

斜面を遡上する内部波の数値計算と可視化実験

新谷哲也¹・梅山元彦²

¹正会員 修(工) 東京都立大学大学院助手 工学研究科土木工学専攻 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)

²正会員 Ph.D. 東京都立大学大学院教授 工学研究科土木工学専攻 (〒192-0397 東京都八王子市南大沢1-1)

斜面を遡上する内部波の変形・混合過程を把握するために、数値実験及び水理実験を行った。数値計算では、内部波挙動を精度良く再現するためにCIP法を用い、乱流モデルとして $k-\epsilon$ モデルを採用した。実験は、フラップ式内部波造波装置を設置した長さ6mの2次元水槽を用いて行った。実験では、塩水と淡水を使って成層化した斜面地形を有する海域をモデル化した。内部波の計測には、内部波波高計と可視化解析法を用いた。可視化解析では、撮影した画像を画像処理して輝度分布図に変換することで、内部波の変形と密度界面付近で生じる混合を予測した。実験結果と数値計算結果を比較した結果、斜面を遡上する内部波の変形及び混合状況は数値計算によって適切に再現され、本数値計算手法の実験室レベルでの内部波問題に対する適用性が確認できた。

Key Words : Internal waves, sloping boundary, density-stratified water layer, image processing technique, $k-\epsilon$ model, CIP method

1. はじめに

成層水域に発生する短周期内部波は、沿岸の水質環境及び生態系に対して大きな影響を与えている。内部波は大量のエネルギーと運動量を水平及び鉛直方向へと輸送する他に、プランクトンの幼生を沖から岸方向へと輸送させたり(Pineda¹⁾)、成層域の上下層混合を引き起こしたりしている(Weidemannら²⁾)。また、内部波の斜面への遡上と碎波が海底堆積物の浮遊・輸送に対して大きな役割を果たしていることがCacchione and Southard³⁾、Boguckiら⁴⁾によって明らかにされている。内部波が原因と考えられる水温の短周期変動の存在は、Helland-Hansen and Nansen⁵⁾の観測によって古くから確認されていた。温度躍層を浅水域に向かって伝播する内部波は、海山⁶⁾やシル⁷⁾、バンク⁸⁾、リッジ⁹⁾、そして大陸棚縁辺部^{10),11)}のような海底地形と潮流の相互作用によって生じることがわかっている。内部波の鉛直構造は、通常は温度、塩分もしくは海洋の流れから確認できる。一方、内部波の伝播は、レーダーもしくは音響ドップラーとエコーサウナーによって確認することができる。Shand¹²⁾は、ジョージア海峡の航空写真から内部波のフロントを発見し、LaFond¹³⁾は南カリフォルニア沖の温度変化の観測から、水深の浅い温度躍層の場合は内部波の峰は平坦であり、深い温度躍層の場合は峰の部分が尖っていることを発見した。Apelら^{14),15),16)}は、衛星やスペースシャトル、航空機から得られる画像によって観測された一連の内部波の研究成果を報告している。また、彼らはこれらの非直接的な写真に加えて、expendable bathythermograph(XBT)や

音響エコーサウンディング及び船のレーダーのような様々な機器を用いた計測も行っている。

内部波の理論及び実験的研究は、連続的に成層化した流体もしくは2成層流体に関して行われており、それらの多くは一定水深上を伝播する内部波を扱っている。例えば、Keulegan¹⁷⁾とLong¹⁸⁾によるブシネスクの方法、Benjamin¹⁹⁾による孤立波理論、Thorpe²⁰⁾によるストークス展開法を用いた内部波理論はその代表である。その後の理論研究の多くは、KdV理論による内部孤立波に関するものであった(Holyer²¹⁾、Koop and Bulter²²⁾、Evans and Ford²³⁾)。KdV理論を確かめるために、Koop and Bulter²²⁾及びSegur and Hammack²⁴⁾は、2層の密度成層水に関する室内実験を行っている。最近では、Choi and Camassa²⁵⁾が強非線形理論を用いて一定水深上を伝播する振幅の大きな内部孤立波の計算を行っている。

これら一定水深上の2層系における数多くの内部孤立波に関する研究に対して、斜面上を伝播する内部波の研究はその重要性にもかかわらず間欠的に行われてきただけである。Wunsch²⁶⁾は、上下境界を固定した楔形領域における内部波について、一定勾配の沿岸域に遡上する線形波としての解を求めた。彼は、長周期の内部波は密度界面において混合が生じ、短周期の内部波は斜面に沿う底面境界層における粘性損失によってエネルギーを失うこと、さらに斜面がある臨界角度に近づくと、界面混合が激しくなることを見出した。Ivey and Nokes²⁷⁾は、斜面上での内部波碎波から生じる混合率を定量的に評価した。また、Kaoら²⁸⁾は一定水深の深水域に接続した斜面上における内部孤立波の

生成、伝播、週上及び碎波に関する2成層実験を行っている。その結果、内部波のエネルギーの大部分が斜面上で失われ、残りのエネルギーは大陸棚へ伝わっていくか、もしくは深水域へと反射することが明らかになった。Helfrich and Melville²⁹⁾は、緩やかに水深が変化する2成層流体中の弱非線形孤立波の検討を行った。彼らは、入射波の発展を調べるために、KdV方程式を数値的に解くとともに、漸近解を inverse-scattering 理論から求めた。後に、Helfrich³⁰⁾は一定勾配斜面上の単一孤立波の碎波と週上に関する室内実験の結果を考察し、碎波点の岸側では強い混合が生じると同時に下層には多数の丸い水塊(bolus)が形成され、その水塊が斜面を週上していくことを明らかにした。その後、柿沼³¹⁾は緩勾配方程式に基づいた強非線形理論を用いて底面形状の変化を考慮した内部波の計算を行っている。

内部波によって生じる乱流に関しては、Taylor³²⁾が斜面上に伝播する内部波によって生じる密度変化を実験的に計測し、乱れの生成と減衰のメカニズムの考察を行っている。また、Slinn and Riley³³⁾は、内部波の斜面上で生じる反射に関する数値実験を行い、乱流への遷移限界や斜面上に生成される乱流境界層の特性を明らかにした。連続成層中に生じる内部波の斜面上における急峻化と碎波、そして碎波から乱流への遷移過程に関するレビュー研究については、Staquet and Sommeria³⁴⁾を参照できる。

内部波の実験的研究を行う上での問題点としては、内部波の計測が水面波に比べて難しいことが挙げられる。特に内部波が斜面上等で空間的に変形してゆく場合には固定点における計測では十分に把握することは出来ない。しかしながら、近年では可視化及び画像処理技術を用いることによって、計測が困難であった2次元水槽内の内部波のメカニズムを研究することが可能となった。例えば、Umeyama³⁵⁾はビデオカメラと画像処理ソフトを用いて一定水深の2成層水域における内部波の空間変位に関する室内実験を行っており、実験結果と3次オーダーまでの摂動法による内部波形とが良好な一致を示すことを明らかにした。さらに、梅山・新谷³⁶⁾は、斜面上の内部波の挙動を明らかにするために可視化実験と長波理論による密度界面の時間変動、SIMPLE法に基づいた乱流数値解析による検討を行っている。しかしながら、この研究で用いた数値解法では数値拡散の影響で密度界面を精度良く再現することができず、実験結果との比較・検討が十分になされていなかった。そこで本研究では、より定量的に斜面上の内部波挙動を把握するために、梅山・新谷³⁶⁾が用いた数値計算手法よりもさらに高精度な風上差分法であるCIP法³⁷⁾を用いて数値計算を実行する。また同時に、斜面を設置した6mの2次元水槽を用いた内部波

の斜面週上に関する可視化実験も行い、両結果の詳細な比較によって内部波の変形・碎波特性及び本計算手法の適用性を検討する。

2. 数値実験

水槽内を伝播し斜面を週上する2次元内部波運動を定量的に評価するために $k-\epsilon$ モデルを用いて2次元乱流数値シミュレーションを行う。支配方程式は梅山・新谷³⁶⁾と同一のものであるが、本論文では境界条件の与え方を詳しく述べ、さらに高精度な離散化を用いてモデルの再構築を行っている。以下にその解析の手法を示す。

(1) 数値境界条件

図-1は、数値計算を行うにあたり設定した境界条件の概略を示している。座標の原点は、斜面と内部波発生前の密度界面の交点としている。本計算では、デカルト座標系を用いているため、数値計算において斜面部分は階段形状で近似している。斜面部分を含めた水槽底面部分は滑りなし(non-slip)境界条件であり、乱流エネルギー k と散逸率 ϵ に対しては壁法則を適用している。水面部分は、ほとんど変動が生じないことを考慮して、滑り境界条件とした。また、水面での k と ϵ の条件として水面を横切る方向の勾配をゼロと仮定した。造波機部分では、流出断面の上部と下部において周期的フラックス $U = u_0 \sin(2\pi t/T)$ を与えた。ここで、 u_0 は実験で計測される流速である。また、 T は内部波の周期である。流入出部分における k と ϵ の条件は流れ方向の勾配をゼロとした。密度の条件としては、すべての境界で拡散によるフランクスがゼロとなるように境界の法線方向の密度勾配をゼロとした。

(2) 基礎方程式

水域内の流動を支配する基礎方程式は、質量保存式、運動方程式、密度の保存式である。非圧縮及び、対象領域内の密度差が非常に小さいことを考慮してブーシネスク近似を仮定すると基礎方程式はテンソル形式で次式のように示される。

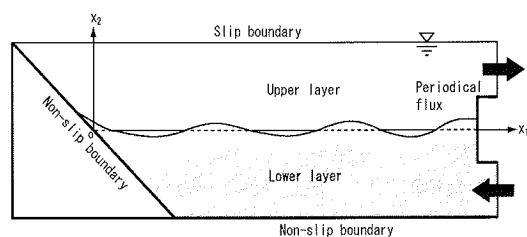


図-1 境界条件の設定

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} &= -\frac{1}{\rho_1} \frac{\partial p}{\partial x_i} - \frac{\rho - \rho_1}{\rho_1} g \delta_{i2} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ (\nu + \nu_t) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right\} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + u_j \frac{\partial \rho}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\frac{\nu}{S_c} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial \rho}{\partial x_j} \right\} \quad (3)$$

ここで、 u_i は x_i 方向の速度成分であり ($i = 1, 2$)、 x_1 は水平方向、 x_2 は鉛直方向の座標軸である。ただし、重複する添え字に対しては総和規約が適用されるものとする。 p は圧力、 ρ は密度、 ρ_1 は上層の初期密度、 ν と ν_t はそれぞれ動粘性係数と渦動粘性係数、 δ はディラックのデルタ関数であり、 S_c と σ_t はそれぞれシェミット数と乱流シェミット数である。

乱流モデルとして標準型 $k - \epsilon$ モデルを用いる。この乱流モデルにおいて渦動粘性係数を決定するためには、以下に示される乱流エネルギー k とその散逸率 ϵ の輸送方程式を連立して解く必要がある。

$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + u_j \frac{\partial k}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right\} \\ &+ P_r + G - \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + u_j \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \left(\nu + \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \epsilon}{\partial x_j} \right\} \\ &+ c_{\epsilon 1} \frac{\epsilon}{k} \{ P_r + (1 - c_{\epsilon 3} G) \} - c_{\epsilon 2} \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (5)$$

ここで、式中の P_r 項は平均ひずみによる乱流生成項であり、次式で与えられる。

$$P_r = \nu_t \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (6)$$

また、式 (5) 中の G は以下に示される浮力による乱流生成項である。

$$G = g \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \delta_{i2} \quad (7)$$

そして、渦動粘性係数は以下の式で計算される。

$$\nu_t = c_\mu \frac{k^2}{\epsilon} \quad (8)$$

式 (3), (4), (5), (7), (8) において係数の値は $S_c = 638$ 、 $\sigma_t = 1.0$ 、 $\sigma_\epsilon = 1.3$ 、 $c_{\epsilon 1} = 1.44$ 、 $c_{\epsilon 2} = 1.92$ 、 $c_\mu = 0.09$ 、 $c_{\epsilon 3} = 1.0$ とした。

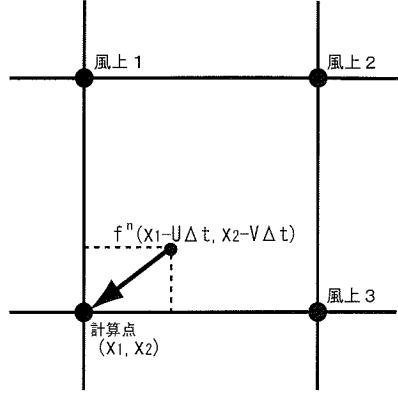


図-2 CIP 法の概念図

(3) 離散化手法

本研究では、基礎方程式をデカルト座標スタッガード格子に基づいて離散化を行った。この離散化された基礎方程式に 2 段階準陽解法である Fractional step 法を適用した。また、収束解を求めるための圧力補正値の Poisson 方程式解法には、SOR 法を内部ソルバーとした残差切除法³⁸⁾を用いた。数値計算において密度境界面の非定常運動を適切に再現するためには、支配方程式の移流項に数値拡散の少ない高精度の風上差分を用いる必要がある。本研究では、Yabe and Aoki によって開発された CIP 法 (Cubic-Interpolated Propagation scheme) を運動方程式と密度輸送方程式の移流項に適用した。CIP 法は、格子間の物理量を周辺の格子点（風上側）における値とその空間微分を用いた 3 次補間式で近似して移流させる方法である。2 次元問題の場合には、図-2 に示すように時刻 t における物理量 $f^n(x_1 - U\Delta t, x_2 - V\Delta t)$ が次の時間ステップの計算点における値 $f^{n+1}(x_1, x_2)$ に対応すると考える。その際に、 $f^n(x_1 - U\Delta t, x_2 - V\Delta t)$ の値を次式で示す 3 次補間式で精度良く求める。ここで、 U, V は時刻 t での計算点における水平及び鉛直流速であり、 Δt は時間ステップである。

$$\begin{aligned} f^n(x_1, x_2) &= a + bx_1 + cx_1^2 + dx_1^3 + ex_2 + fx_2^2 + gx_2^3 \\ &+ hx_1x_2 + ix_1^2x_2 + jx_1x_2^2 \end{aligned} \quad (9)$$

ここで、 $a \sim j$ は係数である。

この CIP 法は、記憶する変数が多い分メモリーを多く必要とするものの非常に高精度な手法である。また、 k 及び ϵ の輸送方程式の移流項には非物理的な数値振動の生じない ULTIMATE-QUICKEST³⁹⁾ 法を用いた。一方、拡散項の離散化には、2 次の中心差分を用いた。時間ステップは、CFL 条件を満足するようすべての計算ケースにおいて約 $\Delta t = 0.01$ 秒として計算を行った。計算対象領域は、水平・鉛直方向共に等間隔格子で離散化し（水平 240、鉛直 60 メッシュ）、 $\Delta x = 2.5\text{cm}$ 、 $\Delta y = 0.5\text{cm}$ として計算を行った。また、本研究では、数値実験を

水深と流入最大流速に基づくレイノルズ数 $Re=5250\sim 15000$ の範囲で行った。

(4) 数値実験結果の考察

数値計算と実験の結果を比較する前に、数値計算によって求められる内部波挙動について考察を行うこととする。図-3は、上下層厚及び振幅を変化させて計算した場合の内部波の波形変化を示している。この計算は、上層密度 $\rho_1=1000\text{kg/m}^3$ 、下層密度 $\rho_2=1050\text{kg/m}^3$ 、周期 $T=7.2\text{s}$ 、斜面なしの条件で行った。図-3(a)は上層厚 $h_1=15\text{cm}$ と下層厚 $h_2=15\text{cm}$ のケース ($h_1/h_2 = 1$)、図-3(b)は上層厚 $h_1=7.5\text{cm}$ 、下層厚 $h_2=22.5\text{cm}$ のケース ($h_1/h_2 = 0.333$) での内部波波形を示している。それぞれのケースにおいて波形勾配 (H/L) を 3 種類計算している。ここで、 H と L はそれぞれ内部波の波高と波長である。内部波波形は、無次元密度 $(\rho-\rho_1)/(\rho_2-\rho_1) = 0.5$ となる位置の変動であり、図は反射波が戻ってこない水槽中央付近の一一波を選んで示している。また、軸はすべて L で無次元化している。上下層厚が等しいケース (a) では、ほぼすべての波形勾配のケースに対して内部波波形がほぼ上下対称の正弦波になっていることがわかる。それに対して、上層厚が下層厚に比べて $1/3$ のケース (b) では、波形勾配が小さいときはケース (a) と同様に上下対称の波形となっているが、波形勾配が大きくなるにつれて、波形は上下対称ではなく下に凸の形状となっていることがわかる。

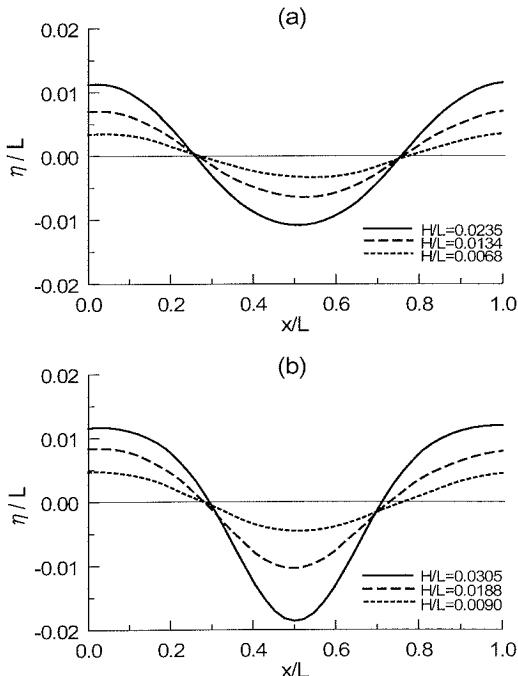
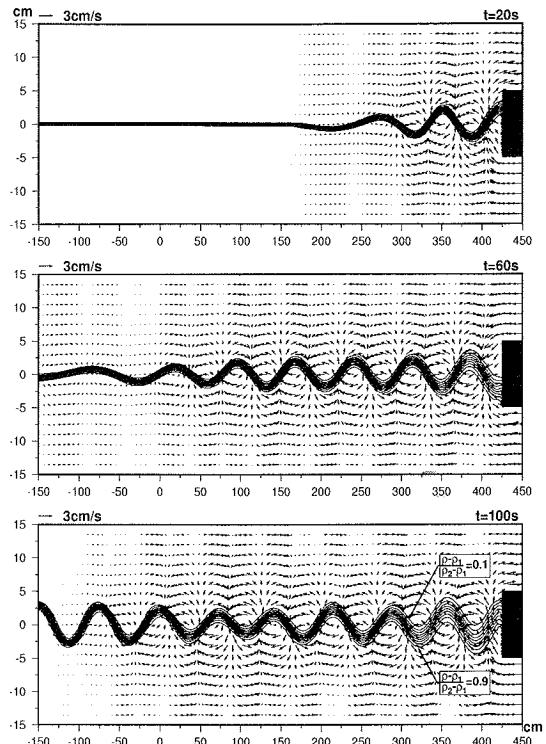


図-3 上下層厚の違いによる波形の変化

((a) $h_1/h_2 = 1$, (b) $h_1/h_2 = 0.333$)

(a) 斜面なし



(b) 斜面あり

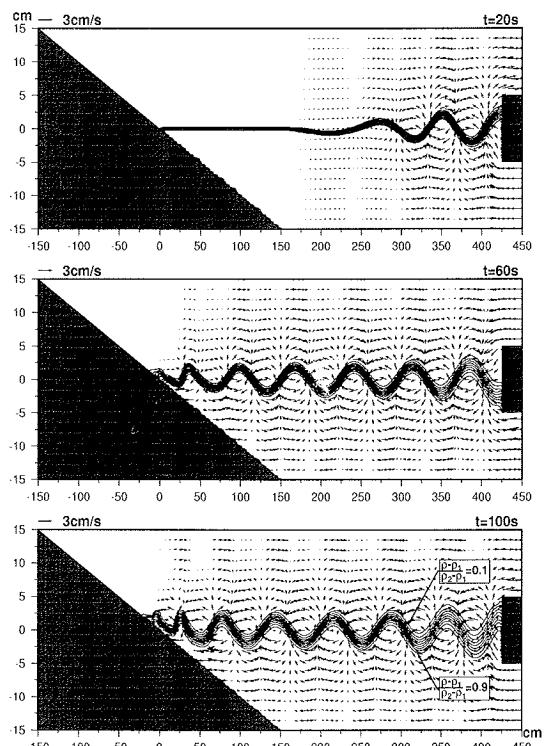


図-4 内部波の水槽全域における計算結果

図-4 は、Umeyama³⁵⁾が行った斜面なしの進行性内部波のケースと梅山・新谷³⁶⁾又は Umeyama and Shintani⁴⁰⁾が行った斜面遡上内部波のケースについて全領域を再計算したものである。なお、両ケースとも造波機の x 座標は 450cm であるが、斜面なしの場合には、 x 座標 -150cm を完全反射の直立壁として、斜面有りの場合は、 x 座標 -150cm~150cm を斜面としてある。内部波の周期は 7.2s とし、造波開始後 20s, 60s, 100s の結果を示している。図には、無次元密度 $(\rho - \rho_1) / (\rho_2 - \rho_1)$ が 0.1 ごとの等密度線と流速ベクトルを描いてある。なお、この計算では内部波の挙動を視覚的にとらえやすいように、実際の実験条件よりも波高を大きくして入力してある。斜面がない場合（直立壁）の結果を見ると、造波開始後 20s において、造波機付近から内部波が 2, 3 波程度生成されていることがわかり、その内部波周辺の上下水域で微弱ではあるが広い範囲で流動が起きているのがわかる。このとき内部波周辺の流速ベクトルを見ると、峰の近くでは水塊が右回りの回転、波の谷の周辺では左回りの回転をしながら伝播していることがわかる。60s 後には、内部波の先頭が左の直立壁に到達している。造波開始後 100s では、壁前面で壁面からの反射波と合成が始まり、内部波の峰が最も高くなる地点で水平流速が消滅していく、定常波になつてある状態にあると考えられる。また、造波機付近では、時間の経過と共に等密度線の間隔が徐々に広がっており、この部分で混合が引き起こされていることがわかる。斜面が存在する場合も同様な結果を示している。なお、斜面勾配は 1/10 である。内部波が斜面に到達する前は、当然のことながら内部波の状況は斜面がないケースと同様である。60s 後には内部波は斜面に達し、その後は斜面から際だった反射がないためか部分重複波の状況が続く。内部波が斜面を上昇するにつれて、内部波の峰の部分の右回りの渦はその回転領域を狭くさせながら、回転速度を増大していることがわかる。また、斜面に内部波が遡上する付近の等密度線は、時間と共に徐々に間隔が広がっており、この領域では他の部分に比べて強く混合が起こっていることもわかる。

3. 室内実験

(1) 実験装置及び実験条件

実験は、長さ 6m、幅 15cm、深さ 35cm の 2 次元造波水槽を用いて行った。水槽の一端には、フラップ式内部波造波装置が設置してある。造波水槽の詳細については、Umeyama³⁵⁾を参照して頂きたい。図-5 は、実験に用いたフラップ式造波装置の詳細を示している。造波装置は水平フラップと偏心モーターから構成されており、これらが連結棒によって連結されている。水平

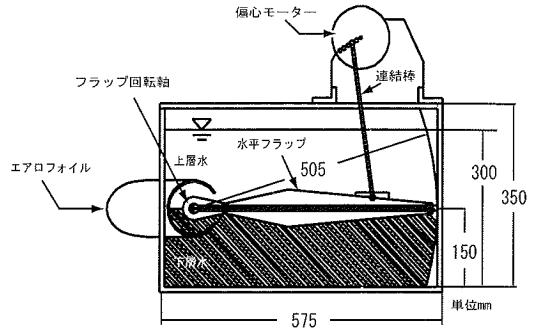


図-5 フラップ式造波装置

フラップの回転軸は密度界面（水槽底面から 15cm）の位置に固定してある。偏心モーターが回ることにより、フラップは上下動して下層水と上層水を交互に水槽内に押し出す仕組みとなっている。また、フラップ先端に取り付けられたエアロフォイルはフラップ回転軸付近で上下層が混合するのを防ぐ役割を果たしている。内部波が遡上する斜面は、造波板から 300cm~600cm の間に 1cm 厚のアクリル樹脂製の板を用いて勾配 1/10 で作成した。2 成層水は上層に淡水、下層に塩水を用いて作成したが、その際に上層と下層が混合しないように、まず塩水を所定の量だけ水槽内に入れ、その塩水の上に浮かべた浮体に淡水を少量ずつ注いで淡水が塩水の表面を沿うようにして成層にした。上層が注入完了するのに約 2 時間ほどの時間を要した。密度界面の位置及び混合現象を画像処理によって測定するために、下層水はウォーターブルー（アニリンブルー）を用いて着色した。すべての実験ケースにおいて、上下層の密度差は 22.5 kg/m^3 、全水深は 30cm、上下層厚は等しく 15cm とした。内部波の周期は、5.2~10.6s の間で変化させた。界面の測定は、可視化手法と内部波波高計（KENEK 社製）を用いた。この内部波波高計は造波板から 253cm 離れた位置に設置し、密度界面の鉛直変位の時間変化をサンプリング間隔 0.02s でデータレコーダーに記録した。

(2) 可視化手法及び画像処理法

内部波波高計など一地点の計測では、内部波の時々刻々の空間的変形を捕らえることができない。そこで、本研究ではビデオ撮影と画像処理による手法を用いて斜面上の内部波挙動の解析を行った。撮影は外部から光が入らない状況下で、図-6 に示すように水槽の裏側に設置した光源（蛍光灯）からの透過光を逆側に設置したデジタルビデオカメラ（TVR-900 : SONY）で撮影することによる方式で内部波の挙動を捕らえた。デジタルビデオカメラは、画像にできるだけ奥行き方向の影響が現れないようカメラを水槽から 2m 離して設置した。撮影の際は、透過光のノイズによる空間的な

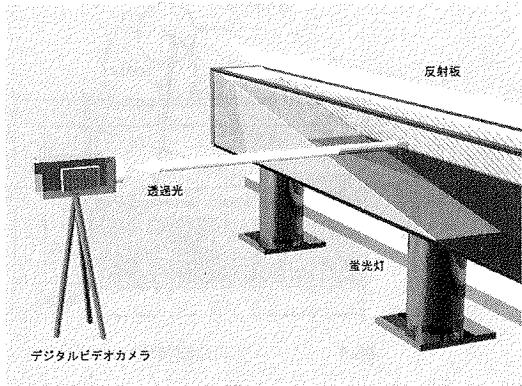


図-6 撮影方法

不均一を極力抑えるために、光源からの光を一度発泡スチロール製のホワイトボードで反射させ、さらにその光が水槽の裏側に貼り付けた半透明の拡散フィルターを通してるようにした。デジタルビデオカメラの有効画素 640×480 ピクセルの内、撮影された映像の解析対象部分は、空間解像度が 575×340 ピクセルであった。解析対象領域の寸法は、横 45cm で縦 27cm であったため、1ピクセルあたりの長さは、 0.078cm となった。映像は $1/30\text{s}$ の間隔で DV テープに記録されているが、本解析では DV ポードを組み込んだコンピュータによって 1 秒ごとの静止画像へと変換した。その後は、画像解析ソフト (Cosmos32 : 株式会社ライブラリー) を用いてこれらの静止画を 8 ビット (256 階調) の輝度分布図へと変換し、さらに実際の寸法に対応させるために、事前にスケールを撮影することによって得られるピクセルと長さの対応関係に基づいて座標変換を施して図化した。撮影の際、カメラの光軸に対して奥行き方向に厚みを持つ密度界面が上下することで期待する密度界面位置とはズレが生ずるが、今回の実験では内部波の変動範囲が撮影領域に対して小さいので、その誤差は微小であると考えられる。従って、本解析においては光軸からのズレで生じる誤差の修正は行わなかった。

4. 実験結果と数値計算結果の比較

(1) 一定水深部分における密度界面の変位

図-7 は、造波機から 253cm 離れた位置に設置した内部波波高計を用いて計測した結果と数値計算で得られた同一位置における密度界面 $[(\rho - \rho_1)/(\rho_2 - \rho_1) = 0.5$ の位置] の変動を比較したものである。実験では、急激に所定の造波板変位を与えると造波機部分で強い混合が起こるため、数秒かけて徐々に目的の変位まで上げるように操作している。そのため、正確に計算の開始点を実験の開始点に合わせることはできない。そこ

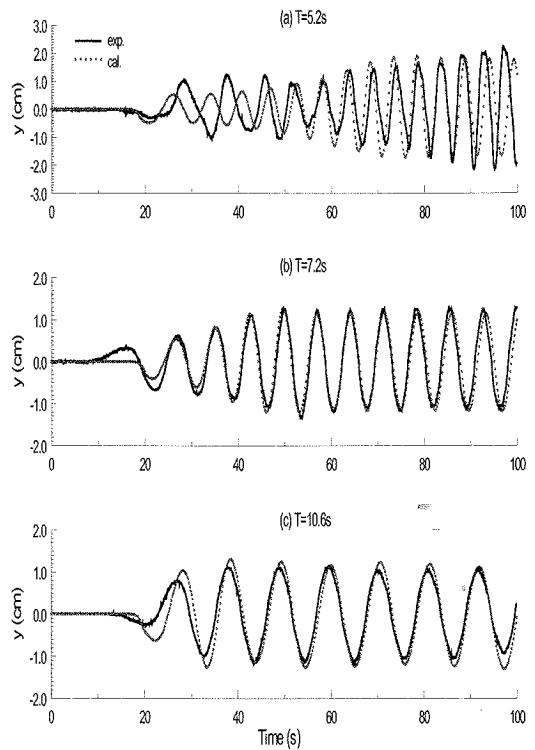


図-7 密度界面の初期変動（実験結果と計算結果の比較）

で、この比較では計算から得られた内部波の位相と合うように実験結果の時間の原点を多少ずらしている。図-7(a) は、周期 $T=5.2\text{s}$ の場合の変動結果を示している。数値計算の結果は、波高が徐々に増加している傾向など実験結果と一致している部分もあるが、あまり良好な対応は見いだせない。この原因として、実験で内部波の周期が短い場合には粘性の影響によって伝播する過程で波高が大きく減衰するために造波時に大きな振幅を与えてやらなければならなかつたために、周期の大きいケースに比べて安定性が悪くなつたのではないかと考えられる。次に、図-7(b) は、周期 $T=7.2\text{s}$ の場合の結果を示している。このケースでは、初期部分のズレ（これは造波開始方法に起因）を除いて、徐々に波高が増大する様子や、4, 5 波目で最大波高が現れるなどほとんどの面で実験と計算で非常に良い一致が得られていることがわかる。図-7(c) は、周期 $T=10.6\text{s}$ の場合の比較を示している。このケースの結果は、 $T=7.2\text{s}$ のケースと同様、波形はほぼきれいな正弦波形となっている。また、実験結果と計算結果は良い一致を示していることがわかる。全体的な波形の特徴として、周期が短いほど波形や波高が安定な状態になるのに時間がかかることがわかる。また、周期が比較的長い場合には、数値計算によってかなりの精度で密度界面の変動が予測できることがわかつた。

(2) 斜面上における内部波の変形及び碎波

図-8 は周期 $T=5.2\text{s}$ の画像処理結果と計算結果を比較したものである。左側の図(a)は、画像処理によって得られた 256 段階の輝度値分布を輝度値間隔 20 ごとの等値線とともに示したものである。また、右側の図(b)は、数値計算結果から得られる密度と流速ベクトルを示したものである。図中の密度は、無次元密度で示しており、無次元密度間隔 0.2 ごとに等値線を描いている。まず(a)の画像処理による結果を見ると、等値線上に細かいノイズを含んでいるが、内部波の遡上・変形過程が非常に良く捕らえられていることがわかる。内部波は、斜面を遡上するにつれて前面を急峻化させると同時に、先端部分に Helffrich³⁰⁾ によって既に確認されている下層水の丸い水塊(以下 bolus と記す)を 1 波について 1 個ずつ生成している。その後、bolus は徐々に大きさを減少させながら斜面上部へと上昇している。一方、内部波の bolus 以外の部分は徐々に厚さを減少させながら斜面下方に移動している。この実験結果を計算結果と比較すると、実験結果の方が計算結果よりも密度界面がシャープであることがわかるが、全体的な内部波の変形過程が数値計算によって適切に再現されている。また、(b)の数値計算では、実験では得ることのできなかった流速分布を見ることができる。先

端部分に生成された bolus 内部では右回りの渦が形成され、斜面を遡上するにつれて渦が消滅していくことが確認できる。この右回りの渦構造は、右回りの渦を形成している内部波の峰部分が孤立して bolus が生じたことに由来する。また、bolus の右側には常に bolus 内部とは逆の左回りの渦が存在していることもわかる。図-9 は、周期 $T=7.2\text{s}$ のケースに関する同様な比較を示したものである。このケースでは、周期 $T=5.2\text{s}$ の場合と比べて、生成された bolus のサイズが大きく、内部波内部の流速も大きくなっている。また、計算と実験の両方においてそれぞれの等値線の間隔が周期 $T=5.2\text{s}$ の場合よりも広がっており混合がより強いことがわかる。しかし、全体的な内部波の挙動は周期 $T=5.2\text{s}$ のケースと非常に類似している。このケースにおいても数値計算結果と実験結果は良く一致していることが確認できる。次に図-10 では、実験を行った中で最も周期の長い周期 $T=10.6\text{s}$ のケースに関する同様な比較を示している。全ケース中 bolus は最も大きく、遡上高さも最大となった。また、この図では bolus 前面の流速が他の部分よりも極めて大きいことがよくわかる。数値計算の結果はどの位相においても混合に関する実験結果を非常に良く表していることがわかる。

以上の実験と数値解析の結果から、斜面上を遡上す

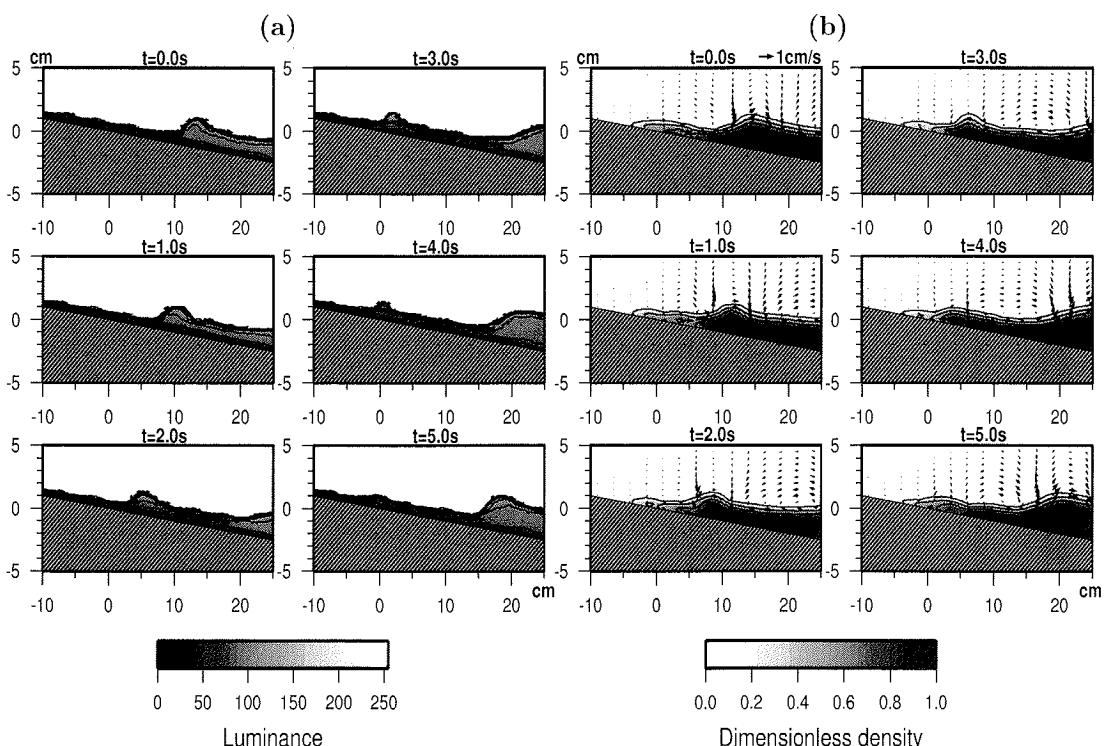


図-8 内部波の斜面上における変形と混合の比較 (周期 $T=5.2\text{s}$ 秒, (a) 実験結果, (b) 計算結果)

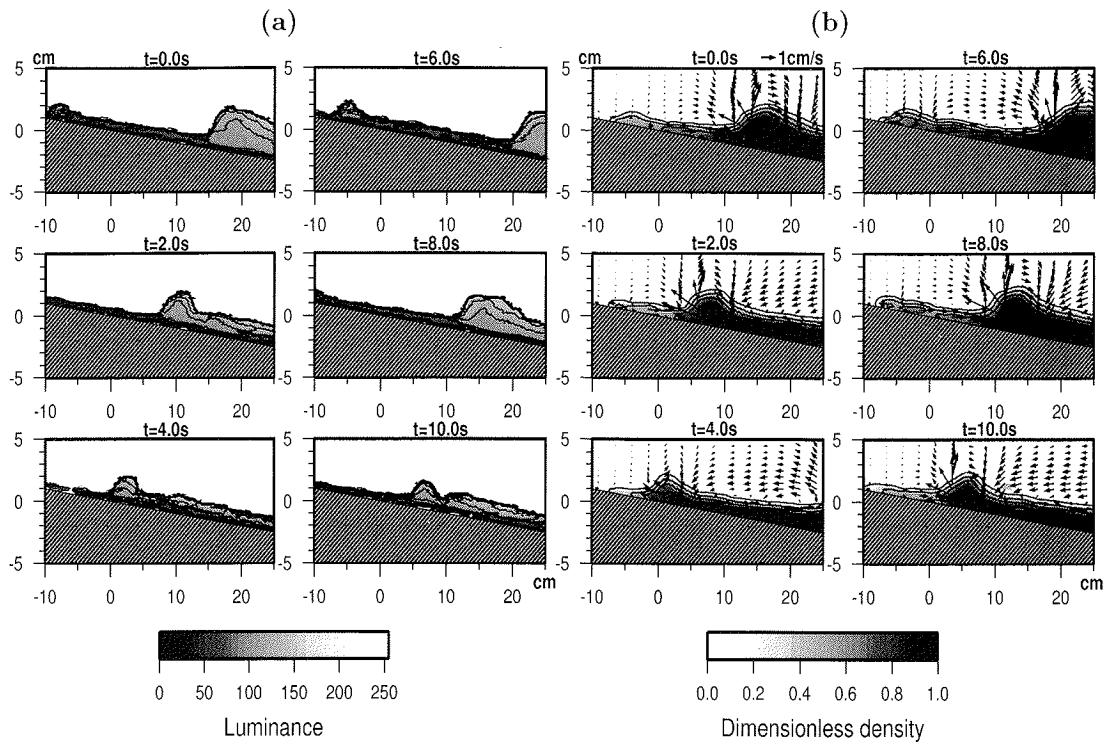


図-9 内部波の斜面上における変形と混合の比較 (周期 $T=7.2$ 秒, (a) 実験結果, (b) 計算結果)

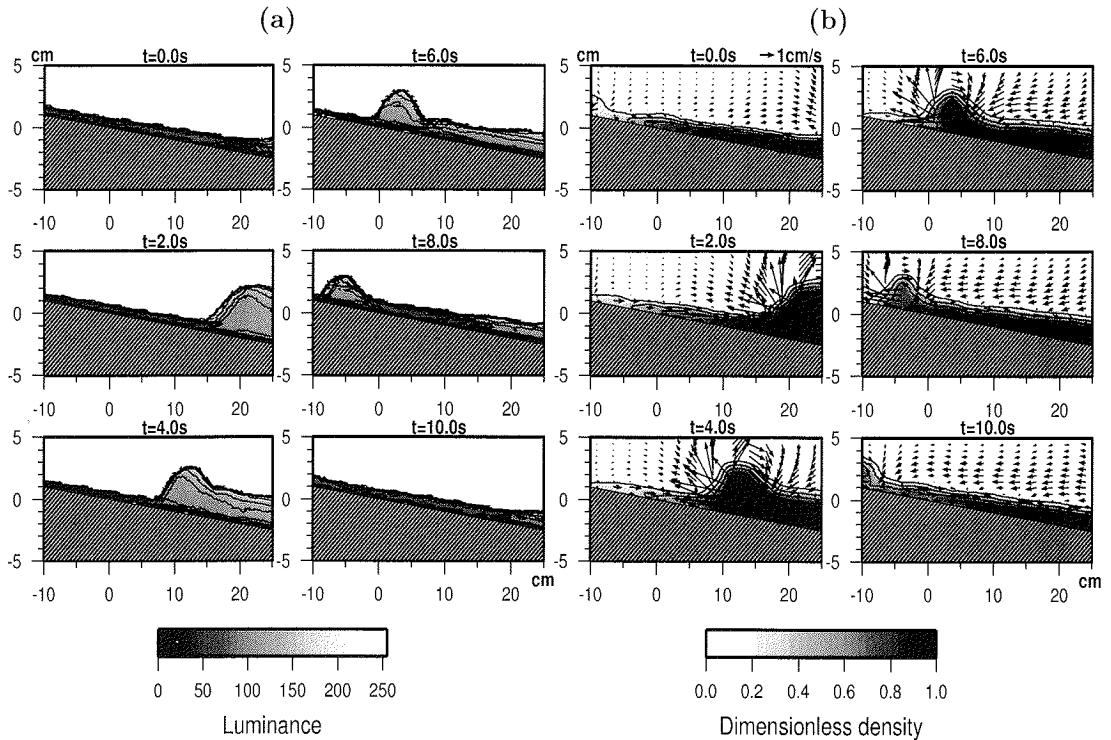


図-10 内部波の斜面上における変形と混合の比較 (周期 $T=10.6$ 秒, (a) 実験結果, (b) 計算結果)

る内部波は周期が長いほど斜面に作用する時間と伝播距離が長くなるために、底面部分に蓄積した物質の輸送に与える影響が大きくなるであろうことが確認できた。また、bolus の前面に形成される鉛直上向きの流动が物質の巻き上げ・再浮上に対して特に重要な役割を果たしているであろうことも数値解析の結果から確認することができた。本数値計算では境界条件の部分でも述べたように斜面を段差 5mm の階段形状で近似している。そのため数値計算を行う上でその影響が懸念されたが、今回行った比較の結果をみると、この境界近似の影響は今回考察を行った範囲ではほとんど無視できる程度のものであった。

5. 結論

本研究では、斜面上における内部波の遡上・碎波及び混合過程を詳細に調べるために CIP 法を導入した乱流数値計算と内部波波高計と可視化画像処理を用いた室内実験を行った。本研究で得られた結果は以下の通りである。

1. デジタルビデオカメラを用いた可視化・画像処理技術を用いることで、斜面上における時々刻々の内部波の空間変形を計測すること、及び上下層の混合状況を把握することが可能であることがわかった。
2. 移流項の差分化に CIP 法を適用したが、それによる数値解析によって 2 次元水槽内で引き起こされる内部波運動を適切に再現することができた。特に一定水深上を伝播する内部波の波高変化と斜面上における内部波の変形・混合過程に関しては水理実験と良好な一致を得た。
3. 数値計算の結果から内部波内部での流動が明らかとなり、内部波の作用によって斜面上に引き起こされる流動現象を詳細に把握することができた。
4. 今回は数値計算において斜面を階段形状で近似したにもかかわらず良好な結果が得られた。

参考文献

- 1) Pineda, J. : Predictable upwelling and the shoreward transport of planktonic larvae by internal tidal bores, *Science*, Washington D.C., Vol.253, pp.548-551, 1991.
- 2) Weidemann, A.D., Pegau, W.S., Jugan, L.A., and Bowers, T.E. : Tidal influences on optical variability in shallow water, *Ocean Optics*, Vol.2963, pp.320-325, 1996.
- 3) Cacchione, D.A., and Southard, J.B. : Incipient sediment movement by shoaling internal gravity waves, *J. Geophys. Res.*, Vol.79, No.15, pp.2237-2242, 1974.
- 4) Bogucki, D., Dickey, D., and Redekopp, L.G. : Sediment resuspension and mixing by resonantly generated internal solitary waves, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol.27, pp.1181-1196, 1997.
- 5) Helland-Hansen, B. and Nansen, F. : The eastern North Atlantic, *Geophys. Publ.*, Vol.4, No.2, pp.1-76, 1926.
- 6) Zalkan, R.L. : High frequency internal waves in the Pacific Ocean, *Deep-Sea Res.*, Pergamon Press, U.K., Vol.17, pp.91-108, 1970.
- 7) Farmer, D.M., and Armi, L. : The generation and trapping of solitary waves over topography, *Science*, Washington D.C., Vol.283, pp.188-190, 1999.
- 8) Schott, F. : On horizontal coherence and internal wave propagation in the North Sea, *Deep-Sea Res.*, Pergamon Press, U.K., Vol.18, pp.291-307, 1971.
- 9) Maeda, A. : Phase velocity of semi-diurnal internal waves at Ocean Weather Station T, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, Vol.27, No.4, pp.163-174, 1971.
- 10) Lee, O.S. : Observations of internal waves in shallow water, *Limnol. Oceanogr.*, Vol.6, No.3, pp.312-321, 1961.
- 11) Gaul, R.D. : Observations of internal waves near Hudson Canyon, *J. Geophys. Res.*, Vol.66, No.11, pp.3821-3830, 1961.
- 12) Shand, J.A. : Internal waves on Georgia Strait, *Trans., AGU*, Vol.34, No.6, pp.849-856, 1953.
- 13) LaFond, C. : Internal waves, Part 1, *The Sea*, Ed. by M.N. Hill, Interscience, New York, Vol.1, pp.731-751, 1962.
- 14) Apel, J.R., Byrne, H.M., Proni, J.R., and Charnell, R.L. : Observation of oceanic internal and surface waves from the Earth Resources Technology Satellite, *J. Geophys. Res.*, Vol.80, pp.865-881, 1975.
- 15) Apel, J.R., Byrne, H.M., Proni, J.R., and Sellers, R.L. : A study of oceanic internal waves using satellite imagery and ship data, *Remote Sens. Environ.*, Vol.5, pp.125-135, 1976.
- 16) Apel, J.R., Holbrook, J.R., Liu, A.K., and Tsi, J. : The Sulu sea internal soliton experiment, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol.15, pp.1625-1651, 1985.
- 17) Keulegan, G.H. : Characteristics of internal solitary waves, *J. Res., Nat Bureau of Standards*, Vol.51, pp.133-140, 1953.
- 18) Long, R.R. : Solitary waves in one- and two-fluid systems, *Tellus*, Vol.8, pp.460-471, 1956.
- 19) Benjamin, T.B. : Internal waves of finite amplitude and permanent form, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.25, pp.241-270, 1966.
- 20) Thorpe, S.A. : On the shape of progressive internal waves, *Philos. Trans. R. Soc. London*, Vol.263A, pp.563-614, 1969.
- 21) Holyer, J. : Long amplitude progressive internal waves, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.93, pp.433-448, 1979.
- 22) Koop, C.G., and Bulter, G. : An investigation of internal solitary waves in a two-fluid system, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.112, pp.225-251, 1981.
- 23) Evans, W.A.B., and Ford, M.J. : An integral equation approach to internal (2-layer) solitary waves, *Phys. Fluids*, Vol.8, No.8, pp.2032-2047, 1996.
- 24) Segur, H., and Hammack, J.L. : Soliton models of long internal waves, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.118, pp.285-304, 1982.
- 25) Choi, W., and Camassa, R. : Fully nonlinear internal waves in a two-fluid system, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.396, pp.1-36, 1999.
- 26) Wunsch, C. : Progressive internal waves on slopes, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.35, pp.131-144, 1969.

- 27) Ivey, G.N., and Nokes, R.I. : Vertical mixing due to the breaking of critical internal waves on sloping boundaries, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.204, pp.479-500, 1989.
- 28) Kao, T.W., Pan, F.S., and Renouard, D. : Internal solitons on the pycnocline : generation, propagation, and shoaling and breaking over a slope, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.169, pp.19-53, 1985.
- 29) Helfrich, K.R., and Melville, W.K. : On long non-linear internal waves over slope-shelf topography, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.167, pp.285-308, 1986.
- 30) Helfrich, K.R. : Internal solitary wave breaking and run-up on a uniform slope, *J. Fluid Mech.*, Cambridge, U.K., Vol.243, pp.133-154, 1992.
- 31) 柿沼太郎 : 非線形緩勾配方程式の内部波への拡張, 海岸工学論文集, 第 47 卷, pp.1-5, 2000.
- 32) Taylor, J.R. : Turbulence and mixing in the boundary layer generated by shoaling internal waves, *Dyn. Atmos. Oceans*, Vol.19, pp.233-258, 1993.
- 33) Slinn, D.N., and Riley, J.J. : Turbulent dynamics of a critically reflecting internal gravity wave, *Theoret. Comp. Fluid Dyn.*, Vol.11, pp.281-303, 1998.
- 34) Staquet, C., and Sommeria, J. : Internal gravity waves : From instabilities to turbulence, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, Vol.34, pp.559-593, 2002.
- 35) Umeyama, M. : Experimental and theoretical analyses of internal waves of finite amplitude, *J. of Wtwy. Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol.128, No.3, pp.133-141, 2002.
- 36) 梅山元彦, 新谷哲也 : 斜面を越上する内部波の変形・碎波に関する可視化実験と $k - \epsilon$ モデルを用いた数値解析, 海岸工学論文集, 第 48 卷, pp.136-140, 2001.
- 37) Yabe, T., and Aoki, T. : A universal solver for hyperbolic equations by cubic-polynomial interpolation I. One-dimensional solver, *Comput. Phys. Commun.*, Vol.66, pp.219-232, 1991.
- 38) 田村敦宏, 菊池一雄, 高橋匡康 : だ円形境界値問題の数値解法—差差切除法について（ボアン方程式への適用）, 日本機械学会論文集 (B 編), 第 62 卷 604 号, pp.62-69, 1996.
- 39) Lin, B., and Falconer, B.A. : Tidal flow and transport modeling using ULTIMATE QUICKEST scheme, *J. Hydr. Res.*, Vol.123, No.4, pp.303-314, 1997.
- 40) Umeyama, M. and Shintani, T. : Visualization analysis of run-up and mixing of internal waves on an upper slope, *J. of Wtwy. Port, Coast. and Oc. Engrg.*, ASCE, Vol.130, No.2, pp.89-97, 2004.

(2003. 9. 18 受付)

NUMERICAL SIMULATION AND VISUALIZATION EXPERIMENT OF INTERNAL WAVES ON AN UPPER SLOPE

Tetsuya SHINTANI and Motohiko UMEYAMA

Numerical calculations and laboratory experiments were conducted in order to understand the run-up and mixing of internal waves over a sloping boundary. The numerical model employs the CIP method to reduce the numerical diffusion. The $k - \epsilon$ model was also used to explain the turbulent viscosity effect. Experiments were carried out in a two-dimensional wave tank with a horizontal-flap type wavemaker. A fluid consisting of fresh water and salt water was prepared to imitate the density stratified coastal ocean. An image processing technique was used to reveal the propagation and mixing of internal waves. The displacement and the mixing of internal waves were well predicted by the present numerical model.