

粘性流体モデルによる地盤の流動解析と その検証

小林 義和¹・東畑 郁生²

¹正会員 博士(工学) 日本大学助手 理工学部土木工学科(101-8308 東京都千代田区神田駿河台 1-8-14)

kobayasi@civil.cst.nihon-u.ac.jp

²正会員 工博 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻(113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

towhata@geot.t.u-tokyo.ac.jp

著者らによって提案された粘性流体モデルに基づく側方流動解析法は、地震後の被害調査結果による妥当性の検証は試みられているものの、境界条件や流動の時系列が明確にわかっている模型実験による検証は行われていなかった。そこで本研究では、盛土の沈下に関する振動台模型実験の再現を本手法によって試み、この手法の妥当性の検証を行った。この結果、適当な粘性係数と流動時間を与えることにより、本研究における提案法によって、模型実験における盛土の沈下量を予測できることが示された。また、粘性流体モデルによる側方流動解析法によって兵庫県南部地震におけるポートアイランドの重力式護岸の被害事例を想定した解析を行い、重力式護岸から背後地盤へ破壊が進行していく様子が解析によって再現されていることを示した。

Key Words: liquefaction, lateral flow, large deformation, viscosity, numerical analysis

1. はじめに

1964年に発生した新潟地震以来、液状化現象による被害は、地盤工学における重要な問題として認識され、数々の研究が行われてきた。

従来、液状化に対する対策は、液状化を起こさないように地盤改良を行うことが主であった。このような対策法は、重要構造物を液状化による被害から守るためであり、ある点を対象とした液状化対策であった。

しかし、日本海中部地震などで観測されているように、液状化による地盤流動では、このような構造物のみならず、ライフライン施設や河川堤防など、広範囲にわたって設置されている線状構造物に対しても大きな被害を与えている¹⁾。しかし、このような線状構造物の全領域に対して、前述のような完全な地盤改良を施すことは、コストの問題などから現実的な選択ではない。

このような背景から、近年ではある程度の変形を許容し、変形が許容範囲を超えるような場合においては対策を行うような設計手法が考慮されつつあるが、このような手法で設計を行うためには、その液状化による地盤の変形量を適正に評価することが重要である。

一般に、液状化による地盤変形を推定するには、有限要素法による解析が行われる。しかし、液状化した斜面の変形は、勾配が水平になることにより流動が停止することが実験的に知られている²⁾ように、その形

状変化に影響を受ける大変形問題であり、このような解析を有限要素法で行うことは、計算時間や解析の安定性の問題から容易ではない。また、数々の構成則が完全液状化に到達するまでの過剰間隙水圧の上昇過程を再現することを主目的として構成されていることから、これを完全液状化後の変形問題に適用することの妥当性に関しても疑問がある。

これらの問題点を解決するため、東畑³⁾は振動台模型実験の結果から液状化地盤の流動に伴う変形モードを決定し、液状化砂を粘性流体としてモデル化することにより、大変形を考慮した液状化流動解析をより実用的におこなう手法を開発した。この手法は、斜面の流動や構造物の沈下などに適用することが可能であり、粘性係数と流動の継続時間を与えることによって、実験結果や被害調査結果などの再現が試みられている。

また、この手法は、オレンセ・東畑⁴⁾によって三次元モデルへの拡張が行われ、日本海中部地震における秋田県能代市の被害事例などの再現が試みられている。

しかし、これらの一連の手法では、その仮定された流動変形モードの形状から、沈下する構造物の直下における流動変形モードを再現できなかった。また、時間と空間の変数分離が仮定されていたため、流動中に流動方向が変化するような現象の再現をすることができなかった。

この問題を解決するために、変位形状定義式の拡張および時間積分法の採用が著者らによって行われ、現在ではより汎用性を高めた手法となっている。この手法は、1990年に発生したフィリピン地震におけるダグバン市のビルディングの沈下事例に適用され、妥当な結果を得ているが、これらは地震後の被害調査結果と、本手法によって計算される起こりうる最大の沈下量との比較をしているため、時間領域における沈下追跡ができていない。このため、傾向として、解析結果が観測結果を上回る傾向が確認されている⁵⁾。

そこで、本研究では本手法を水谷ら⁶⁾によって行われた振動台模型実験に適用し、時間領域で解析結果と実験結果を比較することによって拡張された流動解析法の妥当性の検討を行った。また、兵庫県南部地震によるポートアイランドへの被害を想定した解析を行い、背後地盤への破壊伝播に関する検討を行った。

2. 液状化地盤流動解析法⁷⁾

東畑ら⁸⁾による液状化地盤の流動解析法では、図-1に示されるような液状化地盤の斜面流動に関する振動台模型実験の結果から、液状化地盤の水平流動量を次式で定義していた。

$$u(x, z) = F(x) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} \quad (1)$$

ただし、 H および B は、それぞれ液状化層厚と非液状化層の原点からの高さを表しており、次式のように x の1次関数として与えられている。

$$B = B_0 + ax \quad (2)$$

$$H = H_0 + bx \quad (3)$$

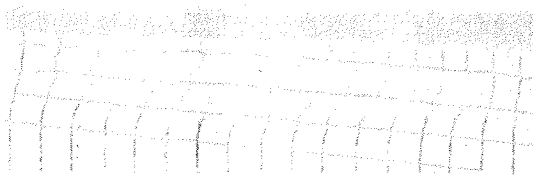


図-1 地表面拘束が存在しない場合の流動変形図²⁾

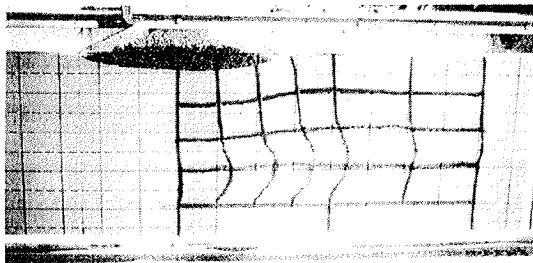


図-2 地表面拘束が存在する場合の流動変形図⁹⁾

この変位仮定は、鉛直方向の水平変位分布が1/4周期のsin関数で近似されることを示している。これは、液状化層の底面では非液状化層と液状化砂の摩擦によって流動が拘束される為に流動が発生しないのに対し、地表面では変位を拘束するものがないことから生じる変形モードである。しかし、この変形モードは地表面が拘束されていないことを前提にした変形モードであるため、地上の構造物と液状化砂との摩擦などによってその変位が拘束された場合には、その妥当性に問題があった。このような例として、図-2に示されるような盛土構造物が地表面に存在する場合はあげられるが、図-2からわかるようにこの例では盛土底面と液状化砂との摩擦によって $F=0$ となっており、式(1)に示すような変形が発生しなくなる。これをさけるために、拡張された手法では、式(1)で示される流動形状の定義式を拡張し、次式のように液状化層における水平流動量を定義した。

$$u(x, z, t) = f(x, z, t) + j(x, z, t) \quad (4)$$

ただし、

$$f(x, z, t) = F(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{2H} \quad (5)$$

$$j(x, z, t) = J(x, t) \sin \frac{\pi(z-B)}{H} \quad (6)$$

式(4)は、式(1)に1/2周期のsin関数で示される変形モードを追加したものとなっており、これによって、図-2で示されるような、液状化層の中央で変位が最大となるような変形モードが考慮され、地表面が拘束されるような状況における変形を再現することが可能となっている。以後、1/4周期の変形モードをFモード、1/2周期の変形モードをJモードと呼ぶことにする。また、液状化による流動中は、体積変化が無いことを仮定することにより、液状化層中の任意の点における鉛直方向の変位を示す微分方程式は、次式のようになる。

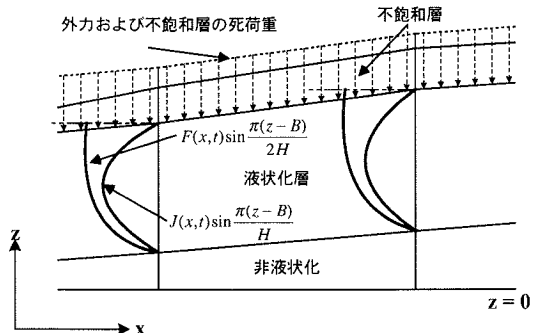


図-3 仮定された流動変形モード図

$$\frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{\partial u}{\partial x} \quad (7)$$

ここで、式(4)と式(7)から、液状化層中の任意の点における鉛直変位を次式のように求めることができる。

$$w(x, z, t) = w_1 + w_2 + w_3 \quad (8)$$

ただし、

$$w_1 = \frac{2}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{2H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} + b\dot{F} \right\} \quad (9)$$

$$w_2 = \frac{1}{\pi} \left\{ \cos \frac{\pi(z-B)}{H} - 1 \right\} \left\{ H \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + b\dot{J} \right\} \quad (10)$$

$$w_3 = \frac{\{aH + (z-B)b\}}{H} u(x, z, t) \quad (11)$$

ただし、式(8)には、液状化層の底面において、鉛直変位が0になるような境界条件が与えられている。ここで、式(8)で求められた鉛直変位は、非排水条件を想定しているため、圧密による沈下量については、例えば液状化層厚の3%というように別途考慮すればよい。

ここで、全体の運動方程式を Lagrange の理論によって導く。図-3に示されるモデルにおける運動エネルギーは、次式で与えられる。

$$M = \int \int_B^{H+B} \frac{1}{2} \rho (u^2 + w^2) dz dx \quad (12)$$

したがって、運動エネルギーを計算するために必要な変位はそれぞれ式(4)と式(8)で与えられているため、これらを式(12)に代入することによって液状化層の総運動エネルギーを求めることができる。ここで、式(4)および式(8)は鉛直方向に解析的に積分可能であるため、式(12)においても、鉛直方向に関しては解析的な積分が可能である。よって、液状化層における総運動エネルギーは、次式ようになる。

$$M = \frac{1}{2} \rho \int \sum_{i=1}^7 M_i dx \quad (13)$$

ただし、

$$M_1 = \frac{H}{2} (\dot{F}^2 + \dot{J}^2) \quad (14)$$

$$M_2 = \frac{2H}{\pi^3} (3\pi - 8) \left\{ H^2 \left(\frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \right)^2 + 2bH\dot{F} \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} + b^2 \dot{F}^2 \right\} \quad (15)$$

$$M_3 = \frac{3H}{2\pi^2} \left\{ H^2 \left(\frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \right)^2 + 2bH\dot{J} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + b^2 \dot{J}^2 \right\} \quad (16)$$

$$M_4 = H \left\{ \frac{a^2}{2} + \frac{ab}{2} + \frac{b^2}{6} + \frac{b(2a+b)}{\pi^2} \right\} \dot{F}^2 + H \left\{ \frac{8(a+b)^2}{3\pi} - \frac{64ab}{9\pi^2} - \frac{448b^2}{27\pi^3} \right\} \dot{F}\dot{J} + \frac{H}{2} \left\{ a^2 + ab + \frac{b^2}{3} - \frac{b^2}{2\pi} \right\} \dot{J}^2 \quad (17)$$

$$M_5 = \frac{4H}{\pi^2} \left(-\frac{4}{3\pi} + 1 \right) \left\{ H^2 \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + bH \left(\frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{J} + \dot{F} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \right) + b^2 \dot{F}\dot{J} \right\} \quad (18)$$

$$M_6 = -\frac{2H}{\pi^2} \left\{ H \left\{ (2a-b) + \frac{8b}{\pi} \right\} \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{F} + 2H \left\{ \frac{2a+3b}{3} - \frac{16b}{9\pi} \right\} \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{J} + b \left\{ (2a-b) + \frac{8b}{\pi} \right\} \dot{F}^2 + 2b \left\{ \frac{2a+3b}{3} - \frac{16b}{9\pi} \right\} \dot{F}\dot{J} \right\} \quad (19)$$

$$M_7 = -\frac{H}{\pi^2} \left\{ H \left(\frac{112b}{9\pi} + \frac{16a}{3} \right) \dot{F} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + \frac{(2a+5b)H}{2} \dot{J} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} + b \left(\frac{112b}{9\pi} + \frac{16a}{3} \right) \dot{F}\dot{J} + \frac{(2a+b)b}{2} \dot{J}^2 \right\} \quad (20)$$

ここで、記号の上の点は、時間微分を表している。

次に、液状化層における消散エネルギーであるが、本手法では、液状化砂を等価な Newton 流体としてモデル化しているため、液状化層中の消散エネルギーは、次式で表される。

$$D = \int \int_B^{H+B} \eta \left\{ 4 \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{u}}{\partial z} \right)^2 \right\} dz dx \quad (21)$$

このため、液状化層における運動エネルギーの場合と同様に、式(21)に式(4)および式(8)を代入し、鉛直方向に積分を行うと、液状化層中で単位時間あたりに消散されるエネルギーは、次式で与えられる。

$$D = \eta \int \sum_{i=1}^{10} D_i dx \quad (22)$$

ただし、

$$D_1 = \frac{\pi^2}{8H} \dot{F}^2 + \frac{2\pi}{3H} \dot{F}\dot{J} + \frac{\pi^2}{2H} \dot{J}^2 \quad (23)$$

$$D_2 = \frac{H}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{8H}{3\pi} \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \quad (24)$$

$$D_3 = -\frac{a+b}{2} \left(\frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{F} + \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \dot{J} \right) \quad (25)$$

$$D_4 = -\frac{a}{2} \left\{ \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{F} + \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \dot{J} + \frac{8}{3} \left(\dot{F} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} - \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{J} \right) \right\} \quad (26)$$

$$D_5 = \frac{\pi b}{H^2} \left\{ \frac{40H^2}{9\pi^2} \frac{\partial \dot{F}}{\partial x} \dot{J} - \frac{16H^2}{9\pi^2} \dot{F} \frac{\partial \dot{J}}{\partial x} \right\} \quad (27)$$

$$D_6 = \frac{\pi^2 (a+b)^2}{2H^2} \left\{ \frac{(H+B)}{4} \dot{F}^2 + (H+B) \dot{J}^2 + \frac{4H}{3\pi} \dot{F} \dot{J} \right\} \quad (28)$$

$$D_7 = -\frac{\pi^2 abB}{8H^2} (\dot{F}^2 + 2\dot{J}^2) \quad (29)$$

$$D_8 = -\frac{\pi^2 b(a+b)}{H^3} \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{H^2}{\pi^2} + \frac{(H+B)^2}{2} \right\} \dot{F}^2 - \frac{1}{2} \left\{ \frac{H^2}{2\pi^2} - (H+B)^2 \right\} \dot{J}^2 \right] \quad (30)$$

$$D_9 = \frac{\pi^2 ab}{H^3} \left[\frac{1}{4} \left\{ -\frac{H^2}{\pi^2} + \frac{B^2}{2} \right\} \dot{F}^2 + \left\{ -\frac{H^2}{4\pi^2} + \frac{B^2}{2} \right\} \dot{J}^2 - \frac{40H^2}{9\pi^2} \dot{F} \dot{J} \right] \quad (31)$$

$$D_{10} = \frac{\pi^2 b^3}{H^4} \left[\frac{1}{4} \left\{ \frac{(H+B)^3 - B^3}{6} \right\} \dot{F}^2 + \left\{ \frac{(H+B)^3 - B^3}{6} \right\} \dot{J}^2 - \frac{208H^3}{27\pi^3} \dot{F} \dot{J} \right] \quad (32)$$

液状化層の位置エネルギーについては、液状化地盤の変形後の形状に着目して次式のように定義されている。

$$P = \iint_{H+B}^{H+B+\delta w} \gamma z dz dx \quad (33)$$

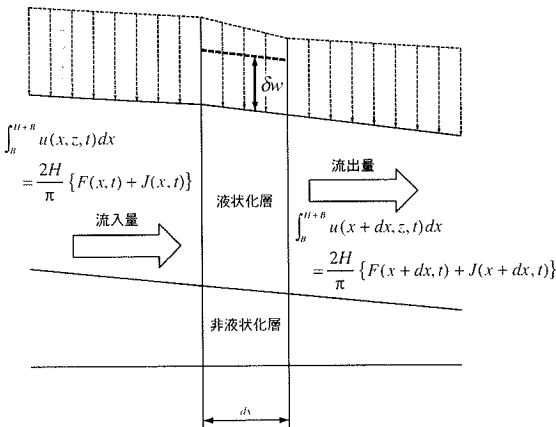


図-4 流動に伴う液状化層地表面の昇降量

ここで、 δw は変形に伴う液状化層地表面の昇降量である。この地表面の昇降量は、図-4に示されるように、任意の柱状領域における体積収支から求められており、次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \delta w &= \frac{\partial}{\partial x} \left(\int_B^{H+B} u dz \right) \\ &= -\frac{2}{\pi} \left\{ H \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) + b(F+J) \right\} \quad (34) \end{aligned}$$

ポテンシャルエネルギーの計算に際して、このような液状化地盤の形状変化を考慮することにより、流動に伴う幾何非線形の影響を解析に組み込むことが可能となる。よって、式(34)を式(33)に代入することによって、液状化層の変形に伴うポテンシャルエネルギー変化は、次式で与えられる。

$$P_l = \frac{1}{2} \rho g \int_{x_1}^{x_2} \sum_{i=1}^4 P_{li} \quad (35)$$

ただし、

$$P_{l1} = -\frac{4}{\pi} (H+B) \left\{ H \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) + b(F+J) \right\} \quad (36)$$

$$P_{l2} = \frac{4}{\pi^2} \left[H^2 \left\{ \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 + 2 \frac{\partial F}{\partial x} \frac{\partial J}{\partial x} + \left(\frac{\partial J}{\partial x} \right)^2 \right\} \right] \quad (37)$$

$$P_{l3} = 2Hb \left(\frac{\partial F}{\partial x} F + \frac{\partial F}{\partial x} J + \frac{\partial J}{\partial x} F + \frac{\partial J}{\partial x} J \right) \quad (38)$$

$$P_{l4} = b^2 (F^2 + 2FJ + J^2) \quad (39)$$

また、不飽和層は、水平方向一次元の弾完全塑性体としてモデル化されており、その降伏点は主働土圧および受働土圧となっている。また、その水平変位は、不飽和層が液状化層の上面と一体となって動くことを仮定すると、次式で与えられる。

$$u(x, z = H+B, t) = F(x, t) \quad (40)$$

また、液状化層上面における鉛直方向の変形は、ポテンシャルエネルギーの計算にもちいられた δw にほかならない。このため、この変位の定義によって、不飽和層におけるひずみエネルギーを求めると次式のようになる。

$$E_s = \int (E_{s1} + E_{s2}) dx \quad (41)$$

ただし、

$$E_{s1} = \frac{1}{2} TE \left(\frac{\partial F}{\partial x} \right)^2 \quad (42)$$

$$\begin{aligned} E_{s2} &= \frac{1}{2} TG \left[-\frac{2}{\pi} \left\{ H \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 J}{\partial x^2} \right) \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + 2b \left(\frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial J}{\partial x} \right) \right\} \right]^2 \quad (43) \end{aligned}$$

ここで、 E_{11} は軸方向のひずみエネルギーであり、 E_{22} は鉛直方向のせん断 $\frac{\partial w}{\partial x}$ によるひずみエネルギーであり、不飽和層が降伏している場合には、式(42)および式(43)のヤング率とせん断剛性が0となる。

以上のように求められた運動エネルギー、消散エネルギーおよびポテンシャルエネルギーを Lagrange の運動方程式に代入することによって、このモデルの運動方程式を求めることができる。こうして得られた運動方程式を時間積分することによって、液状化地盤の水平流動解析を行うことができる。ただし、 F および J については、複雑な地盤形状に対応するため、水平方向に有限要素法による離散化をおこなった。離散化は、水平平面を有限要素法で行われるような要素メッシュに分割し、各節点における F 、 J を決定することによって行われ、節点 i における F 、 J をそれぞれ F_i 、 J_i と、任意点における F 、 J の関係は次のようにあらわされる。

$$F(x,t) = \sum F_i(t)N_i(x) \quad (44)$$

$$J(x,t) = \sum J_i(t)N_i(x) \quad (45)$$

ただし、 $N_i(x)$ は内挿関数である。これを、式(5)、式(6)に代入することによって、 F 、 J を離散量とした解析を行うことが可能となる。

ここで、式(43)には、 F および J の2階微分が含まれているが、式(43)では2階微分の項同士の積分が含まれているために、通常の有限要素法の定式化を行う場合のように Gauss の発散定理を適用することができ

表-1 実験ケース⁹⁾

ケース名	E04	E08	E09
液状化層の相対密度[%]	20	20	20
液状化層厚 [cm]	40	40	20
非液状化層の相対密度[%]	80	80	80
非液状化層厚 [cm]	10	10	30
加振時間[s]	14	24	24
最大加速度 [gal]	0.25	0.25	0.25
加振周波数 [Hz]	10	10	10

きない。このため、ここでは、2階微分項同士の積を含む項については中央差分によって考慮した。

本手法の特徴は、液状化砂を粘性流体としてモデル化したこと、液状化層の変形形状を実験で観測される2種類の変形モードの和で表現したこと、およびポテンシャルエネルギーの計算法で大変形による影響を考慮したことにある。液状化砂を粘性流体としてモデル化し、かつポテンシャルエネルギーの計算法に大変形による影響を組み込んだことにより、液状化層のみに注目すれば、その運動方程式は線形方程式となる。また、変形モードを仮定したことにより、通常の有限要素法のように鉛直方向に節点を配置する必要がなく、これによって、x-yの二次元問題を取り扱っているにも関わらず、方程式はxだけの一次元となり、計算量の大幅な低減が可能となっている。

3. 盛土構造物振動台模型実験との比較

液状化による流動現象は、地震中に観測されることはなく、主として地震後の被害調査などによって流動の程度が報告されることが多い。このような調査報告では、地震後の最終的な地盤流動量については明らかになるが、流動時間がどの程度で、流動速度がどの程度であったかを知ることは不可能である。地震のマグニチュードや強震記録から流動継続時間が算出されることもあるが、これについても、新潟地震で報告された新潟空港ビルの沈下事例のように、主要動が停止してから沈下が開始したような例もあるため、液状化による地盤流動時間を妥当に与えるかどうかについては疑問がある。このため、本研究における流動解析法についても、流動速度や材料物性などを定量的に議論するためには、流動時間や流動速度などがわかっている模型実験の結果と解析結果を比較する必要がある。

表-2 解析に使用したパラメータ

ケース名	E04	E08	E09
液状化砂の単位体積重量[kN/m ³]	20	20	20
液状化層厚[cm]	40	40	20
非液状化層厚 [cm]	10	10	30
流動時間[s]	10	20	20

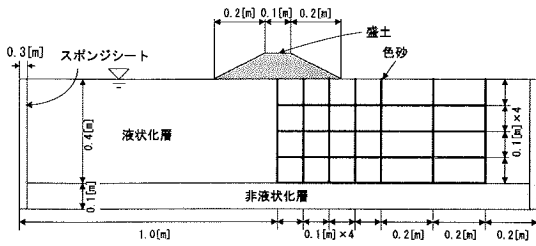


図-5 E04 および E08 実験モデル図

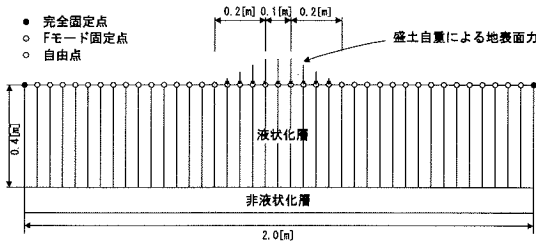


図-6 E04 および E08 解析モデル図

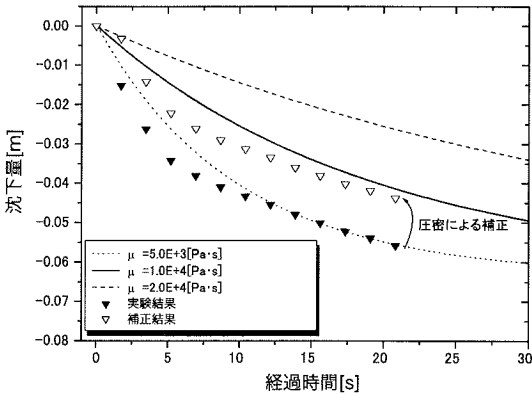


図-7 実験結果と解析結果の比較

そこで、ここでは、水谷によって行われた液状化による盛土の沈下を対象とした振動台模型実験⁹⁾のシミュレーションを試みた。この実験は、鋼矢板による盛土構造物沈下の低減効果について検討するためのものであった⁹⁾が、その一連の実験として、矢板が設置されていない実験が行われており、さらに、加振時間や液状化層厚を変化させた実験も行われている。そこで本研究では、この一連の実験ケースから、表-1に示されるものを対象として解析を試みた。

E04およびE08は、図-5に示されるようなモデルによる実験であり、異なるのは振動の継続時間のみである。この実験結果を再現するために、図-6のような数値モデルを作成し、その流動解析を行った。ここで、表-2に解析に使用したパラメータを示す。ただし、図-6にあるように、盛土については地表面に作

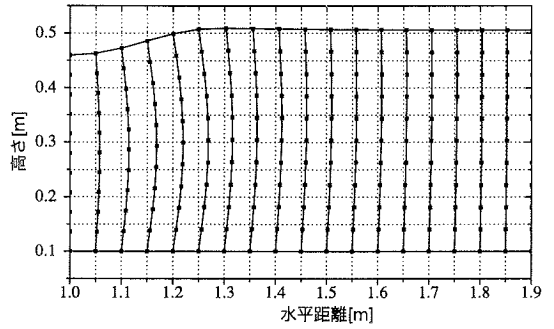


図-8 E08 解析による流動形状図

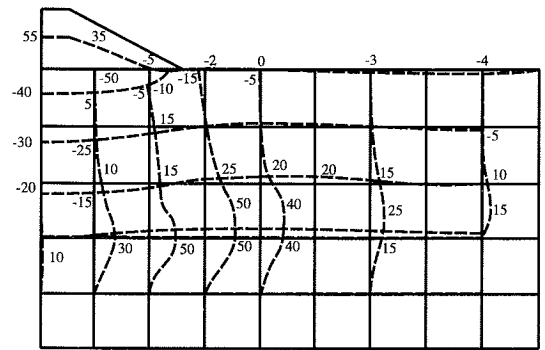


図-9 E08 実験終了後の流動形状図⁹⁾

用する鉛直方向の表面荷重としてモデル化してあり、この解析では盛土の慣性力が考慮されていないが、この流動解析では、粘性の影響が非常に大きく、加速度が非常に小さくなるため問題ない。なお、この地表面荷重の大きさは、表-2に示される盛土の単位体積重量に節点における盛土高を乗ずることによって求めた。また、盛土直下においては、盛土との摩擦により液状化層の地表面の変位が拘束されるため、解析モデルにおいても盛土直下ではFモードを0にしている。流動時間に関しては、表-1によればE04とE08でそれぞれ14[s]および24[s]となっているが、これは間隙水圧の上昇に至るまでの時間が2[s]と、振動台が停止するまでの時間2[s]含まれており、実験によれば地盤流動は強振動の継続中のみ発生していたため、実質の流動時間は、E04で10[s]、E08で20[s]であった。本研究では、間隙水圧の上昇過程における変形は、完全液状化に至った後の流動量に比較して相対的に小さいため、これらの影響については無視しており、解析

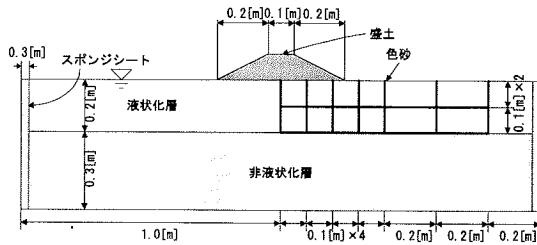


図-10 E09 実験モデル図

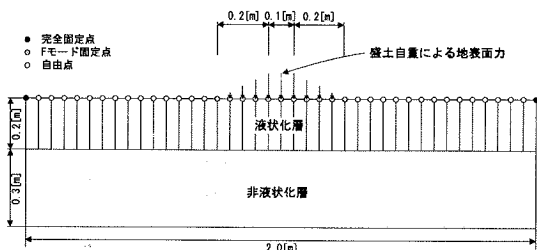


図-11 E09 解析モデル図

では、流動時間をE04では10[s]、E08では20[s]とした。また、液状化砂の粘性係数については、東畑らによる模型実験から求められた粘性係数に近い値¹⁰⁾をいくつか使用した。この模型実験では、深さ50[cm]の液状化地盤中に埋設されたパイプを引張り、その抵抗力から液状化砂の粘性係数を求めており、その粘性係数は、概ね1.0[kPa・s]から10.0[kPa・s]となっている。

ここで、この二つのモデルの解析結果を図-7に示す。ただし、図-7の沈下量とは、流動に伴う盛土底面の沈下量を意味する。また、観測された盛土沈下量に補正が施されているが、これは、液状化層の圧密沈下を考慮するためのものである。本手法では、流動中に体積が不変であることが仮定されているため、圧密に伴う沈下量が考慮されていない。そのため、実験結果と解析結果を比較するためには、実験結果から圧密による沈下量をとりのぞかなければならない。このため、石原・吉嶺¹¹⁾によれば、液状化に伴う液状化層の圧密量は液状化層厚の3[%]程度とされているので、任意の時間における観測沈下量に対して次式のような補正を行った。

$$S(t) = S_{obs}(t) - 0.03H(x) \quad (46)$$

この補正式については、液状化による流動に伴って圧密が進行していくことは考慮していない。これは、模型実験においては、砂の透水性の高さから圧密が振動開始数秒後にはかなりの部分が終了していることを想定しているためである。

図-7によれば、試行錯誤によって粘性係数 μ を変化させながら解析を行っているため、良好な一致はみ

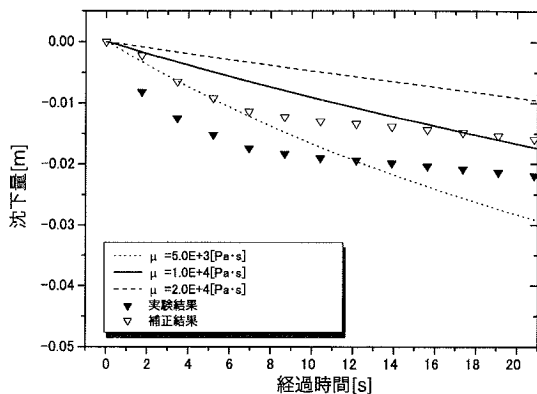


図-12 実験結果と解析結果の比較(E09)

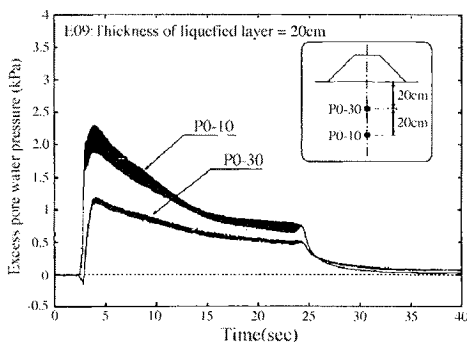


図-13 E09 過剰間隙水圧の変化⁹⁾

ていないが、粘性係数を8.0[kPa・s]程度にすることによって盛土頂上の沈下量を推定できるとおもわれ、完全液状化地盤の流動変形予測に関して、提案法の有効性が示された。

また、図-8および図-9に、解析による流動開始20[s]後と実験終了後の変形形状図をそれぞれ示す。ここで、図-9の升目については、一辺が10[cm]となっている。これによれば、図-2に示されるような液状化層の中央部で変形が最も大きくなるような変形モードが解析によって再現されていることが確認され、新たな変位定義式でJモードを追加した結果、従来再現できなかった変形モードを考慮できるようになったことが確認された。

E09は、E08に対して液状化層厚を半分の20[cm]にした実験例であり、そのモデルは、図-10で示されるものとなっている。また、この実験モデルから作成した解析モデルを図-11に示す。ここで、盛土の直下は、E04の例と同様にFモードを0にし、解析に必要な材料物性値については、E04、E08と同様の条件で実験が行われたため表-2のものをにつかった。また、粘性係数についても、E04、E08と同様に試行錯誤に

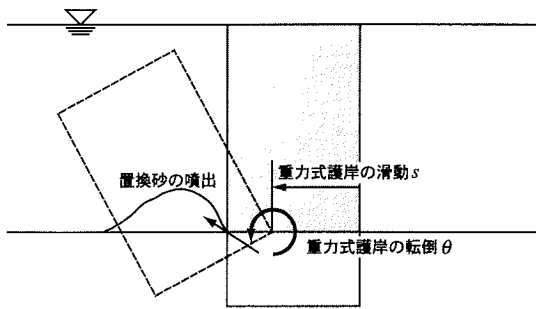


図-14 重力式護岸モデル

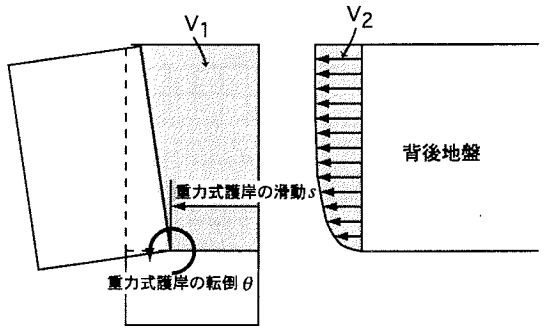


図-15 重力式護岸と背後地盤の境界条件

よって模型実験による盛土沈下を再現する粘性係数をもとめた。

ここで、E09に対する解析結果と実験結果の比較を図-12に示す。実験による観測結果については、E04、E08の例と同様に圧密量の補正を行っている。図-12によれば、E04、E08の例とは異なり、6[s]程度までは実験による盛土沈下に解析結果が追従しているが、それ以降については、解析では盛土の沈下が継続して進行していることを示しているのに対し、実験結果では沈下が停止し、それ以上進行していない。これは、間隙水圧の消散に伴って有効応力が回復しているためと思われる。ここで、図-13にE09における盛土直下の過剰間隙水圧の変化を示す。この実験では、図-13におけるP0-30が1.0[kPa]を越えたところから流動が始まると報告されており、図-13によると、液状化層底面では、加振開始後4[s]程度で過剰間隙水圧が1.0[kPa]を上回っていることがわかる。この後、液状化層底面の過剰間隙水圧が漸減していくが、これに伴って過剰間隙水圧の消散が進み、実験で流動が停止する約6[s]程度で盛土直下の有効応力が回復しているのだと推測される。したがって、実験結果と解析結果が一致しなくなる約6.5[s]以降では、有効応力の回復によって液状化砂の強度が回復し、粘性流体仮定が成り立たなくなっていることがわかる。

また、図-12からわかるように、E09における盛土沈下を再現するために必要な粘性係数 μ は、約5.0[kPa·s]となっており、E04、E08の盛土沈下を再現するための粘性係数よりも小さくなっていることがわかる。濱田・若松¹²⁾は、模型実験によって、液状化地盤の粘性係数の算定を試みており、それによれば、液状化地盤の粘性係数はその液状化層が厚くなるにつれて大きくなっていくことが報告されている。本研究による解析結果においても、これと同様に、液状化層厚が大きい事例では、液状化層厚が小さい事例と比較して実験結果を再現するために必要な粘性係数がより大きくなっており、本手法は、従来の知見にも矛盾

しない結果を与えることが示された。また、西村ら¹³⁾は、中空ねじり試験において、排水条件の供試体の軸応力を急変させることによって間隙流体を含む砂の粘性を求めた。これによれば、液状化砂の粘性係数は100[kPa]の圧密応力において100[kPa·s]のオーダーであるとしているが、本手法で用いられた粘性係数はこの値と比較すると小さくなっている。これは、模型実験では、液状化層厚が小さく、圧密応力が西村らによる要素試験が想定しているほど大きくないためと考えられる。

このように、本手法においては、液状化地盤の粘性係数と流動時間を適正にあたえることによって、模型実験の結果が再現されることが示された。

4. 重力式護岸モデル³⁾

本手法では、液状化砂の流動現象に加え、重力式護岸の転倒および滑動についても考慮することができる。この重力式護岸モデルは、図-14に示されるような簡略化した形状でモデル化されている。このモデルでは、重力式護岸が剛体変位することを仮定し、変位の自由度を滑動 s と踵を中心とした回転運動 θ とすることによって、重力式護岸の水平変位と鉛直変位が次式のように表される。

$$u_c = s - \theta z \quad (47)$$

$$v_c = \theta z \quad (48)$$

ここで、式(47)および式(48)では、重力式護岸の回転に伴う変位を、回転角に回転の重力式護岸の踵からの距離を乗じて求めているため、護岸の回転角が大きくなるようなところでは精度が悪くなる。

この変位仮定によって、重力式護岸とその直下の基礎地盤におけるポテンシャルエネルギー、消散エネルギー、運動エネルギーは、それぞれ次のようになる。

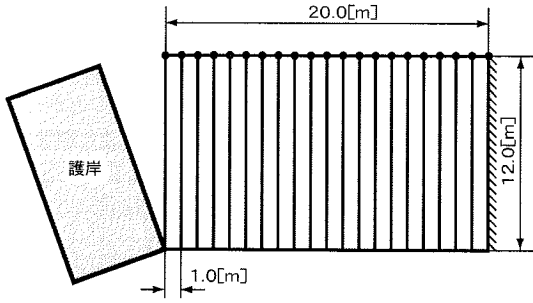


図-16 解析モデル

表-3 解析に使用したパラメータ

粘性係数[kPa・s]	300
液状化継続時間[s]	10
不飽和層厚[m]	4
不飽和層密度[kg/m ³]	1600
液状化層厚[m]	12
液状化層密度[kg/m ³]	1900
加振周波数[Hz]	10

$$K_c = \frac{BHW\rho g}{2} \left\{ \dot{s}^2 + \dot{s}\dot{\theta}H + \frac{\dot{\theta}^2}{3}(H^2 + B^2) \right\} + \frac{W}{2}\rho_s g \left[\left(\frac{Bh^3}{9} + \frac{B^5}{20h} \right) \dot{\theta}^2 + \frac{Bh}{3}\dot{s}^2 + \frac{B^3}{6}\dot{s}\dot{\theta} \right] \quad (49)$$

$$D_t = \mu W \left[\frac{B}{h}\dot{s}^2 + \left(\frac{Bh}{3} + \frac{4B^3}{3h} \right) \dot{\theta}^2 - \frac{3B^2}{4}\dot{s}\dot{\theta} \right] \quad (50)$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 + P_6 \quad (51)$$

ただし、

$$P_1 = -\frac{\rho g HB^2 \theta}{2} \quad (52)$$

$$P_2 = \frac{1}{2}\rho_s g W \left(\frac{B^3}{3}\theta^2 - h^2 B \right) \quad (53)$$

$$P_3 = \frac{1}{2}B^2 \rho_w g H_w \quad (54)$$

$$P_4 = \frac{1}{2}\rho_w g WH_w^2 \left(s + \frac{H_w}{3}\theta \right) \quad (55)$$

$$P_5 = \frac{\rho_s g H^2 W}{2} \left(s + \frac{H}{3}\theta \right) \quad (56)$$

$$P_6 = (\rho g H - \rho_w g BH_w) \tan \varphi \quad (57)$$

ただし、重力式護岸下の置換砂は完全に液状化したこ

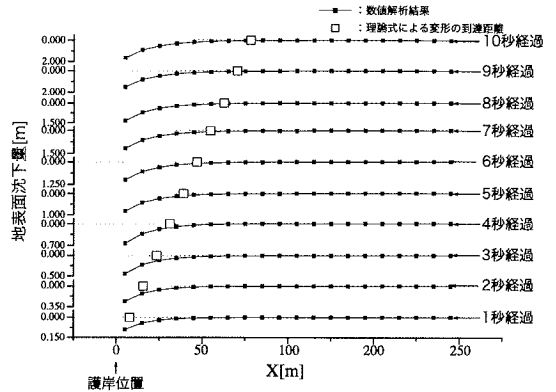


図-17 地表面沈下の背後地盤への伝播

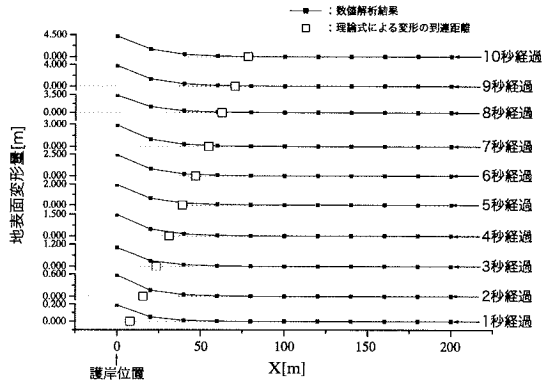


図-18 地表面水平変位の背後地盤への伝播

とが仮定されており、液状化層と同様ニュートン流体としてモデル化されている。なお、護岸の変位に伴って生ずる置換砂のせん断変形や図-14に示されるように置換砂が海側へ排出されたことによる影響は、消散エネルギーおよびポテンシャルエネルギー定義で考慮されている⁷⁾。ここで、液状化地盤との境界条件は、図-15に示されるように液状化地盤から重力式護岸の変位に伴って護岸背後に流入する体積と、護岸の変位によって生ずる護岸背後の空間の体積が等しくなるように与えられている。ここで、重力式護岸の移動によって生ずる背後の空隙の体積は、次式で与えられる。

$$V_1 = sH + \frac{1}{2}H^2\theta \quad (58)$$

また、空隙に流入してくる液状化砂の体積は、液状化地盤の水平流動変位を鉛直方向に、液状化層内を積分することによって次式で与えられる。

$$V_2 = \frac{2H}{\pi}(F+J) \quad (59)$$

従って、境界条件は、次式で与えられる。

$$V_1 = V_2 \quad (60)$$

この境界条件は、Lagrangeの未定乗数法によって解析に組み込まれている。このような境界条件を設定することにより、重力式護岸と液状化地盤との相互作用が内力として自動的に処理されることになる。

5. 重力式護岸への被害を想定した解析例

1995年に発生した兵庫県南部地震では、ポートアイランドで液状化が確認され、港湾施設に被害が発生した。この港湾施設の被害は、主として重力式護岸の海側へのはらみだしに起因する背後地盤の沈下や水平移動によって引き起こされたものである。このような背後地盤の変形は、重力式護岸のはらみだしに伴い護岸近傍から伝播していくものであり、その程度を把握することによって、地盤改良の必要性の有無などを検討することが可能になる。ここで、このような破壊の伝播速度を求めめるため、次のような伝播速度 V_f の算定式が東畑らによって提案されている³⁾。

$$V_f = \sqrt{\frac{2g \left(ET + \frac{4\gamma H^2}{\pi^2} \right)}{\gamma H + 2P}} \quad (61)$$

ただし、 g は重力加速度、 E は不飽和層のヤング率、 T は不飽和層厚、 γ は液状化砂の単位体積重量、 P は地表面に作用している表面力である。ただし、不飽和層のヤング率 E は引張りでは0となる。この伝播速度算定式は、比較的単純な形状の地盤に対して解析的手法から求められたものであり、複雑な形状を持つ地盤には適用が難しい。しかし、本稿における手法では、水平方向には有限要素法によって離散化されているので、このような制限はない。このため、本稿における手法によって破壊の伝播速度を求めることができれば、より汎用的な例において破壊の伝播を計算することができる。そこで本研究では、重力式護岸の転倒・滑動と背後地盤への流動による変形の伝播に着目して解析を行い、解析結果による背後地盤の破壊の伝播速度と式(61)による破壊伝播速度式との比較を行うことによって、式(61)による破壊伝播式に関する検討を行った。

ここで、図-16に解析に使用したモデルを示す。また、解析に使用されたパラメータを表-3に示す。これは、神戸のポートアイランドを想定したモデルとなっており、ケーソンのサイズ、液状化層厚などについては、港湾技術研究所（現港湾空港研究所）による

調査結果¹⁴⁾から決定した。また、地表面付近の不飽和層については、破壊形態が重力式護岸の転倒によるものであり、不飽和層の変形は引張りであることから、ヤング率を0とした。また、流動時間は、最大加速度が50gal以上である間は流動が継続することを仮定し、ポートアイランドにおける地震記録から10.0[s]と仮定した。

ここで、図-17に地表面沈下の背後地盤への伝播と、式(61)によって算定された破壊伝播速度の比較を示す。ただし、図中の黒点は図-16における節点位置を示し、中白の四角形は、式(61)で示された地盤変形の伝播速度から算出した各時間における地盤変形の到達位置を示している。図-17によれば、流動の経過、すなわち図-17の上方に進むに伴って地表面の沈下が重力式護岸の背後へ向かって伝播していくことが解析によって再現されていることがわかる。また、1[s]から3[s]に見られるように、本稿における提案法が、流動開始初期の地表面沈下が小さい間では式(61)と比較してその破壊の伝播範囲をより広範囲に予測している。しかし、流動開始後4[s]程度からは、背後地盤の変形も大きくなり、この状態では、式(61)で示された伝播速度式によって予測されている伝播範囲が、本稿における手法による伝播範囲よりも大きくなっている。これは、埋設構造物などに被害が発生する背後地盤の変形量をどの程度と判断するかにも依存するが、一般に破壊の伝播範囲が問題になるのは、流動開始直後の地盤変形が小さい状態ではなく、流動開始後ある程度の時間が経過し、地盤変形が進行した状態である。このような場合には、式(61)は、図-17から分かるように地盤変形の伝播範囲に関して安全側の予測をしていることが分かる。また、図-18に、この解析における地表面の水平変位の伝播と破壊伝播速度式による破壊伝播範囲との比較を示すが、これについても地表面変位と同様の傾向を示していることが分かる。

6. 従来の液状化解析と比べた本手法の位置づけ

新潟地震における空港ターミナルビルの事例では、液状化による地盤の側方流動は、主要動終了後も継続して発生したことが報告されており^{15), 16)}、また、側方流動を対象とした遠心載荷実験においても、振動終了後も流動が継続し、最終的に過剰間隙水圧の消散が終了もしくはポテンシャルエネルギーが最小になるところで流動が停止する事例が報告されている。この、地震動終了後の流動量は総流動量に対して相対的に

小さくなく、流動による施設への被害を考慮する場合には、これを無視することはできない。

有限要素法による液状化解析では、多くのものが弾塑性モデルや、Masing Ruleにダイレイタンシー成分を別途考慮したもの等を採用しており、これに非排水条件を設定することによって解析を行っている例が多い。このため、これらの解析では、一度上昇した過剰間隙水圧は自然に消散せず、流動停止に大きく関与する有効応力の地震停止後の変化を考慮することができない。

このような振動停止後の流動については、仙頭らによって過剰間隙水圧が上昇したことによる浸透破壊を想定し、間隙水圧上昇後の流動量を求めることも試みられている¹⁷⁾。

また、これらの構成則を採用した解析では、解析の安定性の問題から、有効応力の喪失に伴う剛性の完全消失を考慮することが困難であり、微小ではあるものの剛性を残してあるものが多い。このような例では、この剛性が問題になり、実際の地震被害で観測されているような数100%におよぶせん断ひずみは再現できない。

さらに、振動台による斜面流動実験において、流動が地表面が水平になった時点で停止することからも明らかであるように、液状化による流動現象は、地盤の変形に大きく影響を受ける幾何非線形問題であり、流動による変形推定を行う場合には、これを考慮しなければならない。これについては、Update Lagrange法やALE法等のMesh adaptivityによる対応が進んでいるが¹⁸⁾、これらについては、変形が過大でないところでは有効であるものの、解析のための計算量は莫大なものとなり、また、汎用的にすべての問題に適用できる訳ではない。

以上のような要因から、これらの液状化解析では、過剰間隙水圧の上昇過程を再現し、液状化の有無の判定を行うためには有効であるが、完全液状化後の流動量予測を行うことは困難であることがわかる。

それに対して本手法では、液状化砂を粘性流体としてモデル化し、変形モードを模型実験結果から仮定することによって、不飽和層を線形弾性体とした場合には方程式が線形となり、また、鉛直方向に節点を設置する必要がないため、計算量の大幅な低減が可能になっている。さらに、式(33)に示されるように、ポテンシャルエネルギー一定の段階で大変形による効果が考慮されているため、その影響を容易に考慮することが可能である。本手法では、過剰間隙水圧の上昇過程における流動量や振動による流動については考慮されていないが、これらは完全液状化によって発生する流動量と比較すれば相対的に小さく、流動量の予測

のみに着目するのであれば無視しても問題ないと考えられる。また、液状化層厚については、 F_{li} 値その他によって別途決定されることを期待しているため、流動解析に必要な調査についてもより容易になっている。

本手法の今後の課題としては、液状化砂の粘性発現機構の解明と流動時間の推定である。液状化砂の粘性については、様々な研究が行われており、東畑らは、液状化地盤中でパイプを引っ張り、その抵抗力から液状化砂の粘性係数の算出を試みている¹⁹⁾。また、液状化砂をNewton流体としてモデル化し、ALE法によって大変形を考慮した解析を試みた例もある¹⁹⁾。また、前述のように、濱田・若松によって液状下層厚によってその地盤の平均的な粘性係数が変化することや、西村らによる要素試験によってせん断ひずみと粘性係数の関係などが報告されている。このように、液状化砂の粘性係数については、今までの研究によって、ある程度その特性が把握されてきているものの、未だ確固たる算定方法が存在せず、今後の研究課題である。しかし、少なくとも、本研究における模型実験の結果の再現計算結果から、適正な粘性係数の存在が示され、液状化砂を粘性流体としてモデル化することができる可能性が示唆されている。

また、流動時間の算定については、現状において定量的な評価方法はなく、一般に行われている液状化解析でも求めることは難しい。しかし、本手法を設計に用いることを考えれば、過去の事例から、その構造物の重要性に応じて、例えば主要動の継続時間に対して何倍かにするなど、十分な安全性を確保できるだけ流動時間を設定し、それによって発生する流動量が設計上許容できるかどうかを判定すればよい。

このように、本手法では従来の有限要素法による液状化解析と比較し、大変形による効果を含んだ解析を容易に行うことができる。また、適正な粘性係数をつかうことにより、複雑な流動システムを粘性係数という一つのパラメータに集約することができる。

7. まとめ

本研究では、筆者らによって開発された液状化地盤の水平流動量推定法を振動台模型実験の結果に適用し、適当な粘性係数と流動時間を与えることによって実験による盛土底面の沈下量を予測することが可能であることが示された。また、過剰間隙水圧の消散に伴って液状化砂の強度が回復した場合には、液状化砂の粘性流体仮定が成り立たず、本手法の適用ができな

くなることも証明された。しかし、強度回復後の変形は、流動中に発生する変形量と比較して相対的に小さいため、流動量を推定するという観点では、これは大きな問題ではないと思われる。

また、重力式護岸のはらみだしに伴う背後地盤の変形伝播に関する検討も行われ、液状化地盤の変形が十分に進んだ場合においては、変形伝播速度理論式は変形の伝播範囲を安全側に予測することが示された。

参考文献

- 1) Hamada, M., Yasuda, S., Isoyama, R. and Emoto, K. : *Study on liquefaction induced permanent ground displacement*, Association for The Development of Earthquake Prediction, pp.1-87, 1986
- 2) 豊田 浩史 : 液状化地盤の側方流動模型実験と動的予測手法の開発, 東京大学博士論文, 1995
- 3) Towhata, I., Orense, R. and Toyota, H. : Mathematical Principles in prediction of lateral ground displacement induced by seismic liquefaction, *Soils and Foundations*, Vol.39, No.2, pp.1-19, 1999.4
- 4) Orense, R. and Towhata, I. : Three dimensional analysis on lateral displacement of liquefied subsoil, *Soils and Foundations*, Vol.38, No.4, pp.1-15, 1998.12
- 5) Acacio, A., Kobayashi, Y., Towhata, I., Bautista, R. and Ishihara, K. : Subsidence of building foundation resting upon liquefied subsoil; Case studies and assessment, *Soils and Foundations*, Vol.41, No.6, pp.111-128, 2001.12
- 6) Mizutani, T., Towhata, I., Shinkawa, N., Ibi, S., Komatsu, T. and Nagai, T. : Shaking table tests on mitigation of liquefaction-induced subsidence of river dikes, *Proc. 16th ICSMGE, Istanbul*, Vol.2, pp.1207-1210, 2001
- 7) 小林 義和 : 液状化に起因する地盤流動の三次元数値予測, 東京大学博士論文, 2000
- 8) Towhata, I., Y., Sasaki, K., Tokida, H., Matsumoto, Y., Tamari, K. and Yamada, K. : Prediction of permanent displacement of liquefied ground by means of minimum energy principle, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.3, pp.97-116, 1992.9

- 9) 水谷 崇亮 : 液状化に起因する盛土基礎の側方流動の矢板による軽減, 東京大学博士論文, 1999
- 10) Towhata, I., Vargas-Monge, W., Orense, R. and Yao, M. : Shaking table tests on subgrade reaction of pipe embedded in sandy liquefied subsoil, *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, Vol.18, pp.347-361, 1999
- 11) Ishihara, K. and Yoshimine, M. : Evaluation of settlement in sand deposits following liquefaction during earthquakes, *Soils and Foundations*, Vol.32, No.1, pp.173-188, 1992.3
- 12) 濱田 政則, 若松 加寿江 : 液状化による地盤の水平変位の研究, 土木学会論文集, No.596/III-43, pp.189-208, 1998.6
- 13) Nishimura, S., Towhata, I. and Honda, T. : Laboratory shear tests on viscous nature of liquefied sand, *Soils and Foundations*, Vol.42, No.4, pp.85-94, 2002.8
- 14) 稲富 隆昌, 井合 進, 藤本 健幸, 長尾 毅, 森田 年一, 石井 正樹, 岡下 勝彦, 善 功企, 菅野 高弘, 田中 祐人, 野津 厚, 南兼 一郎, 杉山 盛行, 外山 進一, 寺内 潔, 山崎浩之, 宮田 正史, 及川 研, 高崎 伸彦, 上部 達生, 横田 弘, 小泉 哲也, 一井 康二, 松永 康男, 小林 延行 : 1995年兵庫県南部地震による港湾施設等被害報告, 港研資料, No.857, pp.248-259, 1997.3
- 15) 東畑 郁生, 堀越 研一 : 液状化地盤における建物の沈下事例の解析, 第32回地盤工学研究発表会, pp.973-974, 1997.7
- 16) 地盤工学会(弓納持福夫撮影) : 液状化災害発生直後の新潟市街地航空写真真集, 地盤工学会, pp.1-2, 1999
- 17) 仙頭 紀明, 大村 洋史, 赤堀 一彦, 風間 基樹 : 地震後の浸透破壊を考慮した新しい流動変形予測法, 土と基礎, Vol.50, No.2, Ser.No.529, pp.13-15, 2002.2
- 18) Schreppeperes, G. M. A., Kikstra, W.P. and De jong, B. : *Large Deformation analysis in DIANA*, TNO Building and Construction Research, pp.25-31, 2002.12
- 19) 小林 義和, 東畑 郁生, Alexis A. Acacio, 野村 卓史 : 地盤の液状化による基礎の沈下解析, 地震時の地盤・土構造物の流動性と永久変形に関するシンポジウム, pp.285-288, 1998.5

(2003.3.20 受付)

VERIFICATION OF NUMERICAL ANALYSIS ON LATERAL FLOW OF LIQUEFIED GROUND BASED ON VISCOUS FLUID MODEL

Yoshikazu KOBAYASHI and Ikuo TOWHATA

A method that is proposed by the authors accomplished to reduce the amount of computation to predict the amount of lateral ground flow compared to conventional Finite Element Method by assuming deformation mode of liquefied ground, a definition of potential energy, and modeling the liquefied sand as viscous fluid. The accuracy of the method has been evaluated by some examples of lateral ground flow that was caused by earthquakes. However, evaluation of its accuracy has been impossible in time domain. Therefore, the method is applied to shaking table test on subsidence of embankment and foundations to quantitatively evaluate the accuracy in time domain in this paper, and the existence of reasonable viscosity of the liquefied sand was confirmed.