

# 高速せん断試験装置による 粒状体の流動特性の研究

岩下和義<sup>1</sup>・一場勝幸<sup>2</sup>・小田匡寛<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)

E-mail:iwa@post.saitama-u.ac.jp

<sup>2</sup>学生会員 工修 埼玉大学大学院 理工学研究科 (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)

<sup>3</sup>正会員 工博 埼玉大学教授 工学部建設工学科 (〒338-8570 さいたま市桜区下大久保255)

粒状体流れの微視的変形機構を解明するために新しい二次元高速せん断装置を開発した。この装置の特徴は、準静的から高速までの広範囲なせん断ひずみ速度を再現でき、球体粒子が同心円形の水平床面上を運動するために粒子の運動を直接に観察でき、実験可能なフラクシオン（充填率）の範囲が広く、発生するせん断応力を測定できることにある。この実験装置により、せん断ひずみ速度とフラクシオンが発生する応力に与える影響を調べた。また高速度ビデオカメラを用いて粒子間で生じる衝突および接触形態を観察し、この形態が発生する応力に多大な影響を与えていることを明らかにした。

**Key Words :** shear flow, shear stress, granular material, rapid flow, binary collision

## 1. はじめに

粒状体が流れる現象は身近にいろいろとある。例えばサイロ内の穀物の流れ、ワイン工場での葡萄粒の流れ、化学プラントでの粒子・粉体の空気移送などをあげることができる。駅や通路での人間の移動などもある意味で粒状体の流れと見ることができる。土質力学の問題でも、地すべり、斜面崩壊、土粒子と水分が混じって移動する土石流、乾燥した岩塊が外乱により流れだす岩屑流（がんせつりゅう）などは粒状体の流れといえる。近年の粒状体の挙動に関する研究により、静止状態から準静的流れに至るひずみ速度が低い領域と高速流れが対象とするひずみ速度が高い領域に関しては、粒状体の力学特性に関する知識が集積されつつある。しかしこれら2領域の間の過渡領域、流れ始めと止まる際にならず現れる領域を含む全領域を一貫して扱う研究は未だ行なわれていない。

粒状体の高速流れの実験はBagnold<sup>1)</sup>に始まった

といわれている。特にせん断ひずみ速度が遅い場合やフラクシオン（充填率）が小さい場合には、流れにより生じる応力が自重により生じる応力より小さくなるため、重力の効果を消した実験が必要となる。Bagnoldは粒子を同じ密度の液体に浮遊させることで重力の効果を消したせん断実験を行い、せん断方向および垂直方向に発生する応力を測定した。測定の結果、発生する応力 $\sigma$ （せん断及び垂直方向）は、粒子の慣性が卓越する場合と、液体の粘性が卓越する場合とで性質が異なり、せん断ひずみ速度が遅い場合には粒子の慣性が卓越し、 $\sigma$ は式(1)で与えられると報告している。

$$\sigma \propto \rho_p (\lambda D)^2 (\dot{\gamma})^2 \quad (1)$$

ここで $\lambda$ はlinear concentration（平均粒径を粒子間平均距離で割った値、フラクシオン $v$ と関連する値）、 $D$ は粒子の直径、 $\dot{\gamma}$ はせん断ひずみ速度、 $\rho_p$ は粒子密度となっている。せん断ひずみ速度が

遅い場合には液体の粘性が卓越し、発生する応力  $\sigma$  は式(2)で与えられるという結果を得ている。

$$\sigma \propto \lambda^{\frac{3}{2}} \eta \dot{\gamma} \quad (2)$$

ここで  $\eta$  は液体の粘性係数とする。

Hanes & Inman<sup>2)</sup> は同心円せん断装置を用い三次元実験を行い粒状体の高速流れにおいて発生する応力を測定した。この実験では重力の影響が入るため、実験可能なせん断ひずみ速度及びフラクシオンの範囲はかなり限定される。得られた応力の傾向は Bagnold のデータと同様である。既往の実験においては、液体の粘性もしくは重力の効果のどちらかが入ることになる。

Savage & Jeffrey<sup>3)</sup> は、弾性粒子同士が2粒子で衝突 (binary collision) する際に瞬間的に運動量を交換することで応力が伝達されると仮定し、粒状体の高速流れで生じる応力テンソルの理論式を求めた。それによると応力はせん断速度の2乗に比例する。フラクシオンが高い場合には、多粒子間での衝突の頻度が増加し、さらには持続する粒子間接触点での接触力による応力伝達が生じるようになると思われるので、この理論式は中程度までのフラクシオン領域を対象とする。

準静的変形に関する研究は、土質力学の分野で数多く研究されている。破壊が生じるまでの安定問題の研究が主であるが、破壊時の変形についてはいくつかの研究がある。自然砂での実験<sup>4)</sup> 及び個別要素法を用いた数値実験<sup>5)</sup> の結果より、粒状体に生じるせん断帯における粒子レベルの変形機構は以下のように説明されている。粒状体からなる供試体に荷重をかけていくと、全ての粒子が荷重を公平に分担するのではなく、一部の粒子が最大載荷軸方向に線状に連なる柱状構造とよばれる微視的構造を形成し、増加する荷重を負担する。いわゆるひずみ硬化時には、載荷につれて柱状構造はより載荷方向に伸びて成長し、微視的構造は段々と異方的になっていく。微視的構造は不安定になり、ついには柱構造が座屈し、供試体は破壊をむかえる。破壊後のひずみ軟化時には、柱構造が座屈した場所にせん断ひずみが局所化して、せん断帯を形成する。せん断帯内部では柱状構造が座屈により崩壊し、同時にせん断帯内の別の場所では新規の柱状構造が形成され、微視的構造の崩壊と形成は釣合うようになり、せん断ひずみは継続的にせん断帯に発生することになる。

この後、適当な条件が整えば、準静的変形は、高速流れに変化していく。しかしこの過渡領域での流れの機構に関しては、研究が進んでいない。応力の

伝達方法に関しても、希薄なガスで見られるように粒子が衝突なしに直接に移動することで壁に伝達する分、粒子同士が衝突しその際に運動量を交換しながら伝達する分、および準静的変形の際に見られる粒子同士がある程度持続する接触点を介する接触力で伝達する分、と三通りの形式があるといわれている<sup>6)</sup> が、現象の解明は遅れている。この最大の原因は、粒子の流れを直接観察することが困難なためであると思われる。

本研究では、まず準静的から高速までの広いせん断ひずみ速度の範囲をカバーし粒状体流れを同一装置で再現できる実験装置を開発した。具体的には、重力が働かない平面上で球体の粒子を用いることにより、粒子の運動方向に重力の影響が入らず、粘性流体の影響も受けず、粒子運動を二次元流れにすることで全粒子の運動を直接観察でき、せん断応力を測定することを可能にする高速せん断装置 (Saitama University Rapid Flow device, SURF) を作成した。この実験装置により、せん断ひずみ速度とフラクシオン (粒子の密度) の広い範囲で実験を行い、計測される応力を既往の測定データと比較し装置の検証を行った。そして高速ビデオカメラを用いて粒子間で生じる微視的挙動すなわち衝突および接触の形態を調べ、この形態が発生する応力に与える影響について考察を加えた。

## 2. 高速せん断試験装置

### (1) 装置概要

本研究で用いる実験装置の概要を図-1に、上方から撮影した全体写真を図-2に示す。この装置は水平なステンレス製の平らな床板上においた鋼製の外壁と内壁に囲まれる同心円リング部をせん断セルとする実験装置で、せん断セル内に重ならないように置いたスチールボール (球形) を粒子に用い、せん断流れを生じさせる。図-3に粒子を入れたせん断セルの状況を示す。水平な床は完全に固定され不動であり、内壁はモータにより速度可変で回転し、外壁は床の上にベアリングを介して設置され、床面と外壁との間に設置したロードセルにより外壁が粒状体の流れより受ける力を測定する。内壁と外壁それぞれの粒子と接触する側の面には、壁と粒子の速度を同調させるために粒子と同じ直径の半円柱形の突起 (こぶ) を粒子直径分の間隔を空けて設けてある。図-3では安全用透明アクリル製の蓋のために、外壁の突起は見づらくなっている。この突起により、壁

に沿って粒子流れにすべり線が生じることを防いでいる。壁の粗密の条件により生じる応力の大きさが非常に変わる事が知られているが、本実験で用いた条件は、粗いすなわち生じる応力が大きくなる条件としてある。ステンレスの床面とスチールボールを用いるため、転がり抵抗は極めて小さく、粒子が転がり移動する場合には抵抗は極めて小さい。水平面上の実験であるので粒子の運動方向に重力および粘性の影響は入らない。内壁・外壁共に交換可能であり、せん断セルの幅およびせん断セルの位置、すなわち曲率は可変となっている。ただし外壁半径は床板寸法（現在の装置では半径40cm）以内に制限される。せん断セルの上には透明アクリル製の上蓋をかぶせ内壁に固定し、内壁と一緒に回転させる。上蓋の固定高さは粒子の直径と等しくするとすべりにより粒子運動を阻害することになるので、多少の余

裕を持たせる。この上蓋により実験は等体積せん断試験となり、粒子の運動は二次元的となり、セル内の全ての粒子運動を高速度カメラ等で直接観察することが可能となる。

内壁をモータにより回転させ、外壁との間にせん断流れを作る。せん断セル内でのせん断ひずみ速度  $\dot{\gamma}$  (1/sec) の平均値は、内壁表面の回転による接線方向速度  $U$  とせん断セル幅  $H$  より、以下の式で求まる。

$$\dot{\gamma} = \frac{U}{H} \quad (3)$$

今回用いたモータの場合、フラクションが低く発生する抵抗応力が低い場合には、せん断ひずみ速度として3~150(1/sec)が実験可能である。ただし、フラクションを高くしていくとモータのトルク不足のため、上限が10(1/sec)程度まで低くなる。より

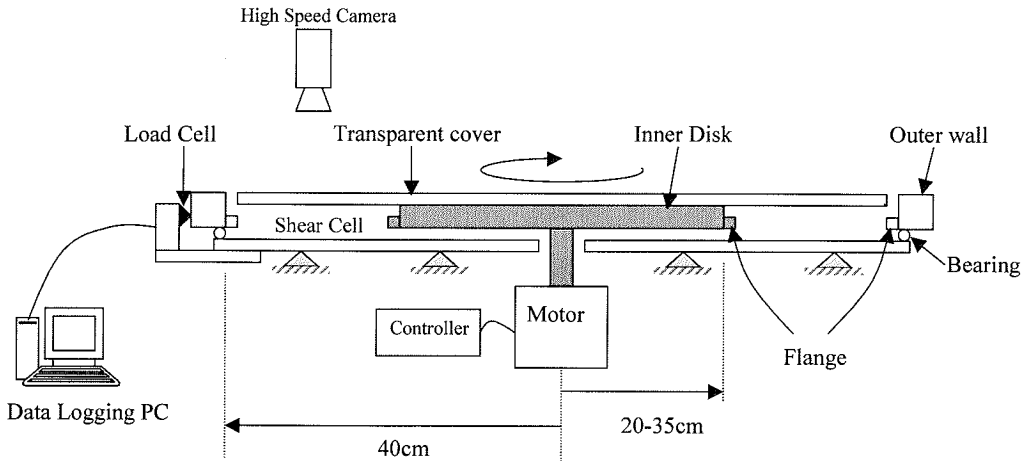


図-1 装置概要

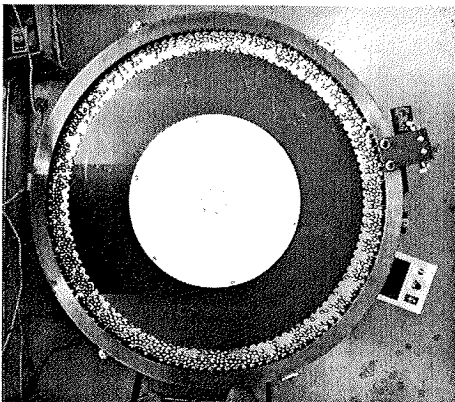


図-2 上から見た高速せん断装置

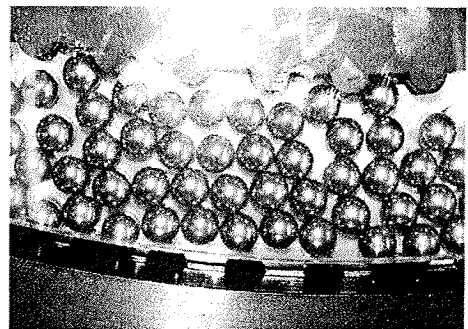


図-3 上から見たせん断セル

強力なモータを用いれば広いレンジでの測定を行うことができる。

外壁は床面からベアリングを介して浮上しており、接線方向に設置したロードセルにより外壁が粒子流れから受ける力  $T$  を測定できる。流れの生むせん断応力  $\tau$  は  $T$  を外壁（高さは粒子直径分）の面積で割ることで求まる。

$$\tau = \frac{T}{2r \cdot 2\pi r_{out}} \quad (4)$$

ここで、 $r$  は粒子半径、 $r_{out}$  を実験装置の外壁半径とする。

実験に用いた粒子モデルのパラメータを表-1に示す。粒子には直径10mmのスチールボールを用いた。この実験装置では、粒子間の接触点を同一平面上に保つ必要があり、異なる粒径の球形粒子を混ぜることは出来ない。

## (2) 粒子物性測定

実験に先立ち、高速度ビデオカメラを用いて床の上でのスチールボールの運動形態を調べた。粒子の回転がわかるように半分色を塗ったスチールボールに一定の初速を与えて床の上で転がす実験を行い、粒子は床の上をすべらずに純粋な転がりにより移動していることを確認した。転がり移動中に粒子の速度はほとんど変化せず、転がり摩擦係数はほぼゼロであった。次にスチールボール3つを接着剤で三角形に接着し粒子回転を抑制したモデルを滑らせる実験を行い、計測した速度の変化より作用している摩擦係数を算定した。その結果、床との間のすべり摩擦係数は約0.25であった。

直径10mmのスチールボール2粒子を衝突させる実験を高速度ビデオカメラにより測定した。初速度  $V_0$  で純粋に転がり移動している粒子1を静止している粒子2に正面衝突させたところ、衝突した粒子1は停止し、衝突された粒子2が移動を始めた。図-4に初速  $V_0$  を変えた場合の、衝突後の粒子2の移動距離と速度変化の関係を示す。横軸の移動距離は粒子直径で正規化してあり、縦軸の速度は初速  $V_0$  で正規化してある。また破線は、実施したせん断実験のうち粒子密度が3番目に低い（後述のフラクシオン  $\nu^*$  が0.123）場合での粒子間の隙間の平均値をあらわす。  $V_0 = 66\text{cm/sec}$  程度の場合、衝突後の粒子2はある程度の距離（この場合約10粒子分）の間は減速していき、その後一定速度で運動している。ビデオ観察によると、粒子2は衝突直後にはすべりを伴いながら移動し、その後転がり運動に移行し速度一定となっている。初速をより速くすると、粒子2が完全

な転がりに移行するまでの走行距離が長くなるが高速度カメラの視野が狭いため最後まで計測することはできなかった。  $V_0 = 105\text{cm/sec}$  の場合で衝突後に速度比が1を超えているのは、高速度ビデオの画素数が少なく計測精度があまりよくない為と思われる。ビデオで計測した速度低下より求めた転がらずに滑っていると仮定した場合の見掛けの摩擦係数は0.14程度であり、接着3粒子実験での結果0.25と異なるが、この理由は衝突後に純粋にすべるのではなくすべりと転がりが混じった運動をしているためであると思われる。衝突前と衝突後完全に転がり運動に復帰した時の速度より見かけの反発係数を求めると0.6程度となる。しかし、本研究で行なったせん断実験の大半のケースにおける平均粒子間距離は図の破線より左側にあたる。この場合、粒子は一回の衝突後に粒子運動が完全に転がりに戻るまですべり続けるのではなく、それ以前に次の衝突を受けことになる。破線の場合で、見かけの反発係数は0.9以上に相当する。

粒子の充填率であるフラクシオン  $\nu$  の計算法には、投影面積で計算する面積フラクシオン  $\nu_2$  と体積で計算する体積フラクシオン  $\nu_3$  がある。本研究ではより一般的である体積フラクシオンを用い、既往の実験データとの比較には、実験装置間の差を考慮した正規化フラクシオン  $\nu^*$  を用いる。

表-1 スチールボールのパラメータ

粒子半径 $r$	0.50 cm
粒子質量	4.08 g
密度 $\rho_p$	7.83 g/cm <sup>3</sup>
粒子体積	0.523 cm <sup>3</sup>
転がり摩擦係数	0.0
すべり摩擦係数	0.25

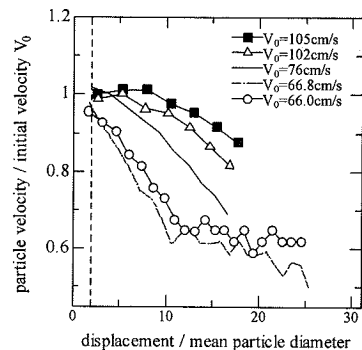


図-4 衝突後の粒子速度

$$\nu^* = \frac{\nu}{\nu_{\max}} \quad (5)$$

ここで $\nu_{\max}$ は実験装置固有の最大フラクシオンとする。実験装置に物理的に粒子を最大に詰め込んだ場合に $\nu^*$ は1.0となる。本実験装置では $\nu_{\max}$ は面積フラクシオンで0.8程度、体積フラクシオンで0.5程度となる。

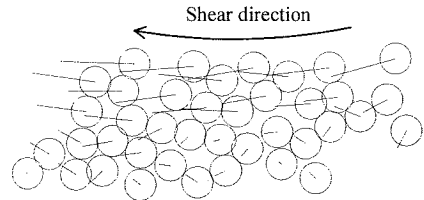


図-5 粒子速度分布

( $\nu^*=0.74$ ,  $U/H=11.05$  (1/sec))

### (3)せん断試験時の装置寸法

実験装置のセルの寸法に関しては、以下のように決めた。まず外壁半径 $r_{out}$ は最大の40cmとした。次に内壁半径 $r_m$ として30cmと35cmの2種類を用意し、せん断変形を与えた際の粒子流れのひずみ速度がセル内でより一様になるという条件で35cmの方を選んだ。図-5に $r_m$ を35cmとし、せん断幅 $H=r_{out}-r_m$ を5cmとした場合の粒子速度分布図の一例を示す。せん断を開始して十分な時間がたった後に高速度ビデオカメラを用いて粒子速度を測定したものであり、図の上側が回転する内壁、下が固定された外壁側にあたる。内壁のせん断方向は左向きとなっている。この図で接線方向速度の勾配がせん断ひずみ速度と関係する。この例のようにセル幅が狭い場合にはセル内の全粒子がほぼ一様なせん断ひずみ速度の流れとなる。しかし $r_m$ を30cmとしセル幅を10cmにした場合、内壁に近い粒子のみが流動し外壁に近い粒子は六角形状の二次元最密充填配置の結晶に取り込まれほとんど停止してしまう。この場合せん断セル内でせん断ひずみ速度は一様でなく、停止した領域と流れる領域との間にせん断ひずみ速度のギャップが生じ、そこにひずみが局所化する。

図-6に、図-5より得られた粒子の接線方向速度分布の測定結果を示す。縦軸は外壁から粒子中心までの距離をセル幅 $H$ で正規化したものであり、横軸は各粒子の接線方向速度を内壁速度 $U$ で正規化したものとなっている。この図での傾きがせん断ひずみ速度を表わす。図中の直線は、セル内のせん断ひずみ速度が一様である場合の傾きを示す。今回の実験では、ひずみ速度が応力を与える影響を調べることが目的としているので、セル内のせん断ひずみ速度が一様であることが望ましい。図-6より、セル内のせん断ひずみ速度分布は連続的で速度の不連続すなわちひずみの局所化は生じていない、セル内のせん断ひずみ速度は外側で多少遅めではあるがほぼ一様である、という2点が確認できる。この例以外にも内壁の速度とフラクシオンを変えた実験を計6回行い、上記2点が満足されることを確認したので、今回の実験では実験装置に $r_m=35\text{cm}$ 、 $r_{out}=40\text{cm}$ 、

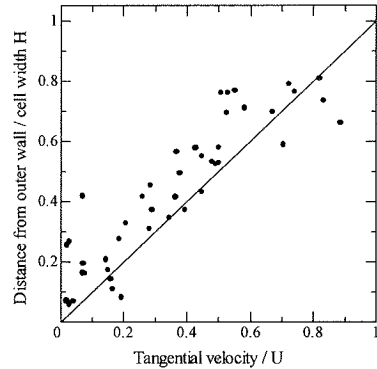


図-6 せん断セル内の速度分布

$\nu^*=0.74$ ,  $U/H=11.05$  (1/sec)の場合

$H=5\text{cm}$ というサイズを用いることにした。以降のデータ処理では、せん断セルのどこにおいてもせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ は一様であり、式(3)で求まるとみなすこととする。

## 3. 測定結果

### (1)せん断応力の測定

図-7に、ロードセルが捉えたせん断応力の時刻層波形を示す。細線は $\nu^*=0.74$ 、 $\dot{\gamma}=14.7$  (1/sec)の場合、太線は $\nu^*=0.88$ 、 $\dot{\gamma}=4.8$  (1/sec)の場合となっている。

実験ケースのうちではフラクシオンが中程度である $\nu^*=0.74$ の場合、応力は時間平均値の上に高振動数成分が乗った波形となっている。せん断実験中の粒子観察によると、中程度のフラクシオンのケースでは、応力は2粒子が衝突する際の運動量の交換により伝達されている。このため、波形の高振動数成分は外壁と粒子間で生じた個々の衝突のインパルス捉えたものと考えられる。

これに対しフラクシオンがより高く、せん断ひずみ速度が遅い $\nu^*=0.88$ の例では、波形の基線自体がうねりその上に高振動数成分がのり、その高振動数

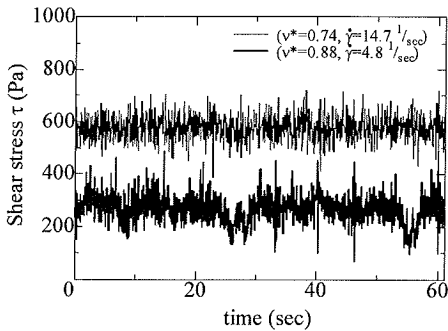


図-7 測定したせん断応力の時刻歴波形

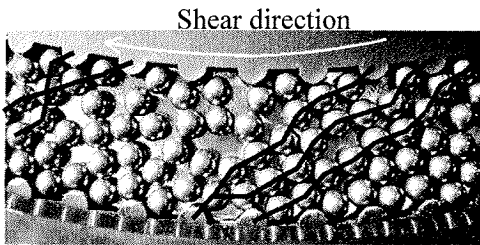


図-8 柱状構造の形成 (線は強調のため加筆)

成分のなかには時折、スパイク状の大きな応力が発生している。このような波形が計測される実験中には、粒子同士がきしる音が繰り返し聞かれ、同時に内壁の回転速度の低下が観察された。粒子の観察によると、このような場合には2粒子間の衝突だけでなく同時に多粒子との間での接触が生じており、クラスタ(粒子のかたまり)が形成される。このクラスタが外壁と内壁との間を繋ぐように成長すると、強固な粒子の柱状構造(フォースチェーン)が形成される。きしる音は、粒子の柱状構造が形成、崩壊する際に生じる音と考えられる。粒子の柱状構造は密な粒状体が準静的载荷を受ける際に一般的に見られるもので、一部の粒子が载荷方向に列状に連なって接触力により応力を伝達する微視的構造<sup>4),5)</sup>である。図-8に内壁を手で廻した際に形成された柱状構造を示す。モータで回転させた実験中での画像では、柱の崩壊が早くどこで生じるか予測できないため録画できなかったので、手でゆっくりと廻して作成した画像を示す。柱状構造はアーチ構造となつて少し上に盛り上がるため、時間をかければ形成の有無を判断できる。図では特に大きな接触力が作用していると思われる粒子間接触を太線で強調した。この線以外にも数多くの接触点で接触力が作用しており接触

力は柱状構造のネットワークを通じて内壁から外壁へ伝達されている。柱状構造の受け持つことができる力は、粒子衝突により伝達される力に比べて大きい。柱状構造が形成されると外壁から内壁に伝えられる抵抗力が急上昇し、内壁の回転モータのトルクが不足してひずみ速度が遅くなり発生する抵抗応力が急に小さくなり、測定される応力波形がうねると思われる。単にモータのトルクが不足しているために波形がうねる可能性もあるが、きしる音がしない場合には目立つうねりが観察されないため、うねりは柱状構造の形成崩壊と関係があると思われる。以降、実験中にきしる音が聞こえる場合には、柱状構造が形成されたものとみなすこととする。この場合、モータのトルク不足が生じひずみ速度が不安定となり、計測される応力の値の信頼性が低くなることを断っておかねばならない。今回の実験では、 $v^*$ が0.8以上でせん断ひずみ速度が遅い場合に柱状構造が形成されることがあるという結果となった。フラクシオンが高い場合でもせん断ひずみ速度がはやくなると柱状構造は確認されなかった。

図-7によると、柱状構造が形成される場合には、応力は平均値(主に粒子衝突により生じている分)に比べて瞬間的に倍近く大きくなり、またうねる波形となる。以降、応力 $\tau$ の時間平均 $\bar{\tau}$ を応力の代表値とするが、柱状構造が形成される場合には平均値よりずっと大きな応力が生じる瞬間がある。なお、応力の平均値を取る時間を30秒以上とすればほぼ変動がなくなることを確かめたが、今回は余裕をみて120秒間での平均値を用いることとした。

## (2) ひずみ速度の影響

図-9に、せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ と発生するせん断応力の平均値 $\bar{\tau}$ の関係を示す。フラクシオンを上げ、密度を濃くするのに伴い、 $\bar{\tau}$ は大きくなる。また同じフラクシオンの場合、 $\dot{\gamma}$ を上げるのに従い、 $\bar{\tau}$ が大きくなっている。フラクシオンにより $\dot{\gamma}-\bar{\tau}$ 関係が変わっていることもわかる。フラクシオンが低い場合には、発生する応力はせん断ひずみ速度のほぼ1乗に比例しており、フラクシオンが中程度になるのに従い、傾きは2乗関係に近づいていく。

従来データとの比較を容易にするため、以下、無次元化応力 $\bar{\tau}^*$ を用いる。無次元化には、粒子が接触でなく2球間の衝突により運動量を交換すると仮定して導いた応力の理論式<sup>2)</sup>を用いている。

$$\bar{\tau}^* = \frac{\bar{\tau}}{\rho_p r^2 (\dot{\gamma})^2} \quad (8)$$

ここで  $\rho_p$  は粒子の密度 (鉄なら  $7.83 \text{ g/cm}^3$ ) である。図-10に正規化フラクシオン  $\nu^*$  と無次元化せん断応力  $\bar{\tau}^*$  の関係を示す。図にはBagnold(1954)とHanes & Inmanら(1985)の実験データも記入してある。どの実験においても  $\bar{\tau}^*$  の値は、 $\nu^*$  が0.7程度より小さい時には小さく、 $\nu^*$  が0.8を超えると急に大きくなっており、本実験のデータは、従来得られている測定値と傾向が良く一致している。この一致により、本実験の妥当性が検証されたと判断する。また正規化フラクシオン  $\nu^*$  を用いることで、実験装置の差異を消すことができること、及び本実験装置で実験可能なフラクシオンの範囲が広いことも確認された。

図-11に無次元化せん断応力  $\bar{\tau}^*$  とせん断ひずみ速度  $\dot{\gamma}$  の関係を示す。図中の○で囲んだデータは、せん断中に柱状構造が形成されたと判断されるケースを示す。柱状構造は、フラクシオンが高く  $\dot{\gamma}$  が低い場合に形成されている。図-10の結果と同様、 $\nu^*$  が高くなるほど  $\bar{\tau}^*$  は高くなっている。図中に示した右下がりの実線は、発生する応力  $\bar{\tau}$  が  $\dot{\gamma}$  に比例する場合の傾きを示し、水平な破線は  $\bar{\tau}$  が  $\dot{\gamma}^2$  に比例する場合の傾きを示す。図-11より  $\nu^*$  が0.01-0.06程度の低フラクシオン領域では、発生する応力  $\bar{\tau}_{xy}$  は、 $\dot{\gamma}$  に比例していることがわかる。

$\nu^*$  が0.25-0.77程度の中フラクシオン領域では  $\bar{\tau}_{xy}$  は、 $\dot{\gamma}^2$  に比例している。 $\nu^*$  が0.80以上の高フラクシオン範囲では、 $\dot{\gamma}$  が高い場合には、 $\bar{\tau}$  の傾きは1乗と2乗の間に見えるが、 $\dot{\gamma}$  が低い場合には、 $\bar{\tau}$  と  $\dot{\gamma}$  の間に明瞭な関係は見られない。後者の場合は、柱状構造が形成される場合であり、計測された  $\bar{\tau}$  の信頼性が低いことが影響している可能性もある。

### (3) フラクシオン(粒子充填率)の影響

図-12に無次元化応力  $\bar{\tau}^*$  とフラクシオン  $\nu^*$  の関係を両対数グラフで示す。図-12は図-10を両対数表示した図となっている。図中の破線は  $\bar{\tau}$  及び  $\bar{\tau}^*$  が  $\nu^*$  に比例する場合の傾きを示し、図中の○は柱状構造が形成されたとと思われるケースを示す。この図より  $\nu^*$  が0.7より低い範囲では、 $\bar{\tau}$  及び  $\bar{\tau}^*$  が  $\nu^*$  と比例関係にあることが分かる。 $\nu^*$  が0.8を超えると、 $\bar{\tau}^*$  は急激に大きくなり、 $\bar{\tau}$  と  $\nu^*$  との関係が明瞭ではない。柱状構造が形成されたとと思われる場合には、特に大きな  $\bar{\tau}^*$  が計測されている。

図-13(a)-(e)に、フラクシオン  $\nu^*$  を変えた実験における、高速度ビデオによる粒子運動の画像を示す。図-13から読み取った粒子の衝突挙動の変化及び図-11と図-12の結果を基に、粒子間で生じている衝突挙動が応力に与える影響を考察してみる。

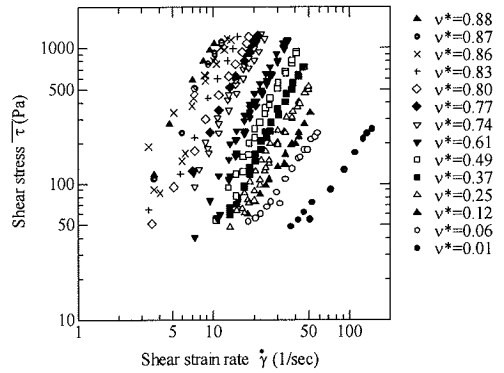


図-9 せん断ひずみ速度と発生する応力の関係

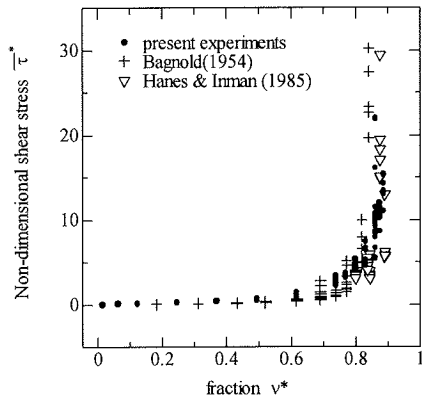


図-10 無次元化応力-フラクシオン関係

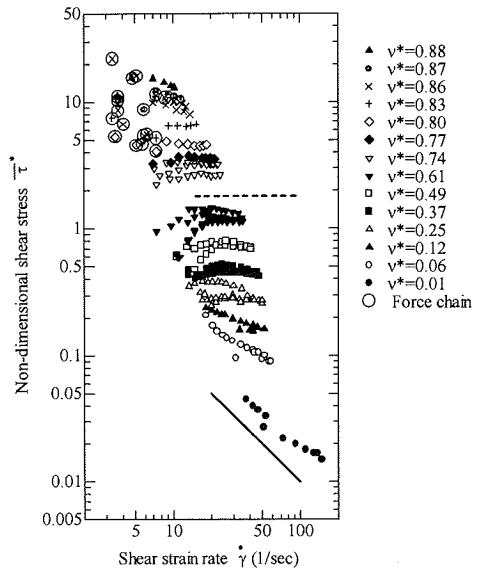


図-11 無次元化応力-せん断ひずみ速度関係

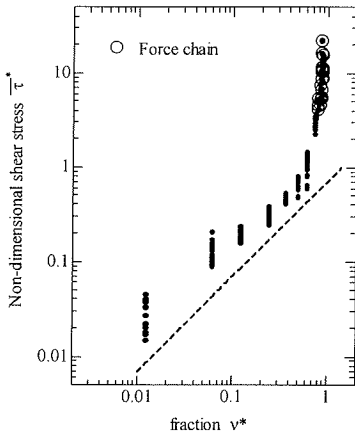


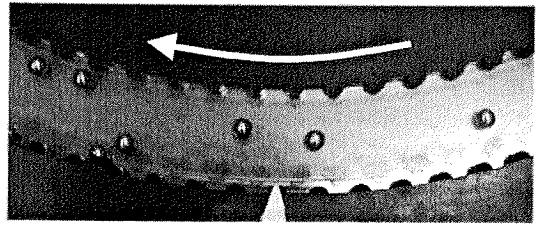
図-12 フラクシオンと応力の影響

図-13(a)はフラクシオンが非常に疎な $\nu^*=0.06$ の場合である。この場合、粒子は内壁から運動量を受け取った後、ほとんど他の粒子と衝突することなく外壁まで移動して、外壁に運動量を伝達する。このような流れはstreamingと呼ばれる。streamingの場合、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ は $\dot{\gamma}$ に比例し、フラクシオン $\nu^*$ に比例する。この流れは、希薄なガスで見られる分子運動に類似している。

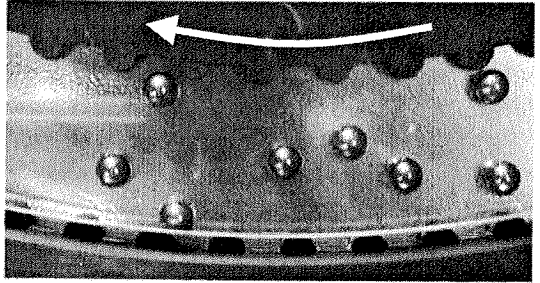
図-13(b)はフラクシオンが低い $\nu^*=0.12$ の場合である。フラクシオンが少し密になったため、粒子の移動中に他の粒子と衝突する頻度が高くなっていく。しかし一回の衝突中に他の粒子とも同時に衝突することは稀であり、2粒子間だけの衝突(binary collisionと呼ばれる)が大半を占めるようである。応力はstreamingによる直接の伝達および粒子衝突時の運動量交換により伝達される。この場合、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ の $\dot{\gamma}$ への依存度は1乗と2乗の間であり、フラクシオン $\nu^*$ に比例する。

図-13(c)はフラクシオンが中程度の $\nu^*=0.49$ の場合である。フラクシオンが密になったため、粒子衝突の頻度が高くなり、binary collisionの頻度が高くなる。また1回の衝突中に他の粒子とも同時に衝突するmultiple collisionも観察された。応力は主に粒子衝突時の運動量交換により伝達され、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ は $\dot{\gamma}^2$ に比例し、フラクシオン $\nu^*$ に比例する。応力がひずみ速度の2乗に比例する性質は、Bagnoldの実験結果にも表れており、また2粒子間の衝突による運動量伝達を前提として導かれたSavage & Jeffreyの理論式とも一致する。

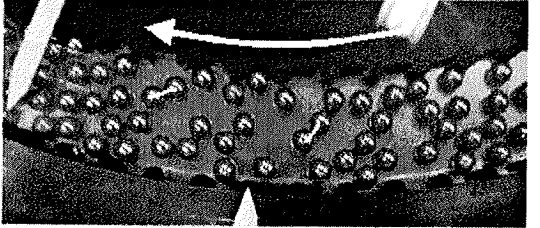
図-13(d)はフラクシオンが $\nu^*=0.61$ の場合である。フラクシオンがより密になったため、粒子間衝突は



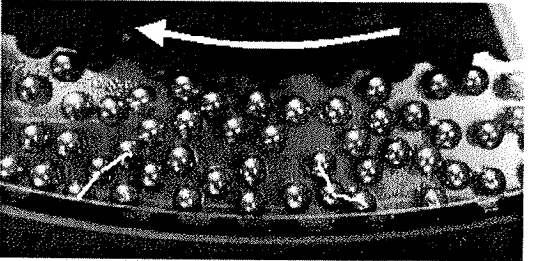
(a)  $\nu^*=0.06$



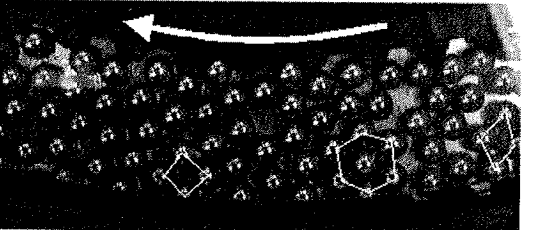
(b)  $\nu^*=0.12$



(c)  $\nu^*=0.49$  (binary collisionの部分を加筆)



(d)  $\nu^*=0.61$  (multiple collisionの部分を加筆)



(e)  $\nu^*=0.86$  (クラスタの部分を加筆)

図-13 せん断中の粒子 (矢印はせん断方向) (矢印はせん断方向を示す)



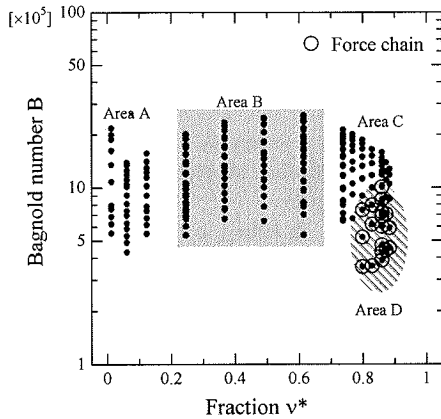


図-14 流れの領域図

binary collisionよりも、multiple collisionの頻度が高くなる。この場合も応力は主に粒子衝突時の運動量交換により伝達され、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ は $\dot{\gamma}^2$ に比例し、フラクシオン $v^*$ に比例する。

図-13(e)はフラクシオンが高い $v^*=0.86$ の場合である。せん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ が速い場合には、粒子間衝突はmultiple collisionの頻度がより卓越し、図に示すように粒子の塊であるクラスタと思われる構造も瞬時的に見られた。この場合も、応力は主に粒子衝突時の運動量交換により伝達され、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ は $\dot{\gamma}^2$ に比例する関係から外れ始め、またフラクシオン $v^*$ に比例する関係からも外れるようになる。

フラクシオンが高く、かつせん断ひずみ速度 $\dot{\gamma}$ が遅い場合には、内壁から外壁までを繋ぐ粒子の柱状構造(図-8)が形成され、柱状構造内の接触点を介して接触力により応力が伝達される。今回の実験では、モータのトルク不足のため、柱状構造が形成された場合における、発生するせん断応力 $\bar{\tau}$ と $\dot{\gamma}$ の関係及び、 $\bar{\tau}$ とフラクシオン $v^*$ との関係は、明らかにすることができなかった。

#### (4) 流れ形態の領域分割

これらの結果に従い、図-14に流れ形態の領域図を示す。横軸は無次元化フラクシオン $v^*$ 、縦軸は無次元化ひずみ速度に相当するBagnold数 $B$ となっている。

$$B = \lambda \rho_p D^2 \frac{\dot{\gamma}}{\eta} \quad (7)$$

ここで $\lambda$ を求めるのに、二次元空間で等粒径粒子が近隣粒子と正三角形をなすように位置すると仮定し

た場合の $v_2$ と $\lambda$ の関係式(8)を用いた。

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2\sqrt{3}v_2} - 1}} \quad (8)$$

1つのせん断流れの中でも、粒子の衝突・接触機構は決して1つの様式だけではなく確率的に混じったものであり、今回の研究で行ったような画像の人力による測定では定量的に頻度を明らかにすることは困難である。このため領域をきれいに分割することはできないのであるが、ここではあえて分割してみた。各領域の間にある領域は遷移領域となっていると思われる。図-14の領域Aはstreamingの卓越する領域であり、領域Bはbinary collision及びmultiple collisionという粒子衝突の卓越する領域、領域Cはクラスタの形成される領域、領域Dは柱状構造の形成される領域を示す。

#### 4. まとめ

本研究では、粒状体の流れにおける微視的変形機構を解明するために新しい二次元高速せん断装置を開発した。この装置の特徴は、従来の装置に比べると準静的から高速までより広範囲なせん断ひずみ速度を再現できる(ただし現在の装置では速度レンジに応じてモータとギアボックスを交換する必要がある)こと、球体粒子が同心円形の水平床面の上を運動するために粒子の運動を直接に観察できること、実験可能なフラクシオン(充填率)の範囲が広いこと、流れにより発生するせん断応力を測定できることにある。

測定したせん断応力値を既往の研究データと比較し、実験装置の性能及び信頼性を確認した。次に計測されたせん断応力と高速度ビデオによる粒子運動の画像より、微視的流れ形態の領域図を作成した。それによるとフラクシオンが非常に疎な場合、粒子のstreaming運動が卓越し、発生するせん断応力はひずみ速度に比例したフラクシオンに比例する。フラクシオンが中程度となると、binary collision(2粒子間のみの衝突)の頻度が高くなり、さらにフラクシオンを高くするとmultiple collision(多粒子間での衝突)の頻度も増えていく。この場合、発生するせん断応力はせん断ひずみ速度の2乗に比例し、フラクシオンにも比例する。フラクシオンがより高くなり限界に近づくと、粒子間衝突はmultiple collisionの頻度がより卓越し、粒子の塊

であるクラスタが形成される。この場合、発生するせん断応力はせん断ひずみ速度の2乗に比例する関係は成り立たなくなり、またフラクシオンに比例する関係から外れて大きくなる。フラクシオンが高く、かつせん断ひずみ速度が遅い場合には、粒子の柱状構造が形成され、持続する接触点を通して応力が伝達される。

もちろん今回の実験は、極限られた条件下での実験に過ぎず、流れの形態と発生する応力に関しての一般的な結論を得るためには、今後より多くの条件で試す必要がある。粒子のクラスタや柱状構造という微視的構造の形成が生じる応力に影響を与える機構を明らかにするためには、これらの微視的構造の成長と崩壊の過程を定量的に追跡する必要があると思われる。

謝辞：埼玉大学工学部卒の石山勝士氏には、卒業研究の一環として実験の一部を担当して頂きました。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) Bagnold, R. A.: Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a Newtonian fluid under shear, Proc. of Royal Society of London A, vol. 225, pp. 49-63, 1954.
- 2) Hanes, D. M. & Inman, D. L.: Observations of rapidly flowing granular-fluid materials, J. Fluid Mech., vol.150, pp. 357- 380, 1985.
- 3) Savage, S. B. & Jeffrey, J. D.: The stress tensor in a granular flow at high stress rates, J. Fluid Mech., vol.110, pp. 255- 272, 1981.
- 4) Oda, M. & Kazama, H.: Micro-structure of shear band and its relation to the mechanism of dilatancy and failure of granular soils. Géotechnique, London, UK, Vol. 48, No.4, 465-481, 1998.
- 5) Iwashita, K. & Oda, M.: Micro-Deformation Mechanism of Shear Banding Process Based on Modified Distinct Element Method, Powder Technology, Vol.109, pp. 192-205, 2000.
- 6) Shen, H. H.: Chapter 5 Rapid flow of granular materials, Mechanics of granular materials, eds, M. Oda and K. Iwashita, A. A. Balkema, 1999.

(2003. 3. 13 受付)

## OBSERVATIONS OF RAPIDLY SHEARED GRANULAR MATERIALS

Kazuyoshi IWASHITA, Katsuyuki ICHIBA and Masanobu ODA

To study the micro-mechanics of granular flows, two-dimensional rapid flow apparatus is newly designed. Characteristics of this apparatus are as follows; (a) it can deal wide range shear strain rate flows, (b) tangential stress can be measured, (c) movement of all particles can be observed by using a high-speed camera.

By using this apparatus, (a) effect of solid fraction on shear stress generation, (b) effect of shear strain rate on the stress generation and (c) relationship between contact pattern between each particles and tangential stress are studied. Contact characteristics between the particles have a much influence on stress generation of the granular shear flows.