土木学会論文集 No. 772/IV-65, 67-77, 2004. 10

旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡モデル

中山晶一朗[1]・高山純一[2]・長尾一輝[3]・笠嶋崇弘[4]

[1]正会員 博(工) 金沢大学大学院自然科学研究科・助手(〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20)
[2]正会員 工博 金沢大学大学院自然科学研究科・教授(同上)
[3]学生会員 金沢大学大学院自然科学研究科・学生(同上)
[4]福井県(〒910-8580 福井市大手 3-17-1)

人々が移動する場合，単に所要時間(旅行時間)が短いだけでなく，確実に到着出来ることを求めていることが多く，交通計画や交通管制等の際，単に旅行時間だけでなく，その不確実性等を評価することが不可欠である．しかし，確率的利用者均衡は経路選択に確率的効用理論(ランダム効用理論)を用いているだけであり，ワードロップ均衡と同様に配分される交通量や旅行時間は確定的である．以上のように従来の均衡モデルでは，交通ネットワークの不確実性や時間信頼性を十分に評価することは出来ないことが分かる．そこで，本研究では，交通ネットワークの不確実性や時間信頼性の評価等に必要となる，交通量及び旅行時間が確率分布であるネットワーク均衡モデルを定式化する．そして，そのモデルを金沢市の道路ネットワークに適用し，現況再現性やモデルの妥当性について検討する．

Key Words: *uncertainty, travel time reliability, traffic network equilibrium*

1. はじめに

日々の交通行動の中で，通勤や業務など到着制約のあるトリップは多く，また，緊急車両などは一刻を争い，単に早く目的地に到着できるだけでなく，どれほど「確実」に目的地に到着できるのかが，近年ますます求められている．また，ITS や VICS 等を含め情報提供は状況が不確実な場合にこそ意味があり，その効果を分析するためには，道路ネットワークの不確実性を的確に計測・評価することが不可欠であると言えよう．以上のように交通ネットワークに対して，旅行時間(所要時間)の値そのものだけでなく，そのばらつきもしくは分散がどれほどあるのかを把握することは極めて重要なことと言える．

交通ネットワークの状態は日々変動しており，それを確率的に捉えることは一つの重要なアプローチであろう．当然のことながら，モデルの操作性や理論展開のために，このような(確率的な性質も持つと考えられる)交通ネットワークを確定的に扱うこともまた重要であり，これまで交通ネットワーク均衡は，基本的に確定的なアプローチにて発展してきたと言える．しかし，確率的な取り扱いや確率的なモデルによってのみ解明することが出来る交通ネットワークの性質も多数存在するであろうし，また，上で述べたように，実用的にも必要な不確実性の考慮も確率的アプローチによって可能になる．さらに，交通行動分析で見られるように，確率・統計理論を援用することによって，均衡モデルにおけるパラメータ推定，モデル選択等が可能となるなど，交通ネットワークの確率的な取り扱いによる有益性は極めて高いと考えられ，それは，交通ネットワーク分析において，一つの重要なアプローチであろう．そこで，本研究では，交通ネットワークを確率的に扱う，具体的には，経路選択が確率的に行われると仮定した確率的交通ネットワーク均衡を提案する．

交通ネットワークの分析としては，従来からワードロップ均衡モデル [1)]や確率的利用者均衡モデル [2),3)]が用いられてきた．確率的利用者均衡はランダム効用理論に基づいた経路選択による交通ネットワーク均衡である．しかし，その確率的利用者均衡という名称に反し，確定的な交通量および旅行時間を求めるものであり，交通量や旅行時間を陽に確率的には取り扱っていない．ただ，ランダム効用理論による経路選択を用いているため，経路選択の段階での知覚旅行時間のみを確率的に取り扱っているだけであり，交通量は算出された選択確率の割合に応じて確定的に配分されている．したがって，交通量および旅行時間(知覚ではなく，ネットワーク上の実旅行時間)は確定的である．また，経路選択の際のランダム項は，経路の長さにかかわらずその分散は変化しないため[1]，それが旅行時

間の不確実性を表していると解釈することには，論理・理論的には問題があると言える．そのランダム項は，人間の知覚誤差などと解釈されるべきものであろう[4),5)]．以上のように確率的利用者均衡は，旅行時間の不確実性を考慮した交通量配分を行うものではないと考えられる[4),5),6)]．

次節で詳しく述べるが，以上の問題意識から，小林の合理的期待均衡モデル[6)]やWatlingの二次確率ネットワーク均衡モデル(second order stochastic network equilibrium model)[4)]をはじめとして，これまでにいくつかの交通量を確率的に扱った交通ネットワーク均衡モデルが提案されている．これまでの研究では，現実ネットワークへの適用を前提とした一意な均衡解を持つモデルは少ない．現実のネットワークの適用を考えると，一意な均衡解を持つモデルを提案することは極めて重要と考えられる．旅行時間・交通量が確率的になる要因は様々考えられるが，本研究では，確率的な経路選択に起因する確率的な交通量や旅行時間を持つ交通ネットワーク均衡モデルを，最適化問題として，定式化する．そして，解の一意性を示し，さらに，そのモデルを金沢市の道路ネットワークに適用し，モデルの妥当性や現況再現性について検討する．

2. 既往研究

確率的利用者均衡に関しては，前節で述べた通りであるが，これまでに旅行時間の不確実性を考慮した均衡に関する研究がいくつか存在する．

MirchandaniとSoroush[7)]は，リンクの走行時間関数としてBPR関数を採用し，その自由走行時間が確率的に変動した場合の確率的利用者均衡について分析を行っている．

Chen et al.[8)]は，容量信頼性(Capacity Reliability)の観点から，リンク容量が確率変動した場合の均衡について考察している．また，Arnott et al.[9)]も容量が確率変動する場合の確率的利用者均衡について触れている．

CascettaおよびCanterella[10),11)]は，マルコフ連鎖を用いた動的モデルを構築しているが，その定常状態は確率的フローを持つ均衡であると解釈でき，旅行時間の不確実性を考慮した均衡分析に応用できる可能性があると言える．

小林[6)]は，合理的期待仮説[12),13)]に基づいた交通ネットワーク均衡を提案している．この均衡では，道路利用者の期待・認知する旅行時間分布と実際の旅行時間分布が一致していることが特徴である．このように小林の合理的期待均衡は，旅行時間は確率分布として取り扱われており，旅行時間の不確実性を考慮した均衡と考えられる．小林のモデルでは，均衡へ至るプロセス等も解明されており[14)]，また，ゲーム理論との整合性も図られている．そして，道路利用者の期待(認知)を陽に取り扱っており，行動論的基礎から精緻にモデル化されていることが特長と言えよう．しかし，現段階では，単純ネットワークへの適用に留まり，一般ネットワークへの適用までには至っていないようである．

Watling[4)]は，確率的利用者均衡を経路選択確率の通りに確率的に交通量を配分するモデルに発展させている．ただし，WatlingのモデルはA，一つのODペアのみのネットワークでは解の一意性が保証されているが，それ以外の一般的なネットワークでは，解の一意性が保証されないという問題を持つ．そのため，Watlingは解の範囲を解析的に導出している．

本研究では，経路選択を確率的に行い，交通量および旅行時間が確率変数である均衡モデルを構築するが，実用ネットワークに適用可能性を重視し，道路利用者の行動論的基礎を深めることには目的を置かず，ワードロップ均衡を拡張することによりモデルを構築する．

3. 基本概念

(1)確率的経路選択

本研究では，道路利用者は確率的に経路を選択すると仮定する．例えば，経路1を0.3，経路2を0.2，経路3を0.5など各経路を選択する確率を持ち，その確率に従って経路を選択するというものである．なお，確定的に経路を選択すること，つまり，ある一つの経路のみを常に選択することは，ある経路を選択する確率は1であり，他の経路を選択する確率は0であると考えることができ，確率的経路選択の特殊形であるともみなせる．しかし，本研究では，このような確定的な経路選択は取り扱わず，全員が確率的に経路を選択すると仮定する．

実際に人間が確率的に経路を選択しているのかは議論の余地はあるが，全員が毎回固定的に同じ経路を選択しているとも考えにくく，確率的に経路選択を行う道路利用者も存在すると考えられる．確率的な経路選択を行う道路利用者がいくらかでも存在するならば，交通量・旅行時間は確率的になるため，本研究では，そのような確率的な状態をモデル化するために，便宜的に全員が確率的に経路選択を行うと仮定してモデルを構築する．当然のことながら，確定的経路選択と確率的な経路選択との混在を仮定することもできる．本研究では，出来るだけ簡単に理論を進めるために，全員確率的に経路選択を行うと仮定する．これは次項(次副節 (2)交通量の確率性)で述べる道路利用者の同質性の仮定とも対応している．

以上のように，本研究では，経路選択は確率的に行われることから理論・モデル構築を出発させている．繰り返しになるが，このように確率的な経路選択が行われることにより，ネットワークの状態(交通量・旅行時間)も確

率的なものとなる．このような確率的な取り扱いは，例えば交通ネットワークモデルでの最尤推定法によるパラメータ推定[15]やモデル選択など，確率・統計分野での研究蓄積を交通ネットワーク分析に取り入れることに大いに役立つと考えられる．したがって，本研究では，敢えて全員が確率的に経路選択を行うと仮定する．なお，この仮定の妥当性に関しては，今後の実態分析等による検証が必要であることは言うまでもない．

(2)交通量の確率性

ODペア $i\,(i=1,2,\ldots,I)$ の道路利用者（交通需要）が N^i 人であるとする（$N=\sum_i N^i$）．また，ODペア i の利用者が経路 $k\,(k=1,2,\ldots,K^i)$ を選択する確率を p_k^i とする（$K=\sum_i K^i$）．なお，この時，ODペア i の各利用者は経路選択確率ベクトル $(p_1^i,p_2^i,\ldots,p_{K^i}^i)$ を持ち，その確率に従って，経路を確率的に選択すると仮定する．ただし，$\sum_k p_k^i=1$ である．そして，道路利用者は全く同質である，すなわち，同じODペアの利用者の経路選択確率は同じであると仮定する．このように道路利用者の同質性（経路選択確率の同一性）を仮定すると，極めて特殊な場合を除き，以下で述べる均衡成立時には，確定的な経路選択（ある一つの経路の選択確率が1で他の経路は0となる経路選択）は排除されることになると考えられる[2]．なぜならば，確定的な経路選択において均衡が成立するためには，一般に，同一ODの道路利用者は複数の経路に分かれてトリップを行う必要があると考えられるからである．これは上で述べた同質性（経路選択確率の同一性）の仮定に反することになる．

ODペア i の道路利用者 N^i 人が経路 k を選択する確率は p_k^i であるため，ODペア i の利用者 N^i 人の中で経路 k を選択する人数，つまり，（ODペア i の）経路 k の交通量 f_k^i は，二項分布 $\mathrm{Bin}(N^i,\,p_k^i)$ に従う．ただし，$\mathrm{Bin}(N^i,\,p_k^i)$ は，事象が生じる確率が p_k^i で，試行が N^i 回行われる場合のその事象の発生回数が従う二項分布を意味する．このように（経路）交通量を二項分布として捉えられることは，Sheffi[16]・小林[6]・中山[17]・Watling[4]等でも指摘されている．経路が3つ以上存在する場合は多項分布として経路交通量を扱うことも可能であるが，以下に述べるように，経路交通量が二項分布に従うということは経路が多数存在する場合にも当てはまる．ODペア i の各経路の交通量が $(f_1,f_2,\ldots,f_K)$ である確率，つまり，K^i 本の経路の交通量の同時確率は，$(N^i!/f_1!\,f_2!\cdots f_{K^i}!)(p_1^i)^{f_1}(p_2^i)^{f_2}\cdots(p_{K^i}^i)^{f_{K^i}}$ となる（ただし，ここでは，f のODペアを意味する添え字 i は省略している）．しかし，たとえ経路が3つ以上ある場合であっても，そのうちのある一つの経路交通量，経路 k（のみ）の交通量 f_k だけに着目した場合，それは二項分布に従う．経路 k を選択するのか，しないのか，のバイナリーチョイス（二項選択）と考えても何ら矛盾が生じることはないからである．また，経路 k の交通量の周辺確率関数を考えてもそれは明らかである．

(3)均衡概念

ワードロップ均衡の基本的な考え方は，利用される経路の旅行時間は皆等しく，利用されない経路の旅行時間よりも小さいかせいぜい等しいというものである[1]．本研究のように，交通量および旅行時間が確率変数である場合に，このワードロップ均衡の考え方を適用すると，

利用される経路の「期待旅行時間」は皆等しく，利用されない経路の「期待旅行時間」よりも小さいかせいぜい等しい

というものになる．交通量・旅行時間が確率変数の場合にこのような均衡を考えることは極めて自然であると考えられる．これが本均衡モデルの基本的な考え方である．このような均衡概念そのものに関してはこれまでにも指摘されている[17),18),19),20]．この際，期待旅行時間の代わりに経路の効用の期待値や一般化費用の期待値を用いることも当然可能となる．そして，効用関数に旅行時間の分散（標準偏差）に関する項を含めることにより，リスク態度を考慮することも可能である．たとえば，期待効用 $V=\mathrm{E}[T]+\kappa\mathrm{Var}[T]$ とし，期待効用 V に関して，上の拡張ワードロップ均衡条件を適用することなどである．ただし，$\mathrm{E}[T]$ は旅行時間の期待値，$\mathrm{Var}[T]$ は旅行時間の分散，κ はパラメータである．パラメータ κ が正あればリスク回避，負であればリスク選好と考えることができる．ただし，本稿では，できるだけ単純に理論を展開するために，リスク中立とするとともに，料金等も含む一般費用も取り扱わない．

本研究では，上述のように，ワードロップ均衡を拡張した上の均衡を提案し，それに基づいた均衡モデルを構築することを目的とする．本来ならば，その均衡の成立要件や前提，ミクロ的（行動論）な意味付けの議論を行う必要があるが，本稿では，行動論的意味付けよりも，実ネットワークで利用可能な確率ネットワークモデルの構築を重視する．なお，本研究のモデルはワードロップ均衡の拡張したものであるため，その妥当性等はワードロップ均衡と同程度のものと位置づけることが出来る．

4. 確率的な交通量・旅行時間

(1)経路交通量・リンク交通量[3]

前節で述べたが，ODペア i の道路利用者が経路 k

を確率 p_k^i で選択すると，ODペア i の利用者 N^i 人の中で経路 k を選択する人数は二項分布 $\mathrm{Bin}(N^i, p_k^i)$ に従う．この経路 k の交通量を（二項分布に従う）確率変数 F_k^i と表すことにすると，リンク a (a = 1, 2,..., A) の交通量の確率変数 X_a は経路交通量の確率変数 F_k^i の和となる．つまり，

$$X_a = \sum_i \sum_k \delta_{a\,k}^{\,i} \cdot F_k^i \tag{1}$$

である．ただし，$\delta_{a\,k}^{\,i}$ はリンクと経路の接続変数であり，リンク a が OD ペア i の経路 k に含まれている場合は 1 であり，含まれていない場合は 0 になる変数である．しかし，式 (1) での F_k^i は必ずしも互いに独立ではない．異なる OD ペアの経路交通量は互いに独立であるが，同じODペアでの経路交通量の確率変数は一般に独立ではない．既に述べたが，同一 OD ペアの経路交通量の同時確率は多項分布と捉えることもできる．この時，多項分布の性質からも分かるように，同一 OD ペアの経路交通量は独立ではない．OD ペア i の経路 k と経路 k' の交通量の共分散は $-N^i \cdot p_k^i \cdot p_{k'}^i$ であり，経路 k の交通量が増加すれば経路 k' の交通量は減少することが分かる．

確率論的には，独立な確率変数の和の方が取り扱いが容易であるため，リンク交通量を以下のように考えることにする．OD ペア i の利用者（N^i 人）がリンク a を走行する確率を p_a^i とすると，$p_a^i = \sum_k \delta_{a\,k}^{\,i} \cdot p_k^i$ である．この OD ペア i の利用者 N^i 人のうちリンク a を走行する人数（交通量）の確率変数，つまりリンク a の交通量の確率変数を X_a^i とする．この X_a^i は，明らかに経路交通量と同様に二項分布 $\mathrm{Bin}(N^i, p_a^i)$ に従う．また，異なる OD ペア i および OD ペア i' のそれぞれのリンク a を走行する人数の確率変数 X_a^i, $X_a^{i'}$ は互いに独立である．したがって，リンク a の交通量 X_a は以下の式のような互いに独立な二項変数の和として表される．

$$X_a = \sum_i X_a^i \tag{2}$$

しかしながら，正規分布やポアソン分布と異なり，一般に独立な二項分布の和は二項分布に従うとは限らない．したがって，経路交通量は二項分布に従うが，リンク交通量は必ずしも二項分布に従うとは限らない．

(2)期待旅行時間

リンク旅行時間の期待値は期待値の定義から以下の式のように表される．

$$\mathrm{E}[T_a] = \sum_{x_a^1=0}^{N^1} \cdots \sum_{x_a^i=0}^{N^i} \cdots \sum_{x_a^I=0}^{N^I} t_a\left(\sum_{i=1}^{I} x_a^i\right) \cdot \prod_{i=1}^{I} \Pr[x_a^i] \tag{3}$$

ここで，T_a (= $t_a(X_a)$) はリンク a の旅行時間の確率変数，$t_a(\cdot)$ はリンク a の旅行時間関数，$\Pr[x_a^i]$ はリンク a を走行する OD ペア i の交通量が x_a^i である確率である[4]．この $\Pr[x_a^i]$ は以下のように算出される．

$$\Pr[x_a^i] = {}_{N^i}C_{x_a^i} (p_a^i)^{x_a^i} (1-p_a^i)^{N^i - x_a^i} \tag{4}$$

式 (4) を式 (3) に代入してそのまま計算すると計算量が膨大になるが，積率母関数[21),22)]を用いると，計算量を大幅に減少させることが可能である．

本研究では，リンク走行時間がBPR関数に従うと仮定する．BPR関数は，通常，$t = t_f[1 + \alpha' (x/C)^\gamma]$ などと記載される．ただし，t は旅行時間，x は交通量，t_f は自由走行時間，C は交通容量，α', γ は正のパラメータである．しかし，本稿の 4 節から 6 節まででは，それを単純化させ，$\alpha + \beta \cdot x^\gamma$ のように記載することとする．つまり，リンク a の旅行時間 t_a は $\alpha + \beta \cdot (x_a)^\gamma$ で表される．ただし，x_a はリンク a の交通量，α, β, γ は正のパラメータである．この時，期待リンク旅行時間は $\mathrm{E}[\alpha + \beta \cdot (X_a)^\gamma]$ であり，それを求めるためには $\mathrm{E}[(X_a)^\gamma]$ を計算する必要がある．ここで，$\mathrm{E}[\cdot]$ は期待値である．$\mathrm{E}[(X_a)^\gamma]$ の計算に積率母関数を用いることができる．

積率母関数 $M(s)$ は $\mathrm{E}[e^{sX}]$ で定義されるものであり，確率変数の γ 乗の期待値 $\mathrm{E}[X^\gamma]$ は $d^\gamma M(s)/ds^\gamma\big|_{s=0}$ として計算される[21),22)]．BPR関数の場合，リンク旅行時間の期待値 $\mathrm{E}[T_a]$ は以下の式となる．

$$\mathrm{E}[T_a] = \alpha + \beta \cdot \left.\frac{d^\gamma M_a(s)}{ds^\gamma}\right|_{s=0} \tag{5}$$

なお，$M_a(s)$ はリンク a の交通量の積率母関数である．

式 (2) で示したように，リンク a の交通量は独立な二項変数の和である．独立な確率変数の和の積率母関数はそれぞれの確率変数の積率母関数の積である[21),22)]．したがって，独立な確率変数の和である X_a の積率母関数 $M_a(s)$ は以下の通りとなる．

$$M_a(s) = \prod_i M_a^i(s) \tag{6}$$

ここで，$M_a^i(s)$ は OD ペア i の利用者のうちリンク a を走行する人数 X_a^i の積率母関数である．既に述べたように X_a^i は二項分布に従うため，二項分布の積率母関数である $M_a^i(s)$ は $(p_a^i \cdot e^s + 1 - p_a^i)^{N^i}$ となる．以上で述べたことを用いると，リンク旅行時間の期待値を計算することが出来る．

経路旅行時間の期待値は以下の通りである．

$$\mathrm{E}[T_k^i] = \sum_a \delta_{a\,k}^{\,i} \cdot \mathrm{E}[T_a] \tag{7}$$

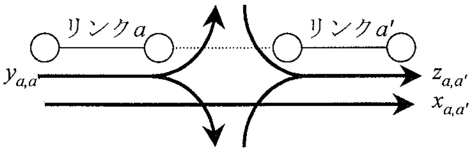

図-1 旅行時間の共分散算出ための交通量分解

ここで，T_k^i は OD ペア i の経路 k の旅行時間の確率変数である．

(3)旅行時間の分散･共分散

リンク旅行時間の分散 $\mathrm{Var}[T_a]$ は以下のようになる．

$$\mathrm{Var}[T_a] = \mathrm{E}[(T_a)^2] - (\mathrm{E}[T_a])^2 \tag{8}$$

リンク旅行時間が BPR 関数の場合，既に述べたリンク旅行時間の期待値と同様に，旅行時間の分散および共分散も積率母関数を用いて計算することができる．

ここで，リンク交通量（間）の共分散を求めるために，図-1 のようにリンク a とリンク a' を通る交通量を分解する．OD ペア i の交通量のうちリンク a とリンク a' の両方を通る交通量を $x^i_{a,a'}$ とし，その確率変数を $X^i_{a,a'}$ とする．リンク a は通るが，リンク a' は通らない交通量を $y^i_{a,a'}$ とし，その確率変数を $Y^i_{a,a'}$ とする．逆にリンク a' は通るが，リンク a は通らない交通量を $z^i_{a,a'}$ とし，その確率変数を $Z^i_{a,a'}$ とする．ここで，$X_{a,a'}$ を $\sum_i X^i_{a,a'}$ とし，$Y_{a,a'}$ を $\sum_i Y^i_{a,a'}$ とし，$Z_{a,a'}$ を $\sum_i Z^i_{a,a'}$ とする．

この時，リンク a とリンク a' の旅行時間の共分散 $\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]$ は共分散の定義から次式のようになる．

$$\begin{aligned}\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}] &= \mathrm{E}[t_a(X_{a,a'} + Y_{a,a'}) \cdot t_{a'}(X_{a,a'} + Z_{a,a'})] \\ &\quad - \mathrm{E}[t_a(X_{a,a'} + Y_{a,a'})] \cdot \mathrm{E}[t_{a'}(X_{a,a'} + Z_{a,a'})]\end{aligned} \tag{9}$$

なお，$T_a = t_a(X_{a,a'} + Y_{a,a'})$, $T_{a'} = t_a(X_{a,a'} + Z_{a,a'})$ である．式(9) の右辺第 1 項 $\mathrm{E}[t_a(X_{a,a'} + Y_{a,a'}) \cdot t_{a'}(X_{a,a'} + Z_{a,a'})]$ は以下のように算出される．

$$\begin{aligned}&\sum_{x^1_{a,a'}=0}^{N^1} \cdots \sum_{x^I_{a,a'}=0}^{N^I} \sum_{y^1_{a,a'}=0}^{N^1} \cdots \sum_{y^I_{a,a'}=0}^{N^I} \sum_{z^1_{a,a'}=0}^{N^1} \cdots \sum_{z^I_{a,a'}=0}^{N^I} t_a\left(\sum_{i=1}^{I} x^i_{a,a'} + \sum_{i=1}^{I} y^i_{a,a'}\right) \cdot \\ &\qquad t_{a'}\left(\sum_{i=1}^{I} x^i_{a,a'} + \sum_{i=1}^{I} z^i_{a,a'}\right) \cdot \prod_{i=1}^{I} \Pr[x^i_{a,a'}, y^i_{a,a'}, z^i_{a,a'}]\end{aligned} \tag{10}$$

ただし，$\Pr[x^i_{a,a'}, y^i_{a,a'}, z^i_{a,a'}]$ は，リンク a とリンク a' の両方を通る，リンク a のみ通る，リンク a' のみ通る，いずれも通らない，の四項の多項分布（四項分布）の確率関数であり，以下のように算出される．

$$\begin{aligned}&\frac{N^i!}{x^i_{a,a'}!\,y^i_{a,a'}!\,z^i_{a,a'}!\,w^i_{a,a'}!}(p^i_{x_{a,a'}})^{x^i_{a,a'}} \cdot (p^i_{y_{a,a'}})^{y^i_{a,a'}} \cdot (p^i_{z_{a,a'}})^{z^i_{a,a'}} \cdot \\ &\qquad (1 - p^i_{x_{a,a'}} - p^i_{y_{a,a'}} - p^i_{z_{a,a'}})^{w^i_{a,a'}}\end{aligned} \tag{11}$$

ここで，$p^i_{x_{a,a'}}$ は OD ペア i の利用者（N^i 人）がリンク a とリンク a' の両方を走行する確率，$p^i_{y_{a,a'}}$ は OD ペア i の利用者がリンク a のみを走行する確率，$p^i_{z_{a,a'}}$ は OD ペア i の利用者がリンク a' のみを走行する確率である．また，$w_{a,a'}$ はリンク a とリンク a' の両方を通らない交通量であり，$w^i_{a,a'} = N^i - x^i_{a,a'} - y^i_{a,a'} - z^i_{a,a'}$ である．

旅行時間が BPR 関数に従う場合，リンク旅行時間の共分散 $\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]$ の式(9)は，$\mathrm{E}[(X_{a,a'})^l \cdot (Y_{a,a'})^m \cdot (Z_{a,a'})^n]$ $(0 \le l, m, n \le 2\gamma)$ で構成される．$\mathrm{E}[(X_{a,a'})^l \cdot (Y_{a,a'})^m \cdot (Z_{a,a'})^n]$ は多変数の積率母関数を用いて計算が可能となる．多変数の積率母関数の性質から，$\mathrm{E}[(X_{a,a'})^l \cdot (Y_{a,a'})^m \cdot (Z_{a,a'})^n]$ は $\partial^{l+m+n} M_{a,a'}(s,t,u) / \partial s^l \partial t^m \partial u^n |_{s,t,u=0}$ と計算できることが知られており [22]，これを用いると，共分散 $\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]$ を算出することが可能となる．ただし，$M_{a,a'}(s,t,u)$ は $X_{a,a'}$, $Y_{a,a'}$, $Z_{a,a'}$ の積率母関数である．

OD ペア i（のみ）の $X^i_{a,a'}, Y^i_{a,a'}, Z^i_{a,a'}$ の四項分布の積率母関数 $M^i_{a,a'}(s,t,u)$ は

$$(e^s \cdot p^i_x + e^t \cdot p^i_y + e^u \cdot p^i_z + 1 - p^i_x - p^i_y - p^i_z)^{N^i} \tag{12}$$

となる．ただし，x, y, z の添え字 a,a' および i を省略している．異なった OD ペアのリンク交通量は独立であるため，すべての OD ペアでの $X_{a,a'}$, $Y_{a,a'}$, $Z_{a,a'}$ の積率母関数 $M_{a,a'}(s,t,u)$ は $X^i_{a,a'}, Y^i_{a,a'}, Z^i_{a,a'}$ の四項分布の積率母関数 $M^i_{a,a'}(s,t,u)$ の積となり，以下の通りである．

$$M_{a,a'}(s,t,u) = \prod_i M^i_{a,a'}(s,t,u) \tag{13}$$

以上で述べたことを用いると，共分散 $\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]$ を求めることが出来る．そして，共分散 $\mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]$ が求まれば，経路旅行時間の分散 $\mathrm{Var}[T_k^i]$ は以下の式のように求めることが出来る．

$$\begin{aligned}\mathrm{Var}[T_k^i] &= \textstyle\sum_a \delta^i_{a\,k} \cdot \mathrm{Var}[T_a] \\ &\quad + \textstyle\sum_a \sum_{a',\, a \neq a'} \delta^i_{a\,k} \cdot \delta^i_{a'\,k} \cdot \mathrm{Cov}[T_a, T_{a'}]\end{aligned} \tag{14}$$

5. 経路交通量が二項分布のモデルの定式化

3 節で述べた均衡概念は以下のように定式化することが出来る．

$$\mathrm{E}[T_k^i] = \lambda^i \quad \text{if } p_k^i > 0 \qquad \forall i\,\forall k \tag{15}$$
$$\mathrm{E}[T_k^i] \geq \lambda^i \quad \text{if } p_k^i = 0 \qquad \forall i\,\forall k \tag{16}$$

ここで，λ^i はODペア i の最短の期待旅行時間である．

4節で述べたように経路交通量が二項分布に従う場合，上式は変分不等式問題，相補性問題，不動点問題として定式化することができる．変分不等式は以下の通りである．

$$\text{Determine } \mathbf{X}^* = (\mathbf{p}^*, \boldsymbol{\lambda}^*)$$
$$\text{Such that } \mathbf{F}[\mathbf{X}^*]\cdot(\mathbf{X} - \mathbf{X}^*) \geq 0 \qquad \forall \mathbf{X} \tag{17}$$

ここで，$\mathbf{F}[\mathbf{X}] = (\mathbf{E}[\mathbf{T}] - \boldsymbol{\Gamma}^t\boldsymbol{\lambda}, \boldsymbol{\Gamma}\mathbf{p} - \mathbf{I})$，$\mathbf{E}[\mathbf{T}]$ は経路の期待旅行時間ベクトル，$\mathbf{p}$ は期待経路交通量のベクトル，$\boldsymbol{\lambda}$ は経路の最短期待旅行時間のベクトル，$\boldsymbol{\Gamma}$ は経路とOD ペアの接続行列，$\mathbf{I}$ は単位ベクトルである．また，$\mathbf{x}\cdot\mathbf{y}$ はベクトルの内積を表し，t は転置である．

小林[6]や Watling[4] は，経路選択確率 $\mathbf{p}$ はロジットモデルにより与えている．本研究ではそれ自体を変数としており，それ故に，ワードロップ均衡の拡張として上のように定式化している．一方，Watling[4] は確率的利用者均衡の拡張としての定式化であると言える．なお，本研究の大きな特長は，次節で説明するように交通量をポアソン分布により近似することにより，一意な均衡解を持つ最適化問題として定式化できることである．

6. ポアソン分布によるモデル

(1)最適化問題

前節までに経路交通量が二項分布に従う確率的ネットワーク均衡の定式化を行った．リンクの期待旅行時間を求めるためには，式 (3) から直接求めるか，式 (5) のように積率母関数を用いて求めるか，などしなければならない．一般に二項分布の和は，正規分布やポアソン分布の場合と異なり，二項分布とはならない．その計算に積率母関数を用いたとしても，式 (6) から分かるように，リンク交通量の積率母関数は各ODペアでの積率母関数の積であり，多数の OD ペアを持つ大規模ネットワークであれば，その積率母関数は煩雑なものとなり，その計算時間は OD ペアとともに大幅に増加することが予想される．

二項分布はその選択確率が小さい場合，ポアソン分布で近似することができ [21),22)]，本節では二項分布の代わりにポアソン分布を用いた確率ネットワーク均衡の定式化を行う．独立なポアソン変数の和はポアソン変数であり，ポアソン分布で近似すれば，リンク交通量の積率母関数は複雑になることはなく，計算量を大幅に削減することができる．ポアソン分布の代わりに正規分布を使うことも当然可能であるが，ポアソン分布の場合よりも取り扱いが複雑になるため，それに関しては別の機会に発表したい [23)]．

上で述べたように二項分布をポアソン分布で近似できるのはその選択確率が小さい場合であるが，細街路も含んだ規模が大きい交通ネットワークの場合は OD 間の経路数は多くなり，一つの経路の選択確率は小さくなると考えられるため，ポアソン分布を適用することが可能となると思われる．また，前節までに数学的には交通量は二項分布に従うと説明したが，実際には交通量が二項分布に従っているかどうかは詳しく調査する必要があり，現段階ではポアソン分布に従っている可能性も否定することはできないと考えられる．

2節で述べたようにODペア i の交通需要が N^i であり，経路 k の選択確率が p_k^i である時，OD ペア i の経路交通量は二項分布 $\mathrm{Bin}(N^i, p_k^i)$ に従うため，経路交通量は平均（期待交通量）が $N^i\cdot p_k^i$ のポアソン分布により近似可能である．ここで，OD ペア i の経路 k の期待交通量（平均交通量） $N^i\cdot p_k^i$ を μ_k^i とおくと，$N^i = \sum_k \mu_k^i$, $N = \sum_i \sum_k \mu_k^i$ であり，リンク a の期待交通量 μ_a は $\sum_i \sum_k \delta_{a\,k}^{\,i}\cdot\mu_k^i$ である．独立なポアソン変数の和はポアソン変数であるため，リンク a の交通量の積率母関数は期待値が μ_a のポアソン分布の積率母関数であり，$\exp[-\mu_a\{1-\exp(s)\}]$ となる．リンク a の交通量の積率母関数から分かるように，その期待旅行時間 $\mathrm{E}[T_a]$ はリンクの平均交通量（期待交通量） μ_a （のみ）の関数となる．交通量がポアソン分布であり，旅行時間が BPR 関数に従う場合，リンク a の期待旅行時間は以下の式の通りである．

$$\mathrm{E}[T_a] = \alpha + \beta\cdot\left.\frac{d^\gamma\left[\exp\left(-\mu_a\{1-\exp(s)\}\right)\right]}{ds^\gamma}\right|_{s=0} \tag{18}$$

ここで，リンク a の期待旅行時間の関数を $g_a(\mu_a)$ ($= \mathrm{E}[T_a(\mu_a)]$) とおく．標準的に良く用いられる $\gamma = 4$ の BPR 関数 $t_a = \alpha + \beta\cdot(x_a)^4$ の場合，$g_a(\mu_a) = \alpha + \beta\mu_a(\mu_a^3 + 6\mu_a^2 + 7\mu_a + 1)$ となる．このように，期待旅行時間関数 $g_a(\mu_a)$ はそれほど煩雑な関数とはならないようである．また，この時，期待旅行時間 $g_a(\mu_a)$ は，通常の確定的な場合の旅行時間 $t_a(\mu_a)$ よりも常に $\beta\mu_a(6\mu_a^2 + 7\mu_a + 1)$ だけ大きくなっている．このように期待旅行時間が大きくなるのは，旅行時間関数 $t_a(\cdot)$ が狭義単調増加であるからである[5]．

ワードロップ均衡と比較すると，ポアソン分布を用いた均衡は，ワードロップ均衡での交通量が期待交通量，旅行時間が期待旅行時間，BPR 関数などの旅行時間関

数が期待旅行時間関数 $g_a(\mu_a)$ に置き換わったものと考えることができる．よって，ポアソン分布を用いた確率ネットワーク均衡はワードロップ均衡に酷似した以下の最適化問題として定式化できる．

$$\min . Z = \sum_a \int_0^{\mu_a} g_a(w)dw \tag{19}$$

subject to

$$N^i = \sum_k \mu_k^i \qquad \forall i \, \forall k \tag{20}$$

$$\mu_a = \sum_i \sum_k \delta_{a,k} \cdot \mu_k^i \qquad \forall i \, \forall k \, \forall a \tag{21}$$

$$\mu_a \geq 0, \mu_k^i \geq 0 \qquad \forall i \, \forall k \, \forall a \tag{22}$$

このようにポアソン分布を用いた確率ネットワーク均衡はワードロップ均衡に酷似した最適化問題として定式化することができ，フランク-ウォルフ法（Frank-Wolfe 法）などの通常の配分アルゴリズムによって計算することができる．

(2)解の一意性

上で述べたポアソン分布を用いた確率ネットワーク均衡の解の一意性について，ここで検討する．

旅行時間関数 $t_a(x_a)$ がそのリンクの交通量 x_a のみの関数であり，また，それがBPR関数などの（狭義）単調増加な関数であると仮定する．

上で述べた最適化問題の解が一意に存在するためには，目的関数である式 (19) が狭義の凸関数であればよく，そのためには期待旅行時間関数 $g_a(\mu_a)$ が狭義単調増加関数であればよい．制約条件は式 (20), (21), (22) であるから，実行可能領域には明らかに凸性があることが分かる．

平均が μ のポアソン分布に従う確率変数が j となる確率 $\Pr[j]$ は，$e^{-\mu}\mu^j/j!$ である．したがって，リンク a の交通量が，平均（期待値）が μ_a のポアソン分布の場合，リンク a の期待旅行時間関数 $g_a(\mu_a)$ は以下の式で表現される．

$$g_a(\mu_a) = \sum_{j=0}^{\infty} t_a(j) \cdot \frac{e^{-\mu_a} \cdot (\mu_a)^j}{j!} \tag{23}$$

期待旅行時間関数 $g_a(\mu_a)$ が単調増加関数か，どうか，を調べるため，$g_a(\mu_a)$ を μ_a で微分すると，

$$g'_a(\mu_a) = \sum_{j=0}^{\infty} t_a(j) \cdot \left[\frac{e^{-\mu_a} \cdot (\mu_a)^{j-1}}{(j-1)!} - \frac{e^{-\mu_a} \cdot (\mu_a)^j}{j!} \right] \tag{24}$$

となる．この式 (24) にポアソン分布の確率関数 $\Pr[j]$ を代入すると，$g'_a(\mu_a)$ は

$$\sum_{j=0}^{\infty} t_a(j) \cdot \{\Pr[j-1] - \Pr[j]\} \tag{25}$$

となる．そして，$\Pr[-1] = 0$ を式 (24) に代入し，整理すると，$g'_a(\mu_a)$ は

$$\sum_{j=0}^{\infty} \Pr[j] \cdot \{t_a(j+1) - t_a(j)\} > 0 \tag{26}$$

となる．旅行時間関数 $t_a(x_a)$ が狭義単調増加であると仮定しているため，$t_a(j+1) - t_a(j) > 0$ であり，また，$\Pr[j]$ は確率であり，$\Pr[j] > 0$ であるため，$g'_a(\mu_a)$ は正である．以上より，期待旅行時間関数（平均旅行時間関数）$g_a(\mu_a)$ は μ_a に関して狭義単調増加となる．したがって，式 (19) および式 (20), (21), (22) で表されるポアソン分布を用いた確率ネットワーク均衡は一意な解を持つことが分かる．

7. 本モデルの適用

前節で二項分布は経路数が多く，それぞれの選択確率が小さい場合にポアソン分布で近似可能であると述べた．本節では，まず，経路数と解（配分結果）の関係を調べるために，一つの OD ペアを複数の経路で接続する単純なネットワークで配分を行い，経路数とポアソン分布によるモデルおよび二項分布によるモデルの違いを検討する．次に，実際のネットワークに適用可能なポアソン分布を用いた均衡モデルを金沢市の道路ネットワークに適用し，その妥当性について考察する．

(1)単純ネットワークでの計算例

一つの OD ペアを 2 経路，4 経路，10 経路，20 経路で結ぶネットワークについて二項分布によるモデルとポアソン分布によるモデルで配分を行う．**図-2** がそれぞれのネットワークであり，それらをケース 1 からケース 4 とする．各ネットワークは経路特性が 2 種類の経路（経路特性 A，経路特性 B）から構成され，その 2 種類の特性の経路が同じ数だけネットワークに存在するものとする．交通需要は交通量が均等に流れた場合に各経路交通量が等しくなるように設定した．具体的には，交通需要は経路数×1250 である．旅行時間関数は標準的な BPR 関数 $t = t_f[1 + 0.15\,(x/C)^4]$ を用い，自由走行時間 t_f と交通容量 C は**表-1** の通りである．

ケース 2 からケース 4 では，同じ特性の経路が複数存在するが，全く同じ特性であり，同特性経路での配分される交通量も同じになるため，各経路特性について 1 経路の交通量のみを示すだけで十分である．**図-3** は，各

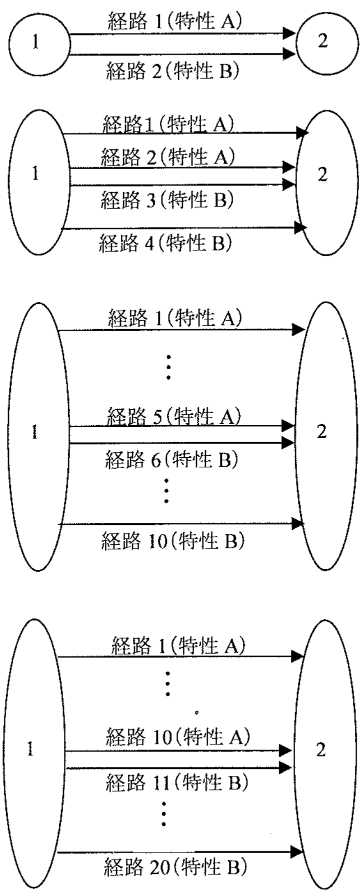

図-2 数値計算例のネットワーク図(上からケース 1, ケース 2, ケース 3, ケース 4)

表-1 旅行時間関数の設定

	自由走行時間(分)	交通容量(台)
特性 A の経路	10	1000
特性 B の経路	20	2000

ケースの各経路特性の交通量をまとめたものである.

図-3 から, 経路数が増加するにつれて, ポアソン分布によるモデルと二項分布によるモデルとの差が小さくなることが分かる. ただし, その残さは経路数の増加につれて逓減するようである. また, 経路数が 2 であるケース 1 であっても, 両者の違いは 0.93 程度であり, 配分された交通量と対比すると, その違いは約 1/1600 で, 10^{-4} のオーダーである. この結果は**図-2** で示した単純なネットワークでの結果に過ぎないが, ポアソン分布のモデルと二項分布のモデルの違いはそれほど大きくはないと推察することが可能である.

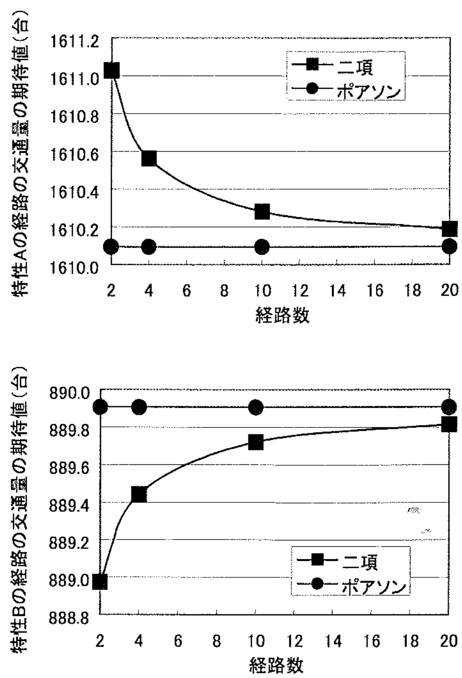

図-3 経路数と交通量の関係

(2)金沢道路ネットワークへの適用

実用ネットワークへ適用可能なポアソン分布を用いた均衡モデルを金沢市の道路ネットワークに適用し, その妥当性を調べる. **図-4** がその金沢道路ネットワークであり, ノード数が 140, リンク数が 467 である.

OD 交通量は平日の朝 7 時から 8 時のものであり, 平成 7 年の第 3 回パーソントリップ調査をもとに作成した. また, 旅行時間関数(BPR 関数)での自由走行時間 t_f および交通容量 C は, 制限速度, 車線数や車線幅をもとに設定した. また, 本稿では, BPR 関数のパラメータ設定に焦点を当てていないため, BPR 関数のパラメータは標準値を用いた. つまり, 旅行時間関数は, $t = t_f[1 + 0.15\ (x/C)^4]$ である. 旅行時間関数のパラメータを最適値に設定することで, 後述のモデル値と観測値との相関係数はより高くなると考えられる. なお, 計算は Frank-Wolfe 法を用いて行っている.

図-5 は実際のリンク交通量(リンク交通量の観測値)を横軸に, モデルから算出された期待リンク交通量を縦軸にとった各リンクの交通量の散布図である. また, 実際のリンク交通量とモデルから算出された期待リンク交通量との相関係数は, 従来のワードロップ均衡を用いたモデルでは 0.9158, 本研究のモデルでは 0.9164 である. 僅かながら, 本モデルの方が相関係数が高くなっている. **図-5** では多少の散らばりが見られるものの, 本研究のモデルにおいて相関係数は比較的高く, 前節で述べたポアソン分布を用いた均衡モデルの実際のネットワークの

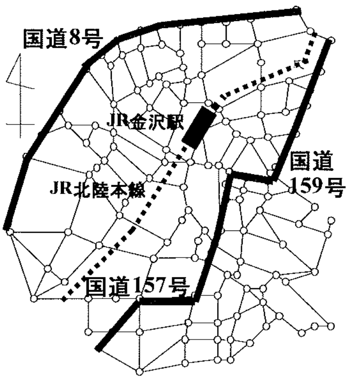

図-4 金沢道路ネットワーク図(縮尺 1/125000)

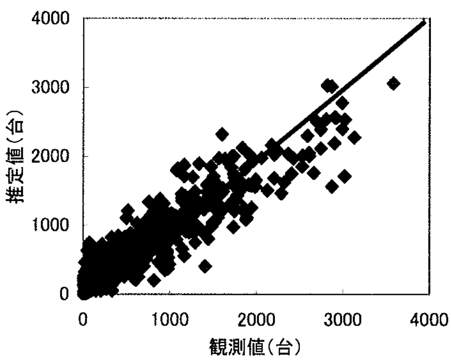

図-5 リンク交通量の散布図

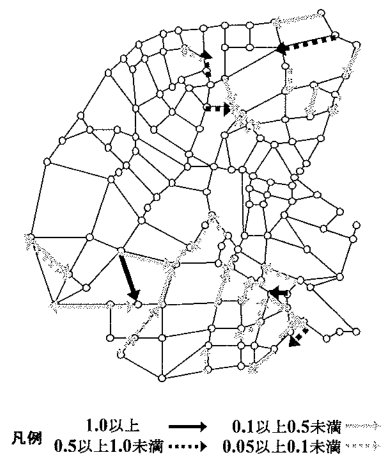

図-6 リンク旅行時間の分散が大きいリンク

適用可能性および妥当性は十分にあると考えられる.

本研究のモデルでは，リンクの交通量や旅行時間の期待値だけではなく分散(標準偏差)も求めることができる. 図-6 は，配分の結果，旅行時間の分散の値が大きいリンクを図示したものである. 旅行時間の分散が大きいことは旅行時間の信頼性が低いことと解釈でき，ここに挙げたリンクは今回の配分条件のもとで旅行時間の信頼性が低いリンクと考えることができる. ただし，既に述べたように，本研究で考慮している不確実の要因は経路選択の確率性のみであり，図-6 の旅行時間の分散は過小に評価されていると考えられる. OD 交通量の不確実性の考慮が今後必要であるが，本稿のモデルでもどのリンクで旅行時間の不確実性が高いか，低いかの相対的な評価を行うことは可能と思われる. また，現在のところ，適用ネットワークの旅行時間の分散のデータなく，本稿では，旅行時間の分散等が実際の値と合致しているのかを検討することができなかった. この点に関する再現性の検討も今後の課題である.

8. おわりに

経路選択を確率的に行う場合，経路交通量は二項分布に従うことになると考えられ，それに伴い旅行時間も確率的になる. 本研究では，経路交通量が二項分布であり，かつ，旅行時間が確率的なネットワーク均衡モデルを定式化した. そして，そのモデルを，ある程度以上規模の大きなネットワークに適用可能で実用的な，(リンクおよび経路の)交通量がポアソン分布の確率ネットワーク均衡モデルに発展させた. さらに，金沢市の道路ネットワークに後者の実用可能な均衡モデルを適用した. その結果，実際の交通量とモデルから得られた交通量との相関係数は 0.9164 であり，ポアソン分布を用いた均衡モデルの実際のネットワークの適用可能性は十分にあると考えられる.

本研究で示したモデルは，従来のワードロップ均衡や確率的利用者均衡とは異なり，交通量および旅行時間が確率分布を持ち，ネットワークの不確実性や時間信頼性を評価することを可能とするものである. このような確率的なネットワーク均衡モデルを構築したことは非常に意義深く，ネットワークの不確実性や時間信頼性の評価には不可欠と思われるが，それらを適切に評価するには以下に示すような課題を解決することが今後必要と思われる. 著者らが別の機会に発表する [23),24)]が，交通需要が不確実な場合に適用可能なモデルを構築することが必要であると考えられる. また，動的なモデルへの発展や確率的な OD 交通量を推定する方法を確立することが必要であろう. 道路利用者の学習等を含めた行動論基礎およびそれによる均衡成立のメカニズム等も今後の課題である.

謝辞:本研究は，科学研究費補助金 15760393（若手研究B，研究代表・中山晶一朗）の援助により行われているものである．また，査読過程にて，査読者から非常に有益な知見を得ることができた．以上に関し，ここで感謝の意を表します．

注

[1] 経路の長さにかかわらずその分散は変化しないという記述は，経路選択にロジットモデルを利用した場合を想定している．プロビットモデルを利用した場合，その対応は可能である．しかし，ある程度以上ネットワークの規模が大きい場合，プロビットモデルの適用は極めて困難である．

[2] 道路利用者の同質性を仮定しない場合，3.基本概念(3) 均衡概念 で述べた均衡は，多数存在すると考えられ，その一つは確定的な経路選択であるワードロップ均衡であると考えられる．この場合，多数の解のうち，どの均衡解が選ばれるかに関しては，詳細に検討する必要があるが，道路利用者が合理的であると考えると，ワードロップ均衡は最も妥当な均衡状態の一つと考えられる．

[3] 4 節では，交通量・旅行時間の確率分布について述べている．これらについては，既に Sheffi[16]・井川ら[25]・Watling[4]等で説明されているが，本研究の根幹に関する部分であるため，本稿でも再度まとめることとする．なお，本稿の 4 節では，これらの既存研究の内容に加えて，旅行時間の期待値，分散・共分散を積率母関数を用いて計算する方法を新たに紹介する．

[4] 通常，確率関数は $p_X(x)$ などと表記されることが多く，それに習うと $p_{X_a^i}(x)$ と表記されることが妥当である．しかし，本稿では，経路選択確率を p_k^i と表記しており，p という文字を既に使用している．混乱を避けるために，リンク a を走行する OD ペア i の交通量が x_a^i である確率を $\Pr[x_a^i]$ と表記することにした．本稿では，確率関数がその他に数回出てくるが，それらも同様に表記されている．

[5] 例えば，$t(x) = x^2$ とし，交通量の確率変数 X は 0.5 の確率で 0.0, 0.5 の確率で 1.0 の値をとるとする． X の期待値 $\bar{x}$ は 0.5 であり，$t(X)$ の期待値 $E[t(X)]$ は $(0\times0 + 1\times1)/2 = 0.5$ となる．一方，$t(\bar{x}) = 0.25$ である．このように，旅行時間関数が狭義単調増加の場合，$E[t(X)] > t(\bar{x})$ $(= t(E[X]))$ となる．

参考文献

1) Wardrop, J.G.: Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part II, Vol. 1, pp.325-378, 1952.
2) Daganzo, C. F. and Sheffi, Y.: On Stochastic Model of Traffic Assignment, *Transportation Science*, Vol. 11, pp. 253-274, 1977.
3) Fisk, C.: Some Developments in Equilibrium Traffic Assignment, *Transportation Research*, Vol. 14B, pp. 243-255, 1980.
4) Watling, D.: A Second Order Stochastic Network Equilibrium Model, I: Theoretical Foundation, *Transportation Science*, Vol. 36(2), pp. 149-166, 2002.
5) Hazelton, M.H.: Some Remarks on Stochastic User Equilibrium, *Transportation Research*, Vol. 32B, pp. 101-108, 1998.
6) 小林潔司：不完備情報下における交通均衡に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 8，pp. 81-88，1990.
7) Mirchandani, P. and Soroush, H.: Generalized Traffic Equilibrium with Probabilistic Travel Times and Perceptions, *Transportation Science*, Vol. 21, pp. 133-152, 1987.
8) Chen, A., Yang, H., Lo, H.K. and Tang, W.H.: Capacity Reliability of a Road Network: An Assessment Methodology and Numerical Results, *Transportation Research*, Vol. 36B, pp. 225-252, 2002.
9) Arnott, R., de Palma, A. and Lindsey, R.: Does Providing Information to Divers Reduce Traffic Congestions?, *Transportation Research*, Vol. 25A, pp. 309-318, 1991.
10) Cascetta, E.: A Stochastic Process Approach to the Analysis of Temporal Dynamics in Transportation Networks, *Transportation Research*, Vol. 23B, pp1-17, 1989.
11) Cascetta, E. and Canterella, G.E.: A Day to Day and Within-Day Dynamic Stochastic Assignment Model, *Transportation Research*, Vol. 25A, pp. 277-291, 1991.
12) Muth, J.F.: Rational Expectations and the Theory of Price Movements, *Econometrica*, Vol. 29, pp. 315-335, 1961.
13) Lucas, R.E., Jr.: Asset Prices in an Exchange Economy, *Econometrica*, Vol.46, pp. 1429-1445, 1978.
14) 小林潔司，藤岡勝巳：合理的期待形成過程を考慮した経路選択モデルに関する研究，土木学会論文集，No. 458/IV-18, pp. 17-26, 1993.
15) 中山晶一朗，高山純一：リンク交通量間の相関を考慮した交通ネットワーク分析におけるパラメータ推定法：ポアソン確率ネットワーク均衡を用いて，土木計画学研究・講演集，Vol. 28, CD-ROM, 2003.
16) Sheffi, Y.: *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J, 1985.
17) 中山晶一朗：行動主体の認知過程を考慮した交通システムの動的挙動に関する研究，京都大学学位論文，1999.
18) Nakayama, S. and Takayama, J.: Traffic Network Equilibrium Model for Uncertain Demands, Presented at the 83rd Annual Meeting of *Transportation Research Board*, on CD-ROM, 2003.
19) Bell, M.G.H. and Cassir, C.: Risk-Averse User Equilibrium Traffic Assignment: An Application of Game Theory, *Transportation Research*, Vol. 36B, pp. 671-681, 2002.
20) Lo, H.K. and Tung, Y.K.: Network with Degradable Links: Capacity Analysis and Design, *Transportation Research*, Vol. 37B, pp. 345-363, 2003.
21) Ang, A.H-S. and Tang, W.T.: *Probability Concepts in Engineering Planning and Design*, John Wiley & Sons, New York, 1975.
22) Papoulis, A.: *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill, Inc., New York, 1965.
23) 中山晶一朗・髙山純一：旅行時間の不確実性を考慮した交通ネットワーク均衡：正規分布を用いた確率ネットワーク均衡モデル，平成14年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp. 337-338, 2003.
24) Nakayama, S. and Takayama, J.: Stochastic Network Equilibrium Model with Stochastic Flows: An Extended Model of Wardrop's Equilibrium, To be presented at the Second International Symposium on Transportation Network

Reliability, 2004.
25) 井川修，藤岡勝己，小林潔司：リンク交通量の相関性を考慮した合理的期待均衡モデル，土木学会第 46 回年次学術講演会講演概要集 IV, pp. 368-369, 1991.

（2003.4.8 受付）

A STOCHASTIC NETWORK EQUILIBRIUM MODEL CONSIDERING TRAVEL TIME UNCERTAINTY

Shoichiro NAKAYAMA, Jun-ichi TAKAYAMA, Kazuki NAGAO and Takahiro KASASHIMA

People have a request to travel reliably as well as shortly, and it is needed to assess uncertainty of traffic networks for traffic management or network planning. In the stochastic user equilibrium, the random utility theory is used, but the traffic volume and the travel time that are assigned are deterministic. Thus, the previous network equilibrium models cannot assess uncertainty or travel time reliability of traffic network. In this study, we formulate a stochastic network equilibrium model whose traffic flow and travel time are random and have probability distributions. This model enables us to assess network's uncertainty or reliability. Then, we apply it to Kanazawa road network, and examine its validity or applicability.