

急曲線における内軌レールの 波状摩耗発生メカニズムに関する研究

松浦章夫¹・内田忠之²・福田拓也³

¹正会員 工博 芝浦工業大学教授 工学部土木工学科 (〒108-8548 東京都港区芝浦三丁目9-14)

E-mail:matuura@sic.shibaura-it.ac.jp

²学生会員 芝浦工業大学大学院生 工学研究科建設工学専攻 (〒108-8548 東京都港区芝浦三丁目9-14)

³学生会員 芝浦工業大学大学院生 工学研究科建設工学専攻 (〒108-8548 東京都港区芝浦三丁目9-14)

レールの頭部に生じる波状摩耗は車両走行に伴って振動や騒音を引き起こすと言われ、その発生メカニズムの解明はこの分野の重要な研究課題とされている。本研究では、急曲線を走行する鉄道車両を対象として、車輪と曲線内軌側のレール間に現れる動的現象を、複雑な車両モデルによるシミュレーション法と簡便な車輪モデルによる解析法とを用いて調べた。その結果、先頭車輪に生じるアタック角とレール頭頂面の微小な凹凸が原因となっており、車輪とレール間に粘着・すべりの周期的繰り返し運動が生じ、レールの小振り振動が増大する一方、特定の波長を持った波状摩耗がレール頭頂面に成長することが明らかになった。また、幾つかの代表的パラメータの組み合わせによる波状摩耗の成長条件と成長過程を大域的に示し、レールの波状摩耗発生メカニズムに関するいくつかの基礎的な知見を得た。

Key Words: railway, curved track, rail corrugation, frictional vibration, stick-slip and numerical simulation

1. 概要

レールの頭部に生じる波状摩耗は、車両走行に伴って振動や騒音を引き起こすと言われるが、その形態や要因は複雑であり、これまでも関連する研究が数多くなされている^{1)~3)}。その中でも、急曲線部におけるレールの波状摩耗に関しては、その発生例も非常に多く、特に曲線内軌レールに発生する波状摩耗に関しては重要な研究課題とされている^{4)~7)}。

曲線内軌レールの波状摩耗に関する最近の研究では、車輪とレールとの間に起こる横方向の粘着とすべりの周期的繰り返し運動によって、レールに小振り振動が生じ、それが波状摩耗の発生要因になることが指摘されている⁸⁾。この周期的繰り返し運動は、車輪とレール間に働く物性的なネガティブ・ダンピング⁹⁾あるいはレール頭頂面の凹凸による輪重変動¹⁰⁾により持続されると考えられているが、何れも先頭車輪に生じる大きなアタック角が原因であるとされている。

しかし、レールに小振り振動が発生することを前提条件としても、車両の繰り返し走行によって、この振動がどのようにしてレールの表面を削っていき、波状摩耗の成長を促進させるかを詳細に検討した研究例は少ない。最近では、レール波状摩耗の計測に関する研究¹¹⁾も進められているが、そのような成果をより有

効に実対策に活用するためには、レール波状摩耗の進展メカニズムが、定量的に、しかも簡便な方法で評価されることが重要であると考えられる。

本研究では、最初に、曲線通過時の乗り上がり脱線の模擬を目的として開発した複雑な「車両走行シミュレーション法」¹²⁾を用いて、レール頭頂面に存在する微小な初期凹凸が、繰り返し走行によって波状摩耗に成長する状況を数値解析例によって示す。次に、波状摩耗の発生メカニズムの基本特性を明らかにしてその大域的特性を把握するために、曲線上を走行する車輪軸とレールの動的相互作用を簡便に求めることができる「車輪モデル解析法」を新たに導く。そして、この簡便な方法と前述の複雑な車両走行シミュレーション法との比較検討を行う。

また、車輪踏面とレール頭頂面との接触部に作用する摩擦によるレール摩耗の進展を模擬することが可能な解析モデルとして「レール摩耗進展モデル」を独自に誘導して、随時これを用いてレール波状摩耗進展のメカニズムに対する評価を行う。

本論文では全体を通じて、車輪のアタック角とレール頭頂面の微小な初期凹凸が、車輪と曲線内軌レール間にスティック・スリップを発生させ、それが特定の波長のレール波状摩耗を増大させる主因になることを、単純なメカニズムにより説明することを試みる。

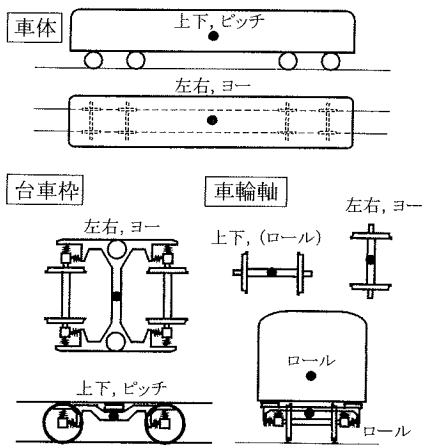


図-1 車両の力学モデルの概略図¹²⁾

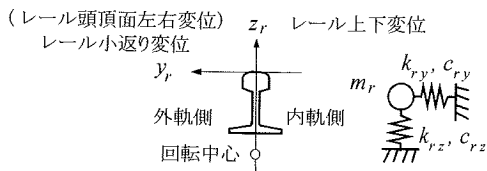


図-2 レールの力学モデルの概略図¹²⁾

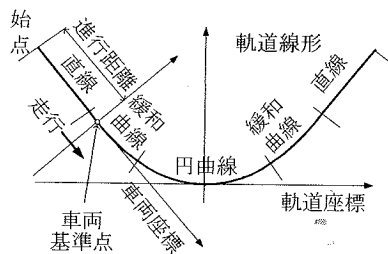


図-3 軌道線形のモデルの概略図¹²⁾

2. 本研究で用いる解析モデル

(1) 車両走行シミュレーション法の概要

車両走行シミュレーション法におけるモデルに関しては、文献¹²⁾において詳述されているので、ここではその概略の説明を行うに止める。

対象とする車両は、図-1に示す2軸ボギー車である。車両要素は、車体、台車枠及び車輪軸である。独立の運動座標は、車体と台車枠では上下変位、左右変位、ピッチ角、ロール角及びヨー角であり車輪軸では上下変位、左右変位及びヨー角である。レールの力学モデルは図-2に示すように簡略化しており、レール頭頂面の左右(レール小返り)変位は y_r 、上下変位は z_r であり、レール質量、レール左右(レール小返り)ばね及び上下ばねのばね定数と減衰定数は、それぞれ m_r 、 k_{ry} 、 k_{rz} 、 c_{ry} 、 c_{rz} である。

軌道線形は図-3に示すように、直線、緩和曲线及び円曲線からなる小区間を連続的に組み合わせて構成する。車両走行シミュレーション法の力学モデルは全体では39自由度となる。

車輪・レール間に働く横圧及び縦力は、横すべり率、縦すべり率、スピン率、接触楕円半径及び接触部の摩擦係数等によって計算される。

以上の諸量を用いて、レールから車輪軸に作用する力を定める。各車両ばねの反力は各車両要素の運動座標を用いて表したばね伸縮量から定められる。最後に、車両要素とレールに関する運動方程式が、通常の方法と慣性力の釣り合い式から導かれる。

車両走行シミュレーション法では、車輪とレールの

接触部にはカルカーの簡易理論とすべり力の飽和特性に基づくLevi-Chartetのモデル¹³⁾を採用したが、この部分を除き車両要素はすべて剛体となっている。

(2) 車輪モデル解析法

前項で示した車両走行シミュレーション法では、多くのパラメータに対してレール波状摩耗に関する現象を詳しく調べることができるが、計算規模が大きくなるため大域的な特性を把握するのは困難である。そこで、曲線内軌レールの小返り振動とレール波状摩耗との相関性把握に目的を絞り、主要パラメータのみを用いた車輪モデル解析法を導く。

図-4に示すように1台車の前車輪軸のみを取り出し、これが曲線外軌レールに対して一定のアタック角 ψ_a を保持しながら軌道を一定速度 v で回転・走行する場合を解析の対象とするが、車輪モデル解析法では、図-5に示すように内軌側の車輪と内軌側のレールの挙動のみに着目した単純な力学モデルを設定して、運動方程式を組み立てることとする。

車輪は等価質量(車輪質量) m_w の剛体とする。また、レールとの接触点近傍における車輪踏面勾配を一定値 γ とする。レール頭頂面の凹凸は鉛直上方を正に定めた z_w と、進行方向の座標 x を変数とする波形で表し、車輪踏面はレール頭頂面と常に接触を保つものとする。また、レールの力学モデルは2.(1)で示したものと同一とする。

レール頭頂面の凹凸 z_w が与えられると、鉛直上方を正に定めた静的つり合い点からの車輪の変位 z_w は

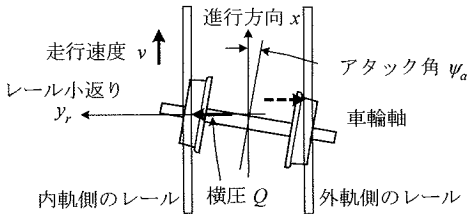


図-4 アタック角を有して回転・走行する車輪軸

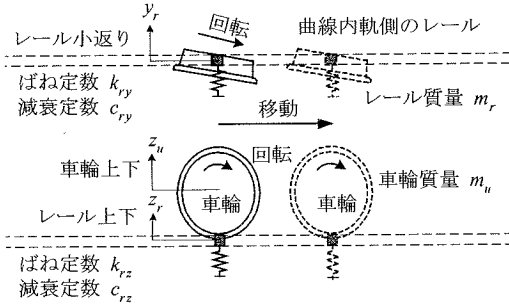


図-5 車輪モデル解析法における車輪とレール

$$z_u = z_w + z_r - \gamma y_r \quad (1)$$

で与えられている。また、動的輪重は

$$P = m_w \ddot{z}_u + P_s = m_w \left(\frac{\partial^2 z_w}{\partial x^2} v^2 + \ddot{z}_r - \gamma \ddot{y}_r \right) + P_s \quad (2)$$

で与えられる。ここに、記号 (\cdot) は時間 t に関する微分を示し、 P_s は静止輪重である。

静的つり合い点からのレールの鉛直変位 z_r の運動を表す次の微分方程式が得られる。

$$m_r \ddot{z}_r + c_{rz} \dot{z}_r + k_{rz} z_r + P - P_s = 0 \quad (3)$$

内軌レールに作用する横圧 Q は、車輪踏面勾配が小さいのでその影響を無視すると、次式のようにすべり力 T_c を用いて簡単に表される。

$$Q = -T_c, \quad T_c = \varepsilon T'_c \quad (4)$$

なお、 T'_c は線形すべり力で

$$T'_c = -G\alpha C_{22} R_c \quad (5)$$

で求められる。ここに、 G は鋼のせん断弾性係数、 α は車輪・レール接触楕円の縦半径と横半径の積、 C_{22} はカルカーの横クリープ係数、 R_c は次式に示される横方向のすべり率である。

$$R_c = \left(\psi_a - \frac{\dot{y}_r}{v} \right) \quad (6)$$

また、式(4)における ε は、次式で示されるすべり力に飽和特性を与える補正パラメータである。

$$\varepsilon = \frac{1}{[1 + \{T'_c / (\mu P)\}^\beta]^{1/\beta}} \quad (7)$$

ここに、 μ は車輪・レール間の摩擦係数であり、 β は飽和への漸近度を定めるパラメータである。

横圧 Q を用いて、次式のように内軌レールの小返り変位の運動を表す微分方程式が得られる。

$$m_r \ddot{y}_r + c_{ry} \dot{y}_r + k_{ry} y_r - Q = 0 \quad (8)$$

この微分方程式の中で Q は外力の役割を示すことになるが、式(1)~(7)までの一連の式から分かるように、これは z_w に支配された y_r の微分係数などの影響を受けた非線形関数である。式(8)を解くことによって内軌レールの小返り変位 y_r 、式(6)におけるすべり率 R_c 、式(4)に示したすべり力 T_c が得られる。

なお、 ψ_a 、 α 、 C_{22} 等は車両走行シミュレーション法においては計算途中で得られる量であるが、ここで用いる車輪モデル解析法では、これらを入力条件として与えることとなる。

アタック角の最大値を示す概略値は、軌道と台車の幾何学的条件によって定められる関係式

$$\psi_{a,\max} = \frac{s + 2u}{2a} + \frac{a}{R} \quad (9)$$

で表される。ここに、 s はスラック、 u は車輪とレールの遊間、 a は半軸距、 R は曲線半径である。なお、この式は台車内の対角線上にある2車輪のフランジがレールに接触するまで、台車を軌道面に垂直な軸廻りに回転させたときに得られる最大のアタック角を示している。ただし、台車ばねやレール小返り等の弾性変形の影響は相対的に小さいため考慮していない。

(3) レール摩耗進展モデル

レール頭頂面の凹凸を示す高さ z_w は、車輪・レール間の相対すべりによる摩耗によって減少していく。レール面の摩擦の繰返し数 n に対してその減少率は

$$-\frac{\partial z_w}{\partial n} = \frac{I_{WG}}{2\rho e_b v} (v R_c T_c) \quad (10)$$

で表される¹⁴⁾。ここに、 ρ はレール鋼材の質量密度、 e_b は車輪・レール接触楕円の横半径、 I_{WG} は摩耗率である^{14), 15)}。なお、摩耗率は1回の摩擦当たりの摩擦仕事に対する欠損物質の質量である。

摩擦の繰返し数を $N = N_1 N_2$ として、この繰返し数を受けた後のレール頭頂面の高さは

$$z_n = z_{n0} - \sum_1^{N_1} (R_f R_c T_c) \quad (11)$$

で表されるとする。ここに、 z_{n0} はレール頭頂面の凹凸を示す高さの初期値である。また、 R_f は適当に選んだ繰り返し数 N_2 を 1 単位とした新たな量

$$R_f = N_2 \frac{I_{WG}}{2\rho e_b} \quad (12)$$

を摩耗評価の基本単位として導入する。

走行 1 回による解析では、式(11)における $R_c T_c$ は、レール長手方向の離散点に対応して計算されるが、各点の走行 1 単位間の摩耗量は、式(12)で示した R_f を用いて線形近似して求める。このようにして、実際の計算では走行 1 単位当たりの摩耗量が 1 度の走行計算で近似的に得られ、その累積量を用いて任意走行単位におけるレール頭頂面の長手方向の形状が離散点ごとに得られる。引き続き実行する走行計算では、このレール頭頂面の長手方向の形状を一旦フーリエ級数で数式化して利用する。なお、離散点間隔の具体的な値に関しては、3. の解析結果のところで述べる。

車輪・レール間の摩擦の繰り返しと摩耗量との物理的關係は現時点では必ずしも明確にされていない。しかし、炭素含有率 0.5% の炭素鋼で単位面積当たりの摩擦パワーが大きくない場合の摩耗率が、定数

$$I_{WG} = 3.2 \times 10^{-9} \text{ (t/kNm)} \quad (13)$$

程度であるとされている¹⁶⁾ ことを考慮して、本研究では、式(10)~(13)で示された摩耗に関する物理特性をレール摩耗進展モデルと定めて、これを摩耗評価の指標として採用することとする。

なお、摩耗仕事に対する欠損物質の質量には、レールの摩耗分とともに車輪側の摩耗分も含まれる。したがって、本研究で扱う摩耗は、レール側のみを対象としているため、式(13)の値を 50% にした値を用いるのがより適切と考えられる。

3. 解析結果

(1) 車両走行シミュレーション法による波状摩耗の進展

ここでは、車両走行シミュレーション法とレール摩耗進展モデルを適用して、レール頭頂面の微小な凹凸が成長して大きな凹凸に変化する状況を解析した結果を示す。

車両は、車輪フランジ勾配 60 度の円錐踏面車輪と

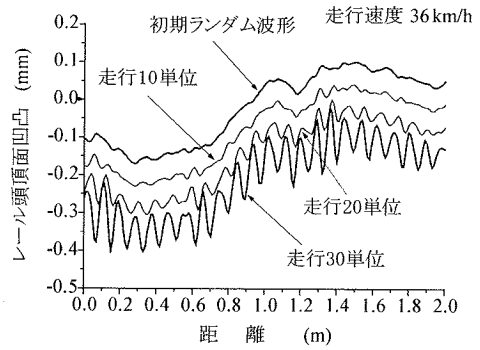


図-6 車両の繰り返し走行に対する波状摩耗の成長 (初期ランダム波形の場合)

ボルスタレス台車を有する軌間 1067 mm 用の車体長約 18 m の付随制御電車とする¹²⁾。また、軌道は、緩和曲線長 30 m、円曲線長 20 m、半径 160 m、カント 61 mm、曲線部スラック 10 mm の曲線線形を有し、新品 50kg Nレールを PC まくらぎで支持したバラスト軌道とする。レールの諸元については、 $m_r = 0.04$ (t)、 $k_{ry} = 16\,000$ (kN/m)、 $k_{rz} = 80\,000$ (kN/m)、 $c_{ry} = 1.5$ (kNs/m)、 $c_{rz} = 44.5$ (kNs/m) とする。

以下において、曲線上のレール頭頂面に微小な初期凹凸を与え、車両を繰り返し走行させた場合、レール頭頂面の長手方向形状の変化過程を計算した結果を示す。ここでは、車輪・レール間の摩擦係数を 0.3、車両走行速度を 36 km/h とした。本解析例では、微小な初期凹凸として、スペクトル密度から抽出する初期ランダム波形及びレール溶接継目等で見られる初期局所波形を用いて得た結果を示している。

なお、車両走行シミュレーション法における数値解析では、離散点間隔の最大値を 1.25 mm と設定し、車輪フランジがレールに接触する場合など状態量の急変に対応して、この値の整数分の 1 (最大 1/64) を基本に計算途中で自動的に離散点間隔を変化させた。

図-6 には、初期ランダム波形を与えた場合の結果を示す。ここに、初期ランダム波形は、次式に示すレール頭頂面の凹凸波形のパワースペクトル密度^{11), 12)} からサンプル波形として抽出したものである。

$$p_s = \frac{10^{-9}}{F_r^3} \text{ (m}^3\text{)} \quad (14)$$

ここに、 F_r (1/m) は空間振動数である。

以下においては、摩耗評価の基本単位を

$$R_f = 5 \times 10^{-5} \text{ (m/kN)} \quad (15)$$

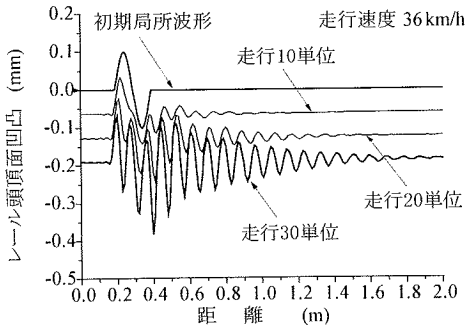


図-7 車両の繰り返し走行に対する波状摩耗の成長 (初期局所波形の場合)

とする。なお、この値は車輪・レール接触楕円の横半径を $e_b = 10$ (mm) として摩耗率に式(13)の 50% の値を用いた場合で、 $N_2 = 19488$ (約 2 万回) に相当する。

本図によれば、走行 10 単位 ($N_1 = 10$) では、初期ランダム波形に対してレール頭頂面の凹凸形状にはほとんど変化が見られないが、走行 20 単位ではやや周期的な波形成分が見られるようになる。この周期的な波形の波長は約 0.1 m であるが、走行速度 36 km/h で延長 2 m を走行する間に読み取れる波数から、この区間の平均振動数は約 110 Hz である。これはレール小返りの非減衰固有振動数

$$f_{ry} = 1/(2\pi) \sqrt{k_{ry}/m_r} \approx 100.7 \text{ (Hz)} \quad (16)$$

すなわち、約 100 Hz に近似すること、また走行 30 単位の波形はさらに顕著な正弦波に成長し、その両振幅は 0.1~0.2 mm に達していることが分かる。

図-7 には、初期局所波形を与えた場合の結果を示す。本図において初期局所波形は、振幅 0.1 mm、波長 0.2m の正弦波 1 波とし、その起点を本図における 0.2 m の地点とした。正弦波が存在しないところのレール頭頂面の凹凸はゼロである。

本図によれば、初期局所波形に対して走行 10 単位でも 0.4 m から 1.0 m 間において振幅は微小であるがすでに自由振動に見られる減衰波形が現れる。走行 20 単位では、その周期的な波形成分はさらに増大し、走行 30 単位において両振幅は約 0.3 mm に達している。このような周期的な波形も、前述の初期ランダム波形の場合と同様に、その波長は約 0.1 m、振動数では約 100 Hz の波形となる。このことから、初期局所波形を与えた場合でも振動数約 100 Hz のレール小返り振動が現れ、その影響を受けて同じ振動数の正弦波状の凹凸に成長することが認められる。

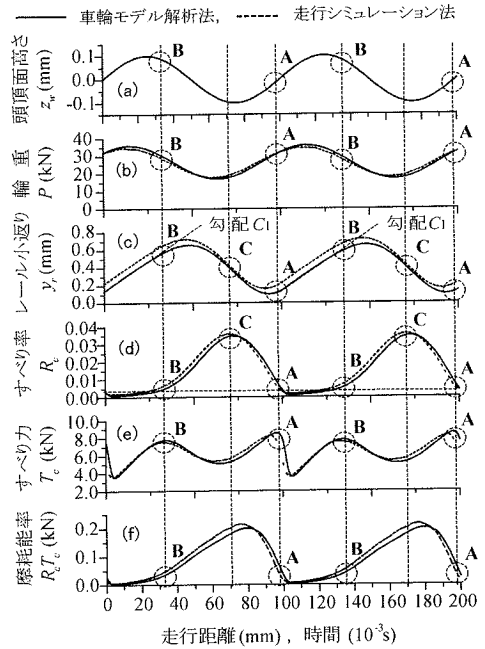


図-8 すべり特性の時刻歴応答 (レール頭頂面に正弦波状の凹凸)

(2) 車輪モデル解析法によるすべり特性

ここでは、車輪モデル解析法を用いて、曲線通過時に車輪軸が一定のアタック角を持って走行する場合、曲線内軌レールの挙動と車輪とレールとの接触面に生じるすべり特性を調べる。ここで、レール質量、レール小返りばね及びレール上下ばねのばね定数と減衰定数、車輪踏面勾配及びレール小返りの非減衰固有振動数等は 2. (1) で用いた値と同一とする。

また、車輪質量は車輪軸質量の半分とし、静止輪重及びアタック角等は 3. (1) で用いた曲線モデルにおいて、レール頭頂面に凹凸や軌道不整がない場合の車両走行シミュレーション法により得られる結果を用いる。すなわち、先の入力条件では、内軌レールの静止輪重 $P_s = 26.5$ (kN) 及びアタック角 $\psi_a = 0.015$ 、接触楕円半径 $e_a = 12.4$ (mm)、 $e_b = 10.6$ (mm)、カルカーの横方向クリープ係数 $C_{22} = 4.0$ となる¹³⁾。なお、車輪モデル解析法における数値解析では、離散点間隔を一定値 0.10 mm とした。

図-8 (a)~(f) には、波長 λ_r を持った正弦波凹凸の波形 $z_w = Z_w \sin(2\pi x/\lambda_r)$ をレール頭頂面に与えた場合の主要な量、すなわち、輪重、レール小返り、すべり率、すべり力及び摩擦エネルギーが定常状態に達したときの時刻歴応答値を 2 周期分示した。本図では走行速度を 36 km/h、車輪・レール間の摩擦係数は $\mu = 0.3$

とした。また、レール頭頂面の正弦波の振幅は $Z_w = 0.1(\text{mm})$ 、波長は $\lambda_r = 0.1(\text{m})$ とした。

本図では、2. (1) と同一の諸元を用いた車両走行シミュレーション法の結果も併記した。このように、車輪モデル解析法の結果は車両走行シミュレーション法の結果と非常によく一致を示していることが分かる。以下において主に車輪モデル解析法の結果を用いて述べる。

本図(d) のすべり率の変動から、A-B 間は粘着状態、B-A 間はすべり状態にあることが認められる。粘着状態は、正弦波凹凸の山を登る間に生じ、すべり状態は山を下って谷を渡る間に現れている。同様に、粘着状態は輪重が大の時、すべり状態は輪重が小の時となっている。なお、ここでは粘着とすべりの境界を示すすべり率は $R_c = 0.005$ とした。この値は、 $\mu = 0.3$ とおいたときに、式(4)及び式(7)を用いて計算されるすべり力が、飽和すべり力の 85% に達するときの値に対応させたものである。

本図(c) に示すレール小返りは、A-B 間すなわち粘着状態の間は直線状に増加し、すべり状態に入った直後に最大値に達する。以後減少を続けて、本図(d) に示すすべり率が最大となるときに C を通り、再び A から始まる粘着状態に戻り、同様の過程を繰り返す周期運動を行っている。

ここで、注目すべき点は、A-B 間におけるレール小返りの接線勾配 C_1 及びその速度の最大値が

$$C_1 = \psi_a, \quad \dot{y}_{r,\max} = v\psi_a \quad (17)$$

で表されることである。これは、粘着時のレール小返り速度が車輪の物体移動速度にほぼ一致していることを示している。すなわち、この区間でレールは粘着力を通じて車輪の運動によって軌道外方に向かって強制変位させられ、それ以後、レール小返りの復元力が粘着力に打ち勝ってすべり状態に移っている。

本図(e) によれば、すべり力は粘着状態とすべり状態との間で、その最大値と最小値には大きな相違が見られない。また、本図(f) によれば、すべり率とすべり力の積で定義された摩耗能率 $R_c T_c$ は、A-B 間の粘着領域では小さな値、B-A 間のすべり領域では大きな値をとる。摩耗能率を正弦波凹凸の形状と照合すると、凸形の部分ではその値は小さく、凹形の部分では大きくなる。すなわち、正弦波状のレール頭頂面凹凸がある場合は、凹凸の山の部分よりも谷の部分で摩耗の進行が速くなることを示している。

次に、上のようなレールの小返り振動特性をさらに詳細に理解するため、式(8) によって振動方程式で示された系の安定性を調べることにする。

中心多様体定理¹⁷⁾ によれば、平衡点

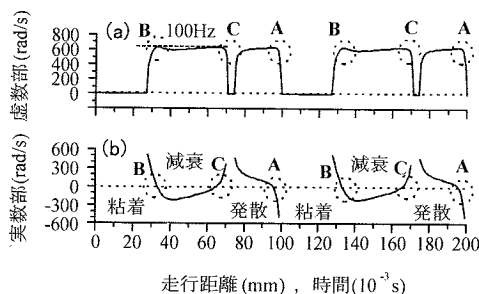


図-9 レール小返り振動特性 (系の安定性)

$$\dot{y}_r = 0, \quad y_r = \frac{Q}{k_{ry}} \quad (18)$$

の微小近傍における系の安定性は、線形変分方程式

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \dot{y}_r \\ y_r \end{bmatrix} = \mathbf{M} \begin{bmatrix} \dot{y}_r \\ y_r \end{bmatrix} \quad (19)$$

を構成するマトリックス

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \left\{ -\frac{c_{ry}}{m_r} + \frac{\partial}{\partial y_r} \left(\frac{Q}{m_r} \right) \right\} & \left\{ -\frac{k_{ry}}{m_r} \right\} \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (20)$$

の固有値に対して、その虚数部と実数部の正負を調べることによって判定できるとされている。

ここでは、これを準用して、マトリックス \mathbf{M} の固有値の虚数部と実数部の時刻歴変動を調べた結果を示す。すなわち、図-9 に示すように A-B 間の振動が現れない粘着領域、B-C 間の振動数約 100 Hz の減衰振動及び C-A 間の同振動数の発散振動が 1 周期を構成して、振動を繰り返している様子が分かる。

また、図-10 には、上と同じ結果をすべり率に対するすべり力及び輪重の変動を表示した。本図(a) に見られるように、点 A から出発して粘着領域に入り、その最小値を通過した後に点 B に至る。その後、すべり領域に入り、すべり力の減少に伴ってすべり率が增大し、最大値点 C に達した後、すべり力の増加と共にすべり率が減少して点 A に戻る。また、本図(b) から、すべり率の増加は輪重の減少に直接に対応していることが分かる。

このようにして、レールの持続的な小返り振動が生じることとなる。

(3) 摩耗能率の評価のための等価摩耗能率の導入

ここで、摩耗能率の概算値を得るために、以下の解析を行う。レール頭頂面凹凸の波長 λ_r とレール小返り固有振動数 f_{ry} によって定められる共振速度

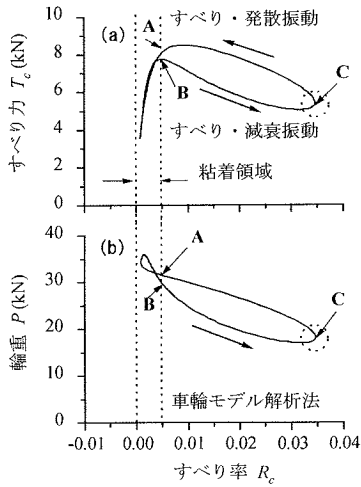


図-10 すべり率に対するすべり力と輪重
(レール頭頂面に正弦波状凹凸)

$$v_c = f_{ry} \lambda_r \quad (21)$$

が得られる。ここでは、この共振速度で走行する車輪軸によって起こされる影響の概算値を求める。図-8(c)に示されたように、レール小返り振動波形は正弦波で近似することができる。A-B間の接線勾配はレール小返り速度の最大値を与えるから

$$\dot{y}_r = v \psi_a \sin(2\pi f_{ry} t) \quad (22)$$

と表される。これよりレール小返りの両振幅の概算値

$$2y_{r,\max} = \frac{v\psi_a}{\pi f_{ry}} \quad (23)$$

が得られる。式(6)で表されたすべり率は

$$R_c = \psi_a \{1 - \sin(2\pi f_{ry} t)\} \quad (24)$$

と書ける。そして、その最大値は

$$R_{c,\max} = 2\psi_a \quad (25)$$

で近似できる。すべり力の最大値はすべり率の大きさが摩擦係数の飽和値を与えるので

$$T_{c,\max} = \mu P_s \quad (26)$$

によって近似できる。このことから、すべり率とすべり力の積である摩耗能率の最大値に関して

$$(R_c T_c) \equiv (R_c T_c)_{\max} \leq R_{c,\max} T_{c,\max} = 2\psi_a \mu P_s \quad (27)$$

の関係を与えることができる。

式(27)の右辺は摩耗能率の上限値を与える量である。

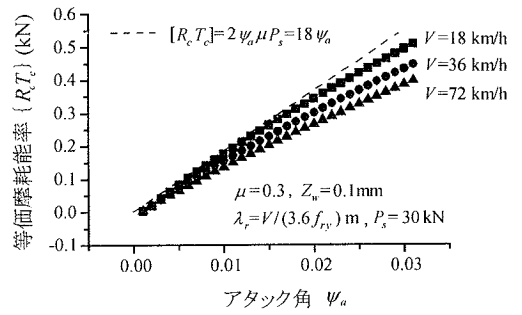


図-11 アタック角に対する等価摩耗能率

本研究ではこれを摩耗能率上限値

$$[R_c T_c] = 2\psi_a \mu P_s \quad (28)$$

として波状摩耗の評価指標として採用することとする。また、摩耗の進展を評価する簡易な指標として、レール頭頂面凹凸の凹部で最大値1、凸部でゼロとなるような関数を乗じ摩耗能率をウェイト付けして得られる値の最大値を等価摩耗能率

$$\{R_c T_c\} = \left[R_c T_c \cdot 0.5 \left\{ 1 - \sin \left(2\pi \frac{x}{\lambda_r} \right) \right\} \right]_{\max} \quad (29)$$

として別の評価指標として採用する。

(4) 正弦波凹凸がある場合の波状摩耗進展特性

次に、上で定義した等価摩耗能率が、レール頭頂面凹凸の振幅、アタック角、走行速度、車輪・レール間摩擦係数など、波状摩耗の進展に影響を与えると考えられる量に対して持つ傾向を調べる。解析には車輪モデル解析法を用いる。ただし、ここでは、摩耗の進展特性の検討を目的とするため、正弦波状の初期凹凸がすでに存在しているものとして解析を行った。

図-11には、アタック角を変化させ、走行速度をパラメータとして等価摩耗能率を実際に計算した結果を示す。車輪・レール間の摩擦係数は0.3、レール頭頂面は振幅0.1mmの正弦波で、波長は与えられた走行速度が式(21)による共振速度となるように定めた。また、静止輪重は30kNとした。

本図より、等価摩耗能率は、走行速度が大きいほど小さい値を示すなど走行速度で多少の違いが見られるが、アタック角にほぼ比例して大きくなること、式(28)に示した摩耗能率上限値は結果をよく説明していることが分かる。

なお、曲線走行時における車輪のアタック角の実在範囲を $s = 10$ (mm), $u = 5$ (mm), $a = 1.1$ (m), 80 (mm) < R

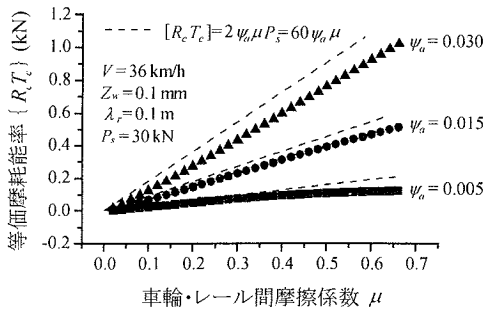


図-12 車輪・レール間摩擦係数に対する等価摩擦率

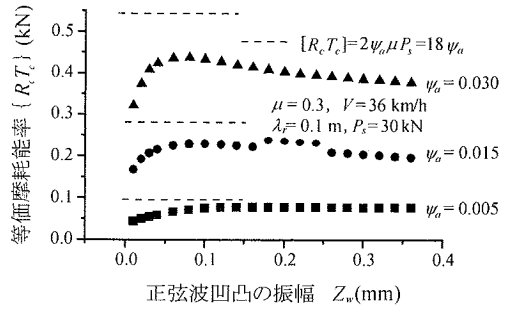


図-13 正弦波凹凸の振幅に対する等価摩擦率

を例に式(9)を用いて推定すると $\psi_a < 0.023$ となる。

図-12 には、車輪・レール間摩擦係数を変化させ、アタック角をパラメータとして計算した結果を示す。走行速度は 36 km/h、レール頭頂面は振幅 0.1 mm、波長 0.1 m の正弦波、また静止輪重は 30 kN とした。本図より、等価摩擦率は、アタック角に応じて車輪・レール間摩擦係数にほぼ比例して大きくなる。また、各アタック角に対して摩擦率上限値は結果をよく説明していることが分かる。

図-13 には、レール頭頂面の正弦波凹凸の振幅を変化させ、アタック角をパラメータとして計算した結果を示す。走行速度は 36 km/h、波長は 0.1 m、静止輪重は 30 kN とした。本図より、等価摩擦率は、レール頭頂面の凹凸振幅によって変化する。特に、アタック角が大きい ($\psi_a = 0.030$) 場合には、正弦波凹凸の振幅が 0.05 mm 付近で僅かにピークが見られ、そのときの値は、等価摩擦率よりもやや小さい値を示す。このピークよりも大きな振幅の領域では、レール頭頂面の凹凸振幅によらずに一定の値を示す。

以上のことより、レール頭頂面に正弦波状の凹凸がある場合、凸部よりも凹部のところで摩擦がより多く進み、そのため凹凸の振幅を増加させる傾向を有するものと言える。

図-14 には、式(14)に示したレール頭頂面の凹凸波形のパワースペクトル密度から、空間振動数に対する等価摩擦率のパワースペクトル密度を計算した例を示す。これは、ある狭い振動数帯域における正弦波凹凸をサンプル波形として取り出して、車輪モデル解析法を用いて以下の手順で計算したものである。すなわち、サンプル空間振動数 $F_{r,i}$ 、空間振動数帯域幅 ΔF_r に対してサンプル振幅

$$Z_{w,i} = 0.0001 \sqrt{\frac{10^3}{F_{r,i}^3} \Delta F_r} \quad (30)$$

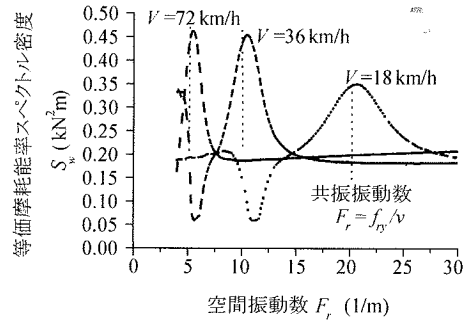


図-14 等価摩擦率スペクトル密度

から凹凸波形

$$z_w = \sum_{i=1}^n z_{w,i} = \sum_{i=1}^n Z_{w,i} \sin(2\pi F_{r,i} x) \quad (31)$$

の各項に対する等価摩擦率を離散成分として、等価摩擦率パワースペクトル密度

$$S_w = \frac{(R_c T_c)^2}{\Delta F_r} \quad (32)$$

を求めた。ここで、式(30)において $Z_{w,i}$ は、波長が 10 mm のときの振幅を 0.1 mm とし、これを基準にして式(14)の特性に合わせて定めたことを示す。

本図から、等価摩擦率パワースペクトル密度は、共振振動数で、大きなピークを持つことが分かる。このことは、レール小返り固有振動数に対応する波長成分がレール頭頂面の凹凸波形から選択され、それが急激に成長することを示している。

以上は、等価摩擦率のみを用いて、レール摩擦進展モデルを使わずに、波状摩擦の進展を評価したものである。

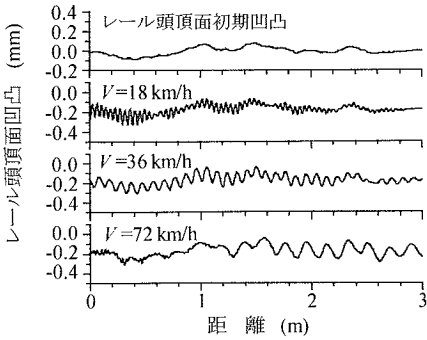


図-15 波状摩耗の成長波形の解析例 (走行速度)

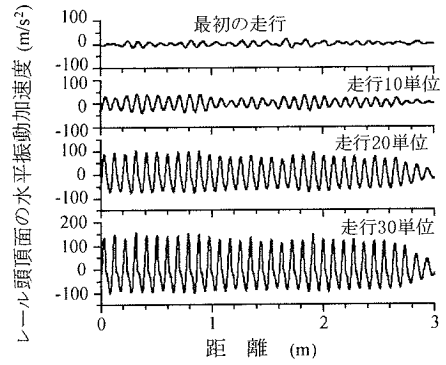


図-17 レール振動の成長波形の解析例 (走行回数)

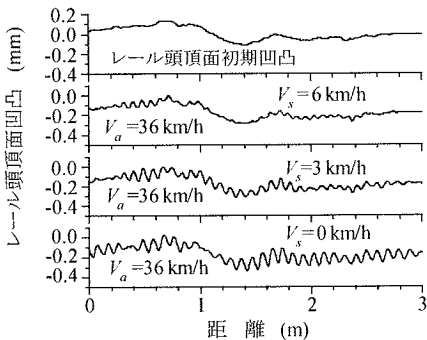


図-16 波状摩耗の成長波形の解析例
(走行速度のばらつき)

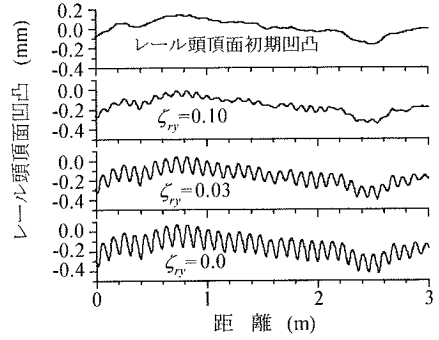


図-18 レール振動の成長波形の解析例
(小返り減衰定数)

(5) ランダム波形がある場合の波状摩耗進展特性

上述のように、繰り返し走行によって、レール小返り固有振動数に対応する波長を持った波状摩耗が成長することを示したが、レール踏頂面の初期凹凸がランダム波形である場合の具体的な解析例を示す。ここでは、レール摩耗進展モデル及び車輪モデル解析法を用いるものとする。アタック角、走行速度、車輪・レール間摩擦係数など、波状摩耗の進展に大きな影響を与えると考えられる量に対して持つ傾向を調べる。ただし、アタック角を 0.015、車輪・レール間の摩擦係数を 0.3、静止輪重を 30 kN、レール質量、レール小返りばねのばね定数と減衰定数及び車輪踏面勾配等は 2. (1) で用いた値と同一とする。

図-15 には、走行速度の違いによる走行 30 単位における波状摩耗波形を示した。本図から、走行速度 18 km/h、36 km/h、72 km/h でそれぞれ式(21)から得られる約 50 mm、100 mm、200 mm の波長の成長が見られる。すなわち、繰り返し走行によって、走行速度と

レール小返り固有振動数に対応する波長を持った波状摩耗が成長することを確認できる。

図-16 には、走行 30 単位において、走行速度に標準偏差 6 km/h、3 km/h、0 km/h を持つ正規分布状のばらつきがある場合の波状摩耗波形を示した。本図から、標準偏差が小さいほど大きな振幅が見られるが、標準偏差が平均速度の 1/6 ($v_s=6(\text{km/h})$) と比較的大きい場合でも、平均走行速度に対応する波長を持った波状摩耗が現れている。

図-17 には、走行速度 36 km/h の場合、走行単位に伴って変化するレール頭頂面の水平振動加速度波形を示した。本図から、走行の繰り返しによってレール頭頂面の水平振動加速度の振動数は大きく変化しないが、その振幅は大きくなることが認められる。

図-18 には、36 km/h の場合、走行 30 単位におけるレール小返り減衰定数の違いによる波状摩耗波形を示した。本図から、小返り減衰定数が小さいほど大きな振幅が見られる。本図の結果は、小返り減衰定数を

大きくすることにより、レール波状摩耗の進展を遅らせることが可能であることを示している。

4. 結論

本研究で扱った数値解析の範囲内ではあるが、急曲線における内軌レールの波状摩耗発生メカニズムに関して得られた結果を列挙すると以下のとおりとなる。

- 1) 曲線を通過する車両の走行シミュレーション法によれば、初期ランダム波形や初期局所波形で与えられたレール頭頂面の凹凸は、繰り返し走行により特定の波長を有するレール波状摩耗に成長することを数値解析上模擬することができる。
- 2) 上下及び小返りの自由度を有する1質点系レール上を、回転・走行するアタック角を有する車輪軸モデルを用いて導いた簡便な車輪モデル解析法によって、レールの小返り振動を増幅させる粘着とすべりを周期的に繰り返すスティック・スリップを解析的に発生させることができる。
- 3) スティック・スリップは、アタック角を持って回転・走行する車輪軸の車輪踏面がレール頭頂面に対して軌道外方への継続的な相対移動速度を持つため、レールと車輪のすべり力の飽和特性とレール凹凸に起因する輪重変動によって発生することが解析上確認できた。
- 4) レール摩耗評価の指標として新たにレール摩耗進展モデルを導き、車輪・レール間のすべり率とすべり力の積である摩耗能率の特性を解析した結果、摩耗はレールの凸部よりも凹部でより多く進み、これが原因で波状摩耗が進展することが分かった。
- 5) レールの初期凹凸がランダム波の場合、繰り返し走行によって、走行速度とレール小返り固有振動数に対応する波長を持った波状摩耗が成長すること、通過する車両の走行速度にばらつきがある場合でも、その平均走行速度に対応する波長を持った波状摩耗が現れ易いことが明らかになった。
- 6) 繰り返し走行によって、レール頭頂面の水平振動加速度の振動数は大きく変化しないが、その振幅は次第に大きくなること、小返り減衰定数を大きくすることにより、レール波状摩耗の進展を遅らせることが可能であること等が明らかになった。

5. あとがき

急曲線におけるレール波状摩耗の発生原因を検討する場合、関連するパラメータは数多く存在する。本研

究のように、複雑な車両走行シミュレーション法や簡便な車輪モデル解析法によっても、前軸車輪の大きなアタック角とレール頭頂面の僅かな凹凸による輪重変動により、車輪とレールの接触面にスティック・スリップとレールの小返り振動が発生するという現象を具体的に説明できた。

また、レール頭頂面の微小な凹凸波形に含まれる波長成分のうち、平均的な走行速度とレール小返り固有振動数によって決定される波長成分が、レールに波状摩耗として成長する要因となることを具体例で示すことができたことは、実際的なレール波状摩耗の対策にも利用できるものと考えられる。

本研究による走行シミュレーション法によって得られた車両の繰り返し走行によるレール波状摩耗の進展状況は、東京の通勤線区における長期間の地上測定で得られた結果⁸⁾とも比較的良好に整合しているものと考えられる。しかし、本研究では、既往の研究などに見られるように、軌道構造、車輪踏面形状あるいは台車形式等の違いによる影響^{9),7)}や外軌レール摩耗との相関性¹⁸⁾に対する検討は充分に行われていない。実際のレール波状摩耗状況との比較や、解析法の実務的な適用に当たっては、これらの点についてもより詳細な検討が必要となろう。

なお、車輪のすべりによるレール波状摩耗の進展モデルは、今回は文献に見られた既往の理論研究や室内実験による研究結果を援用して導いたものである。この点に関する研究の深度化には、本研究とは別に、実際のレールと車輪による摩耗現象の観察等に基づいた研究や、鋼種等を含んだ定量的な評価が可能なレール摩耗進展モデルの構築が望まれる。

参考文献

- 1) Suda, Y. and Iguchi, M. : Basic Study of Corrugation Mechanism on Rolling Contact in Order to Control Rail Structures, *The Dynamics of Vehicles on roads and on Tracks, Proceedings 11th IAVSD-Symposium*, pp. 566-577, 1989.
- 2) 石田 誠, 三浦 重, 松尾浩一郎 : レール波状摩耗による軌道の動的応答特性, 鉄道総研報告, Vol. 11, No. 2, pp. 33-38, 1997.
- 3) Sato, Y., Matsumoto, A. and Knothe, K. : Review on rail corrugation studies, *Wear*, Vol. 253, pp. 130-139, 2002.
- 4) 角 知憲, 松本嘉司, 村尾光弘, 佐々木英之 : 急曲線区間における波状摩耗の生成機構について, 土木学会論文集, No. 425/IV-14, pp. 99-106, 1991.
- 5) 角 知憲, 佐々木英之, 松本嘉司, 大島孝二 : 急曲線区間におけるレール波状摩耗と車輪・軌道の動的相互作用, 土木学会論文集, No. 440/IV-16, pp. 173-176, 1992.
- 6) 石田周二, 吉田 勝 : 曲線軌道における台車・軌道系の解析, 日本機械学会論文集(C編), 63巻615号, No. 97-0165, pp. 3809-2816, 1997.

- 7) 松本剛明, 弟子丸将, 中村 哲, 角 知憲: レールの変位を考慮した鉄道急曲線における台車蛇行動に関する研究, 鉄道力学論文集, No. 7, pp. 49-54, 2003.
- 8) 須田義大, 奥村幹夫, 岩佐崇史, 小峰久直, 曄道佳明: レール波状摩耗の発生原因と対策に関する研究, 鉄道力学論文集, No. 3, pp. 41-46, 1999.
- 9) 角 知憲, 井崎博史, 箱田 厚, 池田健一: 急曲線区間を走行する台車の車輪・レール間の転がりすべり摩擦に与える走行速度の効果, 鉄道力学論文集, No. 3, pp. 47-52, 1999.
- 10) 松本 陽, 佐藤安弘, 谷本益久, 陸 康思, 宮内栄二: 曲線部に発生するレール波状摩耗の発生メカニズムに関する研究 (第2報, 基本発生メカニズム), 日本機械学会論文集(B編), 64 卷 623 号, No. 97-1337, pp. 2625-2632, 1998.
- 11) 須永陽一, 成毛将利: 在来線における転動音低減のためのレール凹凸管理手法, 鉄道総研報告, Vol. 16, No. 4, pp. 11-16, 2002.
- 12) 松浦章夫: 急曲線を低速で通過する車両の走行シミュレーション, 土木学会論文集, No. 724 / I -62, pp.239-248, 2003.
- 13) 日本機械学会編: 鉄道車両のダイナミクス, (株)電気車研究会, 1996.
- 14) Hayd, A. and Maurer, M. : Solid State Physics of Friction, *Wear*, Vol. 113, pp. 87-101, 1986.
- 15) Krause, H. and Poll, G. : Wear of Wheel- Rail Surfaces, *Wear*, Vol. 113, pp. 103-122, 1986.
- 16) Knothe, K. and Ripke, B. : The Effect of the Parameters of Wheelset, Track and Running Conditions on the Growth Rate of Rail Corrugations, *The Dynamics of Vehicles on roads and on Tracks, Proceedings 11th IAVSD - Symposium*, pp. 345-456, 1989.
- 17) Thompson, J. T. M. and Stewart, H. B. : 非線形力学とカオス (監訳; 武者利光, 橋口住久 訳), オーム社, 1988.
- 18) 青木宣頼, 石田 誠, 瀧川光伸: 車輪/レールの動的応答に与えるレール側摩耗の影響, 鉄道力学論文集, No. 7, pp. 55-60, 2003.

(2004. 1. 28 受付)

FORMATION AND GROWTH MECHANISM OF INNER RAIL CORRUGATION ON STEEP-CURVED TRACK

Akio MATSUURA, Tadayuki UCHIDA and Takuya FUKUDA

As the corrugation on rail surface brings some practical problems about vibration or noise, it is important to investigate and clarify the formation and growth mechanism of the rail corrugation. In this study, the dynamic behavior between wheel and inner-rail is examined using a numerical simulation model and a new simple analytic model for the vehicle running on steep-curved track. It is concluded that both the wheel attack angle and the wheel load fluctuation makes a periodic movement between wheel and rail, i.e. the stick/slip motion, with increasing the rail tilting vibration, and that a small unevenness on the rail surface grows to the corrugation which has a constant wavelength decided by the running speed and the tilting natural frequency of inner-rail. Also, a global corrugation formation process is shown by parametric analyses.