

鋼柱の座屈強度のばらつきにおよぼす 残留応力分布の影響について

ON SCATTER IN BUCKLING STRENGTH OF STEEL COLUMNS

—Effect of Residual Stress Distributions—

青木徹彦*・福本勝士**
By Tetsuhiko Aoki and Yuhshi Fukumoto

1. はじめに

構造物をより合理的に設計するために、使用材料や構造部材強度の不規則性を考慮する必要性が、近年国際的に広く認められるようになってきている。

鋼材強度の不規則性については、すでにいくつかの研究^{1), 2), 3)} がなされているが、コンクリートの分野では構造部材の終局強度設計にあたり、材料強度のばらつきを考えて荷重係数を決定するものもある⁴⁾。

構造物としての挙動に、よりいっそうの安全性と信頼性を付与するためには、構造物を構成している個々の部材強度に関する統計的性質を知ることが必要であろう。

ここに述べる研究は構造部材の一つとして鋼柱を取り上げ、その座屈強度のばらつきの状態を明らかにし、このばらつきに与える部材の変動パラメーターについて調べようとするものである。

鋼柱の中心軸座屈に関して、近年まで数多くの研究がなされているが^{5), 6)}、それらの結果が示すように、座屈荷重の実験値は一般にばらつきを有し^{7), 8)}、計算値との間に多少の差を生じている。これは柱の材質の不均質や避けられない偏心、あるいは初期たわみなどのいわゆる初期不整 (Initial Imperfections) の存在によるものと説明されている。

設計公式や安全率をより合理的に決定するには実験データの統計的性質を明らかにし、破壊確率に基づいた基準を定める必要が指摘されており^{9), 10)}、この面の基礎的研究^{3), 11)}も出はじめている。実用的な面からはヨーロッパ鋼構造連合がこうした動きを反映して長年の共同研究の結果をもとに、共通の示方書をまとめ上げようとしている^{12), 13)}。

実用柱に対する座屈荷重のばらつきは、一般に柱の細長比とともに変化する。文献 8) にはこのばらつきとそれにおよぼす要因との関係が概説的に述べられているが、これらの面をより詳細に明らかにすることは、従来弾性柱に対してはいくつか見受けられるものの^{14), 15)}、非弾性柱に関してはきわめて少なく¹⁶⁾、座屈問題に限らず構造強度の統計的研究に関してはわが国でもデータ不足というものが現状である¹⁷⁾。

本研究は座屈荷重におよぼす主要な 2 つの要因とみられる残留応力と初期たわみのうち、残留応力のみに注目し、その変動が座屈荷重の変動にどのような影響をおよぼすかを明らかにする目的で行ない、さらに材料強度、断面形状が座屈荷重の変動におよぼす影響についても調べた。

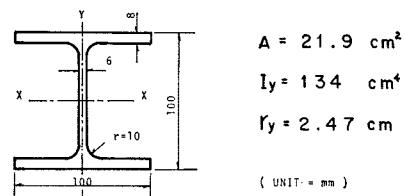


Fig. 1 Cross Sectional Properties (Nominal)

2. 実験計画および方法

実験に用いた柱は Fig. 1 に示す断面形状および断面諸量を有する圧延 H 型鋼で、材質は SS 41 である。実験は引張り試験、短柱試験、残留応力の測定、もとたわみの測定、および中心軸座屈試験からなる。圧延材は市販されている 100×100×8×6 mm の断面材を任意に選び、長さ 11.5 m の材 15 本を用意し、上記の各試験片をその切出し位置が不規則となるようラテン方格法¹⁸⁾を用いて原材に割付けた (Fig. 2)。

* 学生員 工修 名古屋大学大学院工学研究科土木工学専攻
博士課程在学

** 正会員 Ph.D. 名古屋大学助教授 工学部土木工学科

A	E	D	A	F	G	B	C
F	B	A	E	C	D	G	A
C	G	F	B	A	A	D	E
D	A	G	C	A	B	E	F
A	D	C	G	E	F	A	B
B	F	E	A	G	A	C	D
G	C	B	F	D	E	A	A
E	A	A	D	B	C	F	G
D	B	F	A	E	C	A	G
A	G	C	E	B	A	F	D
G	E	A	C	A	F	D	B
C	A	E	G	D	B	A	F
F	D	A	B	G	E	C	A
A	F	B	D	A	G	E	C
E	C	G	A	F	D	B	A
2470	100	1488	500	1976	2815	500	500
				11500			

A : Stub Column, B : Tensile Coupon, C : For Measurement of Residual Stress, D,E,F,G : Buckling Test

Fig. 2 Allotment of Test Specimens

Table 1 Length and Number of Test Specimens

No.	OBJECT	LENGTH	NUMBER
A	STUB COLUMN	500	30
B	TENSION TEST	500	15
C	MEASUREMENT OF RESIDUAL STRESS	900	15
D	L/R=118	2815	15
E	L/R=100	2470	15
F	L/R= 80	1976	15
G	L/R= 60	1488	15
TOTAL NUMBER 120			

各試験片の詳細を Table 1 に示す。使用した試験機は素材実験に Riehle 型 100 t 万能試験機、座屈実験には 300 t 長柱試験機をあてた。個々の実験要領は以下のようである。

(1) 引張り試験

引張り試験片は Fig. 2 に示した位置から短柱 (500 mm) を切り出し、そのフランジ部とウェブ部とを分離して、JIS 1 号引張試験片をそれぞれ 30 本、15 本ずつ計 45 本製作した。

ひずみの測定にはひずみゲージと 1/1000 mm 精度ダイアルゲージを使用し、測定値の読みはいずれも試験機の油圧弁を閉じ、ひずみ計の針がほとんど動かなくなつた点 (ひずみ速度 10^{-6}mm/mm/sec) で行なった。

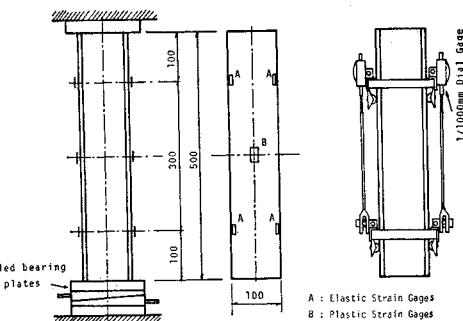


Fig. 3 Details of Stub Column Test

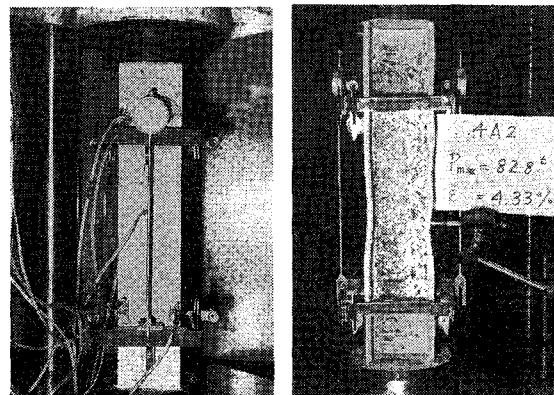


Photo. 1 Stub Column Test Setup

(2) 短柱試験

短柱に取付けたダイアルゲージ、およびひずみゲージの貼付け位置を Fig. 3 に示す。また試験の様子を Photo 1 に示す。

載荷の前の短柱の整置には、まず降伏荷重の 1/3 程度の大きさの荷重を加え、柱の上下端 10 cm の位置の 4隅のセット用ひずみゲージの値を読む。次にこれらの値が均一になるよう柱の下に置いた 2 枚の斜円板を回転させ、4 隅のひずみゲージの値をそれぞれ上下で平均し、それらの値が全平均値の 2~3% 以内になるよう調整をくり返した。

(3) 残留応力の測定

残留応力の測定は Fig. 4 に示すように素材の中央部をフェンダー型コンタクトゲージ (ゲージ長 10 cm) により行なった。測定点の位置とのこ切断箇所を Fig. 4 に示す。試験のうち 2 本は供試体中央部の近接した 2 箇所で同じ測定を行ない、測定による誤差を検定した。また別の 2 本は一方をひずみゲージとしてコンタクトゲージとの差を調べた。

(4) 初期たわみの測定

全座屈試験柱 60 本について初期たわみの大きさを測定した。測定は柱の両端および 8 等分点に同じ厚さの鋼片 ($1/8 \times 10 \times 20 \times 140 \text{ mm}$) を通してダイアルゲージを当て、目盛を読む (Fig. 5(a), Photo 2)。次に柱を $1/2$ 回転させて、柱の横たわみを測定する (Fig. 5(b))。

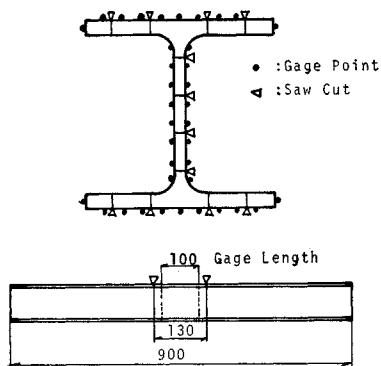


Fig. 4 Residual Stress Measurement

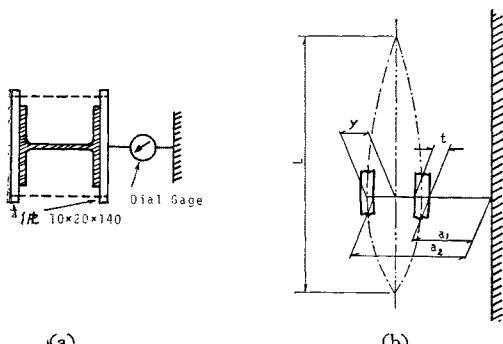


Fig. 5 Initial Deflection Measurement

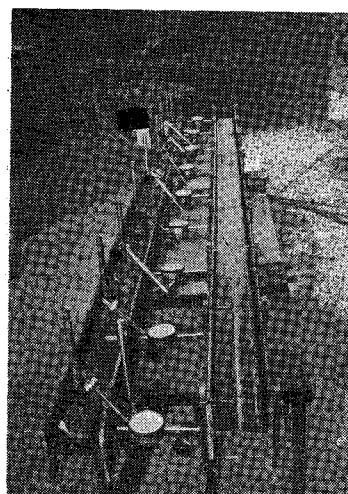


Photo. 2 Measurement of Initial Deflection

回転させてダイアルゲージの目盛りを読み、前との差を柱端で 0 となるよう補正を行なうとその値は初期たわみの 2 倍となる。すなわち Fig. 5(b) で、柱を $1/2$ 回転させる前後のダイアルゲージの読みを a_1, a_2 とし、柱幅を t 、材軸は柱の幅の中央を通るとすると測定点のたわみ y は次式から求まる。

$$y = \{(a_2 + t/2) - (a_1 + t/2)\}/2 = (a_2 - a_1)/2 \cdots (1)$$

(5) 座屈実験

座屈試験柱はすべて柱の両端をピン支持とした。ピン支持装置はローラーベアリングを有し、回転の中心が常に柱端に一致するよう作られている。また微動ねじとくさびにより柱端は支承に対し、前後左右に微少移動ができる。試験の様子を Photo 3 に示す。

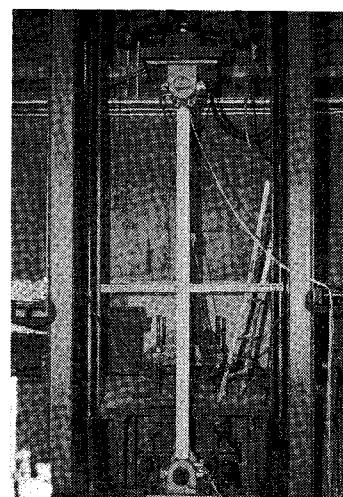


Photo. 3 Buckling Test Setup

載荷前の柱の整置は短柱試験と同様、特に注意を払い、上下材端とともに柱の 4 隅のひずみのばらつきが 3 % 以内になるよう調整をくり返した。このセットのうち、初期たわみの影響を取除くため、それを打消す方向に上下端で等しく適当な偏心を与える、最高荷重で柱の横たわみができるだけ生じないよう調整した後載荷に入った。

載荷時の測定として柱中央での横たわみ、柱端回転角、材端軸方向変位をデジタル回転計を利用した変位計で、またひずみは柱中央フランジ上 4 隅に貼付けた塑性域ひずみゲージによって行なった。

3. 実験結果

(1) 引張り試験

H 形柱のフランジから切出した引張り試験片はいずれもフランジ表面が凸になるように弯曲していた。このため、試験片の表裏のひずみゲージの読みは応力が $0.6 \sigma_y$ 付近で約 5~10 % の差を生じ、また上降伏点がなく、($0.7 \sim 0.8 \sigma_y$) 付近で比例限を有する滑らかな応力一ひずみ関係となった。一方、ウェブから切断した試験片は通常の引張り試験片の挙動を示した。下降伏点はウェブ

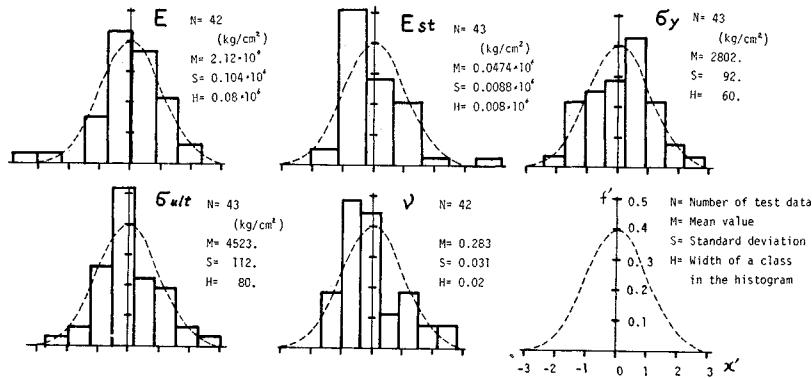


Fig. 6 Normalized Histogram for Tensile Coupon Test Results

の方がフランジより平均値で 2.4% 高いだけであった。

データの整理は両者を区別せず行なう。

実験の測定項目は E (ヤング率), ν (ポアソン比), σ_y (降伏応力), σ_{ult} (最大応力), ϵ_{st} (硬化開始ひずみ), E_{st} (ひずみ硬化弾性係数), A_l (のび) などである。これらの一覧を項目ごとに平均値 m , 標準偏差 S を次式 (2), (3) によって求め, さらに式 (4) によって規準化したヒストグラムを描くと Fig. 6 に示す結果が得られた。Fig. 6 の右下に示した縦軸, 横軸の尺度はそれぞれ式 (4) の f' , x' である。

$$m = \sum x_i / n \quad \dots \dots \dots (2)$$

$$S = \sqrt{\sum (x_i - m)^2 / n} \quad \dots \dots \dots (3)$$

Table 2 Test Results of Tensile and Stub Column Tests

	Tensile Test			Stub Column Test		
	M	S	W	M	S	W
E (10^4 kg/cm^2)	2.12	0.104	0.049	2.18	0.034	0.015
E_{st} (10^4 kg/cm^2)	0.0474	0.00878	0.19	0.0451	0.00938	0.18
σ_y (kg/cm^2)	2802.	92.	0.033	2890.	38.7	0.013
σ_{ult} (kg/cm^2)	4523.	112.	0.025	3710.	159.	0.043
ϵ_{st} (%)	—	—	—	1.32	0.280	0.21
ν	0.283	0.0313	0.11	—	—	—

M = Mean Value, S = Standard Deviation, W = Coefficient of Variation

$$x'_i = (x_i - m) / s, f'_i = f_i * s / n \quad \dots \dots \dots (4)$$

ここに, x_i : データ, n : データ個数, f_i : 区間中のデータ個数。同図からわかるように σ_y , σ_{ult} の実験結果は正規分布によく一致しており, 平均値はそれぞれ 2802 (kg/cm^2), 4523 (kg/cm^2), 標準偏差は平均値に対し, それぞれ 2.0%, 1.6% と小さかった。各項目についての詳細を Table 2 に示す。

(2) 短柱実験

実験によって得られた測定項目のうち, E , σ_y , σ_{ult} , ϵ_{st} , E_{st} について引張り試験と同様, 規準化したヒストグラムを描くと Fig. 7 を得る。応力の計算にはすべて圧延H形柱の公称断面積 21.9 cm^2 を用い, 座屈実験結果の整理には短柱実験による結果を利用した。測定値のうち σ_y と σ_{ult} の平均値はそれぞれ $2890 (\text{kg/cm}^2)$, $3710 (\text{kg/cm}^2)$ であった。Table 2 に各項目の詳細を示す。

Fig. 8(a) の実線は短柱実験によって得られた応力一接線弾性係数を示したもので, 同図の縦軸を $\sigma/\bar{\sigma}_y$ で, 横軸を $E/\bar{E} \cdot I_e/I$ で無次元表示してある。ここに $\bar{\sigma}_y$ は降伏応力の平均値, \bar{E} はヤング係数の平均値, I_e は部分降伏した断面の弾性部分に対する強軸または弱軸まわりの断面 2 次モーメント。この無次元化によって, 同一

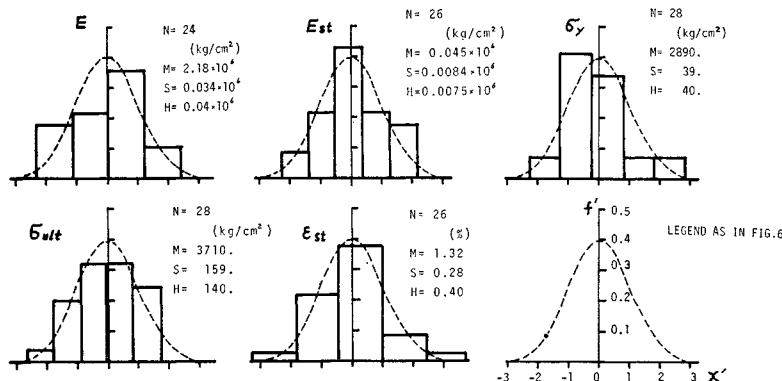


Fig. 7 Normalized Histogram for Stub Column Test Results

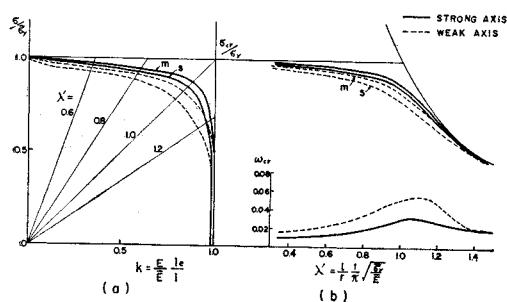


Fig. 8 Stress-Tangent Modulus Relationship from Stub Column Tests and Construction of Column Curves

細長比に対する柱断面の強、弱軸まわりの材料強度およびばらつきが表現できる(詳細は APPENDIX 参照)。同図の破線は弱軸まわりに関する応力一接線弾性係数関係である。

また図中の m は平均値、 s は平均値から標準偏差を引いた値である。

Fig. 6(b) は APPENDIX に述べる方法によって得られた座屈曲線で、実線と破線はそれぞれ柱の強、弱軸に対応している。弱軸曲線は強軸より最大約 6 % 低下している。

座屈曲線の下方に示したのは座屈曲線をもとに計算した変動係数曲線(ω_{cr})で、実線、破線はそれぞれ強軸、弱軸に相当する。Table 3 は各細長比ごとにこれらの数値をまとめたものである。この変動係数曲線は強軸まわりで最大値が約 0.029 であるのに対し、弱軸まわりでは約 0.054 で両者にはほぼ 2 倍の開きがみられる。

一般に H 形断面柱では弱軸まわりの座屈曲線は強軸曲線より多少とも低下していることはよく知られていることであるが、ここに示した変動係数曲線を見てもわかるように、残留応力分布のばらつきによって座屈荷重のばらつきも弱軸まわりの方が大きくなっている。したがって H 形断面柱の座屈荷重に関する安全率、あるいは設計式を破壊確率論的な立場で定めようとするなら、注目する座屈軸まわりの座屈曲線を基準にし、座屈軸方向で異なった取扱いを考える必要がある。

Table 3 Buckling Strength (σ_{cr}/σ_y) by Buckling Test and by Stub Column Test

1/r	Buckling Test			Stub Column Test		
	weak axis			strong axis		
	M	S	W	M	S	W
40	—	—	—	0.96	0.020	0.021
60	0.93	0.022	0.024	0.93	0.024	0.026
80	0.89	0.044	0.049	0.87	0.040	0.046
100	0.71	0.045	0.064	0.70	0.038	0.054
118	0.54	0.031	0.058	0.53	0.012	0.023
120	—	—	—	0.52	0.011	0.021

M = Mean Value, S = Standard deviation, W = Coefficient of Variation(M/S),
 $\bar{\sigma}_y$ = Mean Value of Yield Stress by Stub Column Test (2890 kg/cm²).

(3) 残留応力の測定結果

残留応力の各測定点での平均値、および標準偏差は Fig. 9(a) のようになった。フランジについては上下フランジの平均値を用いた。図中、フランジの下方に

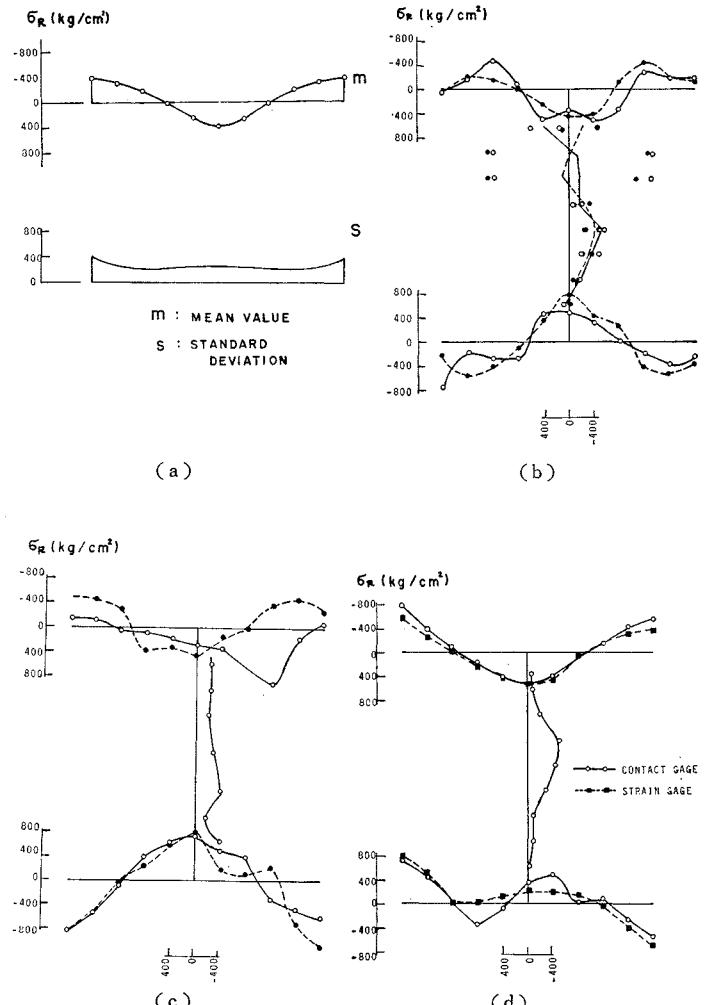


Fig. 9 Residual Stress Distribution

示したのはフランジ残留応力の標準偏差である。これによると残留応力の変動はフランジ端で最大となっており、変動係数の値は約1.0で他の材料定数の値に比べかなり大きい。断面が2軸対称であることを考慮し、実測データを断面の1/4に集めて平均した値を用いればフランジ端での変動係数は0.42となる。**4.**で述べる近似残留応力分布の計算例にはこの値を使用した。

Fig. 9(b), (c) はコンタクトゲージによる測定精度を調べるために、測定試材中央で長手方向の相隣する2断面について測定した結果を実線と点線で示した。**Fig. 9(d)** はコンタクトゲージとひずみゲージとの測定結果を示したが両者はほぼ一致している。

(4) 初期たわみの測定結果

1本の柱の8等分点で得られた7つの測定値から柱の初期たわみの形を定めるために、次のような3項からなるフーリエ級数近似を仮定し、最小二乗法により係数 a_n を定めた。

$$y_i = \sum_{n=1}^3 a_n \sin \frac{n\pi x_i}{l} \quad (i=\text{測定点 } 1 \sim 7) \dots (5)$$

このたわみ近似と実測値との比較を**Fig. 10**に示す。同図からわかるように、式(5)は測定データの平滑化

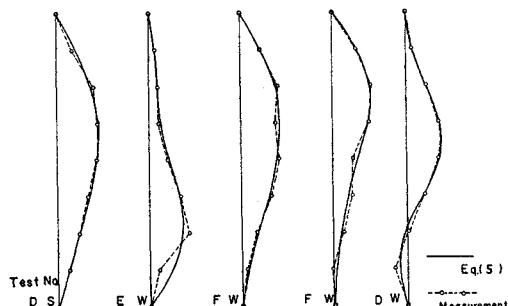


Fig. 10 Typical Initial Deflections

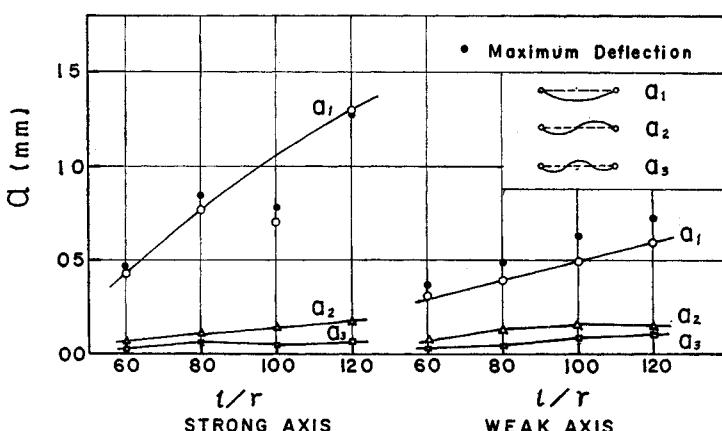


Fig. 11 Fourier Coefficients for Initial Deflection

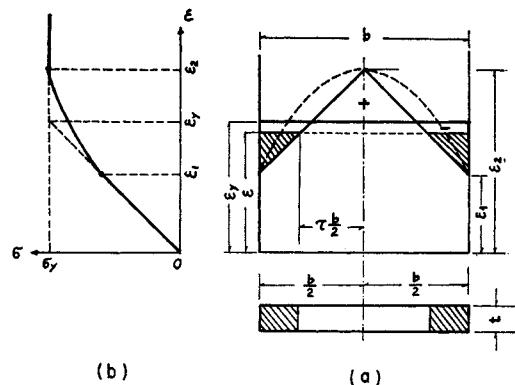


Fig. 12 Assumed Residual Strain Distribution and Corresponding Stress-Strain Relationship

を行ないつつ、初期たわみの形状をよくとらえているといえよう。式(5)の係数 a_n が柱の細長比に対してどのように変化するかを示したのが**Fig. 11**である。図中の各点は同一細長比についての15本の平均値で、黒点は式(5)による最大たわみの平均値である。たわみ形状は柱の強軸方向と弱軸方向とで大きな差がみられる。すなわち、強軸まわりのたわみはほぼ第1項のsin半波形 a_1 の成分が卓越しているのに対し、弱軸では第2項、第3項の成分も見られ、その成分の比は平均で約6:2:1であった。

4. 近似残留応力分布と座屈荷重の変動

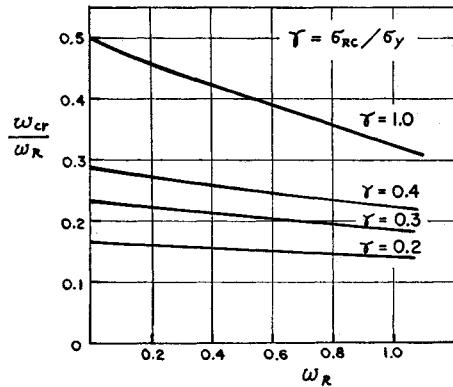
残留応力分布として三角形分布と放物線分布とを仮定し、応力と接線弾性係数との関係を明らかにした上で、残留応力の変動と座屈荷重との変動との関係を調べる。

(1) 応力—接線弾性係数関係

H形断面の柱をフランジ幅 b 、厚さ t の2枚の板からなるとし、この板の中に**Fig. 12(a)**に示すような対称三角形の残留ひずみを仮定する。この柱に一様な圧縮ひずみ ϵ_y を考え、この板の中の弾性幅が τb になったとすると、板の端から x の位置での残留ひずみ ϵ_r 、塑性ひずみ ϵ_p 、平均応力 σ_c はそれぞれ次式のようになる。

$$\epsilon_r = \epsilon_y - 2(\epsilon_s - \epsilon_i)x/b - \epsilon_i \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\begin{aligned} \epsilon_p &= \epsilon + \epsilon_r - \epsilon_e \\ &= \epsilon - \epsilon_i - 2(\epsilon_s - \epsilon_i)x/b \end{aligned} \quad \dots \dots \dots (7)$$

Fig. 15 Relationship between ω_{cr} and ω_R

座屈荷重、およびその変動係数を求めてみよう。これらの結果を図示すると Fig. 13 (b), 14 (b) のようになつた。図中の実線と破線はそれぞれ強軸、および弱軸まわりに相当する。座屈曲線の下方に示したのは変動係数曲線である。図から細長比とともに座屈荷重のばらつきが変化していく様子がわかる。特に細長比 λ' が 1.1 付近でピークをもつ山形となつてゐる。また同じ残留応力分布と変動をもつ柱でも強軸まわりと弱軸まわりの座屈では後者のばらつきが相当大きく、 $\lambda'=1$ 付近で約 1.5 ~ 1.8 倍となっている。

次に残留応力の変動係数 ω_R と座屈荷重の変動係数 ω_{cr} との比 ω_{cr}/ω_R を簡単な例について調べてみよう。座屈応力式として (20) 式を用い、 ω_R を残留応力のフランジ端での変動係数とすると ω_{cr} は式 (21) のようになる。式中 σ_s' は式 (20) の r のかわりに $r(1+\omega_R)$ を用いて計算した無次元座屈荷重である。

$$\begin{aligned}\omega_{cr} &= (\sigma_{cr}' - \sigma_s')/\sigma_{cr}' \\ &= \frac{\omega_R \lambda'^2 r}{r(1+\omega_R)\lambda'^2 + 1} \quad \dots \dots \dots (21)\end{aligned}$$

無次元細長比 $\lambda'=1$ のとき ω_{cr}/ω_R の値は次式から計算できる。

$$\omega_{cr}/\omega_R = r/\{r(1+\omega_R) + 1\} \quad \dots \dots \dots (22)$$

これを図示すると Fig. 15 が得られる。一般に熱間圧延された H 形鋼に対して仮定される残留応力の大きさは $0.3\sigma_y$ すなわち $r=0.3$ 程度であるが、同図から明らかなように、この場合座屈荷重の変動係数は残留応力の変動係数のほぼ 0.2~0.25 倍となっている。

(4) E , σ_y , および残留応力比 r のばらつきと座屈荷重のばらつき

E , σ_y , r の 3 つのばらつきが座屈強度のばらつきによぼす影響を図によって表示したのが Fig. 16(a)~(e) である。

(a) 図は材料のヤング係数 E のみがばらついてい

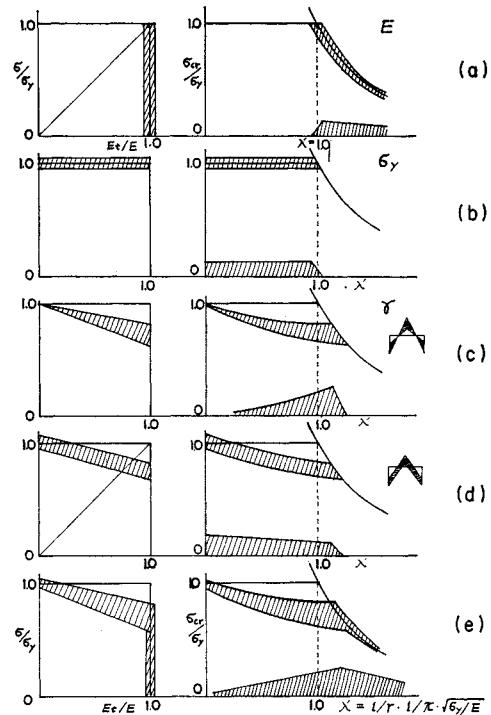


Fig. 16 Scatter of Cross Sectional Properties and Buckling Strength Curves

る場合で座屈荷重の変動係数 ω_{cr} は細長比が無次元細長比 $\lambda'=1$ から右へ大きくなるにしたがつて減少している。

(b) 図は降伏応力 σ_y のみがばらついている場合で ω_{cr} は $\lambda'=1$ まで一定である。

(c) 残留応力自身はつり合いを保ちながらその大きさが変動する場合で、 ω_{cr} は $\lambda'=1$ をやや越えたあたりでピークを有する山形となる。

(d) 残留応力分布の形状は変わらないが、フランジ内でつり合っておらず、一部はウェブ内の残留応力をつり合っている場合で、ウェブを無視すると図のような関係を得る。

(e) E , σ_y , r が同時にばらついている場合には、 ω_{cr} は厳密ではないがほぼ上の 4 つの場合の和としてその傾向をつかむことができる。一般には r の変動が他の 3 つに比して大きいと考えられるため、3 つの定数が同時に変動する場合にも、座屈荷重の変動は (c) 図の形とほぼ同様になることが推察される。

5. 座屈実験結果と考察

実験で得られた最高荷重を各細長比ごとに平均値を求め図示すると Fig. 17 の上下に枝を持つ○印のようになる。 \circ 印は平均値で、枝の長さは標準偏差の大きさを

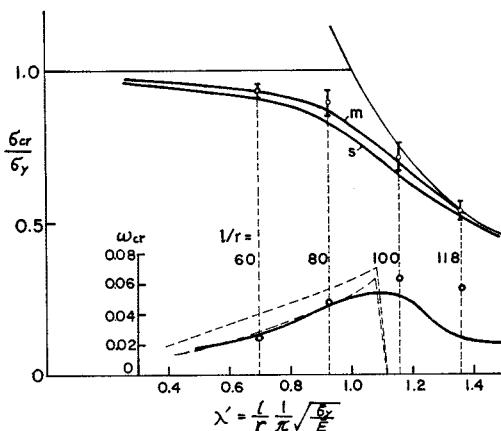


Fig. 17 Comparison between Buckling Tests and Stub Column Tests

表わしている。

図中の座屈曲線は短柱実験による応力一接線弾性係数曲線から求めたもので、Fig. 8(b) の弱軸に対する曲線と同じものである。実線は平均値、破線は標準偏差を表わしている。図からもわかるように、短柱による座屈荷重の推定値は実験による座屈荷重よりやや下まわっているが、ほぼ座屈実験結果を代表している。両者の差は $l/r=80$ あたりで最大約 2% であった。

Fig. 17 の下方に○印で示したのは座屈実験による最高荷重の変動係数である。これらの点は細長比とともにゆるやかな山形を描いて変化し、 $\lambda'=1.2\sim1.3$ 、 $l/r=110$ あたりで最大値 0.064 をとった。この最大変動の位置は座屈荷重の平均値がオイラー曲線と交わる点、すなわち限界細長比付近であり、短柱実験による $\sigma-\epsilon$ 曲線では比例限応力の平均値に相当する。したがって座屈応力の変動は柱のフランジ縁に生ずる最大圧縮残留応力の影響を最も強く受けていると思われる。

実線で示した変動曲線は短柱から求めた弱軸まわりの座屈に対する曲線で、○印の座屈実験の変動係数と比べてわかるように、変動が最大となる $\lambda'=1.2$ あたりでは、両者はほぼ同じ傾向を示している。最大変動点での短柱実験による推定値は 0.054 で、座屈実験値との差は約 0.01 であった（詳細は Table 3 参照）。このことから短柱実験は柱の中心軸座屈強度を推定できるばかりでなく、その変動を知る上にも有効な方法として利用できるといえよう。しかしながら、 λ' が $1.2(l/r=110)$ を超える付近から弹性域に進むにつれ、座屈実験による変動係数と短柱実験による推定値には大きな差が生じてくる。これはこの領域で残留応力の影響が少なくなる一方、柱の初期たわみの影響が大きくなってくるためと思われる。

Fig. 17 の下方に点線で示した変動曲線は 4.(3) で述べた近似残留応力分布による弱軸まわりの変動で、Fig. 13(b), 14(b) に示した曲線と同じものである。この曲線によっても $\lambda'=1.1$ あたりまでの実験値の変動の傾向をほぼつかむことができる。

6. 結 論

本研究によって得られた結論は以下のように要約される。

(1) 初期たわみを打消すようにして行なった座屈実験の最高荷重は短柱実験による座屈荷重の推定値にほぼ一致するか、やや大きく、その差は $l/r=80$ 付近で最大約 2% であった。座屈実験値に対する変動係数は柱の細長比が弾塑性座屈域から弹性座屈へ移行する遷移領域 ($\lambda'=1.2$ 、 $l/r=100$ 付近) でピークを有する山形を描き、その最大値は 0.064 であった。

(2) 短柱実験は柱の中心軸座屈強度を推定できるばかりでなく、その変動を知るのにも有効な方法として利用できる。しかし無次元細長比 $\lambda'=1$ あたりから弹性座屈領域にかけて両者に差が生じてくる (Fig. 17 参照)。これはこの領域で、残留応力の影響が少なくなる一方、初期たわみの影響が大きくなるためと思われる。初期たわみの存在が座屈荷重の低下、およびばらつきにおよぼす影響を明らかにすることが今後の課題となろう。

(3) 短柱実験からの推定値によれば、弱軸まわりの座屈荷重の平均値は強軸まわりより最大約 6% 低かった。さらに座屈荷重のばらつきは弱軸まわりの変動の方が強軸まわりより約 2 倍も大きいことが、短柱実験、ならびに近似残留応力分布による計算から認められた。このことから、H 形柱の座屈強度に対する設計基本式、あるいは安全率を合理的に定めるためには、注目する座屈軸によって取扱いをかえる必要があるといえよう。

(4) 残留応力分布を放物線と仮定し、柱のフランジ端で $0.3 \sigma_y$ 程度の圧縮残留応力がある場合、弱軸まわりの座屈荷重の変動係数 ω_{cr} と残留応力の変動係数 ω_R との比 ω_{cr}/ω_R は ω_R の値にかかわらず、ほぼ 0.2 である。すなわち、この場合残留応力の変動は座屈荷重にかなり鈍化されて影響する。

(5) 全座屈試験柱 60 本に対して、柱の 8 等分点で初期たわみを測定し、第 3 項までの sin 曲線で近似させると初期たわみの形状をよくつかむことができた。

おわりに、本研究での多数の座屈実験、材料実験は技術員堀口隆良君、および当研究室諸氏の協力のもとに行なわれた。ここに深謝いたします。

APPENDIX : 短柱実験結果の無次元化表示

いま、1本の短柱実験によって Fig. A-1 のような無次元化応力一接線弾性係数関係が得られているとする。柱の断面がフランジだけからなっているとすると強軸 (XX), ならびに弱軸 (YY) まわりの断面2次モーメントに関して次式の関係がある。

$$\frac{I_e}{I} \Big|_{XX} = \frac{E_t}{E}, \quad \frac{I_e}{I} \Big|_{YY} = \left(\frac{E_t}{E} \right)^3 \dots\dots(A-1)$$

実験によって降伏応力の平均値 $\bar{\sigma}_y$, ヤング係数の平均値 \bar{E} が得られているとき、座屈応力式 (18) をこれらで無次元化すると

$$\sigma_{cr}' = \frac{1}{\lambda'^2} \frac{E}{\bar{E}} \frac{I_e}{I} = \frac{1}{\lambda'^2} k \dots\dots\dots(A-2)$$

ここに、 $\sigma_{cr}' = \sigma_{cr}/\bar{\sigma}_y$, $\lambda' = l/r \cdot 1/\pi \cdot \sqrt{\bar{\sigma}_y/\bar{E}}$, $k = E/\bar{E} \cdot I_e/I$ 式 (A-2) はある一定の細長比 λ' に対して σ_{cr}' と k との間に直線関係のあることを示している (Fig. A-2)。一方 Fig. A-1 の横座標を k に改めると応力一接線弾性

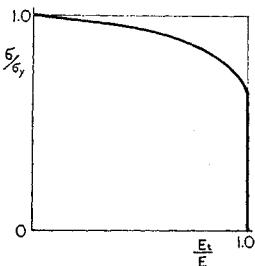


Fig. A-1

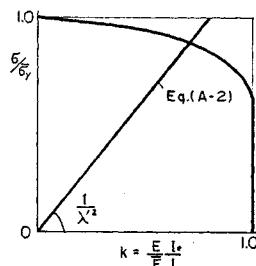


Fig. A-2

係数関係は Fig. A-2 の曲線となり、この曲線と式 (A-2) で表わされた直線との交点を求めれば、この点が与えられた無次元細長比 λ' に対する座屈応力となる。式 (A-2) の k は強軸 (XX) と弱軸 (YY) とで次式のようになる。

$$k|_{XX} = \frac{E_t}{E}, \quad k|_{YY} = \left(\frac{E_t}{E} \right)^3 \frac{E}{E} \dots\dots(A-3)$$

次に n 本の短柱実験が行なわれ、応力一接線弾性係数関係 ($\sigma - E_t$) が得られたとき、これを Fig. A-2 の上に平均値曲線、および標準偏差に相当する曲線として表わすことを考える。ある応力の下での接線弾性係数の強軸まわりについての平均値を $k|_{XX}$ 、平均値から標準偏差を引いた値を $k|_{XX}'$ とすると、それらは次のように表わせる。

$$k|_{XX} = \frac{1}{E} \frac{1}{n} \sum_i E_{ti} = \frac{\bar{E}_t}{E} \dots\dots\dots(A-4)$$

$$k|_{XX}' = \frac{\bar{E}_t}{E} \left\{ 1 - \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left(\frac{E_{ti}}{\bar{E}_t} \right)^2} \right\} \dots(A-5)$$

ここに、 \bar{E}_t は E_t の平均値、 E_{ti} = 第 i 部材の E_t の

値、 $\Delta E_{ti} = E_{ti} - \bar{E}_t$ 。Fig. 8 (a) の実線は強軸まわりの $\sigma'-k$ 曲線を示しており、図中 m は $k|_{XX}'$ に、 s は $k|_{XX}$ に相当する曲線である。

一方、弱軸まわりの k の値の平均は式 (A-6) となるが、

$$k|_{YY}^m = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{E_{ti}}{E_i} \right)^3 \frac{E_i}{E} \dots\dots\dots(A-6)$$

$E_{ti} = \bar{E}_t + \Delta E_{ti}$, $E_i = \bar{E} + \Delta E_i$ とおいて上式に代入し、 $\Delta E_i/\bar{E}$, $\Delta E_{ti}/\bar{E}_t$ が小さいとすれば高次の微小量が無視できて、

$$\begin{aligned} k|_{YY}^m &\approx \left(\frac{\bar{E}_t}{E} \right)^3 \left\{ 1 + 3 \sum \frac{\Delta E_{ti}}{\bar{E}_t} - 2 \sum \frac{\Delta E_i}{\bar{E}} \right\} \\ &= \left(\frac{\bar{E}_t}{E} \right)^3 = (k|_{XX}')^3 \dots\dots\dots(A-7) \end{aligned}$$

次に、弱軸まわりで平均値から標準偏差を引いた値 $k|_{YY}'$ は次式となる。

$$\begin{aligned} k|_{YY}' &= k|_{YY}^m \\ &- \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left\{ \left(\frac{E_{ti}}{E_i} \right)^3 \frac{E_i}{E} - k|_{YY}^m \right\}^2} \dots\dots\dots(A-8) \end{aligned}$$

Fig. 8(a) の弱軸まわりについての m , s 曲線はそれぞれ式 (A-6), (A-8) を用いて計算を行ない、定めたものである。

参考文献

- 1) Bolotin, V.V. : "Statistical Methods in Structural Mechanics," Holden-Day, Inc. San Francisco, pp. 59 ~60, 1969.
- 2) Ditlevsen, Ove : "Examination of the Stress-strain Curve of Mild Steel from a Statistical Point of View," J. Mech. Phys. Solids, Vol. 16, pp. 111~120, 1968.
- 3) Tall, L., Alpsten, G.A. : On the Scatter in Yield Strength and Residual Stresses in Steel Members, Symposium On Concepts of Safety of Structures and Method of Design, IABSE Final Report, London, 1969.
- 4) 社団法人日本セメント技術協会 : 終局強度理論による鉄筋コンクリート設計施工基準 一ヨーロッパコンクリート委員会一翻訳パンフレット, p. 12, 昭和 41 年 3 月.
- 5) Huber, A.W. and Beedle, L.S. : "Residual Stress and the Compressive Strength of Steel," The Welding Journal Research Supplement, 1954.12.
- 6) Beedle, L.S., Tall, L. : "Basic Column Strength," Proc. ASCE, Vol. 86, ST 7, 1970.7.
- 7) Nishino, F. : "Buckling Strength of Columns and Their Component Plates," Ph. D. Dissertation, Lehigh Univ., 1964.
- 8) 福本博士・藤原 稔・渡辺信夫 : 溶接 I 形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究, 土木学会論文報告集 No. 189, 1971.5.
- 9) Tall, L. (Editor-in-chief) : Structural Steel Design, the Ronald Press Company, New York, 1964.
- 10) 福本博士・西野文雄共訳 T.V. Galambos 著 : 鋼構造部材と骨組, 一強度と設計— p. 215.
- 11) Tall, L., Alpsten, G.A. : On the Scatter in Yield Strength and Residual Stresses in Steel Members, Symposium On Concepts of Safety of Structures and Methods of Design, IABSE Final Report, London,

- 1969.
- 12) 成岡昌夫・福本勝士・伊藤鉄一：ヨーロッパ鋼構造協会連合委員会の鋼柱座屈曲線について，JSSC，Vol. 6，No. 55, 1970.
 - 13) Stinfesco, D. (Redacteur en chef) : Construction Méta-llique, Paris No. 3, 1970.9.
 - 14) Spence, S.T.. Hoshiya, M. : "Reliability of a Single Flexible Column with Three Spring Supports," 土木学会論文報告集 No. 183, 1970.11.
 - 15) 文献 1) pp. 79~102.
 - 16) Chung, B.T., Lee, G.C. : "Buckling Strength of Inelastic Columns Based on Random Parameters," Seminar on Probability Theory and Random Processes, Purdue Univ., Nov., 1969.
 - 17) 伯野元彦：土木学会昭和 45 年度全国大会合同部門研究討論会研究資料，土木工学における不規則現象とその評価，土木学会誌 55-9, p.50, 1970, 11.
 - 18) 寺田一彦：推測統計法，朝倉書店，1965, P. 167.

記号

A	柱の全断面積
A_p	柱断面の塑性部分の面積
a_n	フーリエ級数の係数
b	フランジ幅
E	ヤング係数
\bar{E}	E の測定値の平均値
E_t	接線弾性係数
\bar{E}_t	E_t の測定値の平均値
E_{st}	ひずみ硬化弹性係数
f	ヒストグラム中のデータ個数
f'	f の規準化量 ($= f \cdot s/n$)
H	ヒストグラムの幅
I	断面 2 次モーメント
I_e	部分降伏した柱断面の弾性部分に対する断面 2 次モーメント

k	無次元化接線弾性係数 ($E/\bar{E} \cdot I_e/I$)
l	柱長
Δl	のび
M, m	平均値
n	データ個数
r	断面 2 次半径
S	標準偏差
s	平均値から標準偏差を引いた値
t	フランジ厚さ
x	データ, その他
y	柱の初期たわみ
r	圧縮残留応力の降伏応力に対する比 (σ_{Rc}/σ_y)
ϵ	ひずみ
$\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_r$	残留ひずみの大きさ
ϵ_y	降伏点ひずみ
ϵ_p	塑性ひずみ
λ	細長比 (l/r)
λ'	無次元細長比 ($l/r \cdot 1/\pi \sqrt{\sigma_y/E}$, または $l/r \cdot 1/\pi \sqrt{\sigma_y/\bar{E}}$)
σ	応力
σ_c	断面についての平均応力 (P/A)
σ'	σ_c/σ_y
σ_{Rc}	圧縮残留応力
σ_s	座屈応力の平均値から標準偏差を引いた値
σ_y	降伏応力
$\bar{\sigma}_y$	σ_y の測定値の平均値
σ_{ult}	最大応力
τ	部分降伏したフランジ板の弹性幅の全幅に対する比
τ_i	I_e/I
ω	変動係数
ω_{cr}	座屈応力の変動係数
ω_R	最大圧縮残留応力の変動係数

(1971. 10. 19・受付)