

離散的不均質体を含む多孔質媒体内分散流れの 数値シミュレーション

佐藤 光三¹

¹正会員 Ph.D. 東京大学教授 大学院工学系研究科地球システム工学専攻 (〒 113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)
E-mail: sato@geosys.t.u-tokyo.ac.jp

フラクチャーや流動バリアなどの不均質体が離散的に存在する媒体において、分散を伴う流れの数値計算手法を開発する。不均質体まわりの流れを表す特異解は、重ね合わせの原理に基づいて CVBEM に解析的に組み込まれる。一次元流れ問題に対して得られる分散流れの解析解を利用するため、二次元流れを複数の流線に沿った一次元流れに分解する。流線は流れ関数を用いて CVBEM により追跡され、流線に沿った一次元の解を足し合わせることで二次元流れ問題に対する分散流れの解が得られる。応用例として考えたトレーサー試験の再現を通じて、当該計算手法の有用性が確認された。さらに、媒体設定が簡便であることから多数のデータセットを用いる確率的シミュレーションへの実際的な対応性が示された。

Key Words : flow, dispersion, BEM, complex variable, fracture, barrier, heterogeneity

1. 緒言

有限差分法や有限要素法などの領域型解法が領域を離散化するのに対して、境界要素法 (BEM: boundary element method) は境界離散のみを必要とし、計算精度と計算効率に優れた解法として広く認知されている。BEM は水理問題にも多く適用され、例としては、均質もしくは部分的均質媒体^{1),2)}、関数型不均質媒体^{3),4)}、無作為不均質媒体^{5),6),7)}、移動境界問題⁸⁾などがある。さらに現在も適用範囲の拡張を目指した研究が続けられており、その一つとしてフラクチャーや流動バリアなどの離散的不均質体を対象としたものが挙げられる。

離散的不均質体は二次元流動領域においては線分で与えられ、その両端が特異点となるため、実空間で流れの解を求めることは困難である。この解決策として、等角写像による特異点の回避が考えられた⁹⁾。等角写像は複素解析に関連する手法であり、これによって表される離散的不均質体まわりの流れは、複素変数を用いて定式化した複素変数境界要素法¹⁰⁾ (CVBEM: complex variable boundary element method) で扱うのに適している¹¹⁾。複素変数を用いる利点は、流線の追跡にも認められる。流線は、その接線方向が速度ベクトルの方向と一致する線として定義され、速度ベクトル方向に移動する流体粒子を逐次追跡することによって描くことができる。しかしながらこの方法は、打切り誤差が追跡回数に応じて累積される欠点を持つ。また、フラクチャーが存在する場合には速度ベクトルが不連続となり、フラクチャーに流入した流線の流出点を特定す

ることができない。これらの問題は、流線に沿った流れ関数の値が一定であることを利用すれば解決でき、流れ関数を変数として持つ CVBEM では容易に取り扱うことができる¹¹⁾。離散的不均質体まわりの流線追跡に関する CVBEM を用いた研究としては、トレーサー挙動の計算¹²⁾、離散的不均質体と異方性の相関¹³⁾などが挙げられる。ただし、これらの研究で扱われた異種流体間には、ピストン状の完全置換が仮定されている。

流体の置換現象にはピストン状完全置換以外にも様々な形態があるが¹⁴⁾、理想化された一次元流れの条件下であれば解析解の導出が可能となることが多い。多次元問題においても一次元流れに対する解析解を活用する手法としてストリームライン法が提唱され、分散を伴う流れ^{15),16)}、二相流れ^{15),16)}、連鎖崩壊を伴う多成分流れ¹⁷⁾などに応用されている。ストリームライン法では、多次元流れを流線に沿った一次元流れの集合として扱うため、流線の評価が重要になる。ところが、領域型解法と組み合わせたストリームライン法の場合、格子方位¹⁸⁾に起因する流線評価の誤差がストリームライン法の計算精度を著しく劣化させることがある¹⁹⁾。この点を考慮して、流線追跡に適した CVBEM を用いたストリームライン法が考えられ、分散流れと二相流れに対応したモデルが開発されている²⁰⁾。ただし、ストリームライン法はこれまで、均質もしくは連続的不均質媒体を対象とするものであった。

本研究では、既往研究で取り扱われていない媒体と流れの組合せとして離散的不均質体を含む多孔質媒体内分散流れを考え、数値シミュレーション技法として、二

次元媒体に含まれる離散的不均質体を CVBEM によってモデル化し、かつ分散流れをストリームライン法を用いて解くことを提唱する。フラクチャーや流動バリアが存在する媒体内での分散を伴う流れは、各種環境関連物質の地中隔離や流体エネルギー資源開発などの分野で度々扱われる事象である。具体的な適用例としてトレーサー試験を取り上げ、開発したシミュレーションモデルの有用性を示す。

2. 流れの数理モデル

均質な多孔質媒体内の非圧縮性流体渦なし流れは、複素速度ポテンシャル $\Omega = \Phi + i\Psi$ に関するラプラス方程式で記述される¹¹⁾。

$$\nabla^2 \Omega = \nabla^2 (\Phi + i\Psi) = 0 \quad (1)$$

ここで、速度ポテンシャル $\Phi = (k/\mu)p$ は媒体の浸透率 k 、流体の粘性係数 μ 、ならびに流体の圧力 p によって定義され、流れ関数 Ψ と共役の関係にある。

(1) 特異性流れ

湧き出し・吸い込みや離散的不均質体によって生じる特異な流れについて、その解析解を導出する。

a) 湧き出しと吸い込み

座標 z_w に位置する強さ q_w を持った吸い込みを表す特異解 Ω_w は、次式で与えられる¹¹⁾。

$$\Omega_w(z) = \frac{q_w}{2\pi h} \ln(z - z_w) \quad (2)$$

ここで、 h は媒体の厚さである。強さ q_w に負値を用いれば、式(2)は湧き出しの特異解を与える。

b) フラクチャー

図-1 に示すように、端点の座標が $z_1 z_2$ のフラクチャーを考える。フラクチャー内では、接線方向の流れのみが存在し、直交方向の流れは無視できると仮定する。この仮定は、水圧破砕を施したフラクチャー坑井の圧力解析においてその妥当性が確認されており²¹⁾、同程度に小さな開口幅（数 mm 以下）と大きな浸透率（媒体浸透率の数十倍以上）を持つ天然フラクチャーに対しても適用可能と考えられる。その場合、フラクチャーの特異解 Ω_f は、フラクチャーを跨いで実部が連続、虚部が不連続であるような複素関数で与えられる。これは、ジューコフスキー変換面 χ において次式が成り立つことを要求する。

$$\Omega_f(\chi) = \overline{\Omega_f(\bar{\chi})} \quad (3)$$

ここで、 $\bar{\quad}$ は複素共役を示す。ジューコフスキー変換は次式で与えられる。

$$\begin{cases} w(z) = \frac{2z - (z_1 + z_2)}{z_2 - z_1} \\ \chi(w) = w + \sqrt{(w-1)(w+1)} \end{cases} \quad (4)$$

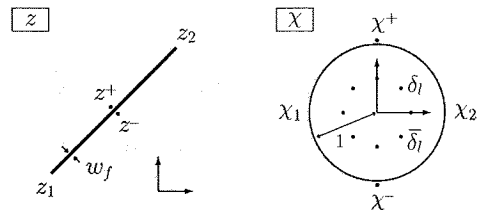


図-1 フラクチャーとジューコフスキー変換

z 平面上の線分 $z_1 z_2$ の外部領域は χ 平面上の円の外部に写像され、線分の + 側と - 側はそれぞれ円の上部和下部に対応する。その対称性より、 $\chi^+ = \chi^-$ である。

式(3)ならびに他の自明な条件を満たす特異解として、次式を得る^{9),11)}。

$$\Omega_f(\chi) = \sum_{l=1}^{n_L} \frac{a_l}{\chi^l} + \sum_{l=1}^{n_p} \left(\frac{\beta_l \delta_l}{\chi - \delta_l} + \frac{\overline{\beta_l \delta_l}}{\chi - \overline{\delta_l}} \right) \quad (5)$$

ここで、 $\beta_l = b_l + ic_l$ であり、 a_l 、 b_l 、 c_l は実数パラメータである。前半の和分は原点を中心とした n_L 次のローラン展開であり、フラクチャーに沿って一様に作用する。一方、後半の和分は座標 δ_l と $\overline{\delta_l}$ に位置する n_p 対の仮想極（図-1）を中心とする一次のローラン展開であり、フラクチャー近傍の特定部分に作用する。両和分を足し合わせることで、フラクチャーまわりの複雑な流れを表現することができる。 n_L と n_p を大きくすることにより計算精度は向上するが、計算効率は低下する。実用上は過度なローラン展開は不必要であり、 $n_L = n_p = 5$ 程度で十分な計算精度が得られる¹²⁾。

c) 流動バリア

フラクチャーの場合とは逆に、流動バリアの特異解 Ω_o は、流動バリアを跨いで実部が不連続、虚部が連続であるような複素関数で与えられる。これは Ω_f の実部と虚部を入れ換えることと等価であり、式(5)を虚数単位 i で除して Ω_o を得る^{9),11)}。流動バリアの場合、 $n_L = n_p = 8$ 程度で実用上十分な精度が得られる¹²⁾。

(2) 分散を伴う流れ

渦なし流れの方向に沿った非圧縮性流体の分散を伴う流れは、濃度 C に関する次式で記述される¹⁴⁾。

$$\phi \frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial s} - \phi K \frac{\partial^2 C}{\partial s^2} = 0 \quad (6)$$

ここで、 t は時間、 s は流れに沿った長さ、 ϕ は媒体の孔隙率、 u はダルシー流速、 K は分散係数である。間隙内流速 $v (= u/\phi)$ が約 3 cm/day よりも大きい場合には¹⁴⁾、 K は次式で与えられる。

$$K = \alpha |v| \quad (7)$$

ここで、 α は縦分散長である。式(7)が成り立つ場合、ペクレ数 N_{Pe} は次式で与えられる。

$$N_{Pe} = \frac{uL}{\phi K} = \frac{L}{\alpha} \quad (8)$$

ここで、 L は系の代表的長さである。

式(6)に現れる u は s に依存するため、一般にはこのままの形で解くのは困難である。Gelhar and Collins²²⁾ は境界層方程式の技法を用い、座標変換 τ と ω によって式(6)の変形を試みた。 τ は空間座標を時間座標に変換するものであり、仮想の流体粒子が原点から距離 s の地点に到達するのに要する時間 (TOF: time of flight) として定義される。

$$\tau(s) = \int_0^s \frac{\phi dr}{|u(r)|} \quad (9)$$

変換 ω は、 τ の被積分関数を自乗したものである。

$$\omega(s_p) = \int_0^{s_p} \frac{\phi^2 dr}{u^2(r)} \quad (10)$$

ここで、 s_p は分散がないとした場合の流体粒子の移動距離である。変換 τ と ω により、式(6)は近似的に次式に帰着する。

$$\frac{\partial C}{\partial \omega} - \alpha \frac{\partial^2 C}{\partial \eta^2} = 0 \quad (11)$$

ここで、 $\eta = \tau - t$ である。式(11)は、 $\sqrt{\alpha/L} \ll 1$ の場合に有効であり、これは式(8)に従えば $\sqrt{N_{Pe}} \gg 1$ に対応する。

初期ならびに境界条件が以下のように与えられた場合、

$$\begin{cases} C(s, 0) = 0, & s \geq 0 \\ C(0, t) = C_0, & t \geq 0 \\ C(s \rightarrow \infty, t) = 0, & t \geq 0 \end{cases} \quad (12)$$

式(11)の解を以下のように得る²²⁾。

$$C(\tau, t) = \frac{C_0}{2} \operatorname{erfc} \left(\frac{\tau - t}{\sqrt{4\alpha\omega}} \right) \quad (13)$$

本研究では多孔質媒体内の縦分散のみを式(13)により考慮し、フラクチャー内の物質混合は無視できるほど小さいと仮定する。

3. 流れの数値シミュレーション

複素速度ポテンシャル Ω は特異点以外では正則であり、以下に示すコーシーの積分公式が成立する^{10),11)}。

$$\Omega(z) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\Gamma} \frac{\Omega(\zeta)}{\zeta - z} d\zeta \quad (14)$$

点 z は対象領域内の任意の点であり、点 ζ は境界 Γ 上の点である。この式の意味するところは「領域内の任意の点 z における複素関数 $\Omega(z)$ を決めるためには、境界 Γ 上に正則な複素関数 $\Omega(\zeta)$ を与えるだけでよい」ということである。

一般には、境界条件として与えられるのは $\Omega(\zeta)$ の実部もしくは虚部のいずれかであり、予め $\Omega(\zeta)$ が判明し

ていることはない。また、式(14)の周回積分を解析的に評価することも困難である。これらの問題を数値的に処理する手法が、複素変数境界要素法 (CVBEM) として知られる準解析的計数解法である。CVBEM では境界を n_b 個の境界要素に分割し、節点 ζ_j を要素端に配する。節点における境界値 Ω_j は境界要素上で線形に内挿され、式(14)の近似として次式を得る。

$$\Omega(z) = \frac{1}{2\pi i} \sum_{j=1}^{n_b} \frac{(z - \zeta_j)\Omega_{j+1} - (z - \zeta_{j+1})\Omega_j}{\zeta_{j+1} - \zeta_j} \cdot \ln \frac{\zeta_{j+1} - z}{\zeta_j - z} \quad (15)$$

具体的な定式化や計算手順は、Hromadka and Lai¹⁰⁾ や佐藤¹¹⁾ に詳しい。

(1) 特異性の取り扱い

湧き出し・吸い込みや離散的不均質体に起因する特異性は、重ね合わせの原理によって CVBEM に組み込むことができる。特異性流れを含む完全解 Ω は、非特異解 (Ω^{ns}) と特異解 (Ω^s) の和として表される。

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega^{ns} + \Omega^s \\ &= \Omega^{ns} + \sum_{j=1}^{n_w} \Omega_{wj} + \sum_{j=1}^{n_f} \Omega_{fj} + \sum_{j=1}^{n_o} \Omega_{oj} \end{aligned} \quad (16)$$

Ω^s は、 n_w 個の湧き出し・吸い込み、 n_f 個のフラクチャー、ならびに n_o 個の流動バリアに対する特異解の和である。

フラクチャーと流動バリアの特異解 Ω_f と Ω_o には、式(5)にみられるように未定義のパラメータ a_i 、 b_i 、 c_i が含まれている。これらを決定するため、それぞれの不均質体に関する流動条件を考える。フラクチャーに沿った s 方向の流速 u_f をダルシー則によって表せば、フラクチャーの+面と-面の流れ関数の差に関して、次式が成り立つ。

$$\Psi^+ - \Psi^- = -w_f u_f = w_f \frac{k_f}{\mu} \frac{dp}{ds} = \frac{k_f w_f}{k} \frac{d\Phi}{ds} \quad (17)$$

ここで、 k_f と w_f はそれぞれフラクチャーの浸透率と開口幅である。一方、流動バリアは不透性であり、流線とみなすことができ、次式が成り立つ。

$$\Psi = \text{一定} \quad (18)$$

未定義パラメータと同数の点をフラクチャーまたは流動バリア上に選び、条件式(17)または式(18)を適用することによって、 a_i 、 b_i 、 c_i を求めることができる¹¹⁾。

(2) ストリームライン法

近年、多孔質媒体内流れの数値シミュレーションにストリームライン法^{15),16),17)}が多く適用されている。その基本概念は、多次元流動問題を流線に沿った複数の一次元流動問題に分解し、そこで得られた解を足し合

わせて元の多次元問題に対する解を構築するというものである。一次元流動問題に関しては、解析解もしくは準解析解の導出が容易である場合が多く、これを利用して計算精度と計算効率を向上させ得る。CVBEMは領域離散を必要としない境界型解法であり、さらに流線を厳密に定義する流れ関数を直接取り扱う手法であるため、ストリームライン法の基礎となる流線の評価に適している。

CVBEMでは、流線上のある点 z_j に流体粒子を考え、これを逐次追跡して流線を評価する。複素速度 $w = -\partial\Omega/\partial z$ 、コーシー・リーマン関係式 $\partial\Psi/\partial x = -\partial\Phi/\partial y$ 、ならびにダルシー則 $u_s = -d\Phi/ds$ を用いて、速度成分 (u_x, u_y) に関して次式を得る。

$$w = -\frac{\partial\Omega}{\partial z} = -\frac{\partial\Phi}{\partial x} + i\frac{\partial\Phi}{\partial y} = u_x - iu_y \quad (19)$$

点 z_j から微小距離 Δs だけ移動した点の一次近似座標は、オイラー法により以下のように評価される。

$$z_{j+1/2} = z_j + \frac{\overline{w_j}}{|\overline{w_j}|} \Delta s \quad (20)$$

ここで、 $\overline{w_j}$ は z_j において評価される複素速度 w_j の複素共役である。流れ関数の値 Ψ_0 を持つ流線の追跡精度を上げるため、点 $z_{j+1/2}$ を通る等ポテンシャル線上で $\Psi(z) - \Psi_0 = 0$ の解を求めるニュートン・ラフソン法を考え、次式を得る^{9),11)}。

$$z_{j+1} = z_{j+1/2} + i \frac{\Psi_{j+1/2} - \Psi_0}{w_{j+1/2}} \quad (21)$$

$|\Psi_{j+1/2} - \Psi_0|$ が許容範囲に収まるまで式(21)を漸的に適用することにより、 z_{j+1} を求めることができる。図-2に追跡点の位置関係を示す。微小距離 Δs は $z_{j+1/2}$ の初期値を求めるために式(20)に現れるが、その後は式(21)の繰り返し計算によって z_{j+1} が決定される。したがって、 Δs の大小にかかわらず z_j と z_{j+1} における流れ関数の同一性は保証され、両点は同一流線上にある。流体粒子が z_j から z_{j+1} に移動するのに要する時間は、次式で評価される。

$$\Delta t_j = \frac{2|z_{j+1} - z_j|}{|w_j + w_{j+1}|} = \frac{\Delta r_j}{|u_j|} \quad (22)$$

ここで、 u_j は平均ダルシー流速、 Δr_j は z_j と z_{j+1} の距離である。

流線がフラクチャーを通過する場合には、フラクチャーからの流出点 z_{out} を探索するため、 χ 平面上で

$$\Psi(\chi_{out}) - \Psi_0 = 0 \quad (23)$$

を満たす χ_{out} を求める。これを式(4)を用いて逆変換することにより、 z_{out} を得る。

以上のようにして追跡された流線に沿って、式(13)で表される分散を伴う流れを考える。この解に現われる τ は式(9)で与えられるが、その被積分項は以下の

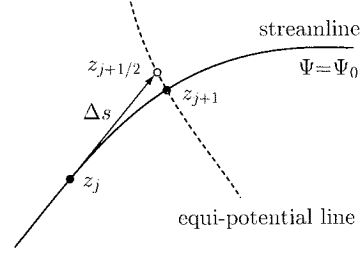


図-2 流体粒子の追跡

ように変形できる。

$$\frac{\phi dr}{|u(r)|} = \phi dt \quad (24)$$

dt の近似として式(22)で与えられる Δt_j を用いれば、式(9)の積分は以下の和分で近似できる。

$$\tau(s) = \sum_{j=1}^m \phi \Delta t_j \quad (25)$$

ここで、 m は距離 s の地点までに要した追跡回数である。同様に、変換 ω を与える式(10)の被積分項は以下のように変形され、

$$\frac{\phi^2 dr}{u^2(r)} = \frac{\phi^2 dt^2}{dr} \quad (26)$$

式(10)の積分は以下の和分で近似できる。

$$\omega(s_p) = \sum_{j=1}^m \frac{\phi^2 \Delta t_j^2}{\Delta r_j} \quad (27)$$

CVBEMによる流線追跡の際に求められる Δt_j ならびに Δr_j から、式(25)と式(27)を用いて τ と ω が計算される。これを式(13)に適用することによって、分散を伴う流れを流線に沿って評価できる。対象領域内のポテンシャル場を表現できるだけの十分な数 n_s の流線を追跡し、それぞれの流線に沿った解を足し合わせることで、分散を伴う流れの数値シミュレーションが可能となる。

4. 結果と考察

離散的不均質体を含む多孔質媒体内の分散流れに対する解析解は知られておらず、開発した数値モデルを直接検証することはできない。しかしながら、離散的不均質体のモデル化に関するCVBEMの検証¹²⁾とストリームライン法についての検証²⁰⁾は個別に行われており、当該モデルでは両者を解析的に結合していることから、その妥当性は保証される。

(1) 離散的不均質体まわりの分散流れ

不透性境界で囲まれた 1×1 の正方形領域を考え、その中心に長さ0.5のフラクチャーまたは流動バリアを想定する。湧き出しと吸い込みは $(0, 0)$ ならびに $(1, 1)$

に位置し、それぞれの流量 q_w の絶対値は等しく、領域内速度ポテンシャルは定常状態にある。CVBEM では、 $n_b = 40$ の境界要素で境界を表す。

a) フラクチャー

離散的不均質体としてフラクチャーを考え、平面ポアズイユ流の仮定が成り立つものとして $k_f w_f / k = (w_f^2 / 12) w_f / k = 83.3$ と設定する。湧き出しから吸い込みに向かって、 $n_s = 500$ の流線を CVBEM によって追跡する。流線 j の追跡開始点 z_{sj} は半径 $r_w = 0.001$ の湧き出し円周上に均等に配置し、追跡の刻み距離は $\Delta s = 0.005$ とする。結果を図-3(a) に示す(視認性を考慮し 100 本の流線のみを示した)。また、対応する等ポテンシャル線を図-3(b) に示す。ここで考えた $k_f w_f / k$ の値は実質的に流動抵抗の無いフラクチャーに対応しており¹²⁾、速度ポテンシャルが均一となるフラクチャーに対して流線は直角に流入・流出している。また、特異性流れのため、フラクチャー両端の流線密度が高いことがわかる。

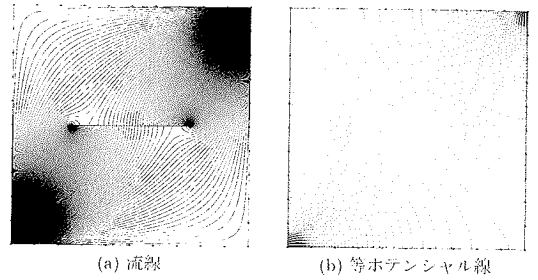


図-3 フラクチャーまわりの流線と等ポテンシャル線

500 本の流線それぞれに沿って、分散を伴う流れを式 (13) によって計算する。湧き出しから濃度 $C_0 = 1$ の物質を圧入することを考え、無次元時間 $V_p =$ (累計圧入量/孔隙体積) と定義する。図-4 に、 $V_p = 0.2$ における圧入物質の濃度計算結果を、異なる分散長 α に応じて示す(図-4(a) にフラクチャーの位置を重ねて示す)。分散がない場合(図-4(a)) に圧入物質が未だフラクチャーに流入していないのに対し、 $\alpha = 0.001$ の場合(図-4(b)) には僅かながら圧入物質のフラクチャーへの流入・流出が認められる。分散長が大きくなるにしたがい(図-4(c)-(d))、この流入・流出量が増えることがわかる。

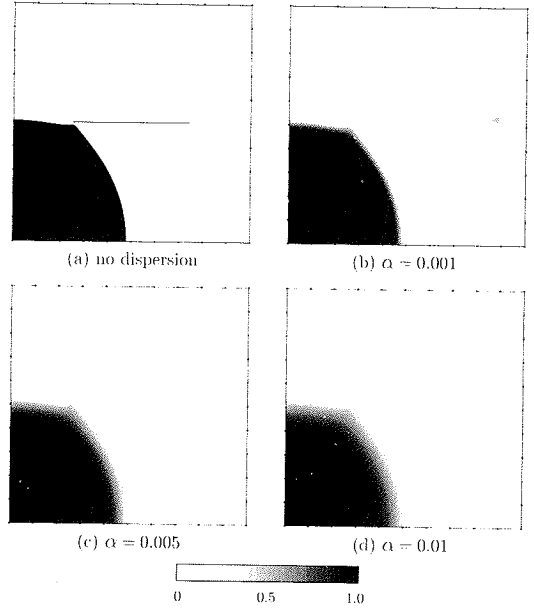


図-4 フラクチャーに流入・流出する分散流れの濃度分布

b) 流動バリア

離散的不均質体として流動バリアを考える。CVBEM による流線追跡ならびに等ポテンシャル線の計算結果を図-5 に示す。不透性である流動バリアは均一の流れ関数値をとり、流線はこれを迂回する。一方、等ポテンシャル線は流動バリアに対して直角に交わる。フラクチャーの場合と同様に、流動バリア両端の流線密度が高い。

図-6 に、 $V_p = 0.2$ における圧入物質の濃度計算結果を示す(図-6(a) に流動バリアの位置を重ねて示す)。分散がない場合(図-6(a)) に圧入物質が未だ流動バリア上方に迂回して流れていないのに対し、 α が大きくなるにしたがい(図-6(b)-(d)) 上方への迂回流れが認められる。

(2) トレーサー試験

トレーサー試験²³⁾とは、多孔質媒体性状の推定や物質移動現象の把握を目的とし、湧き出しから圧入した

トレーサー(検出の容易な物質)を吸い込みで観測するものである。トレーサーは流線に沿って移動することから、本研究で開発したシミュレーションモデルによってトレーサー試験を再現することができる。

a) フラクチャー

前節で扱ったフラクチャーを含む領域において、トレーサーを無次元時間 ΔV_p だけスラグ状に圧入し、その後はトレーサーを含まない流体で後押しする所謂トレーサースラグ試験を考える。重ね合わせの原理に基づき、連続圧入のトレーサー濃度から、TOF を ΔV_p だけ遅らせて圧入したトレーサー濃度を差し引くことにより、スラグサイズ ΔV_p のトレーサー濃度分布を評価することができる。経過時間 $V_p = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$ におけるトレーサー濃度分布を図-7 に示す。ここで、スラグサイズは $\Delta V_p = 0.1$ であり、分散長は $\alpha = 0.005$ とした。 V_p が大きくなるにしたがい、トレーサーの先

端ならびに後端にみられる濃度分散の程度も大きくなる
ことがわかる。

流れ挙動に対するフラクチャーの影響は、 $V_p = 0.1$
の時点では見かけ上認められない(図-7(a))。 $V_p = 0.3$
においては、トレーサーの一部がフラクチャーに流入・
流出しており、トレーサー濃度分布が不連続な変化を
呈している(図-7(b))。 $V_p = 0.5$ の時点では、フラク
チャーをを選択的に通過する流線に沿ったトレーサーが
吸い込みに到達している。また同時に、トレーサーを
含まない後押し流体にもフラクチャーへの流入・流出が
始まっている(図-7(c))。押し流体はこの後 $V_p = 0.7$
において吸い込みに到達しているが、フラクチャーを
通過しないトレーサーの先端は未だ吸い込みに到達し
ていない(図-7(d))。フラクチャーをを選択的に通過す
る流線と通過しない流線には、移動速度に大きな差が
生じていることがわかる。

このようなトレーサー挙動の経時変化は、吸い込み
において観測されるトレーサー流出濃度に顕著に現れ
る。時間 t におけるトレーサー流出濃度 $C(t)$ は、各流
線に沿って計算される流出濃度の流量重み付き平均と
して得られる。

$$C(t) = \frac{\sum_{j=1}^{n_s} C(\tau_{bj}, t) q_j}{\sum_{j=1}^{n_s} q_j} \quad (28)$$

ここで、 $C(\tau_{bj}, t)$ は式(13)で与えられる分散流れの解
であり、 τ_{bj} は流線 j が吸い込みに到達した時間の TOF
である。流量は流速に比例するので、流線 j の流量 q_j
は次式で表される。

$$q_j \propto |w(z_{sj})| \quad (29)$$

ここで、 $w(z_{sj})$ は湧き出し円周上に位置する流線 j の
追跡開始点 z_{sj} における複素速度である。スラグサイ
ズ ΔV_p のトレーサー流出濃度は、式(28)が与える濃
度と同式の TOF を ΔV_p だけ遅らせて得られる濃度と
の差により評価できる。図-8に、分散長 $\alpha = 0, 0.001,$
 $0.005, 0.01$ に対するトレーサー流出濃度曲線を示す。

分散がない場合、トレーサーは $V_p = 0.52$ において
吸い込みに到達している。その時点から流出濃度は急
激に増加し、 $V_p = 0.62$ において極大値 $C = 0.32$ をと
るが、その後は減少に転ずる。これは、トレーサーを
含まない後押し流体が $V_p = 0.62$ 以降吸い込みから流
出するためである。トレーサー濃度は $V_p = 1.05$ 以降
再度増加し、 $V_p = 1.16$ において極大値 $C = 0.18$ をと
る。この濃度増加は、フラクチャーを通過しないトレー
サーの流出を示すものである。同様に、 $V_p = 1.16$ 以
降の濃度減少は、フラクチャーを通過しない後押し流
体の流出を示している。すなわち、 $V_p = 0.52 \sim 1.05$ に
みられる流出濃度の塊はフラクチャーを通過したトレー
サーによるものであり、また $V_p = 1.05$ 以降の塊はフラ
クチャーを通過しないトレーサーに対応している。こ

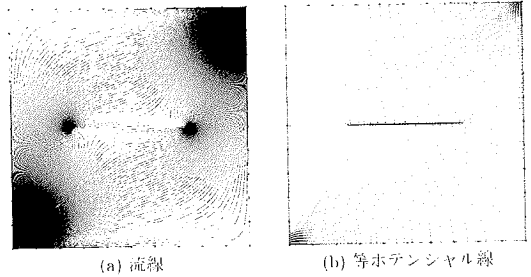


図-5 流動バリアまわりの流線と等ポテンシャル線

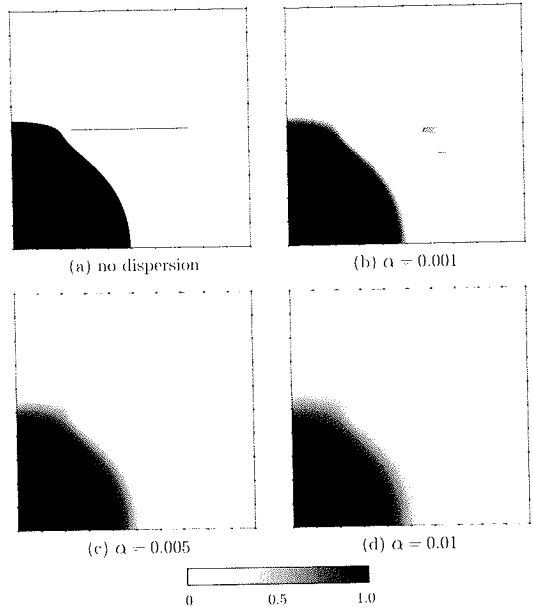


図-6 流動バリアを迂回する分散流れの濃度分布

れにより、フラクチャーが流出濃度曲線に支配的な
影響を与えることが確認できる。

分散を伴う流れの場合には、トレーサーの吸い込み
到達時間は短くなり、また特徴的な二極化した塊は平
滑化される。この傾向は、分散長が大きいほど顕著で
ある。 $\alpha = 0.01$ の場合、トレーサーの吸い込み到達時間
は $V_p = 0.30$ であり、流出濃度の極大値は $V_p = 0.62$ に
おいて $C = 0.17$ ならびに $V_p = 1.16$ において $C = 0.07$
である。

b) 流動バリア

前節で扱った流動バリアを含む領域において、トレー
サースラグ試験を考える。経過時間 $V_p = 0.1, 0.3, 0.5,$
 0.7 におけるトレーサー濃度分布を図-9に示す。こ
こで、 $\Delta V_p = 0.1$ ならびに $\alpha = 0.005$ とした。

流れ挙動に対する流動バリアの影響は、 $V_p = 0.1$ の
時点では見かけ上認められない(図-9(a))。 $V_p = 0.3$

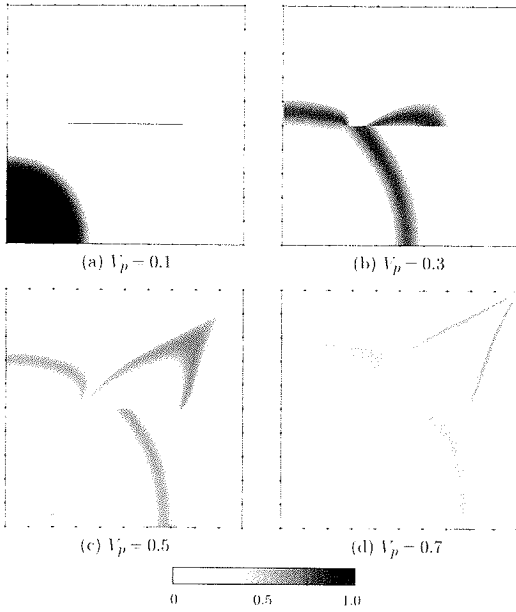


図-7 フラクチャーを通過するトレーサー濃度分布

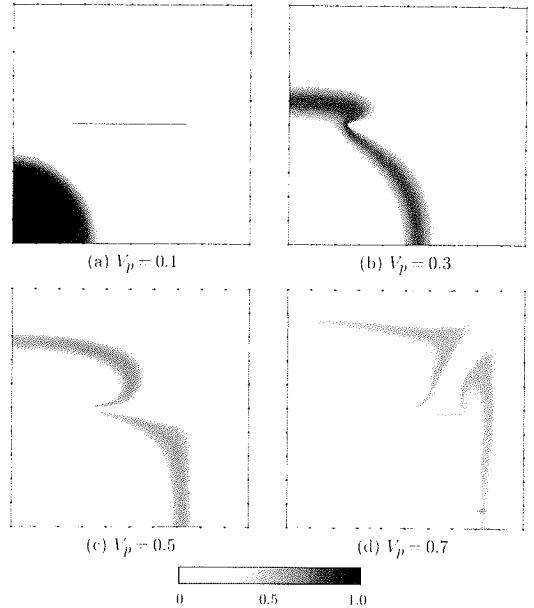


図-9 流動バリアを迂回するトレーサー濃度分布

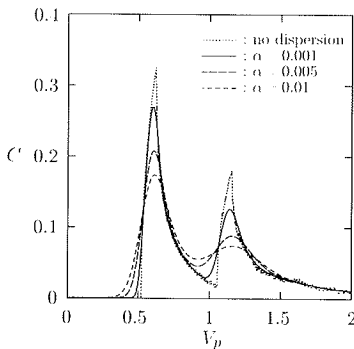


図-8 フラクチャーを通過するトレーサー流出濃度曲線

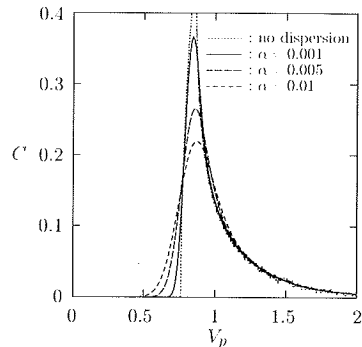


図-10 流動バリアを迂回するトレーサー流出濃度曲線

においては、トレーサーの一部が流動バリアの左側から上方へ迂回して流れており、流れが阻害されていることがわかる(図-9(b)). $V_p = 0.5$ の時点では、流動バリアの右側から上方への迂回流れも始まっており、後押し流体もバリアの左側から上方へ迂回して流れている(図-9(c)). 流動バリアの左右から迂回して流れるトレーサーは $V_p = 0.7$ において吸い込みに到達しているが、後押し流体は未だ到達していない(図-9(d)).

図-10に、分散長 $\alpha = 0, 0.001, 0.005, 0.01$ に対するトレーサー流出濃度曲線を示す. 分散がない場合、トレーサーは $V_p = 0.77$ において吸い込みに到達している. その時点から流出濃度は急激に増加し、 $V_p = 0.87$ において極大値 $C = 0.48$ をとるが、その後はトレーサーを含まない後押し流体の流出に伴ってトレーサー

濃度は単調に減少する. フラクチャーの場合に特徴的であった流出濃度の二極化はみられない.

分散を伴う流れの場合、トレーサーの吸い込み到達時間は短くなり、流出濃度の極大値は小さくなる. この傾向は、分散長が大きいほど顕著である. $\alpha = 0.01$ の場合、トレーサーの吸い込み到達時間は $V_p = 0.46$ であり、流出濃度の極大値は $V_p = 0.87$ において $C = 0.22$ である.

(3) 確率論的シミュレーション

より現実的な流動媒体として、複数のフラクチャーが分布している領域を考える. 領域内に n_f 個の点を無作為に選び、それらをフラクチャーの中心とする. フラクチャー長さは簡単のために正規分布 $N(m_f, \sigma_f)$ に

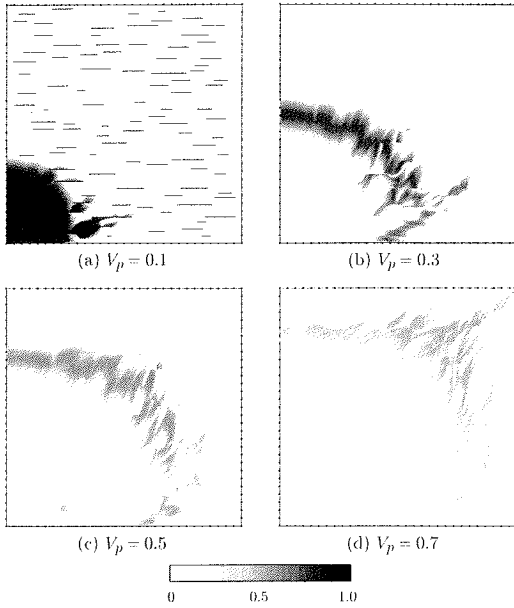


図-11 複数のフラクチャーを通過するトレーサー濃度分布

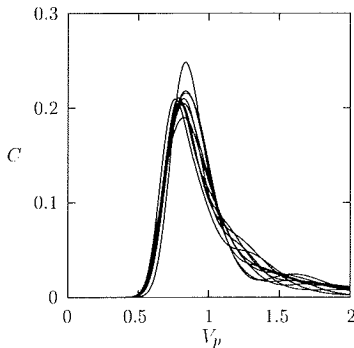


図-12 10種類のフラクチャー媒体確率実現に対するトレーサー流出濃度曲線

従うものとし、 n_f 個のフラクチャーに確率的に設定する。 $n_f = 100$, $m_f = 0.08$, $\sigma_f = 0.03$ として、10種類のフラクチャー媒体確率実現を作成した。その一つを図-11(a)に示す。

離散的不均質体が領域内に散在している場合、領域型解法では不均質体を表すためにその周辺の要素離散または格子分割を細密にする必要があり、作業が煩雑になるばかりでなく、離散近似に伴う打ち切り誤差の累積による計算精度の劣化が懸念される。これに対しCVBEMでは、離散的不均質体を表すために両端座標を定義し、境界近辺に存在する不均質体近傍の流れを適切に評価するように細かな境界要素分割(この例では $n_b = 120$ とした)を行うだけでよい。また、離散的の不

均質体の特異解は解析的にCVBEMに組み込んであるため、計算精度を高く保つことが出来る。

前節と同様に、 $\Delta V_p = 0.1$ のトレーサースラグ試験を考える。先に示した確率実現の一例に対するトレーサー濃度分布(経過時間 $V_p = 0.1, 0.3, 0.5, 0.7$)を図-11に示す。ここで、分散長は $\alpha = 0.005$ とした。

トレーサー濃度分布は、 $V_p = 0.1$ の時点ですでにフラクチャーの影響を受けている(図-11(a))。 V_p が大きくなるにしたがって流線は複数のフラクチャーへの流入・流出を繰り返し(図-11(b)-(d))、フラクチャーを全く通過せずに吸い込みまで到達するトレーサーは無視できる程度である。前節で扱った一つのフラクチャーの場合(図-7)、フラクチャーを通過する流線と通過しない流線の移動速度の差によってトレーサー濃度分布に不連続な変化がみられたが、ここで扱う複数フラクチャーの場合、流線の大部分は複数のフラクチャーを通過するため、各流線の移動速度に大差はなく、トレーサー濃度分布の不連続性は局所的なものである。

図-12に、10種類のフラクチャー媒体確率実現に対して計算されたトレーサー流出濃度曲線を示す。トレーサーは $V_p = 0.43 \sim 0.49$ (平均 0.447) において吸い込みに到達している。その時点から流出濃度は増加し、 $V_p = 0.77 \sim 0.84$ (平均 0.818) において極大値 $C = 0.19 \sim 0.25$ (平均 0.212) をとり、その後トレーサーを含まない後押し流体の流出に伴ってトレーサー濃度は減少する。濃度分布に関する上記の考察からも推察されるように、フラクチャーの影響により微増・微減はあるものの、トレーサー流出濃度の二極化はみられない。

以上から、確率論的シミュレーションにおいても非常に簡便な手続きにより、極めて精緻な結果が得られることが確認された。これは、より詳細な検討作業を可能とするものであり、流れ現象の研究において多様な応用が期待される。

5. 結 語

本研究では、フラクチャーや流動バリアなどの離散的不均質体を含む多孔質媒体において、分散を伴う流れを数値的に解くためのシミュレーションモデルを開発した。数値モデルの動作手順は、以下のようにまとめられる。

- (a) 等角写像平面において導出された離散的不均質体に対する解を、重ね合わせの原理に基づいて解析的にCVBEMに組み込む。CVBEMによって直接評価される流れ関数を利用して、離散的不均質体を含む媒体内の流線を正確に追跡する。
- (b) 複雑な二次元の流れを、流線に沿った単純な一次元流れに分解する。速度変化を考慮するために

種類の座標変換 τ と ω を用いるが、これらは流線追跡時に得られる流体粒子の座標と移動時間から評価される。

- (c) ポテンシャル場を表現できるだけの十分な数の流線に沿って、分散を伴う流れを解析的に表す。それぞれの解を足し合わせることによって、流れの数値シミュレーションを行う。

応用例としてトレーサー試験を考え、流れ領域内のトレーサー濃度分布やトレーサー流出濃度曲線を計算できることを示した。離散的不均質体ならびに分散がトレーサー試験に与える影響は大きく、これらを加味できる当該数値モデルの有用性を確認した。離散的不均質体が複数個存在する場合もその取り扱いが容易であり、多数のデータセットに対して数値計算を行う確率論的シミュレーションなどにも実際に対応できる。

汎用性向上のための課題としては、本研究で無視できると仮定したフラクチャー内物質混合の適切なモデリング、ならびに直線以外の複雑形状を持つ不均質体の取り扱いなどが挙げられる。さらに、CVBEMの三次元流れ問題への拡張²⁴⁾と並行して、三次元空間における離散的不均質体のモデル化も重要な研究課題である。

謝辞：平成13~15年度科学研究費補助金・基盤研究(B)(2)「二酸化炭素地中隔離技術における長期安定性予測手法の研究」(代表：佐藤光三, No. 13450414)の補助を受けた。

参考文献

- 1) Brebbia, C.A., Telles, J.C.F. and Wrobel, L.C.: *Boundary Element Techniques*, Springer-Verlag, New York, 1984.
- 2) Liggett, J.A. and Liu, P.L.-F.: *Boundary Integral Equation Method for Porous Media Flow*, George Allen & Unwin, London, 1983.
- 3) Clements, D.L.: A boundary integral equation method for the numerical solution of a second-order elliptic equation with variable coefficients, *J. Austral. Math. Soc.*, Vol. 22B, pp.218-228, 1980.
- 4) Cheng, A.H.D.: Darcy's flow with variable permeability: A boundary integral solution, *Water Resources Research*, Vol. 20, pp.980-984, 1984.
- 5) Lafe, O.E. and Cheng, A.H.D.: A perturbation boundary element code for steady state groundwater flow in heterogeneous aquifers, *Water Resources Research*, Vol. 23, pp.1079-1084, 1987.
- 6) Sato, K. and Horne, R.N.: Perturbation boundary element method for heterogeneous reservoirs: Part 1 Steady-state flow problems, *SPE Formation Evaluation*, Vol. 8, pp.306-314, 1993.
- 7) Sato, K. and Horne, R.N.: Perturbation boundary element method for heterogeneous reservoirs: Part 2 Transient flow problems, *SPE Formation Evaluation*, Vol. 8, pp.315-322, 1993.
- 8) Liu, P.L.F., Cheng, A.H.D., Liggett, J.A. and Lee, J.H.: Boundary integral equation solutions to moving interface between two fluids in porous media, *Water Resources Research*, Vol. 17, pp.1445-1452, 1981.
- 9) Strack, O.D.L.: *Groundwater Mechanics*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- 10) Hromadka, T.V. II and Lai, C.: *The Complex Variable Boundary Element Method in Engineering Analysis*, Springer-Verlag, New York, 1987.
- 11) 佐藤光三: ポテンシャル流れの複素変数境界要素法, 培風館, 2003.
- 12) Sato, K. and Abbaszadeh, M.D.: Tracer flow and pressure performance of reservoirs containing distributed thin bodies, *SPE Formation Evaluation*, Vol. 11, pp.185-193, 1996.
- 13) Sutopo, Arihara, N., Sato, K. and Abbaszadeh, M.D.: Representative elementary volume of naturally fractured reservoirs evaluated by flow simulation, *J. of the Japan Petroleum Institute*, Vol. 45, pp.156-168, 2002.
- 14) Lake, L.W.: *Enhanced Oil Recovery*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1989.
- 15) Datta-Gupta, A. and King, M.J.: A semianalytic approach to tracer flow modeling in heterogeneous permeable media, *Advances in Water Resources*, Vol. 18, pp.9-24, 1995.
- 16) Thiele, M.R., Batycky, R.P., Blunt, M.J. and Orr, F.M. Jr.: Simulating flow in heterogeneous systems using streamtubes and streamlines, *SPE Reservoir Engineering*, Vol. 11, pp.5-12, 1996.
- 17) Crane, M.J. and Blunt, M.J.: Streamline-based simulation of solute transport, *Water Resources Research*, Vol. 35, pp.3061-3078, 1999.
- 18) Aziz, K. and Settari, A.: *Petroleum Reservoir Simulation*, Applied Science Publishers, London, 1979.
- 19) Prevost, M., Edwards, M.G. and Blunt, M.J.: Streamline tracing on curvilinear structured and unstructured grids, *SPE Journal*, Vol. 7, pp.139-148, 2002.
- 20) Sato, K.: Modeling of hydrodynamic dispersion and two-phase flow in the complex variable boundary element method, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, Vol. 192, pp.4425-4438, 2003.
- 21) Raghavan, R.: *Well Test Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1993.
- 22) Gelhar, L.W. and Collins, M.A.: General analysis of longitudinal dispersion in nonuniform flow, *Water Resources Research*, Vol. 7, pp.1511-1521, 1971.
- 23) Zemel, B.: *Tracers in the Oil Field*, Elsevier, Amsterdam, 1995.
- 24) Hromadka, T.V. II and Whitley, R.J.: *Advances in the Complex Variable Boundary Element Method*, Springer-Verlag, New York, 1998.

(2003. 10. 2 受付)

NUMERICAL SIMULATION OF DISPERSIVE FLOW IN POROUS MEDIA WITH DISCRETE HETEROGENEITIES

Kozo SATO

This study proposes a numerical scheme for modeling dispersive flow in the presence of discrete heterogeneities such as fractures and flow barriers. The singular solution for flow around the heterogeneities is analytically coupled with the CVBEM through the principle of superposition. In order to utilize the analytical solution of dispersive flow for one-dimensional (1D) problems, two-dimensional (2D) flow is decomposed into flow along multiple 1D streamlines, which can be tracked by using the stream function in the CVBEM. The complete 2D solution is recovered by combining the individual 1D solutions. The utility of the model is verified through tracer-test problems and will be found in stochastic-simulation studies.