

ネットワーク均衡モデルに含まれる構成モデルの 観測交通量による逆推定法

溝上章志¹・竹隈史明²

¹正会員 工学博士 熊本大学教授 工学部環境システム工学科 (〒860-8555 熊本市黒髪2-39-1)
smizo@gpo.kumamoto-u.ac.jp

²正会員 修士(工学) 株式会社ケー・シー・エス (〒812-0011 福岡市博多区博多駅前1-4-4)
takekuma@kcsweb.co.jp

本研究では、各種統合型ネットワーク均衡モデルに含まれる手段選択モデルなどの構成モデルや、ネットワーク特性を特定化するリンクパフォーマンス関数の未知パラメータを断面交通量の観測値を用いて逆推計する手法を提案し、それを[MSUE/ATIS]モデルやBPR関数の未知パラメータ推定に適用した。この逆推計問題は各種ネットワーク均衡下での推計リンク交通量と観測リンク交通量との残差平方和最小化という2段階最適化問題として定式化され、その解法として適切に改良された非線形感度分析を適用した。モデルネットワークでの数値シミュレーションによって、本手法の定式化とその解法の適用可能性が検証され、実用に供するための課題が検討された。

Key Words : *inverse-estimation problem, MSUE/ATIS demand model, BPR function, non-linear sensitivity analysis*

1. はじめに

最先端の情報通信技術を用いた高度道路交通システム(ITS: Intelligent Transport Systems)のうち、交通情報提供システム(ATIS: Advanced Traveler Information Systems)はその中心的開発分野であり、我が国では道路交通情報通信システム(VICS: Vehicle Information and Communication Systems)による道路交通情報の提供が全国で開始されるに至っている。VICSは目的地までの最短経路とその所要時間、ネットワーク上での混雑区間や駐車場の満空情報などをリアルタイムにナビゲーションシステムに提供し、道路交通の安全性・快適性の向上や交通渋滞の軽減など道路交通の円滑化を目的としている。現在、そのエリアは2002年12月末で45都道府県に及び、VICSユニットの出荷台数も約550万台を突破している。

これらのシステムを社会基盤の一つとして位置付けるのであれば、何らかの方法でその導入効果を事前評価しておく必要がある。この要請に対して、著者らは、ATIS交通情報の利用者而非利用者とは異なるドライバーの経路選択規範を考慮に入れて、

これら2主体のネットワーク均衡フローを求めると同時に、ATIS情報の均衡利用率を推定する道路交通情報利用需要変動型多種流確率均衡モデル(以後、[MSUE/ATIS]: Multiple Stochastic User Equilibrium model with variable ATIS user demandと記す)を構築した¹⁾。しかし、このモデルを実際の道路ネットワークへ適用するためには、知覚所要時間の分散パラメータとATIS情報利用率モデルの特定化パラメータをあらかじめ推定しておかなければならない。

本研究では、下記をその目的とする。

1) 幾つかの道路区間における断面交通量の観測値から、[MSUE/ATIS]モデルに含まれる上記の未知パラメータを推計する逆問題の解析手法とその計算手順を提案する。

2) モデルネットワークに対する数値シミュレーションを用いて、本手法の計算可能性の検証と観測計画の検討を行う。

本研究で提案する逆問題の定式化手法は、上記の例だけでなく、断面交通量の観測結果からネットワーク均衡モデルに含まれる各種の構成則やネットワーク条件の特定化にも適用可能である。そこで、

3) この逆解析の方法をネットワーク設定条件の一つ

であるリンクパフォーマンス関数の未知パラメータの推定にも適用して、その有用性を検証する。

さて、ここでは逆問題について簡単に説明し、本解析手法の位置づけを明らかにする。順問題が、因果律の流れに従って、原因から数理モデルを介して結果を求める問題のことを言うのに対して、逆問題とは、順問題の中の何かが分からなくなったときに、観測可能な実現値を用いてその未知となったものを採用した数理モデルを介して復元することを言う²⁾。交通現象に即して例を挙げると、目的地や交通手段、経路選択に関する人の行動原理（原因）が分かっているとき、その集計としての分布交通量や分担交通量、配分交通量（結果）を、それぞれに適切な数理モデルを介して求める問題が順問題である。一方、分布交通量（実現値）は観測や調査から既知であるとき、人の目的地選択に関する行動原理を表現するモデル（未知となった量）、たとえば重力型モデルや Logit 型目的地選択モデルの未知パラメータを特定化するのが逆問題であると言える。

そうであるなら、通常の段階的交通需要予測法ではかねてから逆問題を解いていたことになる。なぜなら、集計化された個人の行動を支配しているであろうモデルの式形やその説明変数をあらかじめ決めておき、個人の選択確率と集計化された後の選択比率が等しいという条件はあるものの、パーソントリップ調査など得られる観測値を用いてモデルの未知パラメータを推定するという作業を、我々は常日頃から行っているからである。しかし、我々はこのような交通需要予測の推定作業を逆問題と認識していない。また、人の行動結果である RP データや選好の表明である SP データを用いて個人の行動原理そのものをダイレクトに特定化するのも、行動、または選好結果からその原因を推定するという意味で逆問題と言えないこともないが、この場合は観測される交通現象を支配する個々の主体の行動原理を直接的に見出すと言う意味で、上記のような交通需要予測分析を目的とした逆問題とは、やや意味が異なるかもしれない。

それでは、本研究で取り扱う問題を敢えて逆解析（逆問題を解く方法）と表している理由は、OD 交通量を観測値とし、それを生じさせている直接的な原因である目的地選択モデルを求めるのではなく、観測値は交通需要予測の最終段階である経路選択行動の結果である断面交通量であり、未知となっているものは目的地選択モデルのようなそれより上位の段階の交通行動モデルとか、リンクパフォーマンス関数などのネットワーク設定条件などだからである。

実はこのような問題については伝統的に研究が行われており、たとえば高山³⁾や松本⁴⁾によるネットワーク上の観測フローから OD 交通量を推定する問題などが代表的である。しかし、本モデルがこれらと異なるのは以下の点である。

- 1) 全ての段階において利用者均衡条件を満足するような数理モデルを仮定している。
- 2) 非適切性を解決するための方法として、観測値と数理モデルから得られる推定値との残差の最小化を目的関数として導入している。
- 3) 数理モデルそのものが最適化問題であり、非適切性を回避するための方法である残差平方和最小化という最適化問題と共に 2 段階の最適化問題で定式化されていることである。また、
- 4) 解法として、仮定した数理モデルの感度分析結果を残差の改善のために活用する非線形感度分析手法を適用している。

以下、2. では、具体例として逆問題の数理モデルに用いる [MSUE/ATIS] モデルを簡単に概説する。3. では [MSUE/ATIS] モデルに含まれる未知パラメータを推定する逆問題、およびその効率的解法を支援する非線形感度分析について述べる。4. ではモデルネットワークに対する数値シミュレーションを用いて本手法の有効性の評価を行った。さらに、観測誤差や観測道路区間の配置などの観測計画についての検討を行った。5. では、ネットワーク設定の際の重要な条件の一つであるリンクパフォーマンス関数のパラメータ推定にも本逆解析手法を適用して、その有用性を検証した。最後に本研究の成果と今後の課題について述べる。

本研究では、[MSUE/ATIS] モデルを逆問題の数理モデルとしているが、これはあくまで適用の 1 例であり、[MSUE/ATIS] モデルの適用可能性を主張しているわけではない。本手法は、数理モデルの現況再現性の程度に依存せずに適用可能であり、各種のネットワーク均衡需要の予測モデルの未知パラメータやリンクコストなどのインプットデータを推定するのに有効である。

2. [MSUE/ATIS] モデルの概要

[MSUE/ATIS] については文献 1) に詳しいので、ここでは簡単に説明する。ATIS により経路所要時間情報を利用するドライバー ($g=2$) は各経路に

対して実経路所要時間情報を入手することができることから、最短所要時間経路を選択することが可能になる。一方で、情報を利用しないドライバー ($g=1$) は幾つかの経路を知覚所要時間に基づいて確率的に経路選択を行う。このような知覚所要時間のばらつきの程度が異なる 2 種の経路選択主体を、経路所要時間の分散パラメータ θ_g ($g=1,2$) でセグメント化する。上記の主体は、 $0 < \theta_1 < \theta_2 \rightarrow +\infty$ なる θ_g の大小関係によって識別される。

rs -OD 間第 k 経路の効用は経路所要時間 c_k^n だけで代表され、効用の誤差項に HGD を仮定すると、上記の 2 種の経路選択確率は以下の Logit モデルで記述できる。

$$P_{r,s,k}^g = \exp(-\theta_g c_k^n) / \sum_{k \in K_{r,s}} \exp(-\theta_g c_k^n) \quad (1)$$

一方、 rs -OD 間の ATIS 導入後の情報利用率 $\text{Pr}[2|rs]$ は、ATIS 情報利用時と非利用時の不効用 S_{rs}^g を変数とした下記の Logit モデル

$$\text{Pr}[2|rs] = \frac{\exp[\beta S_{rs}^{2(b)}]}{\exp[\alpha + \beta S_{rs}^{1(b)}] + \exp[\beta S_{rs}^{2(b)}]} \quad (2)$$

で表されると仮定する。この不効用として、OD 間の最短所要時間 $\min\{c_k^n\}$ と期待最小所要時間 $E[\min\{c_k^n\}]$ との差で定義した経路所要時間の不確実性指標を用いるのは合理的であろう。

$$S_{rs}^g = \min\{c_k^n\} - \left\{ -\frac{1}{\theta_g} \ln \sum_{k \in K_{r,s}} \exp(-\theta_g c_k^n) \right\} \quad (3)$$

この値は、 θ の値が小さいほど、また有効経路集合 $K_{r,s}$ の数が多いほど小さくなるので、ATIS 情報の利用/非利用によって異なる θ と $K_{r,s}$ の値に依存した OD 間所要時間の不確実性の程度を示す指標として利用可能である。しかし、第 1 項 $\min\{c_k^n\}$ は同一 OD 間では ATIS 情報の利用、非利用にかかわらず同一であるので、第 2 項

$$S_{rs}^g = -\frac{1}{\theta_g} \ln \sum_{k \in K_{r,s}} \exp(-\theta_g c_k^n) \quad (4)$$

だけを用い、以後、その値が大きいほど効用が高くなる確実性指標として定義し直すことにする。

ATIS 所要時間情報の利用/非利用セグメントごとの経路選択モデルを式(1)で、ATIS 情報利用率モデルを式(2)で定義したとき、その最適解が ATIS 情報利用行動と経路選択行動との階層構造を想定した Nested Logit モデルを記述する、以下の等価な数理最適化問題で定式化できる。

$$\text{Min} : Z(\mathbf{x}, \mathbf{f}_g, \mathbf{q}^g)$$

$$= \sum_{a \in A} \int_{\omega} t_a(\omega) d\omega + \sum_{g=1,2} \frac{1}{\theta_g} \sum_{rs} \sum_{k \in K_{r,s}} f_{g,k}^{rs} \ln(f_{g,k}^{rs} / q_{rs}^g) - \frac{1}{\beta} \sum_{rs} \int_{\omega} (\ln \frac{\omega}{\bar{q}_{rs}} + \alpha) d\omega \quad (5)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{k \in K_{r,s}} f_{g,k}^{rs} = q_{rs}^g, \quad \forall r \in R, \forall s \in S, g=1,2 \quad (6.a)$$

$$\sum_{g=1,2} q_{rs}^g = \bar{q}_{rs}, \quad \forall r \in R, \forall s \in S, g=1,2 \quad (6.b)$$

$$x_a = \sum_{rs} \sum_{k \in K_{r,s}} \sum_{g=1,2} f_{g,k}^{rs} \delta_{a,k}^{rs}, \quad \forall a \in A \quad (6.c)$$

$$q_{rs}^g \geq 0, \quad \forall r \in R, \forall s \in S, g=1,2 \quad (6.d)$$

$$f_{g,k}^{rs} \geq 0, \quad \forall k \in K_{r,s}, \forall r \in R, \forall s \in S, g=1,2 \quad (6.e)$$

$\mathbf{x} = \{x_a\}$ はリンク交通量、 $\mathbf{f}_g = \{f_{g,k}^{rs}\}$ は ATIS 情報利用/非利用別経路交通量、 $\mathbf{q}^g = \{q_{rs}^g\}$ は ATIS 情報利用/非利用別 OD 交通量を表す解ベクトル、 \bar{q}_{rs} は既知の rs -OD 間交通量である。これが [MSUE/ATIS] モデルである。

3. [MSUE/ATIS] モデルの未知パラメータ推定のための逆問題の定式化

(1) 未知パラメータ推定のための逆問題

[MSUE/ATIS]モデルを実道路ネットワークへ適用し、ATIS 導入後の均衡フローを予測し、導入便益を計測するためには、モデルを構成する知覚所要時間の分散パラメータ θ_g と ATIS 情報利用率パラメータ α, β を推定しておく必要がある。ATIS 情報利用者の知覚所要時間の分散パラメータ θ_2 については、彼らは提供情報によって得られた最短経路を選択するため、 $\theta_2 \doteq +\infty$ と仮定してもよいであろう。一方、情報非利用者の θ_1 については、VICS が未導入の地域において Logit 型確率均衡配分を行い、リンク交通量の推計値が実測交通量と最も適合する値を設定すれば良い。一方、情報利用率パラメータ α, β に関しては、VICS が既に導入されている地域において、利用時/非利用時の rs -OD 間の確実性指標値 S_{rs}^g と VICS 情報利用率の実測データ $\text{Pr}[2|rs]$ が収集できれば、非集計または集計型のロジットモデルで推定可能である。しかし、これらのデータの収集は容易でない上、利用可能経路の所要時間データの信頼性は低い。まして、VICS が導入されていない地域ではこれらのデータの収集は不可能である。

そこで、溝上・竹隈⁵⁾は VICS の導入効果に関する市民意識調査を行い、VICS による OD 間所要時間の不確実性の改善を可能にする VICS ユニットに対する支払意思額の推計値を用いて VICS 情報利用

率パラメータを推定する方法を提案している。しかし、VICS に対する意識の低さによる WTP 回答データの信頼性の課題などから、必ずしも十分に満足いく結果が得られたわけではない。

本研究では、以下に示すように観測可能な断面交通量の観測値（結果）より、[MSUE/ATIS]の未知パラメータ（原因）を推計する逆問題を下記のように定式化する。

$$\text{Min} : F\{\theta, \alpha, \beta | \mathbf{f}_g^*, \mathbf{q}^{g*}\} = \sum_{a \in \bar{A}} (\bar{x}_a - x_a)^2 \quad (7)$$

$$\text{s.t. } \theta_1 > 0, \alpha \geq 0, \beta \geq 0 \quad (8)$$

$$[\text{MSUE/ATIS}] \text{モデル} \quad (5), (6)$$

ここで、 \bar{A} は観測リンク集合、 \bar{x}_a は観測リンク交通量、 x_a は下位問題から得られる推計リンク交通量である。この逆問題は、ATIS 情報利用需要変動型多種流確率均衡モデルを制約条件とし、それから得られるリンク交通量と観測区間のリンク交通量観測値との残差平方和を最小にする 2 段階最適化問題として定式化されている。つまり、上位の問題は観測リンク集合における観測リンク交通量と推計リンク交通量との残差平方和を最小とする未知パラメータ θ, α, β を求める問題である。一方、下位の問題は [MSUE/ATIS]であり、上位問題の解である任意の未知パラメータ値の元でのネットワーク均衡解を与える。

本モデルの下位問題である [MSUE/ATIS]モデルのようなネットワーク均衡モデルの研究は、近年、飛躍的な発展をしてきた。しかし、実際の配分業務に恒常的に用いるまでには至っていない。その理由は均衡計算法の難解さだけでなく、それが確率均衡配分の場合であれば知覚経路所要時間に対する分散パラメータなど、モデルの中に含まれる幾つかの未知パラメータの値をあらかじめ設定しておくことが容易でないためと思われる。また、均衡モデルを適用する際に適切なリンクコスト関数などにもこれといった設定方法が見出されていないためでもある。

既存の幾つかの研究^{6), 7)}では、未知パラメータを微小変動させながら均衡配分を行い、リンク交通量などについての推計値と観測値との適合度を表す幾つかの指標が最良となる値を採用するといった繰り返し計算法を採っている。宮下ら⁸⁾はリンクコスト関数や OD 需要関数の未知パラメータを離散的に与えたときのネットワークフローやコストの推定値と観測値との残差平方和を 2 次関数で近似し、その関数の最小値を最適なパラメータ値とする方法を提案している。この方法もシステマティックではあるが、繰り返し計算法の延長にある。また、これらは、指

定した適合度評価項目やその指標によっては推定結果が異なる。

本研究では、数理モデルに含まれる複数の未知パラメータを同時に推定する 2 段階最適化問題で定式化された逆問題を解く方法として非線形感度分析手法を適用することによって、より効率的で確定的に求解が可能となることを検証する。

(2) 非線形感度分析手法のレビュー

ネットワーク均衡問題に対する非線形感度分析は、費用関数や OD 需要といった摂動パラメータに対する均衡リンクフローの導関数を厳密に計算する方法として Tobin, R.L. and Friesz, T.L.⁹⁾ によって開発された。この方法は、これらの導関数の情報をもとに、費用関数や OD 需要に含まれる未知パラメータが微小に変化した場合の均衡フローの変動を予測するのに適用されてきた。

その後、Yang, H. and Yagar, S.¹⁰⁾ は、上位問題を総走行時間最小とする高速道路のオンランプ距離割合を決定する問題、下位問題をオンランプ距離の変化による待ち行列を考慮した利用者均衡モデルとした 2 段階最適化問題の解法として、この非線形感度分析を利用した。ここでは、下位問題の摂動パラメータであるオンランプ長の変化に伴って総走行時間などの政策変数がどのように変化するかを、交通ネットワーク均衡状態の変化を含めて予測可能となるようなアルゴリズムに発展させた。同様に、Yang, H.^{11), 12)} は道路ネットワーク設計問題や最適料金設定問題、OD 交通量推定問題など、下位問題の解である交通需要が変化した時、上位問題の消費者余剰や総走行費用の変化を予測するのに非線形感度分析を用いている。宮城・鈴木¹³⁾ は、上位の問題をラムゼイ価格基準を用いた社会的厚生最大化、下位の問題を機関分担・配分同時均衡を変分不等式問題として定式化を行い、この 2 段階最適化問題の効率的計算手法として非線形感度分析を適用した。このように、非線形感度分析は、政策変数の変動に対応した均衡交通需要の下で、システム全体の評価関数を最適にするネットワーク設計問題の解法としても利用されている。

非線形感度分析を 2 段階最適化問題の解法として適用する場合、はじめに下位の問題における各種の摂動パラメータ、ここでは行動モデルの未知パラメータに対する決定変数や未定乗数の導関数を計算する。この計算された決定変数などの導関数の情報をもとに、下位問題のネットワーク均衡状態を保ちながら上位問題の目的関数の勾配、ここでは観測値と

の残差平方和の勾配を求めることが可能である。同時に、摂動パラメータ自身の変化の方向や大きさも推定可能である。このとき、すべてのパラメータの摂動に対して、ネットワーク均衡状態が保証される。以上より、非線形感度分析は下位モデルに含まれる未知パラメータの推定にも適用できる。ただし、問題の非凸性の理由から、未知パラメータの数が多い多くない問題に適用するのが適切である。

(3) 非線形感度分析手法の定式化と解法

以下では、Tobin, R.L. and Friesz, T.L.の証明と対比しながら、ネットワーク均衡問題に含まれる構成モデルの未知パラメータ推定のための逆問題の解法に非線形感度分析を適用する方法を解説する。

[MSUE/ATIS]モデルの解 $(\mathbf{f}_k^*, \mathbf{q}^{2*})$ についての必要条件は、Tobin R.L. and Friesz T.L.の定理 1、もしくは[MSUE/ATIS]モデルの Kuhn-Tucker 条件より、

$$-\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^{2*}) + E\mu_{rs}^k = 0 \quad (9.a)$$

$$c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\} - \Lambda^T \mu_{rs}^k = 0 \quad (9.b)$$

$$\Lambda f_{r,k}^{\alpha} - q_{rs}^k = 0 \quad (9.c)$$

となる。ただし、確率均衡配分においてはつねに $f_{l,k}^{\alpha} > 0, k \in K_{rs}$ となる。ここで、 μ_{rs}^k はラグランジュ未定乗数、 E は単位行列、 Λ はOD-パス接続行列である。本来なら、この連立方程式は、経路フローが一意に決まらないために Tobin R.L. and Friesz T.L.の定理 3 である局所最適解の十分条件を満足しないから、十分条件とはならない。しかし、この問題は確率均衡であるから、配分される経路があらかじめ特定でき、かつ正のフローを持つリンクのみに限定できるとき、式(9.a)~(9.c)は十分条件ともなる。

ここで、式(9.a)~(9.c)を

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \mathbf{Y}_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{0}]$$

で表すと、これらの決定変数と未定乗数 $\{q^0, f^0, \mu\}$ に関する摂動パラメータ $\varepsilon = \{\theta, \alpha, \beta\}$ におけるヤコビアン行列は

$$J_{q^0, f^0, \mu} = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{Y}_1 / \partial \mathbf{q} & \partial \mathbf{Y}_1 / \partial \mathbf{f} & \partial \mathbf{Y}_1 / \partial \mu \\ \partial \mathbf{Y}_2 / \partial \mathbf{q} & \partial \mathbf{Y}_2 / \partial \mathbf{f} & \partial \mathbf{Y}_2 / \partial \mu \\ \partial \mathbf{Y}_3 / \partial \mathbf{q} & \partial \mathbf{Y}_3 / \partial \mathbf{f} & \partial \mathbf{Y}_3 / \partial \mu \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \nabla_{\mathbf{q}} \left\{ -\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^*) \right\} & 0 & E \\ 0 & \nabla_{\mathbf{f}} [c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\}] & -\Lambda^T \\ E^T & \Lambda & 0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

となる。また、摂動パラメータ ε に関するヤコビアン行列は

$$J_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \partial \mathbf{Y}_1 / \partial \varepsilon \\ \partial \mathbf{Y}_2 / \partial \varepsilon \\ \partial \mathbf{Y}_3 / \partial \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} \left\{ -\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^*) \right\} \\ \nabla_{\varepsilon} [c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\}] \\ -\nabla_{\varepsilon} q(0) \end{bmatrix} \quad (11)$$

となる。Tobin R.L. and Friesz T.L.の定理 4 である摂動パラメータの陰関数定理から、 $J_{q^0, f^0, \mu}$ の逆行列が存在するならば、下位問題の摂動パラメータに関する解ベクトルの勾配は以下のようを得られる。

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} \mathbf{q}^0 \\ \nabla_{\varepsilon} \mathbf{f}^0 \\ \nabla_{\varepsilon} \mu \end{bmatrix} = J_{q^0, f^0, \mu}^{-1} \cdot J_{\varepsilon} \quad (12)$$

ここで

$$J_{q^0, f^0, \mu}^{-1} = \frac{1}{|B|} \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} & \mathbf{B}_{13} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} & \mathbf{B}_{23} \\ \mathbf{B}_{31} & \mathbf{B}_{32} & \mathbf{B}_{33} \end{bmatrix} \quad (13)$$

とすると、各行列成分は以下のように表される。

$$|B| = -E \cdot \nabla_{\mathbf{f}} [c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\}] \cdot E + \Lambda \cdot \nabla_{\mathbf{q}} \left\{ -\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^*) \right\} \cdot \Lambda^T \quad (14)$$

$$\mathbf{B}_{11} = \Lambda \cdot \Lambda^T \quad (15.a)$$

$$\mathbf{B}_{12} = \Lambda \quad (15.b)$$

$$\mathbf{B}_{13} = -\nabla_{\mathbf{f}} [c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\}] \quad (15.c)$$

$$\mathbf{B}_{21} = -\Lambda^T \quad (15.d)$$

$$\mathbf{B}_{22} = -E \quad (15.e)$$

$$\mathbf{B}_{23} = \nabla_{\mathbf{q}} \left\{ -\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^*) \right\} \cdot \Lambda^T \quad (15.f)$$

$$\mathbf{B}_{31} = -\nabla_{\mathbf{f}} [c_k^{\alpha}(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_k} \{\ln(f_{r,k}^{\alpha} / q_{rs}^k) + 1\}] \quad (15.g)$$

$$\mathbf{B}_{32} = -\Lambda \cdot \nabla_{\mathbf{q}} \left\{ -\frac{1}{\theta_k} - D(\mathbf{q}^*) \right\} \quad (15.h)$$

$$\mathbf{B}_{33} = \nabla_{\mathbf{q}} \left\{ -\frac{1}{\theta_r} - D(\mathbf{q}^*) \right\} \cdot \nabla_{\mathbf{f}} [c_k^n(\mathbf{f}^*) + \frac{1}{\theta_r} \{\ln(f_{r,k}^*/q_k^n) + 1\}] \quad (15.i)$$

以上より、各摂動パラメータを微小変動させた場合の均衡フローの変化が計算可能である。

また、一旦、摂動パラメータに関する決定変数の勾配が式(12)より得られれば、摂動パラメータ ε に対する上位問題の目的関数の勾配は

$$\nabla F(\varepsilon) = \nabla_{\varepsilon} F(\varepsilon) + \left[\nabla_{\mathbf{q}} F(\varepsilon), \nabla_{\mathbf{f}} F(\varepsilon), \nabla_{\mu} F(\varepsilon) \right] \cdot \begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} \mathbf{q} \\ \nabla_{\varepsilon} \mathbf{f} \\ \nabla_{\varepsilon} \mu \end{bmatrix} = \nabla_{\varepsilon} F(\varepsilon) \cdot \nabla_{\varepsilon} \mathbf{f} \quad (16)$$

となる。したがって、目的関数の最急降下方向は $-\nabla F(\varepsilon)$ によって計算できる。

解析的に本モデルを解く場合、下位問題の解ベクトルの勾配は式(12)より計算可能である。このとき、式(13)から分かるように、いったん行列を定義した後、逆行列の計算を必要とする。しかし、この方法ではネットワークの規模が大きくなると計算量が膨大となる。本研究では、摂動パラメータに対する下位問題の解ベクトルの勾配を解析的に計算するかわりに

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} \mathbf{q} \\ \nabla_{\varepsilon} \mathbf{f} \\ \nabla_{\varepsilon} \mu \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{q}(\varepsilon + \Delta\varepsilon) - \mathbf{q}(\varepsilon)}{\Delta\varepsilon} \\ \frac{\mathbf{f}(\varepsilon + \Delta\varepsilon) - \mathbf{f}(\varepsilon)}{\Delta\varepsilon} \\ \frac{\mu(\varepsilon + \Delta\varepsilon) - \mu(\varepsilon)}{\Delta\varepsilon} \end{bmatrix} \quad (17)$$

のように、摂動パラメータを微小変化させることで数値的に微分計算を行う近似差分法を適用した。この手法を実際に適用した宮城・鈴木は、符号条件や相対的な大小関係は正確に捉えることができ、両者の関係は近似可能であることを実証している。実際の道路網で本手法の適用を行う際には、式(12)の逆行列計算の効率化を図る上でも、近似差分法は有効な手法であると考えられる。

4. 観測交通量を用いた [MSUE/ATIS] モデルの未知パラメータ推定

(1) シミュレーションに用いる条件

ここでは、本手法の有効性の評価、および観測誤差や観測道路区間の配置などの観測計画についての検討を行うために、モデルネットワークを使った数

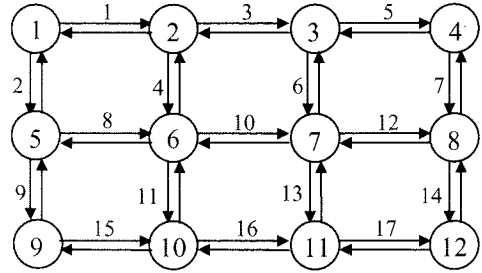


図-1 シミュレーション分析用モデルネットワーク

表-1 各ODペアごとの利用可能経路

ODペア	有効経路数	経路
1-6	2	1-2-6
		1-5-6
1-12	10	1-2-2-4-8-12
		1-2-3-7-8-12
		1-2-3-7-11-12
		1-2-6-7-8-12
		1-2-6-7-11-12
		1-2-6-10-11-12
		1-5-6-7-8-12
		1-5-6-7-11-12
		1-5-6-10-11-12
		1-5-9-10-11-12
6-12	3	6-10-11-12
		6-7-8-12
		6-7-11-12

表-2 リンク特性値

リンク	1	2	3	4	5	6	7	8
上り	1	2	4	5	7	8	10	12
下り	3	11	6	14	9	18	22	15
t_{a0}	20	18	23	19	17	16	22	14
C_a	1000	1000	500	500	500	500	500	1000
9	10	11	12	13	14	15	16	17
13	16	17	20	21	24	26	29	32
25	19	27	23	30	33	28	31	34
24	17	20	13	26	19	7	18	17
800	1000	500	1000	500	1000	800	800	800

値シミュレーションを行った。

リンクコスト関数 $t_a(\omega)$ には下記のような BPR 型関数を用いた。

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1.0 + 0.15 \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^4 \right\} \quad a \in A \quad (18)$$

モデルネットワークとしては図-1に示すように、ノード数 12、上り下りを合わせたリンク数 34、OD ペア 6 (1-6, 1-12, 6-1, 6-12, 12-1, 12-6)、各 OD ペアごとの利用可能経路数は表-1に示す通り

である。また、各リンクのゼロフローの所要時間 t_{a0} とリンク容量 C_a を表-2 に示す。

(2) 未知パラメータ推定のアルゴリズム

本モデルを用いて未知パラメータ推定、及び推定精度評価を行う際のフローチャートを図-2 に示す。ここでは、あらかじめ設定した真値 $\theta_1^0, \alpha_0, \beta_0$ を用いて [MSUE/ATIS] モデルから得られる均衡リンクフロー x_a をもとに

$$\bar{x}_a = x_a \cdot (1.0 + t_v Z_a) \quad (a \in \bar{A}) \quad (19)$$

より、交通量が観測されるリンク集合 \bar{A} に対して $N(x_a, \sigma_v^2)$ に従う観測誤差を含む観測リンク交通量を作成する。ここで、 Z_a は独立に発生させる標準正規乱数、 $t_v (= \sigma_v / x_a)$ は変動係数である。

以下に計算アルゴリズムを示す。

Step-1: 初期値 $\epsilon^{(0)} (= \theta_1^{(0)}, \alpha^{(0)}, \beta^{(0)})$ を設定し、下位問題の [MSUE/ATIS] モデルによる配分を行い上位問題の目的関数値 $F^{(0)}(\epsilon^{(0)})$ を計算する。配分方法としては限定親問題の中で部分線形化法を用いたアルゴリズムを用いている。ここで、 $k=0$ とする。

Step-2: 非線形感度分析を用いて、上位問題の目的関数の最急降下方向 $d^{(k)} = -\nabla F^{(k)}(\epsilon^{(k)})$ を決定する。降下方向がなければ計算終了。

Step-3: 実行可能解を更新する。

$$\epsilon^{(k+1)} = \epsilon^{(k)} + a \cdot d^{(k)} \quad (20)$$

ここでの a はステップサイズを表す。

Step-4: $\epsilon^{(k+1)}$ に対して下位問題を解き、均衡リンクフローを求め、目的関数 $F^{(k+1)}(\epsilon^{(k+1)})$ を計算する。

Step-5: $F^{(k+1)} < F^{(k)}$ なら、更新の度にステップサイズを $a = a \cdot \delta_1$ により小さくして、Step-4 へ戻る。

Step-6: $a > \delta_2$ なら $k = k+1$ として Step-3 へ戻る。そうでない場合には計算終了。

ここで、 δ_1 は $0 \leq \delta_1 \leq 1$ なる適当な正の定数であり、 δ_2 は極微小な正の定数 (収束判定基準) である。Step-5 では、繰り返しが進むにつれて、Step-2 で決定された最急降下方向に沿った 1 次元探索の幅を小さくすることで、最適解への収束性を向上させている。しかし、下位問題の実行可能領域で上位問題の目的関数の単峰性が保証されない限り、大域的な解への収束は保証されない。均衡条件下でのネットワーク設計問題と同様、本モデルのような 2 段階最適化問題は、通常、上記の性質が証明されないため、このアルゴリズムから得られた解が必ずしも大域的な最適解に収束している保証はないことに注意を要する。

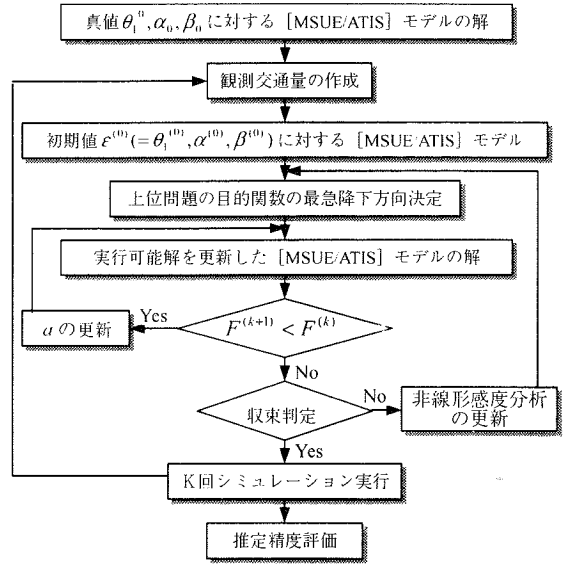


図-2 シミュレーションのフロー

式(19)の標準正規分布に従う 1 組の乱数 Z_a ($a \in \bar{A}$) を発生させるたびに上記の計算を行い、未知パラメータの推定を行う。しかし、得られた推定値は 1 回の計算によって得られた標本値にすぎない。そこで、このプロセスを多数回実行して推定値の期待値を求め、この値が真値に等しいという帰無仮説 $H_0: E[\epsilon^* (= \theta_1, \alpha, \beta)] = \epsilon_0 (= \theta_1^0, \alpha_0, \beta_0)$ の仮説検定を行う。また、観測リンク交通量と推計リンク交通量の期待値の相関係数や RMS 誤差によって、本モデルの推定精度の評価を行った。

(3) 推定結果とその考察、および観測計画

ATIS 情報利用者の分散パラメータ θ_2 を $+\infty$ 、 $\alpha = 0.0$ に固定し、 θ_1 と β の同時推定を試みる。非線形感度分析の適用可能性を検証するために、未知パラメータの真値を $\theta_1^0 = 0.1$ と $\beta_0 = 0.1$ 、初期値を $\theta_1^{(0)} = 0.45$ 、 $\beta^{(0)} = 0.3$ とする。ある 1 組のリンク交通量観測値集合に対する解の更新状況を図-3 に示す。 β は一旦、真値とは逆の方向に更新されるが、5 回目以降、 θ_1 、 β ともに真値に向かって解は改善されていき、23 回の繰り返し計算で推定値 $\theta_1 = 0.118$ 、 $\beta = 0.115$ に収束する。

次に、観測計画の主要な要素である観測リンク集合が θ_1 、 β の推定に及ぼす影響を検討する。ここでは、 $t_v = 0.01$ 、 $K = 100$ としたシミュレーション結果を表-3 に示す。表中の総トリップに対する比率とは、総トリップ数に対する均衡リンクフロー \mathbf{x}^* の比率がそれ以上、もしくはそれ以下であるリンク

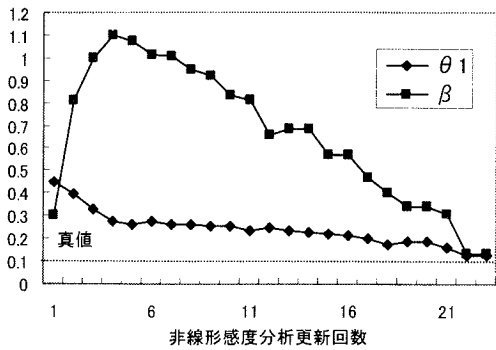


図-3 解の収束状況

表-3 観測リンク集合の違いによる推定結果の比較

総トリップ数 に対する比率 観測リンク数	全リンク	10%以上	20%以上	10%以下	
	34	15	8	19	
θ_1	期待値	0.135	0.118	0.122	0.139
	分散	1.78E-3	7.07E-4	6.02E-4	6.98E-4
β	期待値	0.198	0.144	0.131	0.094
	分散	1.69E-2	4.19E-3	1.95E-3	7.95E-4

表-4 観測誤差の違いによる推定結果の比較

変動係数	0.01	0.03	0.05	0.10	
θ_1	期待値	0.118	0.133	0.133	0.207
	分散	7.07E-4	2.05E-3	3.63E-3	1.74E-1
β	期待値	0.144	0.209	0.217	0.218
	分散	4.19E-3	6.44E-2	5.02E-2	1.72E-2

が観測リンク集合であることを意味している。全体的にやや過大推計となり、帰無仮説 H_0 は統計的には棄却される結果となった。観測リンク集合の違いに関しては、観測リンク数が 34 (全リンク) のケースを除いて信頼性の高い推定値が得られている。しかし、すべてのケースで推定値の分散が小さくなったため、統計的な推定精度評価を行うと帰無仮説が棄却される結果となった。

観測誤差の違いに関しては、表-4 に示すように、観測誤差が大きくなると両パラメータとも次第に過大推計される傾向となり、変動係数が 10% では真値に対して約 2 倍の値となった。また、観測誤差が大きくなるに従って推定値の分散が大きくなり、得られる期待値も大きくなるため統計的には観測誤差が大きいほど有意性が高いという矛盾した結果を招いている。しかし、観測誤差が小さいと統計的有意性が低下するものの、絶対誤差は小さいことから推定結果が低いとはいえないであろう。なぜなら、本研

究ではモデルネットワークで非線形感度分析の有効性を実証するために、標準正規乱数を発生させて観測交通量を作成し、シミュレーションを K 回行うことで非線形感度分析による推定値が偶然に得られるものではないことを統計的に実証しているだけだからである。実際の道路網上で観測された交通量を元に未知パラメータを推定する際には、観測データは 1 組しかなく、パラメータはそのデータによって一意に推定されることから、絶対誤差を一つの評価指標としても間違いではないであろう。

5. リンクパフォーマンス関数の推定への適用

リンクパフォーマンス関数はネットワークを構成する個々のリンクのパフォーマンスと交通量との物理的対応関係を表すものであり、因果律の流れに従ってリンク交通量 (結果) を得るために必要な交通量配分モデル (数理モデル) に含まれている重要な外的条件 (原因) の一つである。本研究で用いてきた数理モデルである利用者均衡配分モデルには、その取り扱いの良さから、式(18)でも用いた下記のような BPR 関数が用いられる。

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1.0 + \alpha \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^\beta \right\} \quad a \in A \quad (21)$$

α と β はこの関数を特定化するパラメータであり、これらは幾つかの道路区間における交通量 x_a と旅行速度 $t_a(x_a)$ の観測値をデータとして最小二乗法や最尤推定法により直接、推定されてきた^{14), 15), 16)}。しかし、要素的には現況再現性の高いリンクパフォーマンス関数を用いてネットワークを構成したとしても、利用者均衡配分を行って得られるリンク交通量の予測値は必ずしも観測値に適合するとは限らない。もし、採用した数理モデルが適切であり、かつリンクパフォーマンス関数以外の原因要素が既知であるとしたら、リンク交通量の観測値を用いた逆問題を解いてリンクパフォーマンス関数を逆推定することは、上記の直接推定と同じ意味を持つので合理的である。また、採用した数理モデルやリンクパフォーマンス関数以外の要素に何らかの系統的誤差 (バイアス) がある場合には、逆解析によってそれらのバイアスを除去することが可能となることから、有用である。

この逆問題は 3. で示したものと基本的に同じように定式化されるが、付録に掲載した非線形感度分析の適用法の解説は下位問題に確定的利用者均衡関

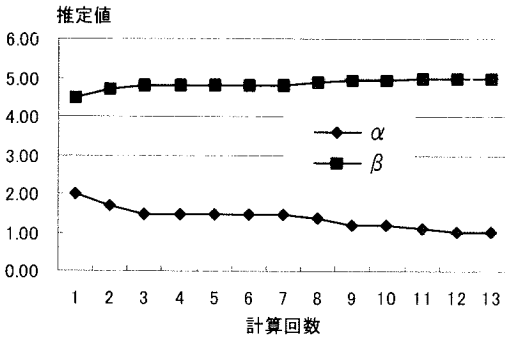


図-4 α と β の収束状況

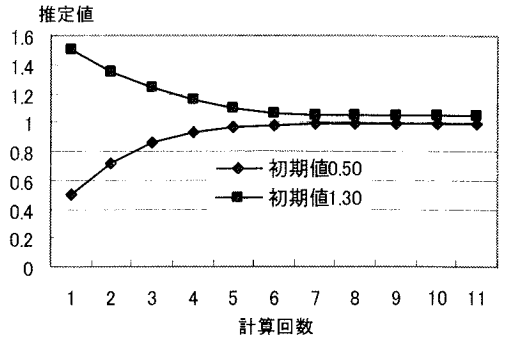


図-5 ϕ の収束状況

題を想定したものとなっている。ここでは、パラメータ α と β の真値をそれぞれ 1.0 と 5.0 とし、付録に示した計算アルゴリズムによって 100 組の観測値集合に対して両者の推定値の平均値と分散を求めた。その結果、それぞれ $E[\alpha]=1.42$, $V[\alpha]=0.045$, $E[\beta]=4.80$, $V[\beta]=0.007$ となり、母分散未知の標本平均値の t 検定の結果、推定値の期待値は真値に等しいという仮説は統計的には棄却されるものの、いくつかの乱数の組によって設定された観測値集合に対して、図-4 に示すように 10~20 回程度の繰り返し計算で真値近傍に収束することが確認される。

近年、その理論と解法の合理性・整合性、モデルの拡張可能性のために、我が国においても交通量配分に利用者均衡配分手法の使用が奨励され、普及しつつある。しかし、リンク交通量や OD 間所要時間などの推定結果に実測値との系統的なバイアスが生じている場合がある。この理由は明確には検証されていないが、リンクパフォーマンス関数式(21)のゼロフロー時の所要時間 t_{a0} の設定に起因すると考えられる。 t_{a0} は区間の自由走行時間であり、通常、区間長をその区間の道路条件による設計速度や指定最高速度で除した値が用いられる。しかし、信号交差点などの道路特性や二輪車混入率などの交通特性に影響を受けることから、このままでは実際よりも過小に設定されていると考えられる。事実、西遠都市圏を対象とした利用者均衡配分による OD 間所要時間はある一定の比率で過小推計になったことが報告されている¹⁷⁾。そこで、

$$t_a(x_a) = \phi \cdot t_{a0} \left\{ 1.0 + \alpha \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^\beta \right\} \quad a \in A \quad (22)$$

なる分析対象地域に固有の地域特性パラメータ ϕ を導入して t_{a0} の過小設定に対処する方法が推奨されている。ここでは、 α と β は交通量と旅行速度の観

測データにより、別途、要素的に 1.0 と 5.0 と直接推定されているものとし、前述したシミュレーション方法を用いて真値 1.00 に設定されたパラメータ ϕ をリンク交通量の観測値を用いた逆問題により推定した。その収束計算の例を図-5 に示す。この場合は図-2 の外側の非線形感度分析を繰り返し行わなくても非線形感度分析の一回の適用で最適解が得られる。いずれの初期値からも、10~20 回程度の内側の繰り返しで真値に収束することが確認される。したがって、 α と β については、従来通り交通量と旅行速度の観測データにより推定しておき、幾つかの観測可能なリンク交通量に適合するように逆解析を用いて推定した地域特性パラメータ ϕ によりリンクコスト関数を修正するのが、実用上、有効であろう。

このように、ネットワーク均衡モデルに含まれる構成モデルやネットワーク設定条件式の未知パラメータを観測交通量を用いて逆推計する本モデルは、理論の面からばかりでなく、実務への適用可能性の面からも有用である。

6. おわりに

本研究では下記のような成果が得られた。

- 1) 構成モデル、およびリンクパフォーマンス関数に含まれる未知パラメータを断面交通量の観測値から逆推計する手法を提案し、これを [MSUE/ATIS] モデル、および BPR 関数の未知パラメータ推定に適用した。
- 2) 逆推計問題は各種ネットワーク均衡下での推計リンク交通量と観測リンク交通量との残差平方和最小化問題という 2 段階最適化として定式化される。その解法として非線形感度分析を適用し、モデルネットワークでの数値シミュレーションによって、その適用可能性が検証された。

3) 実際の道路網への適用を想定してシミュレーションを行った結果、[MSUE/ATIS] モデルの推定に関しては、

- ・パラメータの推定精度は交通量の大きいリンクでの観測が有効であり、推定精度を向上させる観測リンク集合の設定方法があること、
 - ・観測誤差を小さくすることでパラメータの推定精度を向上させることが可能であること
 - ・ATIS 情報利用率が高いほど正確な ATIS 情報利用率パラメータを推定可能であり、同時に正確な利用率も予測可能であること
- などが明らかになった。

一方で、本モデルをより適用可能にするためには下記のような課題を解決する必要がある。

- 1) 非線形感度分析では経路交通量の情報を必要とするので、Simplicial Decomposition 法における限定親問題の解に対して有効経路を生成するなど、何らかの効率的な経路列挙法を用いる必要がある。また、大規模な実ネットワークへ適用する際には、ロジットベースの Monte Carlo 法と最短経路探索とを組み合わせた有効経路列挙法が有効になるかもしれない。
- 2) かなり技術的な問題ではあるものの、上位問題の目的関数の最急降下方向を決定する際に、逆行列を解析的に計算し、近似差分法との精度の比較を行う必要がある。この課題については、Clark, S.D. and Watling, D.P.¹⁸⁾ の Probit-based の確率均衡配分を対象とした近似的な感度分析計算法が参考になろう。
- 3) 非線形感度分析を用いて 2 つ以上の摂動パラメータを同時に推定する際、各パラメータに対するステップサイズの次元探索の効率的な解法を開発する。
- 4) 最終的には、実際の道路ネットワークへ本研究の手法を適用し、未知パラメータの推定をすることが求められる。
- 5) 本モデルは MPEC (Mathematical Program with Equilibrium Constraints) の具体的適用例である。各種の MPEC の求解のため、近年、Patricksson, M. and Rockfellar, R.T.¹⁹⁾ らによって効率的なアルゴリズムが開発されており、これらの適用法を検討する。

付録

以下では、Tobin, R.L. and Friesz, T.L. の証明と対比しながら、ネットワーク均衡モデルに含まれる構成モデルの内、BPR 型リンクパフォーマンス関数を推定するための逆問題の解法に非線形感度分析を適用する方法を箇条書きにして詳細に示す。

1) 均衡パスフローの領域 Ω^* における非退化の端点 $f^* > 0$ とする。摂動パラメータ $\varepsilon = 0$ での摂動変分不等式で表現できる摂動ネットワーク均衡問題の必要条件は、Tobin, R.L. and Friesz, T.L. の定理 1、もしくは Kuhn-Tucker 条件より、以下ようになる。

$$\begin{aligned} t'(f^*, 0) - \pi - \Lambda^T \mu &= 0 \\ \pi^T f^* &= 0 \\ \Lambda f^* - q(0) &= 0 \\ \pi &\geq 0 \end{aligned}$$

ここで、 π はパスフローの非負条件についての未定乗数、 Λ は OD-パス incidence matrix である。

2) f^* の中で正であるパスフローにのみ問題を限定すると、すべてのパスフローは正であり、 $\varepsilon = 0$ の近傍で摂動パラメータの摂動に対して変化しないため、 f に対する非負条件は binding でなく、 $\varepsilon = 0$ 近傍の均衡解に変化することなく列挙される。したがって

$$\begin{aligned} t'(f^*, 0) - \Lambda^{0T} \cdot \mu &= 0 \\ \Lambda^0 \cdot f^{0*} - q(0) &= 0 \end{aligned}$$

が成立する。これは Tobin, R.L. and Friesz, T.L. の定理 3 である局所最適解の十分条件を満足する。

3) Tobin, R.L. and Friesz, T.L. の定理 4 である陰関数定理の条件は満足され、摂動パラメータ ε についての f^{0*} の微係数 (導関数) は以下のようにして計算できる。

・ $\varepsilon = 0$ での (f^0, μ) についてのヤコビアン行列は

$$J_{f^0, \mu} = \begin{bmatrix} \nabla_{f^0} t'(f^*, 0) & -\Lambda^{0T} \\ \Lambda^0 & 0 \end{bmatrix}$$

で表されるから、

$$[J_{f^0, \mu}]^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix}$$

となる。ここで

$$\mathbf{B}_{11} = \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1}$$

$$[\mathbf{I} - \Lambda^{0T} [\Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1} \Lambda^{0T}]^{-1} \cdot \Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1}]$$

$$\mathbf{B}_{12} = \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1} \Lambda^{0T} [\Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1} \Lambda^{0T}]^{-1}$$

$$\mathbf{B}_{21} = -[\Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1} \Lambda^{0T}]^{-1} \Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1}$$

$$\mathbf{B}_{22} = [\Lambda^0 \nabla_{f^0} t'(f^*, 0)^{-1} \Lambda^{0T}]^{-1}$$

である。

・ $\varepsilon = 0$ での ε についてのヤコビアン行列は

$$J_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} t'(f^*, 0) \\ -\nabla_{\varepsilon} q(0) \end{bmatrix}$$

となるから、下位問題の摂動パラメータに関する解ベクトルの勾配は以下で表される。

$$\begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} f \\ \nabla_{\varepsilon} \mu \end{bmatrix} = J_{f^*, \mu}^{-1} \cdot J_{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_{11} & \mathbf{B}_{12} \\ \mathbf{B}_{21} & \mathbf{B}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\nabla_{\varepsilon} t'(\mathbf{f}^*, 0) \\ \nabla_{\varepsilon} q(0) \end{bmatrix}$$

3) 上位問題の目的関数の摂動パラメータ ε に対する勾配は以下ようになる。

$$\nabla F(\varepsilon) = \nabla_{\varepsilon} F(\varepsilon) + [\nabla_{\mathbf{f}} F(\varepsilon), \nabla_{\mu} F(\varepsilon)] \cdot \begin{bmatrix} \nabla_{\varepsilon} \mathbf{f} \\ \nabla_{\varepsilon} \mu \end{bmatrix}$$

これをリンク交通量を変数として表現すると

$$\nabla_{\mathbf{f}} t'(\mathbf{f}^*, 0) = \Delta^{0T} \cdot \nabla_{\mathbf{x}} t(\mathbf{x}^*, 0) \Delta^0$$

であり、 $\nabla_{\varepsilon} f = \Delta^{0T} \cdot \nabla_{\varepsilon} x$ であるから

$$\nabla_{\varepsilon} t'(\mathbf{f}^*, 0) = \Delta^{0T} \cdot \nabla_{\varepsilon} t(\mathbf{x}^*, 0)$$

が成立する。

逆解析の上位問題は、観測リンクにおける観測交通量と推定交通量との残差平方和最小化であり、その目的関数

$$F(\varepsilon) = \sum_{a \in A} \left\{ \bar{x}_a - x_a \right\}^2 = \sum_{a \in A} \left\{ \bar{x}_a - \sum_{k \in K_a} \sum_{r \in \Omega} \delta_{a,k}^{r\alpha} \cdot f_k^{r\alpha} \right\}^2$$

をパスフロー、および摂動パラメータで微分する。まず、パスフローによる微分は、

$$\nabla_{\mathbf{f}} F(\varepsilon) = 2 \sum_{a \in A} (\bar{x}_a - \delta_{a,k}^{r\alpha})$$

となる。一方、リンクパフォーマンス関数は BPR 型で定義しているので、

$$x_a = C_a \cdot \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{\alpha \cdot t_{a0}} \right)^{1/\beta}$$

であるから、摂動パラメータによる微分は

$$\nabla_{\alpha} F(\varepsilon) = \sum_{a \in A} \frac{C_a}{\beta} \cdot \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{t_{a0}} \right)^{1/\beta} \cdot \left\{ \bar{x}_a \cdot \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{(1+\beta)/\beta} - C_a \cdot \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{t_{a0}} \right)^{1/\beta} \cdot \left(\frac{1}{\alpha} \right)^{(2+\beta)/\beta} \right\}$$

$$\nabla_{\beta} F(\varepsilon) = \sum_{a \in A} \frac{2C_a}{\beta^2} \cdot \ln \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{\alpha \cdot t_{a0}} \right) \cdot \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{\alpha \cdot t_{a0}} \right)^{1/\beta} \cdot \left\{ \bar{x}_a - C_a \cdot \left(\frac{t_a(x_a) - t_{a0}}{\alpha \cdot t_{a0}} \right)^{1/\beta} \right\}$$

となる。このとき、BPR 型リンクコスト関数のリンクフロー、および摂動パラメータによる微分は以下となる。

$$\frac{\partial t_a(x_a)}{\partial x_a} = t_{a0} \cdot \alpha \cdot \beta \cdot x_a^{\beta-1} \cdot \left(\frac{1}{C_a} \right)^{\beta}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_a(x_a)}{\partial \alpha} &= t_{a0} \cdot \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^{\beta} \\ \frac{\partial t_a(x_a)}{\partial \beta} &= t_{a0} \cdot \alpha \cdot \left(\frac{x_a}{C_a} \right)^{\beta} \cdot \ln \left(\frac{x_a}{C_a} \right) \end{aligned}$$

パラメータの逆推定計算アルゴリズムは下記のとおりである。

Step-1: 初期値 $\varepsilon^{(0)} = (\alpha^{(0)}, \beta^{(0)})$ を設定し、下位問題の等時間原則に従う均衡配分を行い上位問題の目的関数値 $F^{(0)}(\varepsilon^{(0)})$ を計算する。ここで、 $k=0$ とする。

Step-2: 非線形感度分析を用いて、上位問題の目的関数の最急降下方向 $d^{(k)} = -\nabla F^{(k)}(\varepsilon^{(k)})$ を決定する。降下方向がなければ計算終了。

Step-3: 実行可能解を更新する。

$$\varepsilon^{(k+1)} = \varepsilon^{(k)} + a \cdot d^{(k)}$$

ここでの a はステップサイズを表す。

Step-4: $\varepsilon^{(k+1)}$ に対して下位問題を解き均衡リンクフローを求め、目的関数 $F^{(k+1)}(\varepsilon^{(k+1)})$ を計算する。

Step-5: $F^{(k+1)} < F^{(k)}$ なら、ステップサイズを $a = a \cdot \delta_1$ で更新して、Step-4 へ。ここで、 δ_1 は $0 \leq \delta_1 \leq 1$ なる適当な正の定数である。

Step-6: $a > \delta_2$ なら、 $k = k+1$ として Step-3 へ。そうでないときは計算を終了する。 δ_2 は収束判定基準となる極微小な正の定数である。

参考文献

- 1) 溝上章志, 本田秀太: 多種流確率均衡配分理論を用いた VICS 情報の利用率の予測と効果計測の方法, 土木学会論文集, No.709/IV-56, pp.105-115, 2002.
- 2) 土木工学における逆問題入門, 土木学会, 2000.
- 3) 高山純一: リンクフロー観測値に基づいた道路網交通需要分析モデルに関する方法論的研究, 京都大学学位論文, 1988.
- 4) 松本幸正, 藤田素弘, 松井 寛: 断面交通量に基づく休日 OD 交通量の推計手法に関する研究, 土木学会論文集, No.458/IV-18, pp.7-16, 1993.
- 5) 溝上章志, 竹隈史明: 交通ネットワーク分析を用いた道路交通情報提供システム導入効果の評価, 土木計画学研究・論文集, Vol.20, pp.931-938, 2003.
- 6) 溝上章志, 松井寛: Fisk 型確率均衡配分モデルの未知パラメータ θ の推定に関する一手法, 交通工学, Vol.28, No.2, pp.21-29, 1993.
- 7) 桑原雅夫: 交通量配分手法の実証的検討, 交通工学, Vol.23, No.2, pp.17-25, 1988.
- 8) 宮下 等, 朝倉康夫, 柏谷増男: 利用者均衡モデルの

- パラメータ推定法とその検証, 土木計画学研究・講演集, No.21(2), pp.753-756, 1998.
- 9) Tobin,R.L.and Friesz,T.L.: Sensitivity Analysis for Equilibrium Network Flow, *Transpn Sci.* 22, pp.242-250, 1988.
- 10) Yang,H.and Yagar,S.: Traffic Assignment and Traffic Control in General Freeway-Arterial Corridor Systems, *Transpn., Res.-B*, Vol.28B, No.6, pp.463-486, 1994.
- 11) Yang,H.: Heuristic Algorithms for The Bilevel Origin-Destination Matrix Estimation Problem, *Transpn.Res.-B*, Vol.29B, No.4, pp.231-242, 1995.
- 12) Yang,H.: Sensitivity Analysis for The Elastic-Demand Network Equilibrium Problem with Applications, *Transpn.Res.-B*, Vol.31, No.1, pp.55-70, 1997.
- 13) 宮城俊彦, 鈴木崇児: 非線形感度分析を用いたラムゼイ価格均衡モデルの計算手法, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp.527-534, 1998.
- 14) 西谷仁志, 朝倉康夫・柏谷増男: 交通量配分に用いる走行時間関数のパラメータ推定と影響分析, 土木計画学研究・講演集, No.14(1), pp.315-322, 1991.
- 15) 溝上章志, 松井 寛, 可知 寛: 日交通量配分に用いるリンクコスト関数の開発, 土木学会論文集, No.401/IV-10, pp.99-107, 1989.
- 16) 松井 寛, 山田周治: 道路交通センサに基づくBPR関数の設定, *交通工学*, Vol.33, No.16, pp.9-16, 1998.
- 17) 土木学会: 道路交通需要予測の理論と適用(第I編): 利用者均衡配分の適用に向けて, 丸善, 2003.
- 18) Clark,S.D. and Watling, D.P.: Sensitivity Analysis of the Stochastic User Equilibrium assignment Model, *Transpn. Res.-B*, Vol.36, pp.617-635, 2002.
- 19) Patriksson,M. and Rockafellar,R.T.: A Mathematical Model and Descent Algorithm for Bilevel Traffic Management, *Transpn Sci.* 36, No.3, pp.271-291, 2002.

(2004.1.13 受付)

INVERSE-ESTIMATION OF THE UNKNOWN PARAMETER OF THE COMPOSITION MODEL USING OBSERVED TRAFFIC

Shoshi MIZOKAMI and Fumiaki TAKEKUMA

This paper proposes a method of inverse-estimating the unknown parameters of the composition model which composed of integrated network equilibrium model using observed traffic. A bi-level optimization problem is built in order to estimate unknown parameters of the [MSUE/ATIS-Demand] model and link cost function. It is proved that a bi-level optimization problem can be efficiently calculated by nonlinear sensitivity analysis. The following results about the estimation of the unknown parameters are found: (1) there is an effective setting method for a set of observed links; (2) it is possible to improve precision of estimate by making the observation error small.