

定変形二軸圧縮供試体内の応力分布におよぼす 載荷径路、端面摩擦の影響

THE INFLUENCES OF LOADING PASS AND END FRICTION
ON THE STRESS DISTRIBUTIONS IN TWO DIMENSIONAL
BI-AXIALLY COMPRESSED SPECIMEN

中川浩二*・小林昭一**・丹羽義次***
By Koji Nakagawa, Shoichi Kobayashi and Yoshiji Niwa

1. 序

コンクリート、岩石などいわゆる岩質材料の力学的挙動を知るために、供試体を完全に一様な応力状態（ひずみ状態）となるように載荷することが望ましい。そのため古くからいろいろの載荷方法がくふうされてきていく。空気あるいは液体などの流体圧による載荷方法は一様圧縮応力状態を作り出すうえですぐれているが、載荷装置の容量、機構などの点で岩質材料の試験機として適当であるとはいえない。したがって一般には円柱、角柱あるいは立方体などに整形した供試体を鋼圧盤の間で圧縮載荷し、その挙動を知ろうとする方法が広く行なわれている。また純三軸圧縮応力条件下における破壊条件をはじめとして岩質材料の力学的挙動を明らかにするという目的から、固体圧による三軸圧縮試験が近年さかんに行なわれている。

固体圧による圧縮載荷試験時に避けることのできない問題として、供試体端面の圧盤による側方変位拘束がある。通常の一軸圧縮試験時には供試体と圧盤との弾性定数の差により、供試体は端面で側方変位を拘束され、一様な変形状態とはなり得ない。固体圧による多軸圧縮試験時には、上述の側方変位拘束に加えて、対向する圧盤間の力の伝達が供試体のみならず一部直交方向の圧盤によって行なわれ（直交方向圧盤により供試体の変位が拘束されるため）、供試体の応力は圧盤に加えられた外力から求められるみかけの応力よりかなり低くなる（あるいは逆に高くなる）ことが考えられる。また供試体に与えられる各軸方向の荷重に大きな差がある場合には、最大圧縮荷重によって圧縮された供試体は端面での拘束

のため“たる型”となり、これと直交方向の圧盤は供試体と一部分でのみ接触し、結果的に部分載荷となることがある。

固体圧による一軸圧縮試験時の供試体中の応力分布は、供試体の剛圧盤による拘束が有限の摩擦係数で与えられる場合、筆者らによって二次元および円柱供試体について詳細な検討が加えられている¹⁾。しかし、固体圧による多軸圧縮試験時の供試体中の応力分布に関する資料はいまだ見当らず、実験時にはおよその推定のもとに適切と思われる減摩材が用いられている。

本研究では、固体圧による多軸圧縮試験時の供試体中の応力分布におよぼす載荷径路の影響を明らかにし、さらには端面摩擦係数の影響についても検討し、岩質材料の試験結果を解釈するための資料とする目的とした。

2. 問題の設定と諸条件

一边の長さ $2a$ の平面ひずみ状態にある二次元正方形

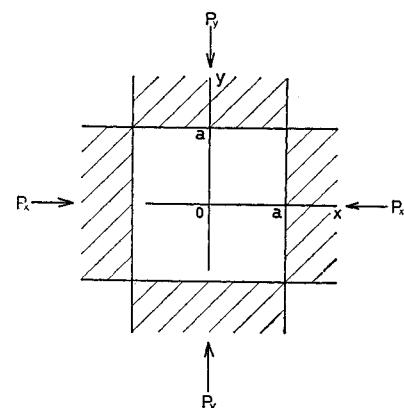


図-1 二次元供試体と二次元座標

* 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学科

** 正会員 工修 京都大学助教授 工学部土木工学科

*** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科

供試体を考え、これを二組の平行な剛体圧盤で圧縮載荷する場合を考える(図-1)。供試体は載荷の過程を通じて等方均質弾性体と仮定する。

実際の固体圧による多軸圧縮試験では、直交方向の圧盤の接触をさけるため、供試体寸法よりも若干小さい圧盤が用いられ、供試体はわずかながら部分載荷状態にある。しかしここで取り扱うシミュレーション計算では、理想的な全面載荷状態としての計算が可能であるため、圧盤の辺長と供試体の辺長とは等しいものとして計算した。

一般の固体圧による圧縮試験では、荷重制御法あるいは変位制御法が用いられる。本研究で用いた計算法では、荷重制御法によって計算することは端面摩擦条件を与えるうえで非常に煩雑があるので、ここでは変位制御法を用いている。

(1) 端面変位径路

供試体内の応力分布は供試体の弾性定数、端面での拘束状態が同一であっても、供試体端面に与える変位の径路によって異なる。

一軸圧縮試験では、ある端面変位状態に到達するための径路は、除荷の過程を除けばただ一つ存在するのみである。しかし二軸圧縮試験では、ある端面変位状態に到達するための径路は無数にあり、それぞれで供試体内の応力状態が異なることが予想される。

たとえば一軸圧縮(y 軸方向)の後、側方(x 軸方向)変位を増していく場合には、 y 軸方向圧縮のため“たる型”となった供試体に x 方向変位を加えるため、最初供試体と圧盤とは部分接觸し、順次接觸面積を増加していく(図-2)。また等方圧縮状態から y 軸方向載荷、 x 軸方向除荷を行なう場合には、 x 軸方向への供試体のふくらみは y 軸方向圧盤面での拘束のため x 方向圧盤に十分に追ついせず、先とは逆の状態が生じる(図-3)。

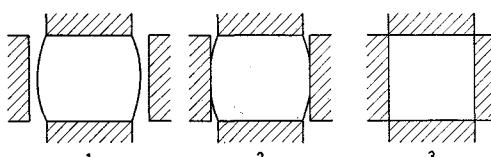


図-2 載荷径路による供試体の変形と圧盤位置との関係
(一軸圧縮→等方圧縮の場合)

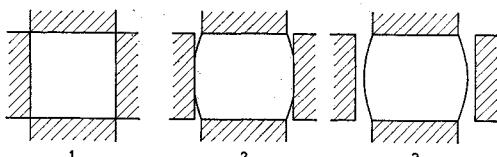


図-3 載荷径路による供試体の変形と圧盤位置との関係
(等方圧縮→一方向圧縮一方向除荷の場合)

ここでは典型的な載荷方法として、この二つの載荷径路および比例載荷径路による状態を例として解析した(図-4)。

(2) 端面変位径路 にともなう計算順序

この種のシミュレーション計算では、その目的とする条件が満足されるように順次条件を与えていく必要がある。

① case A；すなわち等方圧縮の後 y 軸方向の変位 δ_y を増加、 x 方向の変位 δ_x を減少

端面完全拘束状態で等方圧縮して後、所定の摩擦係数まで段階的に拘束を解放する(等方圧縮状態)。次に y 軸方向の変位(増加)とそれと等量の x 軸方向の変位(減少)を段階的に順次加える。そのとき、 x 軸方向の端面の側方変位のみを完全拘束した状態とし、その後、この面でも所定の摩擦係数まで拘束を解放する。

② case B；比例載荷

端面での側方変位を完全に拘束した状態で供試体に所定の端面変位を与え、その後、端面摩擦係数をしだいに所定の値にまで低下させる。

③ case C；一軸圧縮の後、側方の変位を増加

y 軸方向に所定の端面変位 δ_y を与え、かつ所定の摩擦係数まで拘束を解放する(一軸圧縮状態)。次に x 方向変位 δ_x を漸増し、所定の変位条件に到達させる。

このような計算順序によって得られた結果は必ずしも厳密な意味で正しいとは言えないが、ほぼ目的とする条件を満足しているとしてよいであろう。

(3) 端面摩擦条件

岩質材料供試体の鋼圧盤による端面拘束は、両者の間の摩擦状態により決定される。厳密には供試体と圧盤との間の摩擦状態は直応力の増加とともに変化する。実験によると、直応力の増加によって若干の摩擦係数の低下がみられる²⁾、これは供試体表面の凹凸が平滑化されるためであろう。しかしここでは直応力の増加とともに摩擦係数の減少は大きくないと考え、応力値にかかわらず摩擦係数は一定であるとした。

摩擦係数がある値より小さいときには、供試体端面の一部は端面に作用するせん断力を解放する方向に滑り、その部分での摩擦による拘束は一部解放される。そ

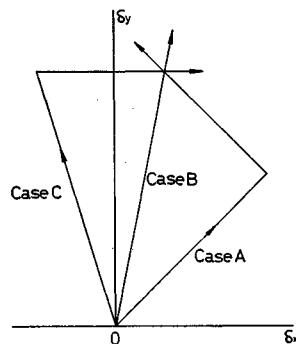


図-4 圧盤変位径路の例

のとき滑動部分において垂直応力 σ_n に対するせん断応力 τ の比の絶対値は摩擦係数 μ に等しくなる。すなわち供試体端面と圧盤との間に次の条件が満足されることになる¹⁾。

$$|\tau| < \mu \cdot |\sigma_n| \cdots \cdots \text{不動条件}$$

$$= \mu \cdot |\sigma_n| \cdots \cdots \text{滑動条件}$$

一軸圧縮試験で端面が圧盤に完全に固定された状態は試験条件の一つの極端な例として意味がある。また減摩材を用いない場合の試験状態を近似するための試験条件として、数学的な手法や数値解析法を用いた多くの解析例がみられる。しかし二軸圧縮試験では供試体端面が完全に剛体圧盤に固定されている場合には、前述のように一般には圧盤に与えられた力は直交する圧盤によって伝達され、供試体中を伝わらない。そのため完全固定状態は一般には二軸圧縮試験では無意味となる。

(4) 数値解析

数値解析には有限要素法を用いた。また計算はすべて京都大学大型計算機センター FACOM 230-60 によった。

3. 解析結果とその考察

数値解析にはモデル材料としてコンクリートを考え、供試体のボアソン比は 1/6 とした。

計算は端面摩擦係数を $\mu=0.2, 0.1, 0.05$ の三種として行なった。

以下解析結果とそれについての考察を示すが、応力の表示はその状態での y 方向の平均の応力 (y 方向圧盤にかかる荷重を断面積で除したもの) を基準にとり、無次元表示している。

(1) 二軸圧縮供試体内の応力分布状態

まず供試体中の x 方向、 y 方向の応力 σ_x, σ_y が載荷径路、端面変位状態によってどう変わるかの概要を把握するため、端面摩擦係数 $\mu=0.2$ の場合の供試体内応力分布を示す。

図-5, 6 に case A, C での σ_y の分布を示す。 $\delta_x/\delta_y=1.0$ (みかけ上の等方圧縮) の場合、case A は比例載荷 (case B) と試験条件が一致する。そして y 方向の

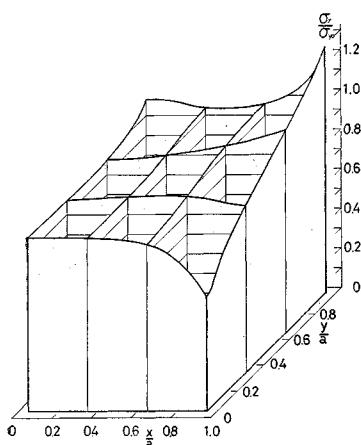


図-5 供試体中の σ_y/σ_{y0} の分布
case A, $\mu=0.2, \delta_x/\delta_y=1.0$
(σ_{y0} : y 方向平均応力)

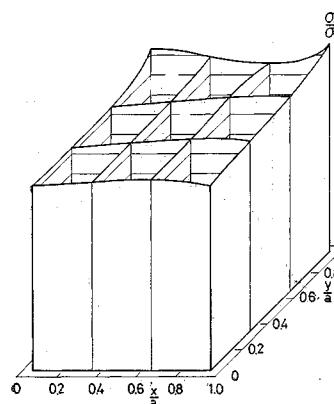
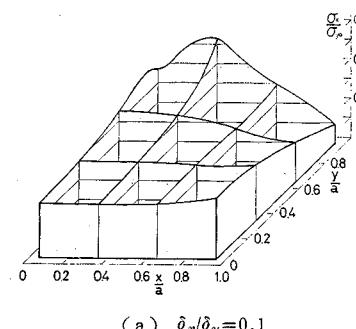


図-6 供試体中の σ_y/σ_{y0} の分布
case C, $\mu=0.2, \delta_x/\delta_y=1.0$
(σ_{y0} : y 方向平均応力)



(a) $\delta_x/\delta_y=0.1$

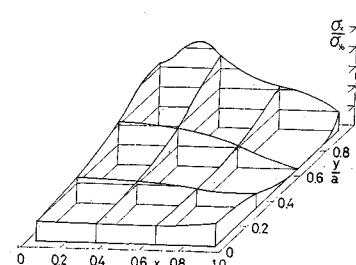
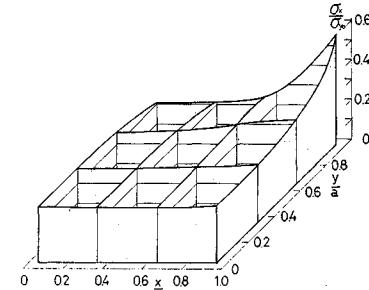


図-7 供試体中の σ_x/σ_{x0} の分布
case A, $\mu=0.2$ (σ_{x0} : x 方向平均応力)



(a) $\delta_x/\delta_y=0.1$

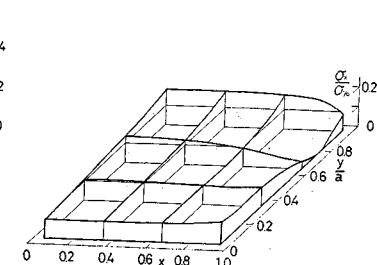
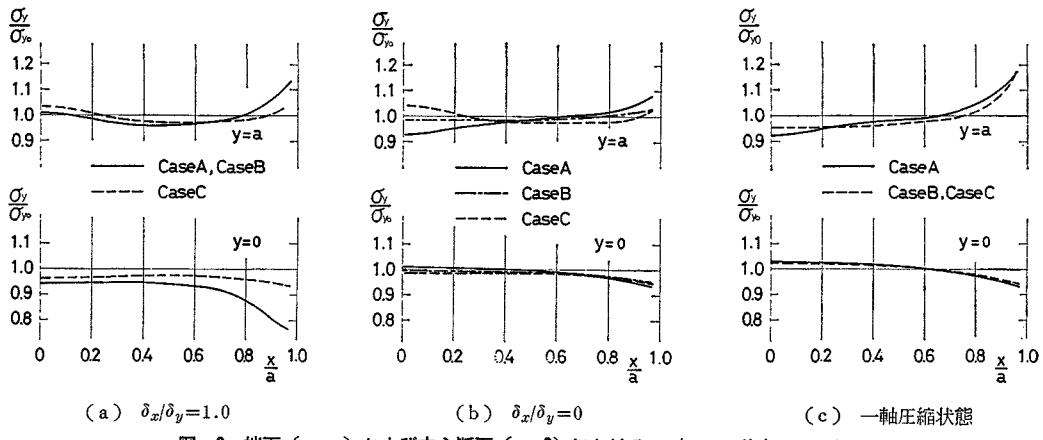


図-8 供試体中の σ_x/σ_{x0} の分布
case C, $\mu=0.2$ (σ_{x0} : x 方向平均応力)

図-9 端面 ($y=a$) および中心断面 ($y=0$) における σ_y/σ_{y0} の分布 $\mu=0.1$

荷重は x 方向の圧盤面における摩擦拘束のため供試体中央部までは十分に伝えられず、 y 方向応力の減少は中央断面 ($y=0$)、 x 方向圧盤面近くで著しい。また同時に供試体隅角部では直交圧盤面での摩擦による拘束のため著しい応力の上昇がみられる。これに反して case C では σ_y の変化は小さい。同様な傾向が $\delta_x/\delta_y=0.1$ 、 $\delta_x/\delta_y=-0.1$ の場合にも認められるがその傾向は $\delta_x/\delta_y=1.0$ の場合とくらべて小さくなる(図省略)。これは case A では y 方向の圧盤の変位が x 方向圧盤面での摩擦による変位拘束に抗して行なわれるのに反して、case C では y 方向の端面変位が x 方向端面での拘束がない状態で行なわれ、 y 方向の端面変位が固定された後、 x 方向端面変位が与えられるためである。

図-7、8 に σ_x の分布を示す。case A, $\delta_x/\delta_y=1.0$ の状態は先の図-5 と x, y の方向を交換したものとなっている。 σ_x の分布には、 σ_y の場合とは逆に case C で著しい端面拘束の影響が認められる。 $\delta_x/\delta_y=0.1$ では両者の載荷径路に対して隅角部の σ_x の分布に逆の傾向が現われ、また case A では y 方向圧盤面近くで端面拘束の結果、 σ_x の特に大きくなる部分が現われる。

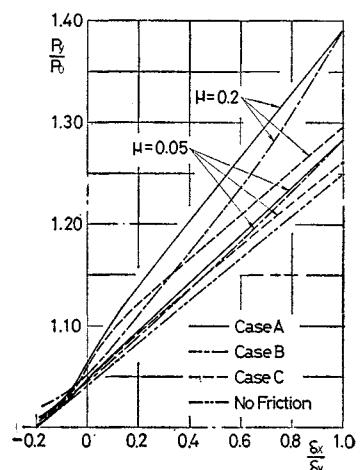
$\delta_x/\delta_y=-0.1$ では、 x 方向の供試体端面は図-2、3 に示したような部分載荷状態となる。そのため供試体の $x=a$ の面では圧盤と接しない部分で $\sigma_x=0$ となる。図-5~8 では要素内の応力を用いて応力の表示を行なっているため図の端は供試体の端を表わしてはおらず、隅角部近くでは y 方向端面における拘束のためかなり大きな σ_x の存在が認められる。また case A, case C の場合とも、 x 方向圧盤に近い部分を除いて y の増加に伴い σ_x の値は増加しているが、これはいずれの場合も y 方向端面での摩擦による拘束が大きいことを示している。

(2) y 軸方向応力

図-9 に各載荷径路による供試体端面 ($y=a$) と中央

断面 ($y=0$) での σ_y の分布を示す。この場合 σ_y は節点力から換算している。図には $\delta_x/\delta_y=1.0, 0$ および一軸圧縮状態について摩擦係数 $\mu=0.1$ のものを示している。 $\delta_x/\delta_y=1.0$ (この場合は case A と case B は一致) では case A における σ_y の基準値 (1.0) からの変化は著しく、case C のそれは小さい。これは図-5, 6 に示した $\mu=0.2$ の場合にも認められたとおりである。また $\delta_x=0$ および一軸圧縮状態でもこの傾向は残るが、径路による σ_y の差は小さくなる。また他の摩擦係数の場合については紙面の都合上割愛したが、 σ_y の分布形はここに示したものとよく似た形となり、基準値 (1.0) との差はだいたい $\mu=0.2$ の場合には $\mu=0.1$ の場合のおよそ 2 倍、 $\mu=0.05$ の場合には $\mu=0.1$ の場合のおよそ 0.5 倍となる。

ここで σ_y の値はみかけ上の応力を基準値とし、無次元表示しているが、それぞれの載荷径路、摩擦係数、端面変位条件によってみかけ上の応力がどのように変化するかを知る必要がある。そのため、それぞれの条件での y 軸方向荷重を一軸圧縮、端面完全潤滑状態での荷重を 1 として無次元表示したもののが図-10 に示す。端面完全潤滑状態では $\delta_x/\delta_y=-0.2$ で x 方

図-10 載荷径路、摩擦係数、端面変位状態による y 軸方向荷重 (P_y) の変化
(P_y : 完全潤滑一軸圧縮状態での y 軸方向荷重)

向圧盤は供試体に接することになるが、端面で摩擦拘束がある場合には供試体の x 方向へのふくらみは若干減少し、圧盤が供試体と接はじめる x 方向の変位は $\delta_x/\delta_y = -0.2$ よりわずかに大きくなる。いずれの載荷径路についても完全潤滑状態よりはかなりみかけの応力は大きくなり、また径路によってその変化状態も変わる。しかし同一の載荷径路では図の曲線形はよく似た形となり、完全潤滑状態との差は先の σ_y の分布形のときと同じく、そのときの摩擦係数に比例するとして大まかな推定をすることも可能である。

(3) x 軸方向応力

先に y 軸方向応力の載荷径路による差を検討したが、ここでは x 軸方向応力の載荷径路による差を検討する（応力は節点力から求めている）。本研究で例にとった三種の載荷径路は側方荷重の与え方による相違ともみることができ、それだけ載荷径路による応力分布の大きな相違が予想される。

図-11, 12 に供試体の中心断面 ($x=0$) および端面 ($x=a$) での σ_x の分布を無次元表示している。同じ図にいくつもの x 方向圧盤の変位条件についての結果をあわせて示している。これらの図で $\delta_x/\delta_y=1.0$ では case A と case B が、一軸圧縮では case B と case C が同一のものとなる。

中心断面（図-11）で、 σ_x の分布は一般的に case B と case C はよく似た状態を示しており、特に拘束圧の小さい状態では両者の差はほとんどない。また case B, case C では $\delta_x/\delta_y > 0$ のとき、端面 ($y=a$) での拘束は x 軸方向外力に抗する方向に作用し、 $\delta_x/\delta_y < 0$ では x 方向外力をさらに増加する方向に作用する（ポアソン比による x 方向へのふくらみを端面が拘束することになる）。そして $\delta_x=0$ を境として両側で対称に近い形となる。これに反して case A では $\delta_x/\delta_y=1.0$ の場合を除いて除荷の過程が入るため、 y の値の増加とともに σ_x

は増加するが、 $y=a$ に近づくと逆に減少する。この分布形は変位の進行とともに $y=a$ の近くでの応力の変化が、特に $\mu=0.2$ の場合に小さくなることとも関連し、供試体中心断面 ($x=0$) では y 軸方向圧盤面で除荷過程でのすべりがほとんどなく、最初に等方圧をかけたときの応力状態が除荷過程を通じてかなり保存されるためである。

端面 ($x=a$, 図-12) でも case B, C で σ_x がよく似た分布を示すのがみられるが、拘束圧が小さくなると必ずしもそうとはいえない。case A では隅角部の応力値は $\delta_x/\delta_y=1.0$ の状態のときのみ高くなり、変形が進むと急激に低くなる。これは端面における拘束による供試体の変形追ずいの不十分さによるものであり、 $\mu=0.2$ では $\delta_x/\delta_y=0.6$ の図ですでに隅角部で供試体と圧盤とは接しておらず、部分載荷となることがみとめられる。また他の摩擦係数の場合にも、この載荷方法ではかなり早くから部分載荷となり、また接する面積も他の case とくらべて小さくなる。

一般に case A と case B, case C との差は摩擦係数の増大とともに大きくなり、特にその傾向は供試体の中心を離れるほど (y が大きくなるほど) 大きい。しかし、 $\mu=0.05$ 程度となると、それぞれの case の差は供試体の端 ($y=a$) に近い部分を除いて大きくなり。

次に x 方向の荷重の y 方向の荷重に対する比（ある端面変位状態を与えるのに必要なみかけの応力比）を、それぞれの載荷径路、摩擦係数、端面変位条件について図示すると図-13 のとおりである。これによると case A では完全潤滑状態とくらべて低く、case B, case C では $\delta_x/\delta_y > 0$ では高く、 $\delta_x/\delta_y < 0$ では低くなる。この値は図-12 の曲線と y 軸との間の面積に比例する。特に $\mu=0.2$ の場合に顕著なように、載荷径路によっては大きく x 方向みかけ応力に差が生じることが認められる。すなわち図-11 と図-12 を比較してみると、端面 ($x=a$) では case A における σ_x の分布は小さく、case B,

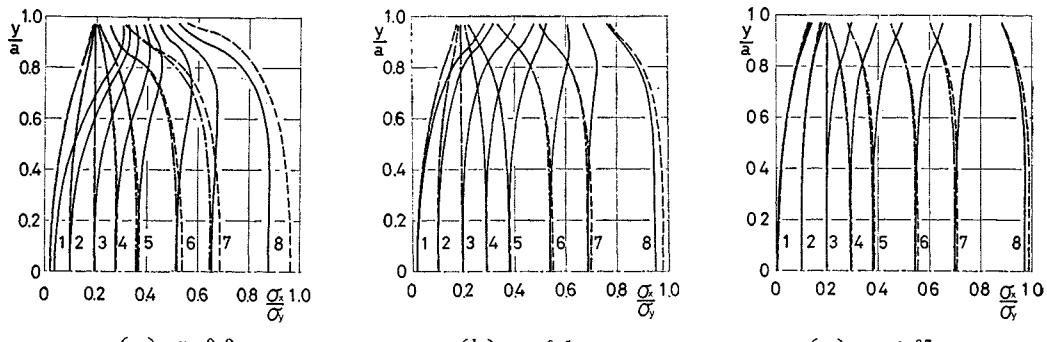


図-11 中央断面 ($x=0$) における σ_x/σ_{y0} の分布

——: case A, - - - : case B, - - - - : case C

1:一軸圧縮, 2: $\delta_x/\delta_y = -0.1$, 3: $\delta_x/\delta_y = 0$, 4: $\delta_x/\delta_y = 0.1$, 5: $\delta_x/\delta_y = 0.2$, 6: $\delta_x/\delta_y = 0.4$, 7: $\delta_x/\delta_y = 0.6$, 8: $\delta_x/\delta_y = 1.0$

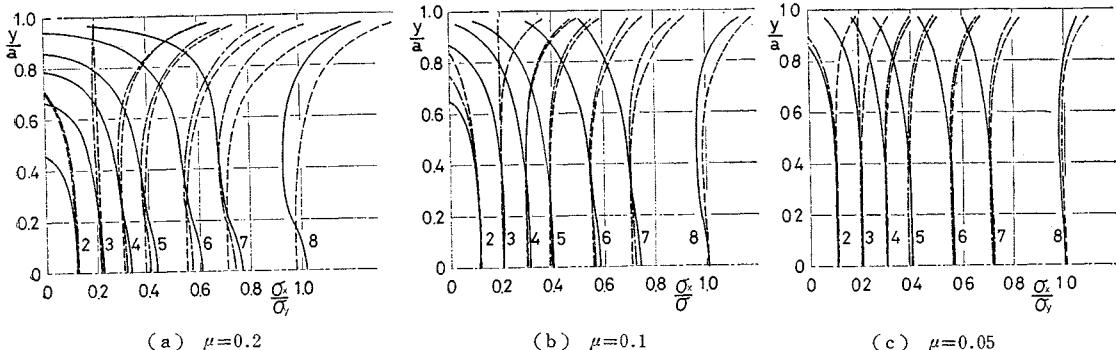


図-12 端面 ($x=a$) における σ_x/σ_{y_0} の分布

——— : case A, - - - - : case B, - - - - : case C
 1 : 一軸圧縮, 2 : $\delta_x/\delta_y = -0.1$, 3 : $\delta_x/\delta_y = 0$, 4 : $\delta_x/\delta_y = 0.1$, 5 : $\delta_x/\delta_y = 0.2$, 6 : $\delta_x/\delta_y = 0.4$, 7 : $\delta_x/\delta_y = 0.6$, 8 : $\delta_x/\delta_y = 1.0$

case C のそれは大きい。逆に中央断面 ($x=0$) では case A の場合の σ_x の値は大きく、case B, case C の場合のそれは小さい。換言すれば、二軸圧縮試験において case A で載荷した場合は x 方向荷重計の読みは小さいが、供試体には大きな σ_x が作用しており、case B, case C では x 方向荷重計の読みは大きくとも、供試体中の σ_x は小さい。この差は摩擦係数が少しだけ大きくなれば非常に大きな値を示すだけに、載荷試験を行なうにあたっては十分留意する必要がある。

4. 結論

以上の解析結果の考察より次の諸点が明らかとなったが、これらの事項は今後の多軸圧縮試験の実施に際して留意すべき多くの示唆を与えるものと考えられる。

(1) 軸方向の応力 (σ_y) は特に case B, case C で隅角部で大きく、中心部 x 方向端面近く ($y=0, x=a$ の近く) で小さくなり、その傾向は摩擦係数の大きい場合に著しい。

(2) 一般に σ_x の分布は case A と case C とでは端面 ($y=a$) に近づくにつれ、完全潤滑状態の分布から逆方向にはざれる。端面 ($x=a$) では case A の場合、摩擦係数が大きければ等方圧縮状態からわずかの端面の

変位で部分載荷状態となり、case B, case C の場合には σ_x の小さい間は部分載荷となることもあるが、少し σ_x が大きくなると隅角部近くで大きな応力集中を示す。

(3) σ_y はその値が比較的大きいため、載荷径路による差異があってもその差を全体の値との比としてみたときには大きくない。これに反し、 σ_x は値そのものが大きくならない場合にも載荷径路による応力分布の差は大きくなりうる。たとえば case A ではみかけの σ_x は小さいにもかかわらず発生する供試体中央断面 ($x=0$) での σ_x は大きく、逆に case B, case C ではみかけの σ_x は大きいにもかかわらず実際に発生する供試体中央断面での σ_x は小さくなる。この差は摩擦係数の増大により非常に大きくなる。

(4) たとえばコンクリートなどの材料の破壊試験の場合、case A より case B の方が供試体内に一様応力状態を期待できる (case C は破壊試験では現実的でない)。しかし case B の応力経路曲線と材料の破壊条件曲線とは平行に近く、破壊条件の検出は困難であり、case B が必ずしも良い方法とはいえない。したがって試験には良い減摩材を用いることが望ましい。

(5) 完全潤滑状態からの応力の偏差はだいたい摩擦係数に比例する。そして $\mu=0.05$ 程度であれば、供試体内の応力分布はかなり一様であるといえる。このことから、筆者らが減摩材として岩質材料の多軸圧縮試験に用いてきた³⁾ テフロンシートあるいはラバーシートにシリコングリースを塗布したもの(およそ $\mu=0.01\sim0.02$)の減摩効果は十分であるといえる。

参 考 文 献

- 丹羽義次・小林昭一・中川浩二：材料，19卷，196号，pp. 63～60 (1970).
 - 未発表論文
 - たとえば丹羽義次・小柳 治・小林昭一：土木学会論文集，第143号，pp. 28～35 (1967).

(1971.8.10・受付)