

# 精密写真測量技術の斜面監視システムへの適用に関する研究

大西有三<sup>1</sup>・西山哲<sup>2</sup>・矢野隆夫<sup>3</sup>・緒方健治<sup>4</sup>・松山裕幸<sup>5</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 Ph.D. 京都大学大学院 教授 工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)  
E-mail:ohnishi@geotech.kuciv.kyoto-u.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 博士(工学) 京都大学大学院 助教授 工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>3</sup>正会員 博士(工学) 京都大学大学院技術専門職員 工学研究科 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

<sup>4</sup>正会員 日本道路公団 試験研究所 (〒194-8508 東京都町田市忠生1-4-1)

<sup>5</sup>正会員 日本道路公団 試験研究所 (〒194-8508 東京都町田市忠生1-4-1)

本論文はデジタルカメラで撮影した斜面の画像を使って、当該斜面の挙動をモニタリングするための技術に関する研究を述べたものであり、具体的にはさまざまな方向から撮影された多数枚の画像によって対象斜面の形状を高精度に復元する技術を利用した監視システムに関するものである。本研究では、計測点、カメラおよび画像の幾何学的関係から得られる方程式についての擬似逆行列を使った解析法を考察し、基準点を設けることなく斜面に設置された計測点間の距離をノルム最小の最小二乗解によって求め、その変化から斜面の挙動を監視する技術についての議論を展開する。さらに本研究による解法の計測精度を定量的に検証し、斜面のモニタリングへの適用性を考える。

**Key Words :** *precise photogrammetry, monitoring of displacements of slope, images of a digital camera*

## 1. はじめに

我が国においては、地殻変動によって形成された急峻な地形に囲まれた部分が多く、また地質もその大部分が変質によって脆くなっているという特徴を抱えている上に、台風、豪雨あるいは豪雪が多発する気象条件によって、斜面崩壊の危険性が潜む箇所が数多く存在する。実際に斜面崩壊に絡んだ大きな事故もこれまで数多く発生しているが、崩壊という現象に対する調査や計測事例が極めて少なく、その結果崩壊に至るメカニズムは未だ明らかにされていない。これら斜面崩壊に対しては、その安定性を評価し崩壊の危険性を予測することで、崩壊を未然に防ぐ措置を講じたり、もし崩壊が生じた場合でもその被害を最小限に抑えるという措置を取ることが重要であるが、それを実現するためには崩壊に至る前兆現象をすばやく捉え、的確な対策を検討するために必要な資料を与える計測技術の完備は欠かせないものとなる<sup>1)</sup>。しかしながら、斜面における計測は、次のような理由によって困難となる場合が多く、これまで十分な成果を出しているとは言い難い<sup>2)</sup>。

- ・崩壊現象は突発的に生じるため、危険な箇所を特定することが困難である。
  - ・人の近づけない場所を計測する場合、設置した計測器の維持管理が困難であることが多い。
  - ・危険な場所ごとにその崩壊形態が異なり、適切な計測機器の選択が難しい。
- 特に岩盤崩壊のモニタリングは地すべりとは異なり、前兆となる現象が現れてから崩壊に至るまでの時間が短いため、変位あるいは変状に関するデータを高精度かつリアルタイムに出力する技術が要求される。その他にも、岩盤崩壊を対象とするモニタリング技術に対しては次のような特性が要求されることが多い。
- ・遠隔からの計測が可能であること。
  - ・広範囲にわたって面的に変状を捉えることができる。
  - ・計測に要するコストが低く抑えられる。
- これらの要求に対して、従来から使用されている測量機器、例えば光波測距儀やセオドライなどを用いて、斜面の広範囲な部分にわたっての面的な挙動を連続的に評価する場合には、多大な人的および時間

的成本が必要となり、崩壊現象に対応した計測になり難いのが実情である。前述の要件を満たす計測技術を確立することで崩壊の危険性がある箇所を抽出し、さらにはその崩壊の危険性を定量的に評価できる計測技術を開発することは、斜面崩壊がもたらす大きな社会的損失を未然に防ぐためにも重要な課題である。本研究はこのような背景を鑑み、精密写真測量を応用した斜面のモニタリング技術の構築を試みるものである<sup>3)</sup>。精密写真測量は計測対象が撮影された画像から対象の広範囲にわたる変位挙動を解析的に求めるものであり、デジタルカメラを使うことによりリアルタイムでの計測も可能である<sup>4)</sup>。本研究はこの精密写真測量により、斜面崩壊対策としての危険箇所の抽出、点検および管理の強化に貢献する信頼性の高い防災手法を確立するための研究に関して記述するものである。

## 2. 精密写真測量による3次元座標取得の原理<sup>5)</sup>

精密写真測量において得られるデータは、画像に写った計測点の像の2次元座標である。この2次元座標から計測点の3次元座標を計算にて求めるのであるが、基本になるのは図-1に示されるような計測点、カメラおよび画像上での計測点の像の3つを幾何学的に結びつける条件から導かれる方程式である。

図における画像面は、デジタルカメラを使用した場合にはCCDあるいはC-MOSの面に相当する。図において、画像の中心を原点とし、CCDあるいはC-MOS素子の配列軸にxおよびy軸を合わせた画像座標系xyとレンズ中心を原点として画像座標系に平行にxおよびy軸をとったカメラ座標系xyz、および地上座標系XYZを考える。各座標系は右手座標系であり、図中のcはレンズの焦点距離に相当する画面距離を表す。従って、画像上の点はレンズ座標系を見た場合

に(x,y,-c)で表される。このとき図-1における計測点P、レンズ中心X<sub>0</sub>、そして画像上の計測点の像pは一直線上に存在する中心射影と呼ばれる関係によって結びつけられる。

この関係を方程式に表す。まずカメラ座標系での計測点P(x<sub>p</sub>,y<sub>p</sub>,z<sub>p</sub>)と像p(x,y,-c)の関係は式(1)のようになる。

$$x = -c \frac{x_p}{z_p}, \quad y = -c \frac{y_p}{z_p} \quad (1)$$

次に座標軸の回転角を考える。地上座標系をY、XおよびZ軸の回りに順次図-2のように回転させた際、カメラ座標系に一致すると考えると、回転を表す行列によって式(2)の関係が求まる。

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \kappa & \sin \kappa & 0 \\ -\sin \kappa & \cos \kappa & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \cos \phi & \sin \phi & 0 \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \omega & 0 & -\sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \omega & 0 & \cos \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ Z - Z_0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

式(2)と式(1)より、式(3)を得る。

$$\begin{aligned} x &= -c \frac{m_{11}(X - X_0) + m_{12}(Y - Y_0) + m_{13}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)} \\ y &= -c \frac{m_{21}(X - X_0) + m_{22}(Y - Y_0) + m_{23}(Z - Z_0)}{m_{31}(X - X_0) + m_{32}(Y - Y_0) + m_{33}(Z - Z_0)} \end{aligned} \quad (3)$$

m<sub>ij</sub>は式(2)における回転行列を合成した行列の成分である。カメラの位置と撮影時の角度を表す6個のパラメータ(X<sub>0</sub>,Y<sub>0</sub>,Z<sub>0</sub>,ω,φ,κ)は外部標定要素と呼ばれ、それらと計測点およびその像の関係を表す式(3)は共線条件式と呼ばれる。但し、式(3)はレンズ歪み等の系統誤差は無いと仮定した場合に成立するものであり、実際には図-3のようなカメラの内部構造に起因したレンズ歪みや主点位置のズレによる誤差が

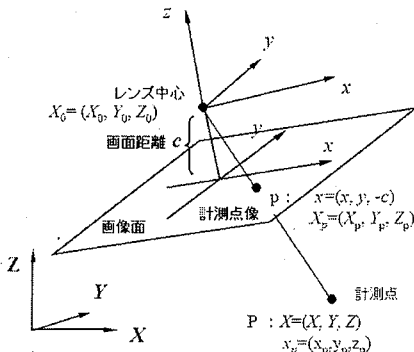


図-1 中心投影による幾何学的関係

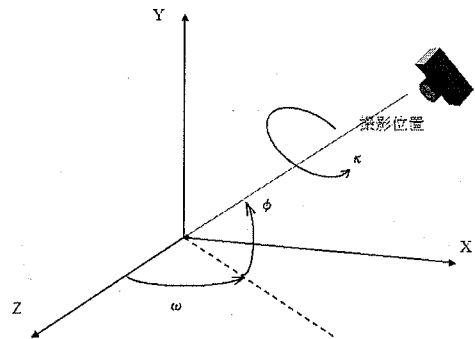


図-2 カメラの回転角の定義

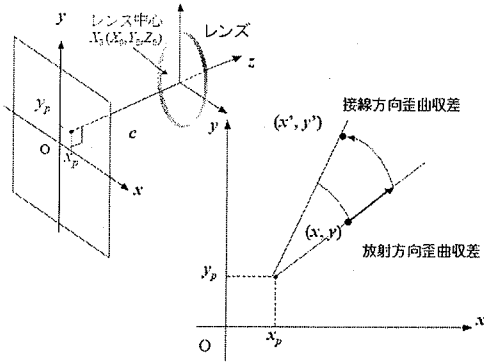


図-3 内部標定要素の概念

発生する。主点とはレンズの中心から画像面に垂線を下ろしたときの画像面との交点であり、レンズ歪みがあると画像面の中央からずれてしまう。これらは、式(3)の左辺である画像に写った計測点の像の2次元座標の計測精度を悪くする原因となる。そこで、これらレンズ歪みに起因する内部標定要素と呼ばれる系統誤差を考慮する必要がある、それらをモデル化する。レンズ歪みによってもたらされる歪曲収差は、主点からの距離の関数で像が実際の位置よりも光軸の内側あるいは外側にずれる際のずれを表す放射方向歪曲収差と、組み合わせた複数のレンズの光軸の不一致によって、直線が曲線として写るような歪みを表す接線方向歪曲収差とに分けて考えることができる<sup>6)</sup>。

主点の位置を $(x_p, y_p)$ とし、放射方向歪曲収差を表す係数 $k_1, k_2, k_3$ と接線方向歪曲収差を表す係数

$p_1, p_2$ を用いた式(4)によって計測点の像の値を補正する。この式(4)で表される像の2次元座標の補正值を式(3)の左辺に代入し、系統誤差を考慮した共線条件式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta x &= -x_p + (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)(x - x_p) \\ &\quad + p_1 (r^2 + 2(x - x_p)^2) + 2p_2 (x - x_p)(y - y_p) \\ \Delta y &= -y_p + (k_1 r^2 + k_2 r^4 + k_3 r^6)(y - y_p) \\ &\quad + 2p_1 (x - x_p)(y - y_p) + p_2 (r^2 + 2(y - y_p)^2) \end{aligned} \quad (4)$$

ここで、 $r^2 = (x - x_p)^2 + (y - y_p)^2$ である。

この方程式を解くことで、未知数である計測点の3次元座標値、外部標定要素そして内部標定要素を求めることができるが、非線形であるため各未知数を近似値と補正量に分け、近似値の回りでテーラー

展開することにより方程式を線形化する。また計測点の2次元座標に関しては、真値 $(x, y)$ を観測値 $(x^0, y^0)$ と測定残差 $(v_x, v_y)$ に分け、式(5)のように表す。共線条件式を線形化したものを行列表現すると式(6)を得る。

$$x = x^0 + v_x, \quad y = y^0 + v_y \quad (5)$$

$$v + A_1 x_1 + A_2 x_2 + A_3 x_3 = e \quad (6)$$

ここで、 $A_i$ は係数行列で、 $x_i$ は各未知数の補正量からなるベクトルを表すが、添字1は外部標定要素、添字2は内部標定要素、および添字3は計測点に関する量を表す。すなわち $v$ は計測点の像の2次元座標の測定残差よりなるベクトルであり、 $x_1$ は各画像の外部標定要素の、 $x_2$ は内部標定要素となるカメラパラメータの、そして $x_3$ は計測点座標の補正量ベクトルであり、 $e$ は観測値と共線条件式による理論的な座標値との差よりなるベクトルである。計算された補正量を用いて解を更新していくことで未知数を求めていく。

### 3. 擬似逆行列による解法

次に式(6)の数値解法について述べる。ここでは斜面監視のための計測システムとして要求される要件として、基準点を設けることなく変位を計測するために、擬似逆行列を使った解法をその物理的な意義を考えながら具体的に導いていく。

簡単のために式(6)の係数行列と未知数ベクトルをまとめて $A$ およびベクトル $x$ として表現する。ここで行列 $A$ を $m$ 行 $n$ 列とする。列ベクトル $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ で構成される列空間を $R(A)$ とし、係数行列と未知数ベクトルの積 $Ax$ は、 $a_1 x_1 + a_2 x_2 + \dots + a_n x_n$ のように表現でき、これはベクトル $x$ の成分による重みをもった列ベクトル $A$ の線形結合と見ることができる。すると、このベクトル $Ax$ もまた列空間 $R(A)$ に存在することになる。

また方程式 $Ax = e$ において、誤差 $E = \|Ax - e\|$ はベクトル $e$ から $A$ の列空間上の点 $Ax$ までの距離に相当する。この誤差を最小にする最適解 $\hat{x}$ を考えると、

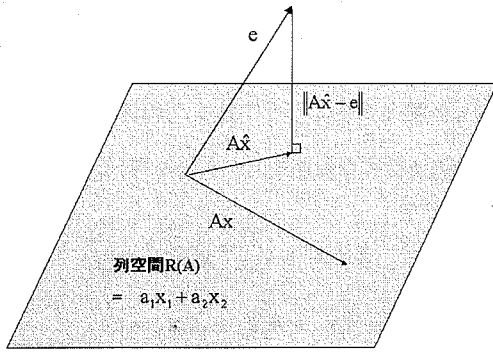


図-4 最小二乗条件を示す概念図

ベクトル  $\hat{x}$  の成分による重みをもった  $A$  の列ベクトル  $A\hat{x}$  は列空間  $R(A)$  に存在する列空間  $R(A)$  上へのベクトル  $e$  の射影となる。誤差  $E = \|A\hat{x} - e\|$  が最小になるには、すべての  $Ax$  と誤差ベクトル  $(A\hat{x} - e)$  が式(7)で表される直交条件を満たすときである。図-4には、3行2列の行列  $A$  について、これら誤差および最適解の概念を示す。

この誤差ベクトルと列空間ベクトルの直交条件を式で示すと式(7)のようになる。

$$(Ax)^T(A\hat{x} - e) = x^T(A^T A\hat{x} - A^T e) = 0 \quad (7)$$

すべての  $x$  について成立するためには式(8)が導かれる。

$$(A^T A)\hat{x} = (A^T e) \quad (8)$$

式(6)で言えば、 $\hat{x}$  は残差の2乗である  $v^T v$  を最小にする解であり、式(8)は最小二乗条件の基での未知数を求めることになる。式(8)の左から係数行列  $A^T A$  の逆行列をかけることで、未知数の最確値を求めることができる。

しかしながら、これは地上座標系を形成する座標軸が一意に決定される場合である。精密写真測量による測地網を特定の位置に決定するための情報、すなわち座標軸の並進、回転および長さに関する情報を与えないと、その情報の欠如は式(8)における係数行列  $A^T A$  のrank欠損として現われる。これを解消するためには、座標軸を決定するための基準点を設ける必要がある。時系列的な斜面挙動を計測する場合には、さらに当基準点を固定する必要性が生じる。

計測精度はこの基準点の精度に依存するため、広範囲の斜面に対して高精度で決定される基準点を設けて計測を行う必要が生じ、その結果利便性の無い計測になってしまう。また、広範囲に崩壊を生じている斜面挙動を計測する場合には、固定された基準点の設置自体が困難である。そこで、本研究では式

(8)の係数行列  $N = (A^T A)$  の擬似逆行列  $N^+$  により  $\hat{x}$  を

求める解法を考察し、基準点無しでの計測を実現することを試みる<sup>7)</sup>。

再び簡略化した方程式  $Ax = e$  を考える。  $A$  を  $m$  行  $n$  列の行列とし、さらに同時方程式  $Ax = 0$  を考えると、この方程式を満たすベクトル  $x$  の存在する空間は  $n$  次元空間  $R^n$  における零空間を形成する。また、同時方程式  $Ax = 0$  において、転置行列  $A^T$  の列ベクトル

から成る  $A$  の行空間  $R(A^T)$  を考えると、  $Ax = 0$  という同時方程式は行空間と零空間の内積が0であることを示す。この行空間も  $n$  次元空間  $R^n$  に存在することから、  $Ax = 0$  を満たすベクトル  $x$  の存在する零空間と行空間  $R(A^T)$  が直交補空間の関係にあることが分

かる。これより、  $n$  次元空間  $R^n$  における任意のベクトルは行空間ベクトルと零空間ベクトルに分解できることになる。さらに方程式  $A\hat{x} = e$  の解  $\hat{x}$  を考えると、この解もまた  $n$  次元空間  $R^n$  に存在する。そこで、

$\hat{x}$  を行空間に在るベクトル  $\hat{x}_r$  と零空間に在るベク

トル  $\hat{x}_k$  に分解し、  $\hat{x} = \hat{x}_r + \hat{x}_k$  とする。これは、

$$A\hat{x} = A(\hat{x}_r + \hat{x}_k) = A\hat{x}_r + A\hat{x}_k = A\hat{x}_r = e \quad \text{となること}$$

から、  $A\hat{x}_r = e$  を満たす特殊解  $\hat{x}_r$  と同時方程式

$Ax = 0$  の解の  $\hat{x}_k$  の結合で  $A\hat{x} = e$  の一般解を表現できることを意味している。

次に、解  $\hat{x}$  の中からノルム最小条件を満たすものを考える。解  $\hat{x} = \hat{x}_r + \hat{x}_k$  は直交する空間の成分の和であるから、そのノルムはピタゴラスの定理より

$$\|\hat{x}\| = \|\hat{x}_r + \hat{x}_k\|^2 = \|\hat{x}_r\|^2 + \|\hat{x}_k\|^2 \quad \text{となる。結局ノルム}$$

最小条件を満たす解は、この零空間の成分を0にすれば良いことになり、方程式  $Ax = e$  における最小二乗条件とノルム最小条件を満たす解  $\hat{x}$  は次の条件を満たすものである。

- $A\hat{x}$  によって形成されるベクトルが行列  $A$  の列空間上へのベクトル  $e$  の射影となる。
- $\hat{x}$  が行空間に含まれるものとなる。

次にこの2つの条件下での解を具体的に求めていくが、本論文ではその解が擬似逆行列と称される一意に決定されるものであることを示し、またそれが幾何学的にどのような意味を持つのかを考えることで、本論文に示す解法の妥当性を明らかにする<sup>8),9)</sup>。

式(5)を簡略化した  $Ax = e$  において、 $m$  行  $n$  列の係数行列  $A$  に対して  $AB = 0$  を満たす零空間のベクトル  $B$  を考える。行空間と零空間は  $n$  次元空間  $R^n$  において直交補空間の関係にあるので、 $AB = 0$  を満たす零空間ベクトルに直交する条件、すなわち  $B^T x = 0$  となるベクトル  $x$  を求めると、それは行空間  $R(A^T)$  内に存在するベクトルとなる。これよりベクトル  $B$  より構成される行列  $B$  を考えると、最小二乗解とノルム最小解の両者を満たす解は式(9)の方程式の解となる。

$$\begin{aligned} \Phi(x, \lambda) &= \frac{1}{2} v^T v - \lambda^T B^T x \\ &= \frac{1}{2} (e - Ax)^T (e - Ax) + x^T B \lambda \end{aligned} \quad (9)$$

但し、 $\lambda$  はラグランジュ乗数である。

式(9)の停留値を求めると、式(10)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \Phi &= (A^T A)x - A^T e + \lambda B = 0 \\ \frac{\partial}{\partial \lambda} \Phi &= B^T x = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

正規方程式は式(11)となる。

$$\begin{pmatrix} A^T A & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (11)$$

これより、解  $\hat{x}$  は式(12)によって得られる。

$$\begin{pmatrix} \hat{x} \\ \lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T A & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} A^T e \\ 0 \end{pmatrix} \quad (12)$$

次に具体的に式(12)を計算し、最適解  $\hat{x}$  を導く。

$I_i$  を  $i$  次の単位行列とすると逆行列の定義から式

(13)が導びかれる。

$$\begin{pmatrix} A^T A & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q & \beta \\ \beta^T & \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_n & 0 \\ 0 & I_r \end{pmatrix} \quad (13)$$

展開して式(14)を得る。

$$\begin{aligned} A^T A Q + B \beta^T &= I_n \\ A^T A \beta + B \gamma &= 0 \\ B^T Q &= 0 \\ B^T \beta &= I_r \end{aligned} \quad (14)$$

第1式の左から  $B^T$  をかけ、式(15)を得る。

$$B^T A^T A Q + B^T B \beta^T = B^T \quad (15)$$

$B^T A^T = 0$  であることより式(16)となる。

$$\beta^T = (B^T B)^{-1} B^T \quad (16)$$

この結果を式(14)の第1式に代入し、さらに式(14)の第3式に  $B$  をかけたものを加えて式(17)を得る。

$$(A^T A + B B^T) Q = I_n - B (B^T B)^{-1} B^T \quad (17)$$

また式(14)の第2式に左から  $B^T$  をかけ、 $B^T A^T = 0$  より式(18)を得る。

$$B^T B \gamma = 0, \gamma = 0 \quad (18)$$

次に式(14)の第2式と第4式の左から  $B$  をかけたものを加えると式(19)となる。

$$(A^T A + B B^T) B (B^T B)^{-1} = B \quad (19)$$

また、式(17)に式(19)の右から  $(B^T B)^{-1} B^T$  をかけたものを加えて式(20)を得る。

$$(A^T A + B B^T) (Q + B (B^T B)^{-1} (B^T B)^{-1} B^T) = I_m \quad (20)$$

$(A^T A + B B^T)$  は正則であるので、(21)となる。

$$Q = (A^T A + B B^T)^{-1} - B (B^T B)^{-1} (B^T B)^{-1} B^T \quad (21)$$

式(16)(18)および(21)をまとめて、式(22)が示される。

$$\begin{pmatrix} A^T A & B \\ B^T & 0 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} Q & B (B^T B)^{-1} \\ (B^T B)^{-1} B^T & 0 \end{pmatrix} \quad (22)$$

次にこのように求めた解はどのような性質をもつものかを調べる。

式(14)の第1式に右から  $A^T A$  をかけると式(23)を得る。

$$(A^T A) Q (A^T A) = (A^T A) - B (B^T B)^{-1} B^T (A^T A) \quad (23)$$

$B^T A^T = 0$  であることから、式(24)が導かれる。

$$(A^T A) Q (A^T A) = (A^T A) \quad (24)$$

式(17)の第1式の左からQをかけて式(25)を得る.

$$Q(A^T A)Q = Q - QB(B^T B)^{-1}B^T \quad (25)$$

式(14)より $B^T Q = 0$ であり, 式(26)が成り立つ.

$$Q(A^T A)Q = Q \quad (26)$$

また式(21)に左から $A^T A$ をかけると $AB = 0$ より式(27)を得る.

$$(A^T A)Q = (A^T A)(A^T A + BB^T)^{-1} \quad (27)$$

また式(21)の右から $A^T A$ をかけ,  $B^T A^T = 0$ を用いれば, 式(28)を得る.

$$Q(A^T A) = \{(A^T A)(A^T A + BB^T)^{-1}\}^T \quad (28)$$

$(A^T A + BB^T)^{-1}$ が対称行列であることを考えると式(29)が成立する.

$$\{(A^T A)Q\}^T = (A^T A)Q \quad (29)$$

同様にして式(30)が成立する.

$$\{Q(A^T A)\}^T = Q(A^T A) \quad (30)$$

式(23)(24)(29)および式(30)は, それぞれ一般逆行列, 反射型一般逆行列, ノルム最小型一般逆行列, そして最小二乗型一般逆行列の性質を満足するものであり, これらの条件を満たすものは擬似逆行列と称され一意に決定される. この擬似逆行列より式

(31)によって, 最適解 $\hat{x}$ を求めることができる.

$$\hat{x} = QA^T e = (A^T A + BB^T)^{-1} A^T e \quad (31)$$

ここで,  $AB = 0$ を満たす零空間のベクトル  $B$  より構成される行列  $B$  を考える<sup>10)</sup>. 式(8)が逆行列を持たないのは基準点を設定しないことに起因し, その結果として計測点の3次元座標値を決定するための座標系が一意に定まらないためであることは既に述べた. 測地網を考えた場合, 位置に関する情報と方位に関する回転情報, さらに大きさに関する情報を定めなければ座標系を決定することができない. これらは, それぞれ並進, 回転および大きさを拘束する付加条件を考えることになる. 一般に, 式(32)のように座標値ベクトル  $X$  とその補正量である未知数のベクトル  $x$  からなる測地網を考える.

$$X = (X_1, Y_1, Z_1, X_2, Y_2, Z_2, \dots, X_m, Y_m, Z_m)^T \quad (32)$$

$$x = (x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \dots, x_m, y_m, z_m)^T$$

この測地網の並進を拘束する条件は式(33)となる.

$$\begin{aligned} x_1 + x_2 + \dots + x_m &= 0 \\ y_1 + y_2 + \dots + y_m &= 0 \\ z_1 + z_2 + \dots + z_m &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

また, 回転を拘束する条件は式(34)となる.

$$\begin{aligned} -Z_1 y_1 + Y_1 z_1 + \dots - Z_m y_m + Y_m z_m &= 0 \\ Z_1 x_1 - X_1 z_1 + \dots + Z_m x_m - X_m z_m &= 0 \\ -Y_1 x_1 + X_1 y_1 + \dots - Y_m x_m + X_m y_m &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

さらに大きさに関する拘束条件は式(35)となる.

$$X_1 x_1 + Y_1 y_1 + Z_1 z_1 + \dots + X_m x_m + Y_m y_m + Z_m z_m = 0 \quad (35)$$

これより, 座標軸を決定する並進, 回転および大きさを拘束する条件を与えることができ, 式(5)を  $Ax = e$  と簡略化して表現した場合,  $m$  行  $n$  列の係数行列  $A$  に対して  $AB = 0$  を満たす拘束条件は,  $j$  番目の画像の計測点  $i$  について, その外部標定要素および計測点に関して式(36)のように行列表現することができる.

$$B^T = \begin{bmatrix} \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & 0 & -Z_j^0 & Y_j^0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -Z_i & Y_i & \dots \\ \dots & Z_j^0 & 0 & -X_j^0 & 1 & 0 & 0 & \dots & Z_i & 0 & -X_i & \dots \\ \dots & -Y_j^0 & X_j^0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & -Y_i & X_i & 0 & \dots \\ \dots & X_j^0 & Y_j^0 & Z_j^0 & 0 & 0 & 0 & \dots & X_i & Y_i & Z_i & \dots \end{bmatrix} \quad (36)$$

但し, 式(36)は未知数の補正量が

$$x^T = [\Delta X_1, \Delta Y_1, \Delta Z_1, \Delta \omega, \Delta \phi, \Delta \kappa, \Delta X_3, \Delta Y_3, \Delta Z_3]$$

に対応するものであり, 添字 1 は外部標定要素, 3 は計測点に対応するものであることを示す. なお, 内部標定要素についてはランク欠損は生じない.

式(36)を式(31)に代入することにより解を求めることができる. このように本研究にて示す擬似逆行列を使った数値解法により, 基準点が無い場合でも計測点の3次元座標を求めることができ, 斜面モニタリングに適した精密写真測量システムの構築を可能にすることができる.

#### 4. 精度検証実験

本論文では, 斜面監視システムに適するものとして, 式(36)を用いた拘束条件を用いた擬似逆行列による数値解法を導入した計測システムを提案した.

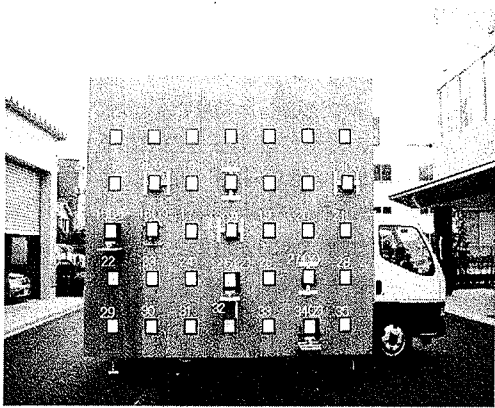


図-5 ターゲット配置図

ここでは、本論文が提案する計測手法の精度を検証するための実験を行い、その妥当性を議論する<sup>11)</sup>。計測対象は図-5 に示すような横 4m×縦 3m のパネルに、35 個のターゲットを設置したものである。ターゲットは 200 x 200mm の正方形の鋼板からなるもので、その中の 9 個をマイクロメータに取り付けることにより任意の位置に移動できるようにした。移動ターゲットは図-5 において、その移動方向を ( ) と共に示している。なお、移動方向は図に向かって水平方向が X、鉛直方向が Y、そして奥行き方向が Z である。残りの 26 個のターゲットはパネルに固定されている。

計測精度の評価であるが、最適解  $\hat{x}$  を求めた際の残差の 2 乗  $v^T v$  を用いて、観測値の分散を表すことができる。1 観測値当たりの分散を事後基準分散と称し、 $\hat{\sigma}_0$  で表現する。これは、計測点の画面上での像の 2 次元座標の計測の残差に相当するが、さらにこの事後基準分散を用いて、得られた解の共分散行列  $\Sigma_x$  は式(37)のように表わすことができる。

$$\Sigma_x = \hat{\sigma}_0^2 [(A^T A + B B^T)^{-1} - B(B^T B)^{-1}(B^T B)^{-1} B^T] \quad (37)$$

$\Sigma_x$  は内的誤差とも称し、画像枚数あるいは計測対象物とレンズ焦点距離の比いわゆる縮尺比などの撮影条件とは次のような関係がある<sup>12)</sup>。

$$\Sigma_x \propto \frac{q}{\sqrt{k}} \cdot \frac{d}{c} \cdot \hat{\sigma}_0 \quad (38)$$

ここで  $d$  はカメラから対象物までの距離、 $c$  はレンズの焦点距離であり、また  $k$  はひとつの撮影場所から写した画像枚数の平均値であり、 $q$  は撮影位置

や撮影の姿勢および計測点の配置などから決定される撮影形態に関する係数である。

本実験では、計測における諸条件が計測精度に与える影響を定量的に議論するため、図-5 に示すターゲットの 3 次元座標を、いくつかの撮影条件の下で計測し、その内的誤差の評価を行った。計測はカラー 274 万画素のデジタルカメラによって行った。

ただし、 $\hat{\sigma}_0$  で表されるターゲット像の 2 次元座標の計測精度を向上させるために、ターゲット像の重心の座標を計算によって求め、それを観測値とした。具体的には次の通り。撮影されたターゲット像は、2 値化処理により白い部分が抽出され、画素座標  $(x, y)$  を配列の要素とした変数  $f(x, y)$  に輝度の値を

割り当てる。画素座標  $(x, y)$  が、 $x=1 \sim m, y=1 \sim n$  の場合、式(39)のように重心座標を計算する。

$$x = \frac{\sum_m \sum_n m f(m, n)}{\sum_m \sum_n f(m, n)}, y = \frac{\sum_m \sum_n n f(m, n)}{\sum_m \sum_n f(m, n)} \quad (39)$$

また、35mm と 50mm の 2 種類の焦点距離のレンズを用い、図-6 に示すように撮影距離が 25m および 35m の位置における各々 7 箇所から撮影を行い、それぞれの縮尺比と内的誤差の関係を求めた。なお、特定のターゲットが画像の特定の位置に撮影されることによるレンズ歪みの影響を緩和するために、同じ撮影位置においてカメラを 90° ずつ回転させながら撮影したので、撮影位置 1 箇所当たり 4 枚の画像を撮影した。

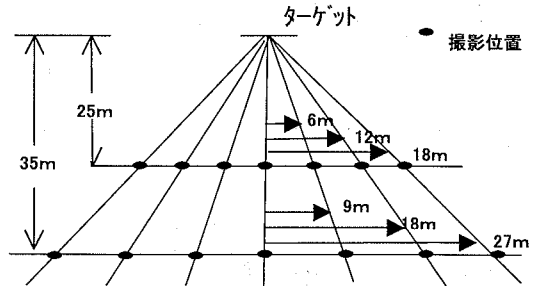


図-6 撮影位置

また、撮影時にはあらかじめ長さを精密に計測した標尺をいくつか用意し、画像中に写しこまれるようにすることで、座標系の長さの情報を付与した。従って、数値解析における拘束条件は式(40)のようになる<sup>13)</sup>。

$$B^T = \begin{bmatrix} \dots & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & 0 & -Z_j^0 & Y_j^0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & -Z_j & Y_j & \dots \\ \dots & Z_j^0 & 0 & -X_j^0 & 1 & 0 & 0 & \dots & Z_j & 0 & -X_j & \dots \\ \dots & -Y_j^0 & X_j^0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \dots & -Y_j & X_j & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (40)$$

表-1 にレンズ焦点距離と撮影距離の組み合わせにおける内的誤差の結果の一例を示す。内的誤差は水平(x)、鉛直(y)および奥行き(z)方向の各々について示す。各方向において1mm以下の内的誤差が得られている。

さらに撮影距離として45m、レンズ焦点距離も85mmのものを加え、また撮影位置も各撮影距離において最も外側の位置を省いた5箇所から撮影した場合を加え、それら撮影条件と内的誤差の関係を求めた結果を図-7に示す。図において、丸印は各撮影距離において5箇所から撮影した画像を用いた結果、三角印は同じく7箇所から撮影した画像からの結果である。

図に示されるように、内的誤差は撮影距離とレンズの焦点距離の比である縮尺比に比例し、また撮影箇所が増え、その結果として解析に用いる画像枚数が増えた場合、内的誤差は向上することが分かる。

表-1 焦点距離および撮影距離と内的誤差の関係

焦点距離	撮影距離	$\sigma_x$ (mm)	$\sigma_y$ (mm)	$\sigma_z$ (mm)
35mm	25m	0.17	0.15	0.34
35mm	35m	0.27	0.24	0.53
50mm	35m	0.16	0.15	0.36

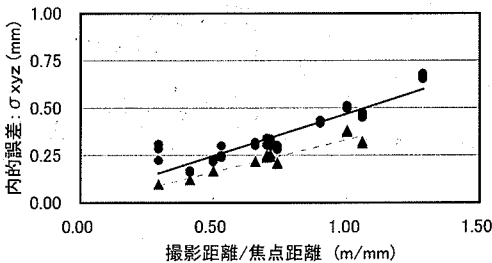


図-7 撮影条件と内的誤差の関係

すなわち、計測対象と計測位置が類似した撮影条件の場合、式(38)によって計測の内的誤差を見積もることが可能であることが証明された。

次に、これまで議論した精度は計測点の3次元座標の解析結果の分散に関するものであるが、変位計測における精度すなわち真値との差について議論する。これは外的誤差と称されるもので、n回の変位の計測に対して次の式で表されるものである。

$$\sqrt{\frac{\sum (\text{変位の計測値} - \text{真の変位値})^2}{n}} \quad (41)$$

本実験ではマイクロメータに取り付けたターゲットの移動距離を計測することによって、この外的誤差を求めた。まず表-2に各撮影条件での計測結果を示す。移動させたターゲットの番号、その移動距離と共に各撮影条件と変位の計測結果を示すが、表中の35, 50および85mmはレンズ焦点距離を表し、太字の値が精密写真測量での計測結果である。なお、計測結果の単位はmmである。

表-2の計測結果に基づく外的誤差を表-3に示す。同じく外的誤差はmmの単位にて太字で表す。

撮影距離が長くなれば外的誤差が少し悪くなる傾向はあるが、外的誤差も1.0mm以下で計測できていることが分かる。図-7に示す内的誤差の結果と併せて考慮すれば、本研究による精密写真測量の撮影条件を調整することにより、精度と確度の両者が高精度の計測が可能であることが実証された。

表-2 各撮影条件での移動量計測結果

ターゲット 番号	移動 量 (mm)	撮影距離 25m			撮影距離 35m		
		35mm	50mm	85mm	35mm	50mm	85mm
9	20	20.15	19.99	19.95	20.04	20.67	20.53
11	10	10.04	10.55	9.98	9.94	9.70	10.00
14	20	20.21	19.59	20.25	19.29	19.19	19.41
16	20	19.91	20.47	19.55	19.26	20.47	19.97
18	10	10.28	10.04	10.47	9.75	10.02	10.00
25	10	9.67	9.69	10.46	9.25	10.92	9.43
27	20	19.52	20.01	19.48	20.18	19.92	19.88
34	20	18.78	20.17	19.89	20.00	20.50	19.49

表-3 外的誤差の結果

撮影距離 (m)	レンズ焦点距離		
	35mm	50mm	85mm
25	0.47	0.30	0.33
35	0.44	0.53	0.37



## 5. 斜面監視システムへの適用

本研究にて開発した計測システムを斜面監視システムへ応用することを試みた<sup>14), 15)</sup>。計測対象は幅300m, 高さ50mよりなる切土面に法枠工を施した部分である。当切土面は, 孔内傾斜計のデータより深度約17m付近にすべり面が確認されており, また設置した地表面伸縮計が降雨時に大きな変位を示すことから, 地盤変状が進行していく危険性があると予想された部分である。しかしながら, 斜面全体の挙動を把握するために, 広範囲に孔内傾斜計やアンカー荷重計を設置することは人的労力あるいは設備投資費から考えて困難であり, 従来の計測機器に替わるモニタリング技術として精密写真測量の適用を図ることになった。図-8は法面と撮影位置の関係の概念図を示す。また図-9は設置したターゲットの概観である。ターゲットは白色に塗装した鋼材鉄板から形成され, 画像上での認識を容易にするため縁は黒色に塗装されている。このターゲットを図-8に示す法枠工の上段に6個, 中段に8個, さらに下段に8個ずつ設置し計測点とした。また長さ情報を得るための基準尺を水平方向と鉛直方向の2方向1組として5箇所設置した。撮影位置は計測対象である斜面の正面中心を含め, 左右15mの等間隔に7箇所とした。

図-10に計測点の設置位置と撮影位置の距離を示す断面図を示す。

撮影はレンズの焦点距離を35mmと50mmに分け, カラー274万画素のデジタルカメラを用いて行った。撮影は各焦点距離で2回行った。表-4に各計測における内的誤差の結果を示す。内的誤差は水平方向( $\sigma_x$ ), 鉛直方向( $\sigma_y$ ), 奥行き方向( $\sigma_z$ )お

よび3方向の平均( $\sigma_{xyz}$ )の各値を示す。上段は1回目, 下段は2回目の計測結果である。この結果より, 2回の計測とも同じ精度で計測ができていることが分かる。また焦点距離の大きいレンズを用いた計測の方が, 精度が高くなる, すなわち縮尺比に比例して内的誤差が向上することが本計測でも確認された。

さらに, 22個のターゲット中3個を50mm移動させ, それを精密写真測量にて計測し, 式(41)における確度を評価した。ターゲットの移動方向はほぼ水平方向とし, その移動距離は巻尺で計測した。図-11は22個のターゲットの移動量を精密写真測量で計測した結果である。実際に移動させたターゲットは13, 14および22の3個のターゲットであり, それ以外のターゲットは移動させていない。計測結果より, 変位を生じた部分と生じていない部分を高精度で判別できることが分かる。また, 本現場での移動量を巻尺で計測した際の精度は, 光波測量での計測値に対して $\pm 5\text{mm}$ のばらつきをもつことを確かめており, それを考慮すれば, 移動量も, 光波測量に対する巻尺の計測精度と同程度の誤差で計測できたと考えられる。

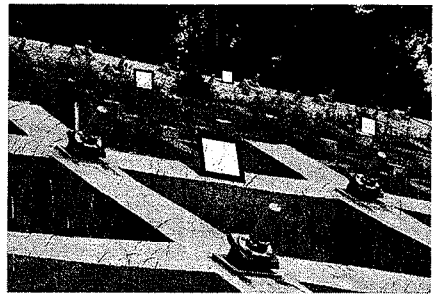


図-9 計測点の概観図

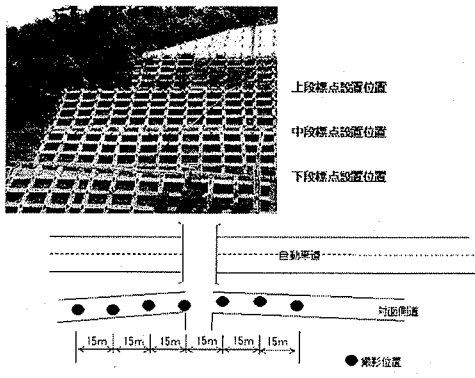


図-8 計測対象法面

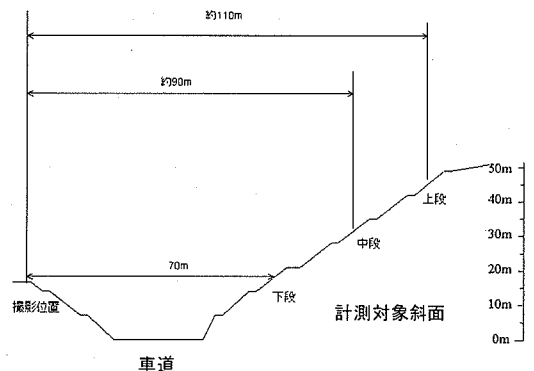


図-10 計測対象法面と撮影位置との関係

表-4 精密写真測量計測の内的誤差

レンズ 焦点距離	写真座標 計測精度( $\mu\text{m}$ )	内的誤差(mm)			
		$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\sigma_{xyz}$
35mm	1.23	2.67	1.66	2.83	2.44
	1.41	2.15	1.49	2.46	2.07
50mm	1.23	1.94	1.29	2.13	1.82
	1.41	2.03	1.33	2.19	1.89

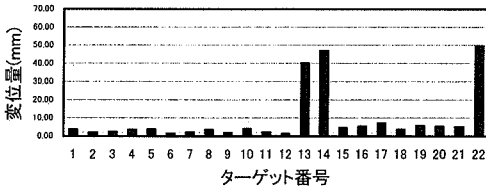


図-11 精密写真測量にて計測したターゲット移動量

従来の光波測距儀などを使用した計測では、広範囲な斜面の変位分布を高精度に求めるためには、多大な時間的労力を要していたが、本研究による計測では基準点を特に設けることなく、写真撮影という簡便な作業で斜面の面的な変位を高精度に把握することができる。

これらの研究結果を統合すれば、従来の法面の点検および調査法において、図-12のように本研究の精密写真測量による計測を組み入れたモニタリングを実施することが可能となる<sup>16)</sup>。

このように、広範囲にわたる対象から重要となる点検箇所を抽出するための計測として精密写真測量を実施し、さらに変状箇所が見出された場合、警戒あるいは応急対策を要する当該変状個所の監視モニタリングのために、再度精密写真測量を適用することが考えられる<sup>17)</sup>。従来の法面点検では、変形あるいは風化などの劣化の結果として現れるクラック、段差あるいは損傷などを発見することによって、法面の安全性を判断してきた。本研究による精密写真測量は、変位や変形などを容易な計測手法で高精度に、しかも対象を面的に計測することが可能となるので、点検と併せて定量的に安全性あるいは安定度の判定を行うことができると考えられる。

## 6. 結論

本研究ではデジタル画像を利用した斜面の変位計

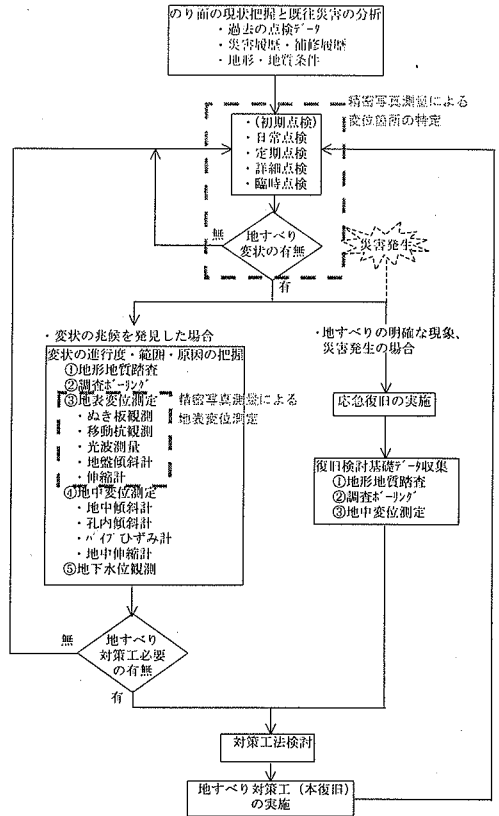


図-12 法面点検調査における精密写真測量の適用

測法を考察し、その実用性の検討を行った。デジタル画像を用いることは、写真撮影による計測の労力が軽減できる利点と広範囲な部分の面的な変位を捉えることが可能であるという利点の両者を生む。さらに近年のデジタル技術の進展により、コストの低減を図ることも容易であり、リアルタイム計測も可能にする。本研究は、このデジタル画像を使う利点を活かした計測システムを考案するに当たって、ベクトル空間の概念を利用した考察からノルム最小の最小二乗解を導出し、斜面モニタリングに適した計測を構築することを可能にした。今後斜面モニタリングへの適用事例を増やすことで、さらに本研究の実用性を図っていく予定である。

## 参考文献

- 1) 大西有三, 西山哲: 岩盤崩壊と落石問題に関する現状と課題, 地すべり, Vol.39, No.1, pp1-13, 2002.
- 2) 大西有三, 西山哲: 岩盤崩壊メカニズムについて, 地質と調査, Vol.3, pp.9-15, 2002.
- 3) Zhang, C., Ohnishi, Y., Hayashi, K. and Nishiyama,

- S.:Rock displacement measurement by precise close range photogrammetry system. *The 5<sup>th</sup> International Symposium on Field Measurement in Geomechanics*, Singapore, pp.71-76,1999.
- 4) Ohnishi, Y., Nishiyama, S., Nakai, T., Ryu M., Matsumoto, J., Tanabe, T. and Hayashizaki, N. : Observational construction control for tunnel by using digital precise photogrammetry, *Proceeding of 2002 ISRM Regional Symposium on Rock Engineering Problems and Approaches in Underground Construction*, Korea, Vol.2, pp.463-470, 2002.
  - 5) Kraus, K.: *Photogrammetry, 4th ed.*, Vol.2, Dümmlers Verlag,1997.
  - 6) Frase, C. S. : Digital camera self-calibration, *ISPRS Journal of Photogrammetric Engineering & Remote Sensing*, Vol.52,pp.149-159,1997.
  - 7) 秋本圭一, 服部進, 大西有三, 三浦悟 : 画像計測法のトンネル内空形状計測への応用, 土木学会論文集, No. 687/III-56, pp. 289-301, 2001.
  - 8) Fraser, C. S. : Optimization of Precision in Close-Range photogrammetry, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol.48, No.4, pp.561-570,1982.
  - 9) Papo, H. B. : Free Net Analysis in Close-Range Photogrammetry, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol.48, No.4, pp.571-576,1982.
  - 10) 原田健久:測量計算法, 鹿島出版会, 2001.
  - 11) Ohnishi, Y., Nishiyama, S., Yano, T., Ohtsu, H., Nakamura, M., Momiyama, Y., Nakai, T. and Ryu, M. : Three-dimensional analysis of rock displacement by a digital photogrammetric system, *Proceeding of the 2001 ISRM International Symposium-2<sup>nd</sup> Asian Rock Mechanics Symposium*, Beijing, pp.671-673,2001.
  - 12) Fraser, C. S. : Network Design Considerations for Non-Topographic Photogrammetry, *Photogrammetric Engineering and Remote Sensing*, Vol.50, No.8, pp.1115-1126,1984.
  - 13) 秋本圭一, 服部進, 井本治孝: デジタル画像計測法を用いた精密工業計測, 電子情報通信学会誌, D-II, Vol. J84-D-II, No. 7, pp. 1299-1309, 2001.
  - 14) Chikahisa, H., Matsumoto, K., Tsutsui, M. and Ohnishi, Y.: Field Measurement and Estimation for Displacement Behavior of Slope Using the Photogrammetry System, *Proceeding of 2002 ISRM Regional Symposium on Rock Engineering Problems and Approaches in Underground Construction*, Korea, Vol.1, pp.345-352,2002.
  - 15) Fraser, C. S. : High Accuracy Ground Surface Displacement Monitoring, *Photogrammetric Record*, Vol.81, No.14, pp.505-521,1993.
  - 16) 中村幾雄, 大西有三, 大津宏康, 西山哲, 矢野隆夫, 島原直樹: デジタル画像計測法による斜面動態観測手法の掘削斜面への適用, 第11回岩の力学国内シンポジウム, H11,2002.
  - 17) 西山哲, 大西有三, 大津宏康, 矢野隆夫, 緒方健治, 松山裕幸: 精密写真測量による斜面崩壊モニタリングシステムの研究, 第11回岩の力学国内シンポジウム, I12,2002.

(2003. 9. 19 受付)

## STUDY ON APPLICATION OF PRECISE PHOTOGRAMMETRY TO THE MONITORING SYSTEM OF SLOPE

Yuzo OHNISHI, Satoshi NISHIYAMA, Takao YANO,  
Kenji OGATA and Hiroyuki MATSUYAMA

The paper presents a photogrammetric system with a digital camera as a precise measuring tool for the monitoring of slope stabilities. The least squares solution with a pseudoinverse method, which has the advantage of the flexibility of measurement, is introduced by both of mathematic and geometric concepts to transform two dimensional digital image coordinates into three dimensional object space coordinates without the incorporation of control data. In the paper, experiments have been also conducted to quantitatively examine the accuracies and precision of this solution, and the results show that this measurement system has high potential applicability in deformation monitoring of a slope.