(x+pl)}{\cosh \bar{p}k_ml} \right] e^{i(kl+\sigma t)} \dots \dots (94)$$

物体の運動および物体に作用する流体圧力は式(66)～(68)および式(69)～(71)により与えられる。

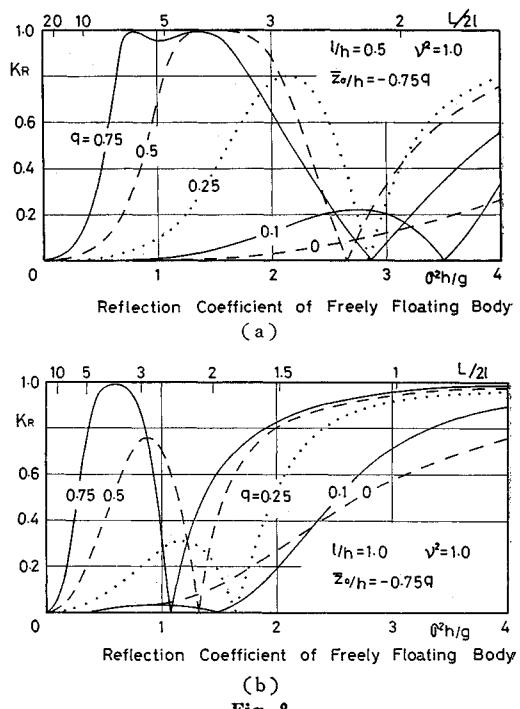
繫留浮体の場合は、3.の場合と同様に $q_1=0$, $D=E=F_n=G_n=0$ とおいて簡単化され、自由浮体に対しては4.と同様にして計算される。

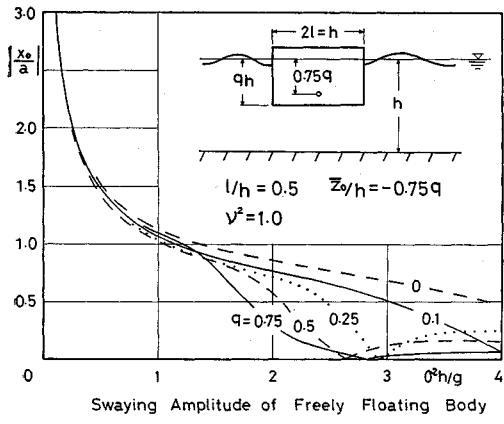
6. 計算結果

式(16)の ν^2 を1.0とし $\sigma^2 h/g$ を0.1~2.0については0.1ごとに、2.0~5.0については0.2ごとに、電子計算機により計算を行なった結果を種々の場合について示すと次のようである。

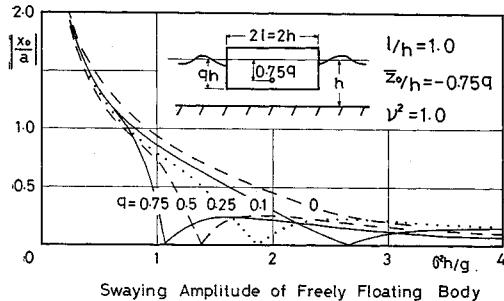
(1) 進行波中の自由浮体

浮体の重心が水面から吃水の $3/4$ だけ下にあるとき





(a)

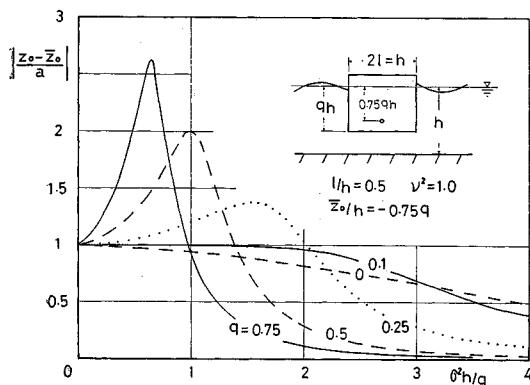


(b)

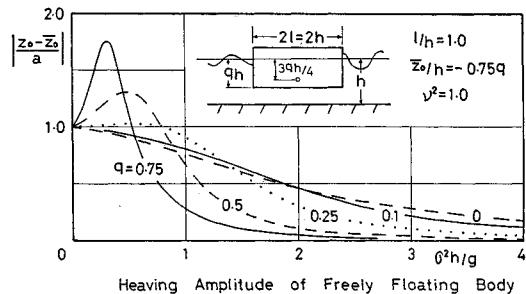
Fig. 9

反射率は $\sigma^2 h/g (=2\pi h/L_0 : L_0$ は深海波長) とともに増加するが、必ずしも一様でなく、吃水が大きくなると一度増加した後 0 に戻り、再び増加して 1 に近づくことになり、この傾向は q が大きいとき明らかである。swaying motion の振幅は $\sigma^2 h/g$ とともに減少するが、やはり 0 点をもつことは反射率と類似である。

heaving amplitude は吃水が大きいとき明瞭な peak を示すのが特徴である。また rolling amplitude も吃水に対応した peak を示す。浮体の幅が大きくなると反射

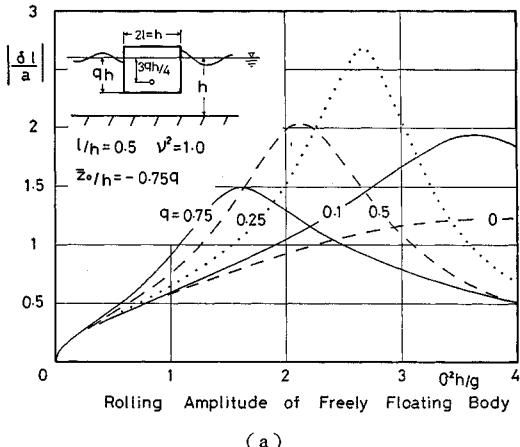


(a)

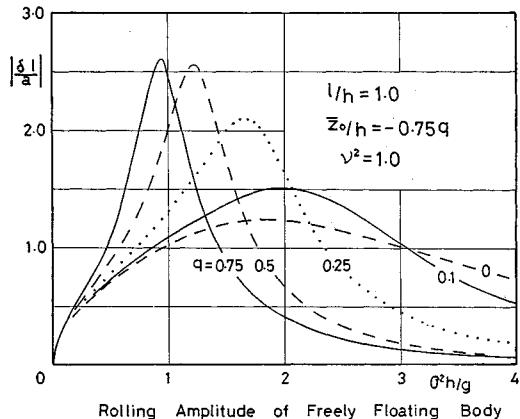


(b)

Fig. 10



(a)



(b)

Fig. 11

率の 0 点は low frequency の方に移るとともに rolling と heaving の peak も low frequency に移り、運動の振幅は小さく、反射率も変わってくる。

浮体の重心が水面と一致しているとき ($\bar{z}_0 = 0$) について、参考のため反射率だけを示すと Fig. 12 のようで、Fig. 8(a) とくらべると $\sigma^2 h/g$ による変化の傾向は似ているが、総体に反射率は大きくなっていることが

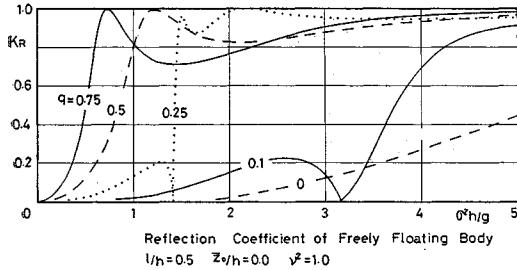


Fig. 12

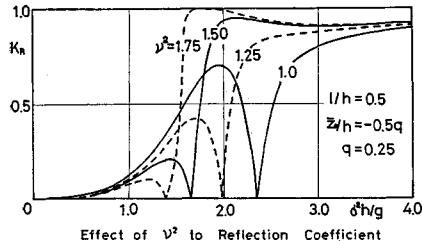


Fig. 13

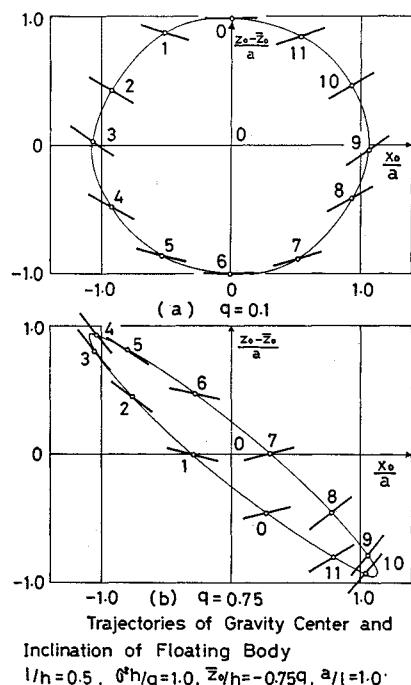


Fig. 14

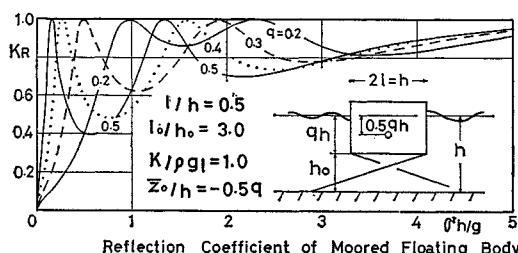


Fig. 15

わかる。すなわち重心の高い浮体ほど波をよく反射することになるが、これは同じ条件でも rolling motion が著しく小さくなるためである。Fig. 13 は浮体の慣性能率の影響を見るために式 (16) の ν^2 の値を変えて反射率の変化を調べたもので、慣性能率が大きくなるほど反射効果は全体的に増加することがわかる。

なお、浮体重心の移動軌跡とその回転角 δ を $l/h = 0.5$, $\sigma^2 h/g = 1.0$ について $q = 0.1$ および 0.75 に対し $a/l = 1.0$ として式 (81) により計算し、 $\sigma t = 30^\circ$ ごとに示すと Fig. 14 のようである。重心は一般に傾斜した軸をもつ橿円軌道に沿って移動することになり、図中の 0 (入射波の山の位置) から、1, 2, 3, … の位置を経て回転し、浮体の傾きも変化する。図の (a) の場合は反時計まわりであり、傾きは水面の勾配の変化に類似であるが、この傾向は $\sigma^2 h/g$ によって異なり、(b)においては移動軌跡は時計まわりである。

(2) 進行波中の水面浮体の繫留運動

Fig. 3 に示すように交差した繫留索を考え、ばね定数を $K/\rho gl = 1.0$ とし、 $l/h = 0.5$, $z_0/h = -1/2 \cdot q$, $\nu^2 = 1.0$ として式 (73) を用いて、3.により反射率と重心運動を計算すると Fig. 16~18 のようである。この場合は索の着力点は重心から $1/2 \cdot gh$ だけ下にあり、($h_1 = 1/2 \cdot qh$) また $h_0/l_0 = 1/3$ とする。反射率は Fig. 15 のように $\sigma^2 h/g$ の増加とともに急速に 1 に達し、その後は振動しながら変化する。これは固定した半浸水矩形物体の反射率が $\sigma^2 h/g$ とともに一様に増加して 1 に接近するとの対照的で、交差したばね索における特徴的なものである。

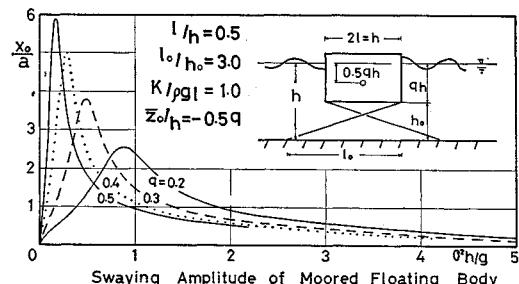


Fig. 16

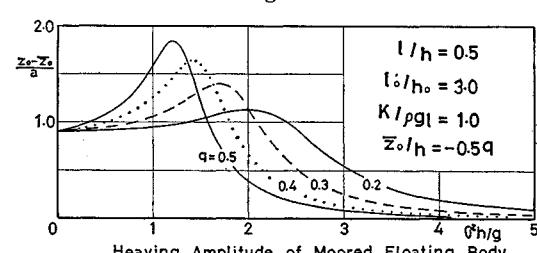


Fig. 17

すなわち自由浮体と異なり、ばねによる復元力のために swaying motion の形式が変わり、また rolling amplitude の peak frequency も著しく変化し、その結果反射率は全体的に 1 に近づき、また全反射の現象を生ずることにもなる。この現象は浮防波堤の機能と効果を考えるうえに重要なことで、参考のため Fig. 2 のような開いた形の繫留索について、同じ条件で式 (72) を用いて計算すると反射率は Fig. 19 のようになり前者とは全く異なり、安定した反射効果を得ることができないのである。すなわち浅海波を対象とする浮防波堤においては、水面付近のエネルギーは浮体自身による反射または消波効果により阻止できる。しかし浮体底面以下のエネルギーを阻止するには原理的には浮体運動による反射効果を利用する以外に方法がないのであるが、そのためには cross spring による繫留運動による全反射現象を利用するのが唯一の可能性をもつ方法であることが示唆されるのである。cross spring と open spring にお

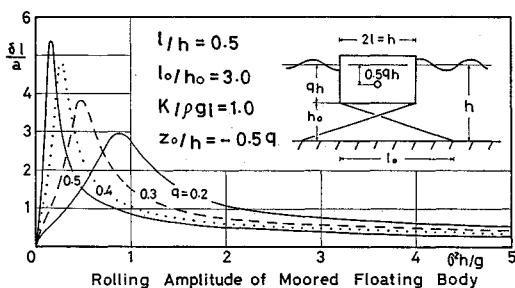


Fig. 18

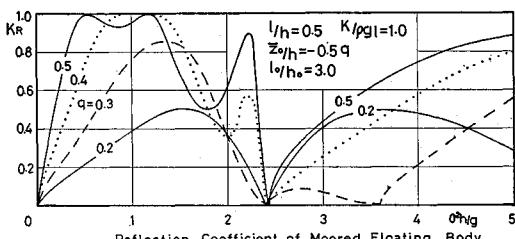


Fig. 19

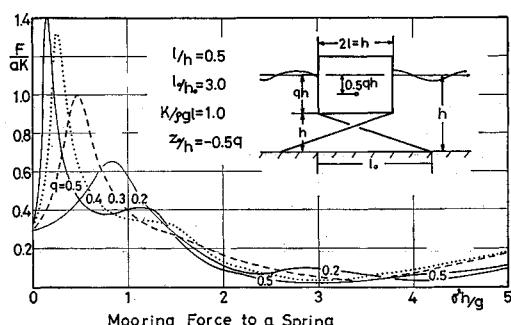


Fig. 20

けるこのような著しい相違は、式 (72) と (73) における $k_{x\theta}$, $k_{\theta\theta}$ の相違に基づくもので、浮体の水平移動により生ずる抵抗モーメントの符号が反対になることに主要な原因がある。

なお索の右方着力点 (l , $\bar{z}_0 - 1/2 \cdot qh$) の運動による変位を (x_0) , (z_0) とすると

$$\frac{(x_0)}{a} = \frac{x_0}{a} + \frac{1}{2} \cdot \frac{qh}{l} \cdot \frac{\delta l}{a}, \quad \frac{(z_0)}{a} = \frac{\delta l}{a} + \frac{z_0 - \bar{z}_0}{a} \quad \dots\dots\dots(95)$$

であるから、浮体運動により生ずる索の繫留力 F は

$$F/aK = \left\{ \frac{(x_0)}{a} + \frac{h_0}{l_0} \cdot \frac{(z_0)}{a} \right\} / \sqrt{1 + (h_0/l_0)^2} \quad \dots\dots\dots(96)$$

として計算され、Fig. 20 に示すようである。この場合の浮体運動の特徴は swaying と rolling の peak を示す frequency が一致しており、その frequency の付近で反射率が 1 を示しており、このときに索の繫留力は最大となることである。Fig. 15 でわかるように、この frequency より大きい freq. において再び反射率が 1 となるが、それは heaving motion の peak freq. に近いところで起こる。このときの繫留力は Fig. 20 に見るよう小さく、peak を示すことがない。すなわち反射率 1 の第 1 の frequency において最も危険な繫留状態が現われるわけである。Fig. 2 のような open spring の繫留では、吃水が大きいときに類似の状態が現われる。

(3) 進行波中の水中繫留物体の運動

平均密度が流体密度の 0.8 倍 ($\rho'/\rho = 0.8$), ν^2 が 1.0 で、幅 $2l$ が水深 h と等しく ($l/h=0.5$), 厚さ d が

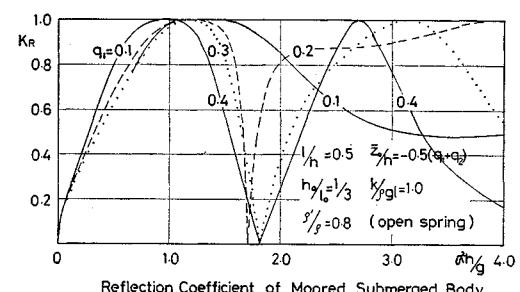


Fig. 21

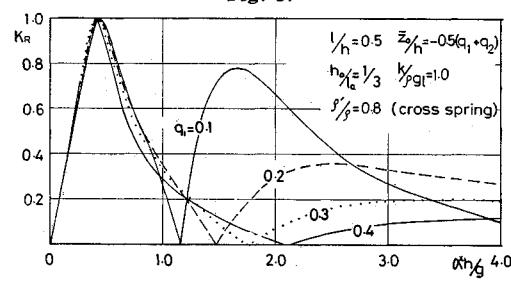


Fig. 22

深の $1/2$ ($q_2 - q_1 = 0.5$)、重心が断面中心にある ($\bar{z}_0/h = -(q_1 + 0.25)$) ような物体が、Fig. 2 に示すように open spring ($K/\rho gl = 1.0$) により、 $l_0/h_0 = 3.0$ の条件で種々の深さに繫留されている場合を式 (72) を用いて 2. に示した方法で計算すると、反射率は Fig. 21 のように求められる。反射率は水面浮体としての反射率 (Fig. 19) に類似の値を示しており全反射を示す $\sigma^2 h/g$ の幅は狭くなっている。これは物体上面の流体域を通過する波が理論上常に微小振幅波の仮定を満足していることを前提とする結果で、実際には $\sigma^2 h/g$ の大きい領域では、 q_1 が小さいときは碎波によるエネルギー損失により、Fig. 21 とはかなり相違することが予想される。

物体重心の運動振幅は、特に heaving と rolling において、繫留浮体とも、また自由浮体とも著しく異なるものとなる。なお cross spring による繫留の場合の反射率は Fig. 22 のようである。

(4) 鉛直壁による反射波を受ける自由浮体

(1) に示したような重心が水面より $3/4 \cdot qh$ にある自由浮体 ($l/h=0.5$) が岸壁面から pl ($p > 1$) の距離にあって入射波を受ける場合を 5. に示した方法で計算すると、重心運動の振幅と回転は、Fig. 23~25 のようであ

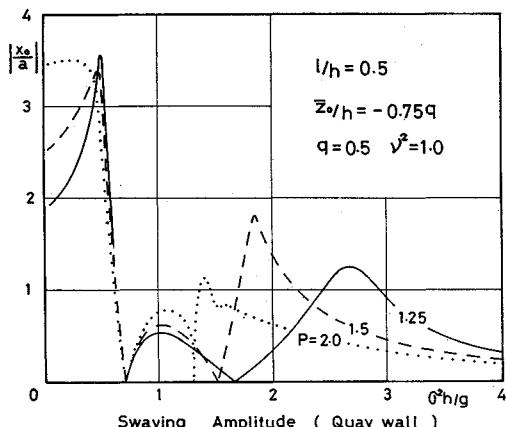


Fig. 23

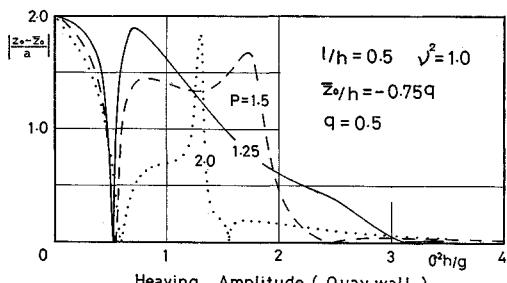


Fig. 24

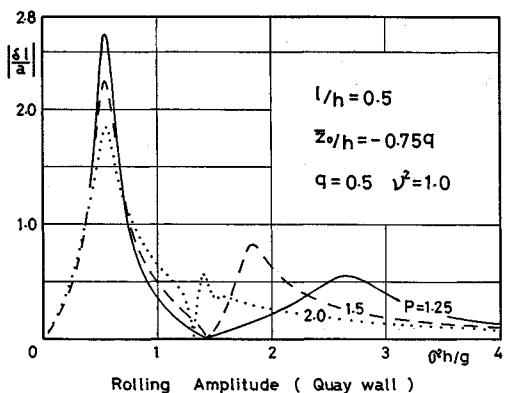


Fig. 25

る。ここでは吃水 $q=0.5$ の場合に $p=1.25, 1.50$ および 2.0 について示したが、いずれの運動振幅も p の値による著しい変化がない。swaying と rolling の peak amplitude は $\sigma^2 h/g \approx 0.5$ に現われ、heaving では 0 点が $\sigma^2 h/g \approx 0.5$ 、peak が $\sigma^2 h/g \approx 0.7 \sim 1.7$ に現われる。

すなわち swaying と rolling が最も激しく起こるときに heaving はほとんど起らざる浮体は $\sigma^2 h/g \approx 0.5$ の波によって左右揺れと横揺れを起こし、swaying の振幅は同じ条件の進行波の場合 (Fig. 9 (a)) の 2 倍以上になるし、また rolling の振幅は約 5 倍となる。

7. む す び

(1) 従来浮体の運動に対しては、一般に水深や吃水の効果を考慮することなく、固有振動周期などを算定しており、また波の変形（反射率や通過率）についてもきわめて近似的な計算が行なわれているにすぎなかつたが、本文に示したように浮体運動を境界値問題におきかえて精密解を求めるこことによってそれらの影響を明確に示すことができる。すなわち、自由浮体の rolling や heaving の peak frequency は吃水が大きくなるとともに水深と吃水の影響を著しくうけることとなり、また swaying motion においても、浮体の幅が狭くなると rolling motion との連成によって peak freq. が現われることになる。これらの影響のほかに浮体運動に対してはその重心位置と慣性能率の大きさの影響もまた無視できないものであるが、この 2 つの要素の影響は付加質量や付加慣性能率の中心を浮体重心と一致すると仮定する従来の取り扱いでは正しく評価することは困難である。

(2) 水面浮体の繫留運動として、ばねによる繫留索の場合を示したが、それによると繫留方式の相違により、浮体運動も波の変形も著しく相違することがわかり、浮防波堤としては cross spring 方式がきわめて有

利であることが示唆される。

自由浮体の運動では反射現象を伴うほかの一般的な場合（潜堤や海底不連続部または半没水固定物体など）と同じく反射波と通過波には常に 90° の位相差があり、また浮体の swaying motion と rolling motion との間には連成運動の結果としての 0° または 180° の位相差があるが、heaving motion は特定の位相関係がない。ばねによって繫留拘束を与えるときは、これらの運動の振幅と位相関係が変わり、cross spring と open spring とでは異なる運動となる。しかしその場合でも反射波と通過波および swaying motion と rolling motion との位相差は本質的に 90° および 180° として現われる。すなわち、cross spring では反射率 1 の $\sigma^2 h/g$ において heaving と rolling の位相差は不連続的に $+180^\circ$ から -180° に変わり、反射波と通過波は $+90^\circ$ から -90° に変わると、open spring では $\sigma^2 h/g$ の変化により位相差が変わることがない。

(3) 水中に繫留された物体もまた繫留方法によって著しく相違し、水面の繫留物体の場合とも異なる。たとえば水面物体では cross spring の方が反射効果は大きいが、水中物体ではむしろ反対である。

以上の理論的結果は実験により確かめる必要があるが、自由浮体による反射率については現在までに理論値に近い結果が得られた。また自由浮体の運動についてもこの理論値に近い実験例¹⁸⁾がある。詳細については改めて述べるつもりである。

本計算の整理および図面作成には本学工学部研究補助員坂井久雄君を煩わすこと大であった。ここに厚く感謝の意を表するものである。

参考文献

- 1) 元良誠三：船体運動力学、共立出版、昭 32. 12 月
- 2) 大串雅信：理論船舶工学、下巻、海文堂、昭 33. 8 月
- 3) 田方福三：船の上下動揺並びに縦動揺における減衰力及び付加質量について、造船協会論文集、昭 34.
- 4) Kim, W.D. : On the Forced Oscillations of Shallow-Draft Ships, Journal of Ship Research, Oct. 1963
- 5) MacCamy, R.C. : On the Hearing Motion of Cylinders of Shallow Draft, J. Ship Res. Dec. 1961
- 6) Newman, J.N. : Propagation of water waves over an infinite step, Journal of Fluid Mechanics, Vol. 23, Part 2, 1965
- 7) Newman, J.N. : Propagation of water waves past two-dimensional obstacles, J.F.M. Vol. 23, Part 1, 1965
- 8) Miles, J.W. : Surface-wave scattering matrix for a shelf, J.F. M. Vol. 28, Part 4, 1967
- 9) Mei, C.C. & J.L. Black : Scattering of surface waves by rectangular obstacles in water of finite depth, J. F.M. Vol. 38, 1969
- 10) Black, J.L., C.C. Mei and M.C.G. Bray : Radiation and scattering of water waves by rigid bodies, J.F. M. Vol. 46 1971
- 11) 井島・尾崎・松尾・小林：直立消波岸壁に関する研究、第 16 回海岸工学講演会論文集、昭 44
- 12) 井島・尾崎・江口・小林：水平板による防波堤と岸壁の理論的研究、第 17 回海岸工学講演会論文集、昭 45
- 13) 井島・江口・小林：透過性防波堤と岸壁に関する研究、第 18 回海岸工学講演会論文集、昭 46
- 14) 井島・佐々木：潜堤の効果に関する理論的研究、第 18 回海岸工学講演会論文集、昭 46
- 15) 井島・小林・湯村：水底又は水中の柱の鉛直振動による波の発生、九州大学工学集報、第 44 卷 3 号、昭 46
- 16) 井島・田淵・湯村：矩形断面をもつ浮体の浅海波による自由運動、第 18 回海岸工学講演会論文集、昭 46
- 17) 井島武士：最近の波浪理論における境界値問題の解法とその応用、1971 年度水工学に関する夏期研修会講義集、土木学会、昭 46
- 18) 小岩・大平・平山・白鳥：プラットホーム 船の波浪による動搖実験、港湾技研資料 No. 87, 1969, 運輸省港湾技術研究所

(1971.12.3・受付)