

# 複数の時系列データを用いた舗装構造の動的逆解析

菊田征勇<sup>1</sup>・James MAINA<sup>2</sup>・松井邦人<sup>3</sup>・董 勤喜<sup>4</sup>

<sup>1</sup>フェロー会員 博(工) 国土館大学 都市システム工学科 (〒154-8515 東京都世田谷区世田谷4-28-1)

kikuta@kokushikan.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 Ph.D. 東京電機大学 建設環境工学科 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

<sup>3</sup>フェロー会員 Ph.D. 東京電機大学 建設環境工学科 (〒350-0394 埼玉県比企郡鳩山町石坂)

<sup>4</sup>正会員 Ph.D. 中央大学 土木工学科 (〒112-8551 東京都文京区春日1-13-27)

逆解析は測定データに含まれる誤差の影響を大きく受けることが知られており、誤差の影響を低減するため静的逆解析では回数計測したたわみの平均値を用いて逆解析を行っている。動的逆解析ではこの方法を用いることができないので、個々の荷重とたわみの時系列データを用いた逆解析を行い、結果の平均値を求めてきた。計算時間はデータセットの数だけ多くなる。本研究では、複数回測定したすべての時系列データセットを用いて動的逆解析を行い、個々のデータセットから推定した場合に含まれる測定誤差の影響を低減した弾性係数を直接求める方法を提案している。複数のデータセットでも1セットのデータとほとんど変わらない計算時間で結果が得られることを確認した。解析領域と節点数についても検討した。

**Key Words:** backcalculation, multiple time series data sets, dynamic analysis, FEM, analysis domain

## 1. はじめに

FWDは衝撃荷重試験であり、本来動的逆解析を行うことが望ましい。そこで、著者らはFEMを用いて動的に順解析を行い、ガウス・ニュートン法を用いて逆解析する方法を開発してきた<sup>1)</sup>。本方法を用いることにより、各層の弾性係数と減衰係数を推定することが可能となる。本方法の実用化を図るため、1)計算の効率化に対する改良、2)計算精度を確保するための改良、および3)複数の時系列データセットを用いた逆解析への拡張、を行った。

### 1) 計算の効率化に対する改良：

動的な逆解析は、動的なFEM解析を行うため膨大な計算時間がかかるのが実用化への障害になっている。このため次のような工夫を導入した。まず、配列を小さくするため、質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスは上半分のバンドマトリックスを用いている。全体質量マトリックスは繰返し計算過程で変化しないので、境界条件を考慮して最初に作成したものを保存し、2回目以降の繰返

し計算で作成する必要はない。減衰マトリックスと剛性マトリックスについては、境界条件を組み込んだ各層ごとの減衰マトリックス、剛性マトリックスを構築する。このとき、層減衰マトリックスと層剛性マトリックスは、減衰係数と弾性係数の値をそれぞれ1とした単位層減衰マトリックスと単位層剛性マトリックスを作成し、保存する。全体減衰マトリックスおよび全体剛性マトリックスは、保存してある各層の単位減衰マトリックスと単位剛性マトリックスにそれぞれの層減衰係数、層弾性係数を掛けて重ね合わせを行い作成している。また、単位層減衰マトリックスと単位層剛性マトリックスは感度解析にも利用できる。

運動方程式の自由度は非常に大きくなるため、計算時間が膨大になる。この式を効率的に解くことが重要である。本研究では、リッツベクトル縮小法を用いている。

### 2) 計算精度を確保するための改良：

多自由度の運動方程式は一般に数値積分を用いて解いている。このとき計算精度は時間刻みに依存し

ている。FWD 試験データは 0.2 ms の離散データであるが、計算精度と計算効率、時刻刻みを考慮して、本研究では 2 ms 間隔のデータを使用している。

数値計算にともなう誤差を増幅させないため、運動方程式を 1 階の微分方程式に書き換え、固有値解析を行い、荷重を逐次線形モデルで表し、自由度を縮小した微分方程式の理論解を求めている<sup>2)</sup>。

また、それぞれの層の弾性係数と減衰係数が互いに大きく異なるため逆解析するとき障害となる。そのため、これらの変数を大きさが 1 のオーダーになるようなスケールリング法を用いている。

逆解析問題は、一般に不安定な問題であり、何らかの適切化が必要であると言われている<sup>3)</sup>。本研究では、ガウス・ニュートン法と打ち切り特異値分解を用いてアルゴリズムの安定化を図っている。さらに、変数の変化量が大きくなり過ぎないようにムーブリミットも併用している。

### 3) 複数の時系列データセットの処理：

静的逆解析では、FWD 試験を数回繰返し、基準荷重に変換したたわみの平均値を用いて逆解析を行っている。この方法は時系列データを用いた動的逆解析に適用できないので、個々のデータセットを用いて逆解析を行い、得られた逆解析結果の平均値を求めている。しかしながら、データセットの数だけ逆解析を繰返すので、データセット数に比例して計算時間が増加する。そこで、すべてのデータセットを同時に用いる動的逆解析法を開発した。この方法を用いると個々のデータに対する逆解析結果は得られないが、個々のデータセットから推定した場合に含まれる測定誤差の影響を低減した弾性係数を効率的に求めることができる。計算時間は、データセット数にかかわらず、1 セットのデータを用いて逆解析するのに要する時間とほとんど同じである。

以上のとおり、本研究では複数のデータセットを処理する効率的な逆解析法を開発した。また、文献 1) で動的逆解析を開発したときと比べコンピュータの性能も飛躍的に進歩しており、応答解析を行う領域の深さ、要素分割数についても検討を行っている。

## 2. 運動方程式と感度解析

FWD は元来衝撃試験であるので、現在行われている静的な逆解析ではなく、動的に逆解析するのが望ましい。動的逆解析を実行するためには動的順解析を行う必要がある。衝撃荷重が舗装表面に作用するとき、運動方程式は、次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}\ddot{\mathbf{z}}^{(\ell)} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{z}}^{(\ell)} + \mathbf{K}\mathbf{z}^{(\ell)} &= \mathbf{f}\mathbf{g}^{(\ell)}(t) \\ \mathbf{z}^{(\ell)}(0) &= \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{z}}^{(\ell)}(0) = \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

ここに、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{C}$ 、 $\mathbf{K}$  はそれぞれ質量、減衰、剛性マトリックスである。 $\mathbf{K}$  は層弾性係数  $\mathbf{E} = \{E_j\}$ 、( $j=1, 2, \dots, M$ ) の関数、 $\mathbf{C}$  は層減衰係数  $\mathbf{Q} = \{Q_j\}$ 、( $j=1, 2, \dots, M$ ) の関数である。 $M$  は全層数、 $\mathbf{f}$  は節点への荷重の配分ベクトル、 $\mathbf{g}^{(\ell)}(t)$  は荷重の大きさを表すスカラー量であり、 $\ell$  回目に計測した時系列荷重データである。載荷板の半径が  $a$  のとき、その上に大きさ  $1/(\pi a^2)$  の等分布荷重が作用するものとして  $\mathbf{f}$  を求める。

第  $j$  層の剛性マトリックスは  $E_j$  の関数であり  $E_j \mathbf{H}_j$ 、( $j=1, 2, \dots, M$ ) のように、減衰マトリックスは  $Q_j$  の関数であり  $Q_j \mathbf{H}_j$  のように書くことができる。すなわち、各層の剛性マトリックスのすべての要素に含まれる  $E_j$  を  $Q_j$  で置き換えたものを減衰マトリックスとしている。 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{H}_j$  および  $\mathbf{f}$  は最初に 1 度作成して保存すると、その後の繰返し計算の過程で再度作成する必要はない。全体剛性マトリックス  $\mathbf{K}$  は層剛性マトリックス  $\mathbf{K}_j = E_j \mathbf{H}_j$  から、全体減衰マトリックス  $\mathbf{C}$  は層減衰マトリックス  $\mathbf{C}_j = Q_j \mathbf{H}_j$  から構成されている。

計算の効率化を図るためマトリックスの縮小化を導入している。リッツベクトルを用いて座標変換を行ない、式(1)の解  $\mathbf{z}(t)$ 、 $\dot{\mathbf{z}}(t)$ 、 $\ddot{\mathbf{z}}(t)$  の近似値をそれぞれ  $\tilde{\mathbf{z}}(t)$ 、 $\dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t)$ 、 $\ddot{\tilde{\mathbf{z}}}(t)$  とすると、次のように表すことができる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\mathbf{z}}(t) &= \sum_{i=1}^{L_r} \mathbf{r}_i q_i(t) = \mathbf{R}\mathbf{q}(t) \\ \dot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) &= \sum_{i=1}^{L_r} \mathbf{r}_i \dot{q}_i(t) = \mathbf{R}\dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\tilde{\mathbf{z}}}(t) &= \sum_{i=1}^{L_r} \mathbf{r}_i \ddot{q}_i(t) = \mathbf{R}\ddot{\mathbf{q}}(t) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに、 $\mathbf{q}(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_{L_r}(t)]^T$  は縮小したシステムの一般座標系ベクトル、 $\mathbf{R} = [\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \dots, \mathbf{r}_{L_r}]$  はリッツベクトルからなる  $N_f \times L_r$  のマトリックスである。また、 $N_f$  は自由度の数、 $L_r$  はリッツベクトルの数である。式(2)を式(1)に代入し、前から  $\mathbf{R}^T$  を掛けると、式(1)はリッツベクトルの変位座標系  $\mathbf{q}^{(\ell)}(t)$  を用いて次式のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{M}^* \ddot{\mathbf{q}}^{(\ell)}(t) + \mathbf{C}^* \dot{\mathbf{q}}^{(\ell)}(t) + \mathbf{K}^* \mathbf{q}^{(\ell)}(t) &= \mathbf{f}^* \mathbf{g}^{(\ell)}(t) \\ \mathbf{q}^{(\ell)}(0) &= \mathbf{0}, \quad \dot{\mathbf{q}}^{(\ell)}(0) = \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

ただし

$$\mathbf{M}^* = \mathbf{R}^T \mathbf{M} \mathbf{R}, \mathbf{C}^* = \mathbf{R}^T \mathbf{C} \mathbf{R}, \mathbf{K}^* = \mathbf{R}^T \mathbf{K} \mathbf{R}, \mathbf{f}^* = \mathbf{R}^T \mathbf{f} \quad (4)$$

である。式(3)の  $\mathbf{q}^{(\ell)}(t)$ ,  $\ddot{\mathbf{q}}^{(\ell)}(t)$  はそれぞれ縮小したシステムの速度および加速度ベクトルである。また、 $\mathbf{M}^*$ ,  $\mathbf{C}^*$  および  $\mathbf{K}^*$  はそれぞれ縮小したシステムの質量、減衰および剛性マトリックスで、その大きさはいずれも  $L_r \times L_r$  であり、 $\mathbf{f}^*$  は縮小したシステムの荷重ベクトルで大きさは  $L_r \times 1$  である。一般に、リッツベクトルを用いて変換した縮小マトリックス  $\mathbf{M}^*$  は単位マトリックスとなるが、 $\mathbf{C}^*$  と  $\mathbf{K}^*$  は対称マトリックスとなるものの単位マトリックスでもないし対角マトリックスでもない。

逆解析では応答の未知パラメータに関する感度が必要となる。式(1)を  $E_j$ ,  $Q_j$  で偏微分すると、

$$\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{z}}^{(\ell)}}{\partial E_j} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{z}}^{(\ell)}}{\partial E_j} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{z}^{(\ell)}}{\partial E_j} = -\frac{\partial \mathbf{K}}{\partial E_j} \mathbf{z}^{(\ell)} \quad (5)$$

$$\mathbf{M} \frac{\partial \ddot{\mathbf{z}}^{(\ell)}}{\partial Q_j} + \mathbf{C} \frac{\partial \dot{\mathbf{z}}^{(\ell)}}{\partial Q_j} + \mathbf{K} \frac{\partial \mathbf{z}^{(\ell)}}{\partial Q_j} = -\frac{\partial \mathbf{C}}{\partial Q_j} \dot{\mathbf{z}}^{(\ell)} \quad (6)$$

式(5), (6)の微分演算子は式(1)と同じであるから、運動方程式と同様にリッツベクトルを用いて、

$\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial E_j}$  と  $\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial Q_j}$  を計算することができる。

本研究では、リッツベクトルを用いて縮小した式(1), (5)および(6)を1階の微分方程式に書き換え、固有値解析を行い、右辺の項を逐次線形モデルで表し解析的な解を誘導している。

### 3. 変数のスケールリングと逆解析

舗装を構成する各層の弾性係数と減衰係数を測定データから推定することを本研究では逆解析と呼んでいる。測定データには荷重と表面たわみの時系列データがあり、それらは同期して測定されていることが重要である。センサ  $i$ , ( $i=1, 2, \dots, N$ ) の位置の解析たわみは、層弾性係数  $\mathbf{E} = \{E_j\}$  と層減衰係数  $\mathbf{Q} = \{Q_j\}$  の関数として  $z_i(\mathbf{E}, \mathbf{Q}, t)$  と書くことができる。逆解析ではこれらの係数が未知であり、測定デ

ータから推定する。これらの係数の大きさの間にかなり大きな違いがあるので、変数をスケールリングして同じオーダーに変換することが望ましい。そこで、 $E_j$  と  $Q_j$  を  $E_j = X_j E_j^0$  および  $Q_j = X_{j+M} Q_j^0$  と書き直す。 $E_j^0$  および  $Q_j^0$  は工学的に最善と思われる初期値である。 $E_j$  と  $Q_j$  の代わりに  $X_j$  を用いることにする。 $u_i(t)$  をセンサ  $i$  で測定した表面たわみとすると、 $X_j$ , ( $j=1, 2, \dots, 2M$ ) は測定たわみと解析たわみの差が小さくなるように定めれば良い。すなわち、式(7)を最小化するように  $X_j$ , ( $j=1, 2, \dots, 2M$ ) を定める。

$$J = \frac{1}{2LN} \sum_{\ell=1}^L \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left\{ u_i^{(\ell)}(t) - z_i^{(\ell)}(\mathbf{X}, t) \right\}^2 dt \quad (7)$$

ここに、 $J$  は評価関数で、 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_{2M})^T$  である。 $u_i^{(\ell)}(t)$  は  $\ell$  回目の計測における  $i$  点のたわみの時系列データ、 $z_i^{(\ell)}(\mathbf{E}, \mathbf{Q}, t)$  は  $\ell$  回目の計測時の荷重に対応する  $i$  点の解析たわみである。 $L$  はデータセットの総数、 $N$  はセンサの総数である。

変数  $\mathbf{X}$  の決定は非線形最小化問題であるため繰返し計算が必要となる。テイラー展開を用いると、

$$z_i^{(\ell)}(\mathbf{X} + d\mathbf{X}, t) = z_i^{(\ell)}(\mathbf{X}, t) + \sum_{j=1}^{2M} \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_j} dX_j \quad (8)$$

となる。式(8)を式(7)に代入して整理すると、

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^{2M} \left\{ \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^N \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_j} \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_k} \right) dt \right\} dX_j \\ &= \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\ell=1}^L \sum_{i=1}^N \left\{ \left( u_i^{(\ell)}(t) - z_i^{(\ell)}(\mathbf{X}, t) \right) \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_k} \right\} dt \quad (9) \\ & \quad (k=1, \dots, 2M) \end{aligned}$$

ここに、 $\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_j}$  は時間の関数であり、次式から計算

できる。

$$\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_j} = E_j^0 \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial E_j} \quad (j=1, \dots, M) \quad (10)$$

$$\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_{j+M}} = Q_j^0 \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial Q_j} \quad (j=1, \dots, M) \quad (11)$$

$\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial E_j}$  および  $\frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial Q_j}$  は式(5)および(6)から求められる。

式(9)は次式のように書くことができる。

$$\mathbf{A} \Delta \mathbf{X} = \mathbf{b} \quad (12a)$$

$$\mathbf{A} = \left[ \sum_{j=1}^{2M} \int_{t_0}^{t_1} \sum_{i=1}^N \left( \sum_{k=1}^N \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_j} \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_k} \right) dt \right] \quad (12b)$$

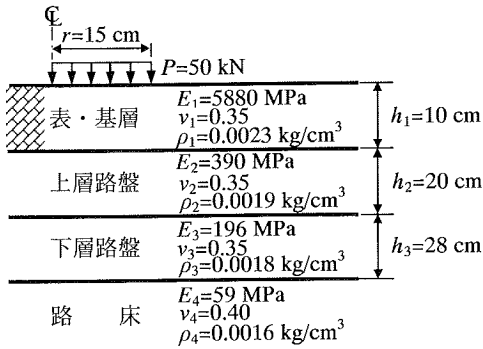


図-1(a) 舗装構造 A

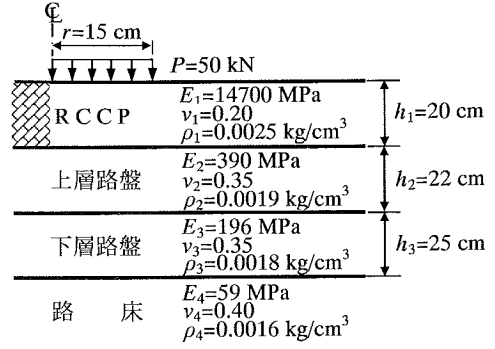


図-1(b) 舗装構造 B

$$\Delta \mathbf{X} = \{\Delta X_j\} \quad (12c)$$

$$\mathbf{b} = \int_{t_0}^{t_1} \sum_{\ell=1}^N \left[ \left( u_i^{(\ell)}(t) - z_i^{(\ell)}(\mathbf{X}, t) \right) \frac{\partial z_i^{(\ell)}}{\partial X_k} \right] dt \quad (12d)$$

A は  $2M \times 2M$  の対称マトリックス、 $\Delta \mathbf{X}$  および  $\mathbf{b}$  は  $2M \times 1$  のベクトルである。式(12a)は線形連立方程式であるが、マトリックス A の行列式がゼロに近くなるので、注意して解かなければならない。

A を特異値分解すると次式となる。

$$\mathbf{A} = \mathbf{U} \mathbf{D} \mathbf{V}^T \quad (13)$$

ここに、 $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I}$  は単位マトリックス、 $\mathbf{D}$  は対角マトリックスであり、それらの要素は特異値と呼ばれている。最大特異値を最小特異値で除した値を条件数と呼んでいる。条件数が大きいとき、式(12a)の右辺に誤差が含まれていると解はその影響を大きく受ける。特異値分解したマトリックスを用いると、式(12)の解を

$$\Delta \mathbf{X} = \mathbf{V} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{U}^T \mathbf{b} \quad (14)$$

と書くことができる。この解を書き換えると、

$$\Delta X = \sum_{i=1}^M a_i v_i \quad (15)$$

となる。ここに、 $v_i$  は  $\mathbf{V}$  の  $i$  番目の列である。また、係数  $a_i$  は、

$$a_i = \frac{1}{d_{ii}} \sum_{j=1}^M U_{ij} b_j \quad (16)$$

を意味している。 $U_{ij}$  は  $\mathbf{U}$  の  $(i, j)$  要素、 $b_j$  は  $\mathbf{b}$  の  $j$  番目の要素、 $d_{ii}$  は  $\mathbf{D}$  の  $(i, i)$  要素である。 $d_{ii}$  があらかじめ設定した閾値より小さいとき、 $b_j$  に含まれる測定誤差が大きく影響するのを制御するため、 $a_i$  を 0 としている。さらに計算の安定化を図るため、変数の変化量が大きくなりすぎないようにムーブリミットも用いて計算している。

## 4. 解析例

### (1) 舗装モデル

解析に使用するデータは、1993年3月29日(月)～31日(水)に建設省土木研究所舗装走行試験場で実施した第2回 FWD 共通試験のデータ中の A 工区(アスファルト舗装)と B 工区(RCCP 舗装)で計測したものである。本研究の有効性を示すために材料の異なるアスファルト舗装および RCCP 舗装を対象とした。FWD のセンサ数は 10、センサ位置は載荷板中心からそれぞれ 0, 20, 30, 45, 60, 75, 90, 120, 150, 200 cm であるが、200 cm の位置のデータは逆解析には用いていない。ピーク荷重の大きさはほぼ 49 kN で、逆解析に用いた時系列データの範囲などは文献 4) を参考にしている。

舗装構造は図-1 に示す通りであり、図中  $E_j$  ( $j=1, 2, \dots, 4$ ) の値は初期値である。これらの舗装断面の解析領域と要素分割数を変え逆解析に及ぼす影響を検討した。図-2 は計算に使用した要素分割例であり、境界条件を考慮した後の自由度はそれぞれ、503, 959, 1195 および 6049 である。また、逆解析過程の安定を考え、閾値を最大特異値の 0.001 倍、ムーブリミットを 5% として計算している。

### (2) データセット数と解析時間

逆解析に使用したデータセット数はそれぞれの舗装構造で 3 セットずつである。解析領域は水平方向は半径 5m、鉛直方向は深さ 10m であり、軸対称構造物としてこの領域を離散化して動的逆解析を行っている。境界条件を考慮した後の自由度は 6049 である。逆解析は、まずそれぞれのデータセットで行

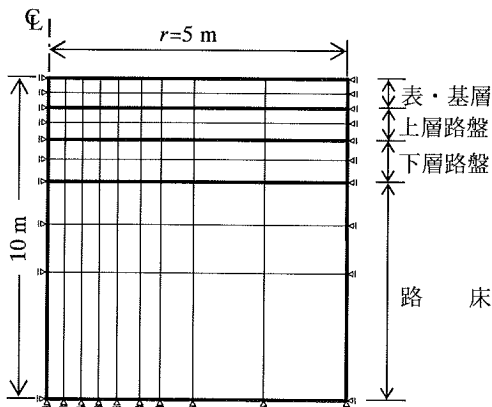


図-2(a) 要素分割図 (舗装構造 A, 自由度 503)

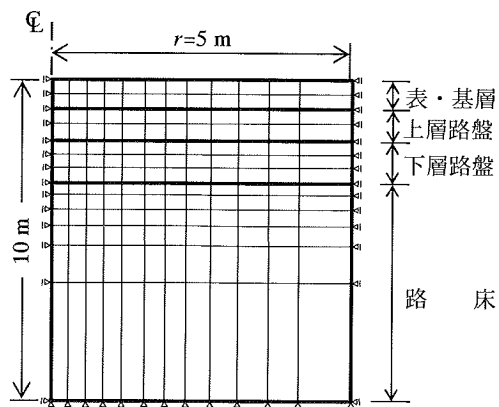


図-2(b) 要素分割図 (舗装構造 A, 自由度 959)

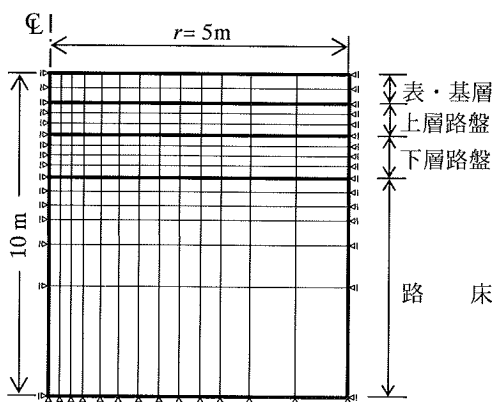


図-2(c) 要素分割図 (舗装構造 A, 自由度 1195)

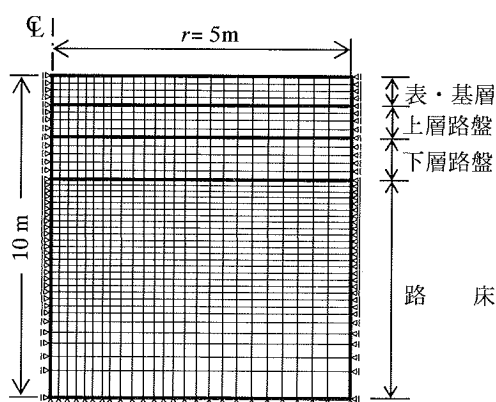


図-2(d) 要素分割図 (舗装構造 A, 自由度 6049)

表-1 自由度 6049 の逆解析結果 (解析領域の深さ 10 m)

舗装構造	データセット数	データセット名	減衰係数 (kN・s/m)				弾性係数 (MPa)			
			$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
A	1	A1	44.89	2.928	1.165	0.2091	10051	299.0	68.62	46.87
		A2	42.90	2.781	1.005	0.2135	10595	332.3	48.15	49.99
		A3	45.86	2.986	1.303	0.1888	9602	309.1	76.95	46.47
		値の範囲	2.96	0.205	0.298	0.0247	993	33.3	28.80	3.52
	平均	44.55	2.898	1.158	0.2038	10083	313.5	64.57	47.78	
	2	A12	44.94	2.925	1.090	0.2117	10552	302.2	60.20	48.08
		A23	45.72	2.951	1.154	0.2014	10337	307.5	63.82	47.84
		A31	45.57	2.946	1.238	0.1981	9829	303.1	72.78	46.72
		値の範囲	0.78	0.026	0.148	0.0136	723	5.3	12.58	1.36
	平均	45.41	2.940	1.161	0.2037	10240	304.3	65.60	47.55	
	3	A123	45.46	2.938	1.160	0.2037	10241	304.5	65.42	47.53
	B	1	B1	91.06	2.319	1.088	0.2343	15703	398.6	202.4
B2			91.96	2.344	1.112	0.2371	16068	406.0	205.2	72.44
B3			91.54	2.300	1.020	0.2135	17285	430.2	207.6	70.39
値の範囲			0.90	0.044	0.092	0.0236	1582	31.6	5.2	2.64
平均		91.52	2.321	1.073	0.2283	16352	411.6	205.0	71.95	
2		B12	91.52	2.332	1.100	0.2356	15885	402.3	203.8	72.74
		B23	91.60	2.324	1.070	0.2254	16681	417.4	206.0	71.42
		B31	91.18	2.313	1.058	0.2241	16523	412.2	203.9	71.74
		値の範囲	0.42	0.019	0.042	0.0115	796	15.1	2.2	1.32
平均		91.43	2.323	1.076	0.2283	16363	410.6	204.6	71.97	
3		B123	91.38	2.324	1.078	0.2284	16372	409.9	204.4	71.97

い、次に3セットのデータから2セットを取り出す組み合わせで逆解析を行い、さらに3セットすべてを用いて逆解析を行った。逆解析して得られた層減衰係数と層弾性係数を表-1に整理した。少ない事例ではあるが、個々のデータを逆解析した結果より2セットのデータを用いて逆解析した値の範囲(最大値と最小値との差)は小さい。また、3セットのデータを用いて逆解析した結果は、1セットおよび2セットのそれぞれの結果のほぼ平均的な値であり、個々のデータセットから推定した場合に含まれる測定誤差の影響を低減した値となっている。これらの

逆解析に要した計算時間を表-2に整理した。

従来の方法では、対象とする舗装の同一地点で測定したデータセットの数に比例して逆解析に要する時間は増加する。しかし、本方法を用いると、データセットの数にかかわらず1セットのデータを用いた逆解析とほぼ同じ時間で逆解析を行うことができ、データセット数が多くなるほど計算効率の良い画期的な逆解析法であるといえる。

収束過程の例を、初期値を1として図-3に記す。舗装構造Aでは収束までの繰返し計算回数は20~30回、舗装構造Bでは10回未満である。繰返し計算回数は初期値の選定および舗装構造に依存しているように思われる。繰返し計算回数を少なくするためには初期値の選択について検討する必要がある。

表-2 自由度6049の逆解析に要した計算時間(解析領域の深さ10m)

舗装構造	データセット数	データセット名	計算時間(s)	平均計算時間(s)
A	1	A1	8211	8734
		A2	10745	
		A3	7246	
	2	A12	9034	8497
		A23	8393	
		A31	8064	
3	A123	8908	8908	
B	1	B1	2460	2574
		B2	2147	
		B3	3115	
	2	B12	2198	2626
		B23	2842	
		B31	2838	
	3	B123	2552	2552

### (3) 節点数の影響と計算時間

ここでは、解析領域を水平方向は半径5m、鉛直方向は深さ10mとして、要素分割数を変え逆解析を行った。従来は計算時間を考慮して自由度503で逆解析を行ってきた。近年PCの性能が飛躍的に進歩しており、自由度数を増加しても計算可能である。そこで解析領域を変えることなく自由度503、959、1195および6049の4種類の要素分割で、3セットのデータを同時に用いて逆解析を行った。表-1に示した自由度6049、解析領域の深さ10mの場合の

表-3 自由度と逆解析結果(データセット数3, 解析領域の深さ10m)

舗装構造	自由度	減衰係数の比				弾性係数の比			
		$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
A	503	1.120	1.132	0.985	0.658	1.021	0.893	0.983	1.060
	959	0.994	1.003	0.995	0.998	1.015	0.988	0.995	0.998
	1195	1.009	1.021	1.032	0.935	0.999	0.975	1.031	1.004
	6049	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000
B	503	1.117	0.978	0.587	0.672	1.067	0.881	0.631	1.163
	959	1.019	1.010	0.969	0.937	1.007	0.992	0.965	1.017
	1195	0.995	0.994	0.983	1.001	1.005	1.004	0.993	0.999
	6049	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000	1.000

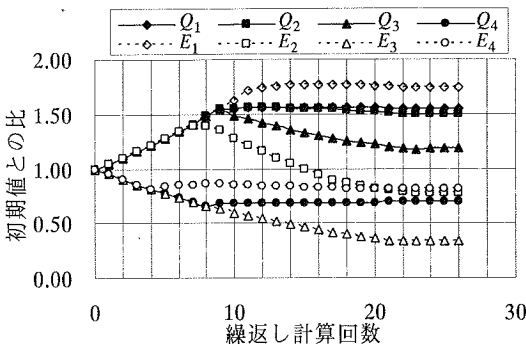


図-3(a) 収束過程(舗装構造A, 自由度6049)

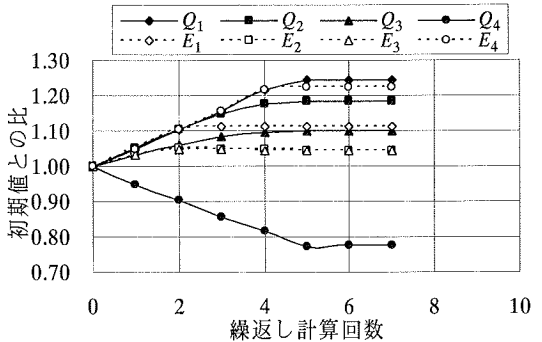


図-3(b) 収束過程(舗装構造B, 自由度6049)

逆解析結果を1として、自由度と逆解析結果との関係を表-3に示す。この表は、従来用いてきた自由度503では精度が必ずしも良くないことを指摘している。自由度と計算時間の関係を表-4に整理した。この表より、自由度が大きくなると計算時間は指数的に増加することが分かる。初期値の選択が繰返し計算回数に影響することを考えると、自由度503でまず逆解析を行い、その結果を初期値として、自由度を大きくして再度逆解析を行うことも1つの考え方である。

**(4) 解析領域の影響**

解析領域を小さくできると要素分割数の減少にもつながるが、解析精度が悪化する可能性もある。これまでの経験から水平方向は半径5m、深さ方向を10mとして解析を行ってきた。ここでは、解析領域

の深さを2mから10mまで変え逆解析を行った。半径方向および深さ方向の要素分割数を変えずに、深さ方向の要素の大きさを変えている。逆解析は自由度1195で、3セットのデータを同時に用いて行った。表-1に示した自由度6049、解析領域の深さ10mの場合の逆解析結果を1として、逆解析したそれぞれの結果を表-5に記した。

この表からも明らかなように、解析領域を変えた時の影響は下の層の弾性係数ほど大きい。しかし、この結果より解析領域の深さを10mにする必要はなく、工学的には逆解析結果にほとんど影響しない6m（弾性係数の値の違いが約10%かそれ以下となるような深さ）を採択してよい。すなわち、動的逆解析を行うとき深さが6mより深いところにベドロックがあっても逆解析結果にほとんど影響しない。

**(5) ムープリミットの影響**

逆解析には不安定性が内在するため、3. で述べたように閾値を設定し、測定誤差の影響が拡大しないように制御している。しかし、閾値を大きく設定すると変数の値が初期値からほとんど変化しなくなり、また小さく設定しすぎると変数の値が大きく変動して収束しなくなる。このことから閾値とムープリミットのバランスをとることが重要であるということが明らかになっている。通常1セットのデータで動的逆解析を行うとき、収束の安定性を考慮し

表-4 自由度と計算時間  
(データセット数3, 解析領域の深さ10m)

舗装構造	自由度	計算時間 (s)	逆解析回数
A	503	153	28
	959	401	26
	1195	574	26
	6049	8908	26
B	503	82	15
	959	144	9
	1195	165	7
	6049	2552	7

表-5 解析領域の深さが逆解析結果に及ぼす影響 (データセット数3, 自由度1195)

舗装構造	解析領域の深さ (m)	減衰係数の比				弾性係数の比			
		$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$
A	2	0.932	0.972	1.241	0.993	0.787	1.366	1.629	0.522
	4	0.999	1.025	1.052	1.026	0.975	1.027	1.114	0.920
	6	1.004	1.023	0.998	1.008	1.000	0.992	1.023	0.988
	8	1.003	1.010	1.000	0.992	1.004	0.994	1.009	0.996
	10	1.009	1.021	1.032	0.935	0.999	0.975	1.031	1.004
B	2	0.901	0.910	1.034	1.187	1.207	1.188	0.940	0.435
	4	0.925	0.923	0.975	1.255	1.039	1.055	1.035	0.852
	6	0.975	0.965	0.971	1.073	1.006	1.014	1.003	0.976
	8	1.002	0.992	0.977	1.000	1.006	1.005	0.989	1.000
	10	0.995	0.994	0.983	1.001	1.005	1.004	0.993	0.999

表-6 ムープリミットの影響 (データセット数3, 自由度1195, 解析領域の深さ6m)

舗装構造	ムープリミット (%)	計算時間 (s)	逆解析回数	減衰係数の比				弾性係数の比				評価関数
				$Q_1$	$Q_2$	$Q_3$	$Q_4$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	
A	5	554	25	1.004	1.023	0.998	1.008	1.000	0.992	1.023	0.988	1.93E-06
	10	383	17	0.955	0.964	1.020	0.982	0.944	1.101	0.925	1.004	1.94E-06
	20	319	14	0.917	0.922	1.007	0.975	0.889	1.223	0.829	1.018	1.96E-06
	30	315	14	0.909	0.951	0.984	0.988	0.881	1.245	0.819	1.017	1.96E-06
	40	314	14	0.908	0.920	0.978	0.986	0.856	1.298	0.782	1.023	1.97E-06
B	5	145	6	0.975	0.965	0.971	1.073	1.006	1.014	1.003	0.976	1.89E-07
	10	102	4	0.991	0.930	0.954	1.083	1.013	0.999	0.993	0.976	1.88E-07
	20	82	3	1.003	0.906	0.940	1.089	1.016	0.993	0.988	0.976	1.88E-07
	30	82	3	1.004	0.905	0.939	1.089	1.016	0.993	0.988	0.976	1.88E-07
	40	82	3	1.004	0.905	0.939	1.089	1.016	0.993	0.988	0.976	1.88E-07

ムープリミットを 5 % に設定している。ムープリミットを大きく設定できると、少ない繰返し計算回数で収束する可能性もあるが、逆に発散する確率も大きくなる。逆解析に複数のデータセットを同時に用いると、比較的大きなムープリミットを用いても逆解析計算が安定している。ムープリミットの大きさを変えて逆解析した結果を、表-1 に示した自由度 6049、解析領域の深さ 10 m、ムープリミット 5 % の場合の逆解析結果を 1 とし、表-6 に表している。この表のようにムープリミットを 40 % に設定しても少ない繰返し回数で収束するし、評価関数の値はほとんど変わらない。ムープリミットの大きさは舗装構造 B の結果にほとんど影響しないが、舗装構造 A では、ムープリミットが 40 % の場合弾性係数  $E_2$  の値は 1.298 となり、基準値 1 に対して約 30 % 増加し、評価関数も若干増加している。このような状況からムープリミットを 10 % に設定するのが良い。

## 5. 結論

複数の時系列データを用いた舗装構造の動的逆解析法のアルゴリズムを誘導し、その効率性を確認した。また FEM を用いた動的解析を行っているの、解析領域や要素分割数の影響も併せて検討した。これらの結果から次のようなことが明らかになった。逆解析アルゴリズムについて：

- 1) 複数のデータセットを用いても効率的に逆解析できる。逆解析に要する時間はデータセット数の如何にかかわらずほぼ同じである。
- 2) 複数のデータセットを用いて逆解析した結果は、個々のデータセットから推定した場合に含まれる測定誤差の影響を低減した値となっている。
- 3) 動的逆解析も、複数のデータセットを用いるこ

とによりムープリミットを 10 % に大きくしても安定して収束するので、少ない繰返し計算回数で結果が得られる。したがって単独の場合よりも計算時間がさらに短縮できる。

舗装構造の FEM モデルについて：

- 4) 浅い位置に硬い層がなければ、解析領域の深さを 6 m として良い。
- 5) 一般に自由度は多いほど計算精度は良いが計算時間が指数的に増加する。工学的に自由度 503 の結果でも許容できるが、自由度を 1000 程度に選ぶのが望ましい。本研究結果からは精度と計算効率の点から判断すると、自由度 1195 とするのが良い。

**謝辞：**本研究は、運輸施設整備事業団のプロジェクト「運輸分野における基礎的研究推進制度」(2003-03)の一部として行った。このプロジェクトの関係者に謝意を表します。

## 参考文献

- 1) 菊田征勇, 松井邦人, 塩谷俊之, 安部芳久: マトリックス縮小化を用いた時間領域における舗装構造の逆解析, 土木学会論文集, No. 557/V-34, pp. 77-85, 1997.
- 2) 董勤喜, 松井邦人, 八谷好高, 坪川将丈: 動的荷重を受ける多層弾性構造の効率的有限要素解析と感度解析, 土木学会論文集, No. 731/I-63, pp. 247-255, 2003.
- 3) 久保司郎: 計算力学と CAE シリーズ 10, 逆問題, 培風館, 1992.
- 4) 金井利浩, 東 滋夫, 岡部俊幸, 松井邦人, 渡辺規明: 時系列データを用いた動的 FEM による逆解析に関する研究, 舗装工学論文集, 第 1 巻, pp. 39-48, 1996.

(2003. 9. 8 受付)

## DYNAMIC BACKCALCULATION OF PAVEMENT LAYER MODULI USING TIME SERIES DATA

Yukio KIKUTA, James MAINA, Kunihito MATSUI and Qinxu DONG

Generally, backcalculation analysis is greatly affected by errors in the measured deflection data. Average of several data set is normally used in static backcalculation in order to reduce effect of these errors. However, this procedure can not be employed in case of time series data. A rather time consuming procedure is used, where backcalculation is performed for each data set and then an average of the backcalculated layer properties is determined. This paper proposes a new method where several sets of time series data can be used in dynamic backcalculation to determine an average result. Computation time is similar to the case of one data set. Analysis domain and the number of nodes were also examined.