

# 常時微動に基づくARモデルによる 構造物振動数の高精度自動推定

岡林隆敏<sup>1</sup>・奥松俊博<sup>2</sup>・中宮義貴<sup>3</sup>

<sup>1</sup>フェロー 長崎大学教授 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1-14)

<sup>2</sup>正会員 長崎大学助手 工学部社会開発工学科 (〒852-8521 長崎市文教町1-14)

<sup>3</sup>正会員 株式会社エヌデーデー (〒300-0034 茨城県土浦市港町1-7-23 ホープビル8F)

外乱が作用する構造物の振動数を高精度に推定するためには、高精度振動数推定法の確立と振動数を自動計測・表示する計測器の実現が必要である。本研究は、常時微動から構造物の振動数を高精度に自動推定する算法を提案し、その有効性について検証するものである。本法は、常時微動からARモデルを構成し、その複素固有値を構造物成分と外乱成分に分離することで構造物固有の振動数を抽出する。さらに高精度に振動数抽出を行うために、変動消去法と物理的特性法の2手法を提案し、両法による推定精度をシミュレーションから検証した。また、ARモデル次数が振動数推定精度に及ぼす影響を確認するために、アーチ橋の常時微動シミュレーションを実施し、本法の適用性について検証した。

**Key Words :** health monitoring, bridge vibration, structural identification, ambient vibration, AR model

## 1. はじめに

日本では、戦災復興から高度成長期に建設された大量の橋梁が老朽化を迎えるために、これらの橋梁の健全度を診断し、適切な維持補修戦略を立てることが緊急の課題になっている。このような大量の橋梁の健全度を評価するために、精力的な研究が進められている<sup>1,2,3,4</sup>。橋梁の振動特性(振動数、減衰定数、振動モード)の変化から橋梁の健全度を評価しようとする試みもその一つである。

振動特性推定に関するパラメトリックな手法には、構造物の振動理論に特化したモード解析法と、制御工学の分野で確立したシステム同定理論を適用した構造同定理論に大別することができる。モード解析<sup>5</sup>法には、構造モデルの周波数伝達関数のパラメータを求める周波数領域法<sup>6,7,8</sup>と、インパルス応答関数のパラメータを求める時間領域法<sup>9</sup>がある。常時微動において外乱を白色雑音と考えると、自己相関関数が単位衝撃応答関数となるので、時間領域法<sup>10</sup>を適用することができる。

システム同定理論<sup>11</sup>に基づく方法では、①構造物の数理モデルの構成法と②構造同定の算法の組み合わせにより、振動特性の推定法を分類することができる。Ghanem & Shinozuka<sup>12</sup>は、各種の構造同定理論の有効性を検討している。システム同定理論による振動特性推定で

は、離散化された状態方程式の係数行列により振動特性を推定する方法、あるいは状態方程式を可観測変換して誘導されるARMAモデルのパラメータより振動特性を推定する方法が取られる。いずれの場合にも、カルマンフィルタあるいは拡張カルマンフィルタ<sup>13,14,15,16,17</sup>が用いられている。このようなカルマンフィルタの収束性の改善<sup>18</sup>が行われており、また、ロバスト性を考慮したカルマンフィルタの拡張<sup>19</sup>が試みられている。システム同定理論で用いられる補助係数法やサブスペース法の応用<sup>20,21</sup>、また、適応フィルタ理論<sup>22</sup>による研究が行われている。さらに、ニューラルネットワークを適用した研究<sup>23,24</sup>がある。実測データに運動方程式の応答を直接近似する方法<sup>25</sup>なども提案されている。

これらの従来研究の多くは、計測したデータを後から処理するものや、数値シミュレーションあるいは実験による検証に限られている。振動数の変化から構造物の健全度を評価するためには、①可能な限り高精度な振動特性の推定手法の確立と、②現場において自動的に長期計測可能なシステムの実現が必要である。構造物の振動数を現場計測する場合、FFTアナライザ等の計測機器の波形情報から逐一振動数を確認する方法が一般に用いられている。そこで、常時微動から構成したARモデルを複素固有値解析し、その結果得られる固有振動数を数値として直接出力することができる方法を提案した。デー

タ入力から振動数推定するための一連の数値演算を自動化させ、計測機器を対象構造物に設置するだけで、長期に渡る振動数の自動推定が可能である。

本論文は、常時微動から高精度振動数自動推定システムを実現させるために、その骨格となる構造物の振動数を高精度自動推定する算法を提案し、その有効性を検証したものである。提案する手法は、構造物の常時微動データ（変位・速度）より構造物の動的モデルをARMAモデルで構成し、これを近似的にARモデルで表現する。このARモデルの極（固有値）より、構造物の振動特性、特に振動数の高精度推定を行うものである。ARモデルの次数を大きく取ると、構造物の常時微動は、白色雑音を入力とする外乱系が作用した構造系の振動応答として表現できる。繰り返し常時微動を測定してARモデルの極を求めて、構造系の極のみを抽出する算法を提案した。振動特性が既知のアーチ橋の桁に白色雑音外力を作用させた常時微動シミュレーションを行い、本手法を用いてこの橋梁の振動数の高精度自動推定の実現を確認することにより、提案した手法の有効性を検証した。

## 2. 運動方程式の表現

### (1) 運動方程式の状態方程式による表現

構造物が有限要素法でモデル化された場合、運動方程式は、

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{y}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{y}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1)$$

で与えられる。ここに、 $\mathbf{y}(t)$  と  $\mathbf{f}(t)$  は、

$$\mathbf{y}(t) = \{y_1(t) \cdots y_m(t)\}^T \quad (2)$$

$$\mathbf{f}(t) = \{f_1(t) \cdots f_m(t)\}^T \quad (3)$$

で表現される節点変位および節点外力ベクトルである。ここに、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$  および  $\mathbf{C}$  は、それぞれ  $(m \times m)$  行列である。なお、本論文では構造物の減衰を

$$\mathbf{C} = \alpha_1 \mathbf{M} + \alpha_2 \mathbf{K} \quad (4)$$

で表現される比例減衰系と仮定する。 $\alpha_1$  と  $\alpha_2$  は減衰を表すパラメータである。

運動方程式にモード解析法を適用して、非減衰の振動モード行列  $\Phi$  ( $m \times m$ ) 行列を用いると、 $\mathbf{M}$ 、 $\mathbf{K}$ 、 $\mathbf{C}$  はそれぞれ次のように対角化できる。

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I} \quad (5)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = [\omega_k^2] = \mathbf{\Omega} \quad (5)$$

$$\Phi^T \mathbf{C} \Phi = [2h_k \omega_k] = \mathbf{H} \quad (6)$$

ここに、 $\omega_k$  と  $h_k$  は  $k$  次の非減衰固有円振動数および減衰定数である。本論文では、モードパラメータ  $\omega_k$ 、 $h_k$  の中で、固有円振動数  $\omega_k$  を高精度に求めることを

目的としている。基準座標を

$$\mathbf{q}(t) = [q_1(t) \cdots q_m(t)]^T \quad (7)$$

とすると、運動方程式(1)は、対角化された方程式

$$\mathbf{y}(t) = \Phi \mathbf{q}(t) \quad (8)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{H}\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{\Omega}\mathbf{q}(t) = \Phi^T \mathbf{f}(t) \quad (9)$$

で表される。

この(8)、(9)を、状態方程式で表示する。状態変数を、

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

で定義すると、(8)、(9)は、

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{f}(t) \quad (11)$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (12)$$

で表される。ここに、 $\mathbf{A}$ 、 $\mathbf{B}$  および  $\mathbf{C}$  は、次式で表される  $(2m \times 2m)$ 、 $(2m \times m)$  および  $(m \times 2m)$  行列である。

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\mathbf{\Omega} & -\mathbf{H} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \Phi^T \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = [\Phi \quad \mathbf{0}] \quad (13)$$

式の記述を簡略化するために、変数の次数を改めて、 $2m = n$  とする。

### (2) 運動方程式の差分表示

時間刻みを  $\Delta t$  とし、 $t_k = k\Delta t$  から  $t_{k+1} = (k+1)\Delta t$  の区間で外力が一定になるように、次のように仮定する。

$$\mathbf{f}(t) = \mathbf{f}(k) \quad (t_k \leq t < t_{k+1}) \quad (14)$$

このとき、(11)、(12)の状態方程式は、次のように差分表示することができる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \bar{\mathbf{A}}\mathbf{x}(k) + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{f}(k), \quad \mathbf{y}(k) = \bar{\mathbf{C}}\mathbf{x}(k) \quad (15)$$

ここに、係数行列  $\bar{\mathbf{A}}$ 、 $\bar{\mathbf{B}}$  および  $\bar{\mathbf{C}}$  は、次式で表される  $(n \times n)$ 、 $(n \times m)$  および  $(m \times n)$  行列である。

$$\bar{\mathbf{A}} = e^{\mathbf{A}\Delta t}, \quad \bar{\mathbf{B}} = (e^{\mathbf{A}\Delta t} - \mathbf{I})\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}, \quad \bar{\mathbf{C}} = \mathbf{C} \quad (16)$$

さらに、差分化した状態方程式をフロベニウス標準形<sup>20</sup>に変換する。そこで、次式で定義される可観測行列を考える。

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}} \\ \vdots \\ \mathbf{C}\bar{\mathbf{A}}^{n-1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

ここで、 $\mathbf{Q}$  の階数は、

$$\text{rank}[\mathbf{Q}] = n \quad (18)$$

であるものとする。可観測行列を用いて、 $x(k)$  を  $\tilde{x}(k)$  に変換する。

$$\tilde{x}(k) = Qx(k) \quad (19)$$

ここで、外力が1節点に作用した場合の、1節点の応答を考える。変数  $\tilde{x}(k)$  で(15)を表現すると、次式が得られる。

$$\tilde{x}(k+1) = \tilde{A}\tilde{x}(k) + \tilde{B}f(k), \quad y(k) = \tilde{C}\tilde{x}(k) \quad (20)$$

$$\tilde{A} = QAQ^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix} \quad (21-1)$$

$$\tilde{B} = QB = [\tilde{b}_1 \quad \tilde{b}_2 \quad \cdots \quad \tilde{b}_n]^T \quad (21-2)$$

$$\tilde{C} = CQ^{-1} = [1 \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \quad (21-3)$$

係数行列  $\tilde{A}$  は  $(n \times n)$  行列、 $\tilde{B}$  と  $\tilde{C}$  はそれぞれ  $(n \times 1)$  および  $(1 \times n)$  ベクトルである。この方程式の固有値が共役複素数の組で構成されているものとする、

$$\begin{aligned} |\tilde{A} - \lambda I| &= \lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \cdots + a_{n-1}\lambda + a_n \\ &= \prod_{k=1}^{n/2} (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_k^*) = 0 \end{aligned} \quad (22)$$

のように表すことができる。ここに、 $*$ は複素共役を表すものとする。従って、 $a_1 \sim a_n$  のパラメータを求めることができ、 $\lambda_k, \lambda_k^* (k=1, \dots, n/2)$  の固有値を得ることができる。(20)より、 $y(k)$  に関する ARMA モデルが誘導される。

$$y(k) + \sum_{s=1}^n a_s y(k-s) = e(k) + \sum_{s=1}^{n-1} b_s e(k-s) \quad (23)$$

ARMA モデルの誘導は[付録]で示した。本論文で考える外力は、常時微動であり、さらにこれを白色雑音と仮定する。ARMA モデルの標準的な記述をするために、外力  $f(k)$  を  $e(k)$  と表記した。

### 3. ARモデルの係数の推定と振動特性の誘導

#### (1) ARモデルの係数の推定

時間遅れ演算子  $z^{-1}$  を用いると、(23)の ARMA モデルは、

$$y(k) = \frac{1 + \sum_{s=1}^{n-1} b_s z^{-s}}{1 + \sum_{s=1}^n a_s z^{-s}} e(k) \quad (24)$$

のように表すことができる。従って、ARMA モデルは、

等価な  $\infty$  の次数を有する AR モデルで表現することができる<sup>20)</sup>。さらに、本論文で対象とするものは、ARMA モデルの極であるので、ARMA モデルを近似的に表した  $p$  次の AR モデルについて考えることにする。

$$y(k) + \sum_{s=1}^p a_s y(k-s) = e(k) \quad (25)$$

この AR モデルの係数  $a_1 \cdots a_p$  は、測定値である標本時系列  $y(k) (k=0, \dots, M-1)$  により推定する必要がある。AR モデルの係数は厳密に最尤推定法<sup>28), 29)</sup>により求めることができるが、ここでは最小二乗法による AR モデルの係数の決定法を要約する。

時系列の  $y(k)$  の値を、過去の値  $y(k-1) \sim y(k-p)$  を用いた予測モデルで構成する。予測値  $\hat{y}(k)$  を

$$\hat{y}(k) = \sum_{s=1}^p a_s y(k-s) \quad (26)$$

により表現する。予測誤差

$$e(k) = y(k) - \hat{y}(k) \quad (27)$$

の二乗平均値

$$J = E[e(k)^2] \quad (28)$$

を最小にするように、モデル係数を決める。ここに、 $E[\ ]$  は数学的平均値である。

$$\frac{\partial J}{\partial a_s} = 0 \quad (s=1, \dots, p) \quad (29)$$

この結果、Yule-Walker<sup>27), 28)</sup>方程式が得られる。

$$Ra = -r \quad (30)$$

ここに、 $a$  は求める係数のベクトル

$$a = [a_1 \cdots a_p]^T \quad (31)$$

である。測定データの自己相関関数を

$$R_{k-i} = E[y(s-k)y(s-i)], \quad R_k = R_{-k} \quad (32)$$

で定義した場合、 $R$  と  $r$  は、

$$R = \begin{bmatrix} R_0 & R_1 & \cdots & R_{p-1} \\ R_1 & R_0 & \cdots & R_{p-2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{p-1} & R_{p-2} & \cdots & R_0 \end{bmatrix}, \quad r = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_p \end{bmatrix} \quad (33)$$

である。

(30)の解として、モデル係数  $a$

$$a = -R^{-1}r \quad (34)$$

が得られる。このとき、推定誤差の二乗平均値は、

$$\sigma_e^2 = R_0 + \sum_{s=1}^p a_s R_s \quad (35)$$

となる。なお実際の計算では、自己相関関数は通常のデータ処理における標本相関関数を用いる。

## (2) 振動特性の誘導

(21)における $\bar{\mathbf{A}}$ は、(15)の $\mathbf{A}$ を線形変換したものである。固有値の構造は同じである。そこで $p$ 次のARモデルの固有値は、比例減衰系の場合、

$$|\bar{\mathbf{A}} - \lambda \mathbf{I}| = \prod_{k=1}^{p/2} (\lambda - \lambda_k)(\lambda - \lambda_k^*) = 0 \quad (36)$$

となる。離散系の $k$ 次の固有値は、

$$\lambda_k = e^{(-h_k \omega_k + i \omega_{dk}) \Delta t}, \quad \omega_{dk} = \sqrt{(1 - h_k^2) \cdot \omega_k} \quad (37)$$

となる。ここに $i$ は $\sqrt{-1}$ の虚数単位であり、 $\omega_{dk}$ は減衰系の固有円振動数である。次の関係

$$h_k \omega_k = -\frac{1}{2\Delta t} \ln \lambda_k \cdot \lambda_k^* \quad (38)$$

$$\omega_{dk} = \frac{1}{\Delta t} \tan^{-1} \left| \frac{\lambda_k - \lambda_k^*}{\lambda_k + \lambda_k^*} \right| \quad (39)$$

より、 $\omega_k$ と $h_k$ を求めることができる。

## 4. 構造同定モデル

### (1) モデル次数の決定とFPE

ARモデルより構造同定モデルを構成するためには、ARモデルのモデル次数を決定する必要がある。実験データからモデルを構成することを考えた場合、既存構造物の検出可能な振動次数が決まれないので、(25)のようにモデル次数をあらかじめ決めておくことができない。そこで、ARモデルの次数は、測定データから決める必要がある。ARモデルのモデル次数を決める方法に、赤池<sup>31), 32)</sup>により提案されたFPE(最終予測誤差規範)が広く用いられている。FPEは次のような考え方に基いて構成されている。

測定データ $y(k)$  ( $k=0, \dots, N-1$ )に対して、最小二乗法により求められた最適なパラメータ $\hat{a}_1 \sim \hat{a}_p$ を用いて予測された値

$$\hat{y}(k) = -\sum_{s=1}^p \hat{a}_s y(k-s) \quad (40)$$

と、 $y(k)$ との予測誤差の二乗平均誤差は、

$$\hat{\sigma}_e^2 = E[(y(k) - \hat{y}(k))^2] = \left(1 - \frac{p}{N}\right) \sigma_e^2 \quad (41)$$

となる。モデル次数を大きくすると、予測誤差はほとんど

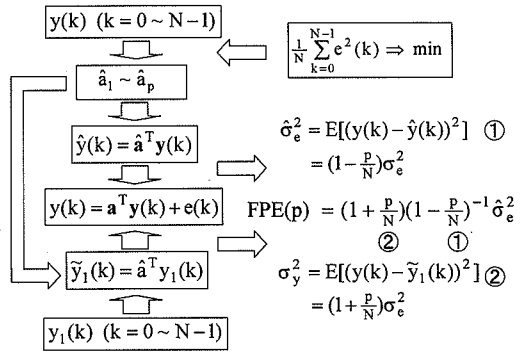


図-1 FPEの考え方

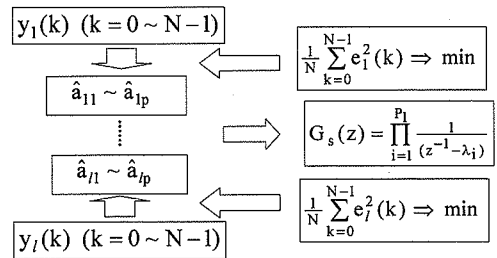


図-2 構造系と外乱の分離モデルの概要

小さくなる。構造同定に必要なモデルは、1本の測定データ構造を説明するモデルでなく、得られた測定データ全てを説明できるモデルでなければならない。従って、(41)の予測誤差は、ARモデルのモデルを構成する指標には、ふさわしくない。

$y(k)$ と異なる別の測定データ $y_1(k)$  ( $k=0, \dots, N-1$ )を考える。 $y(k)$ と $y_1(k)$ とは、同じ対象物の測定データであるので、確率的構造は同じであるとする。この測定データに、 $y(k)$ より求めたARモデルパラメータ $\hat{a}_1 \sim \hat{a}_p$ を用いて予測をする。

$$\tilde{y}_1(k) = -\sum_{s=1}^p \hat{a}_s y_1(k-s) \quad (42)$$

構造同定モデルは、(40)と同じ形をしているので、再び、予測誤差の二乗平均値を考える。この場合、

$$\sigma_y^2 = E[(y_1(k) - \tilde{y}_1(k))^2] = \left(1 + \frac{p}{N}\right) \sigma_{e_1}^2 \quad (43)$$

となる。ここで、ARモデルパラメータ $\hat{a}_1 \sim \hat{a}_p$ は、測定データ $y_1(k)$ に対して、最適に予測するようにされていないために、モデル次数 $p$ を大きくすると、予測誤差は次第に増大する。そこで赤池のFPEは、(41)と(42)を組み合わせたとして、

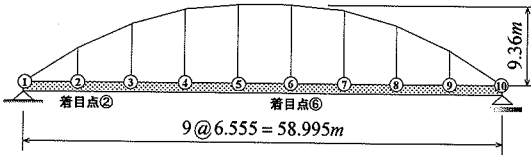


図-3 アーチ橋の構造モデル

表-1 アーチ橋の諸元

形式	補剛桁橋	
支間長	$L(m)$	58.00
ライズ	$f(m)$	9.36
補剛桁の断面積	$A_1(m^2)$	$2.24 \times 10^{-2}$
拱助の断面積	$A_2(m^2)$	$2.24 \times 10^{-2}$
曲げ剛性	$EI(kN \cdot m^2)$	$1.74 \times 10^4$
桁全重量	$W(kN)$	149.74
格間数		9

表-2 アーチ橋の鉛直振動の固有振動数

固有振動数 (Hz)	固有振動数 (Hz)
1次 1.742	5次 9.734
2次 2.558	6次 13.616
3次 4.018	7次 17.607
4次 6.355	8次 20.763

$$FPE(p) = \left(1 + \frac{p}{N}\right) \left(1 - \frac{p}{N}\right)^{-1} \hat{\sigma}_e^2 \quad (44)$$

として定義されている。ここで $\hat{\sigma}_e$ は、最小二乗法による最適予測誤差の推定値である。FPE(p)の考え方をまとめたものが、図-1である。

## (2) 構造物と外乱の分離モデル

常時微動の中には、構造物の情報と外乱の情報が含まれていると考えることができる。そこで、1組の測定データ  $y(k)$  ( $k=0, \dots, N-1$ ) より ARモデルを構成してモデル次数  $p$  を大きくすると、構造物の特性と共に外乱の特性を取り込んだモデルが構成される。ARモデル(25)の伝達関数  $G(z)$  は、

$$G(z) = \frac{1}{\sum_{s=1}^p a_s z^{-s}} \quad (45)$$

で表される。

伝達関数は直列分解による形式と部分分数展開による形式により表現することができる<sup>20)</sup>。伝達関数を、直列分解による形式で考えると、伝達関数は構造系に属した部分  $G_s(z)$  と、外乱に属した部分  $\Delta(z)$  により構成されていると考えることができる。 $p_1$  が構造系のモデル次数で、 $p_2$  が外乱系のモデル次数であるとする。

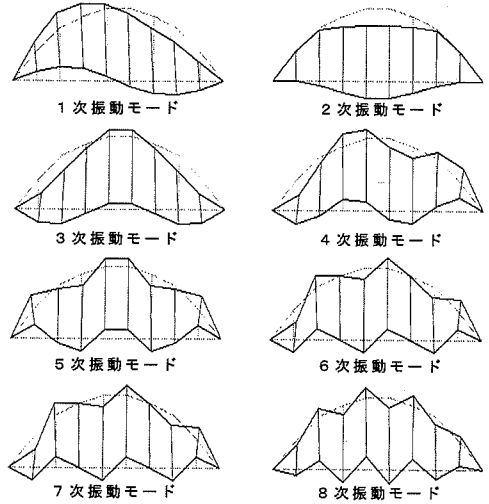


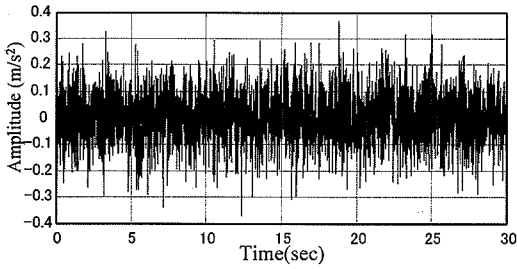
図-4 鉛直振動の固有振動モード

$$\begin{aligned} G(z) &= \prod_{s=1}^p \left( \frac{1}{z^{-1} - \lambda_s} \right) \\ &= \prod_{s=1}^{p_1} \left( \frac{1}{z^{-1} - \lambda_s} \right) \prod_{\ell=1}^{p_2} \left( \frac{1}{z^{-1} - \lambda_\ell} \right) \quad (46) \\ &= G_s(z) \Delta(z) \end{aligned}$$

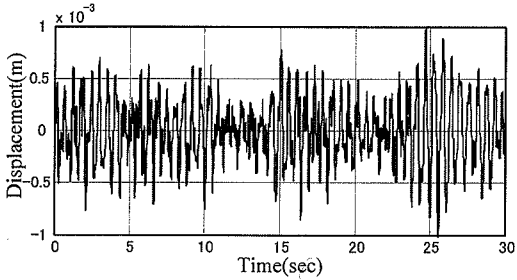
いずれの表現においても、構造系の伝達関数と外乱の伝達関数を分離して表現することができる。連続した計測において、異なる実測データから伝達関数を推定した場合、構造系の伝達関数は、構造系のパラメータから構成されているので、実測データ毎の変動は少ないと考えられる。これに対して、外乱部の伝達関数は、実測データごとの変動が含まれているために、実測データ毎に変動することが予想される。そこで伝達関数の極、すなわち、ARモデルの固有値の変動に着目すれば、構造系の特性を抽出することが可能になる。このような処理を構造系と外乱の分離モデルと称することにする。このような処理を要約すると次のようになる。

- ① 数回の実測データを取り込む。
- ② 比較的次数の高い( $p$ の大きい)ARモデルを構成する。
- ③ ARモデルの極(固有値)を計算する。
- ④ 実測データ毎に変動の少ない固有値を構造系と考え、その部分を抽出する。

構造系と外乱の分離モデルの概要を図-2に示した。



a) 外乱モデル



b) 常時微動モデル

図-5 外乱モデルと常時微動モデル

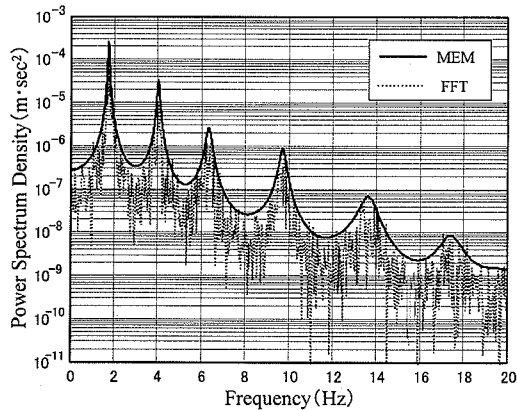
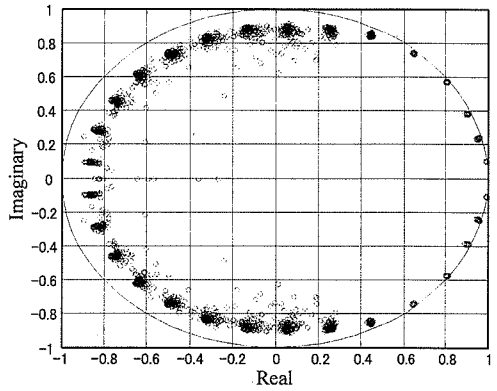


図-6 常時微動のパワースペクトル密度 (FFTとMEM)

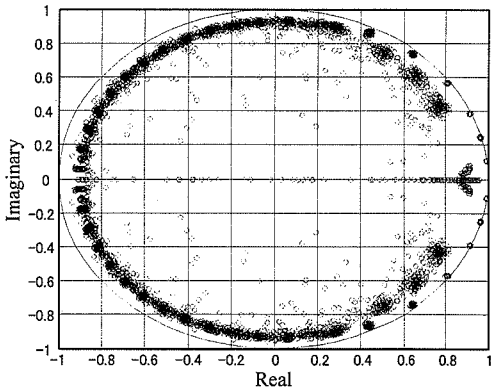
## 5. 構造物と外乱の分離モデルの数値シミュレーションによる検証

### (1) アーチ橋の常時微動シミュレーション

構造同定手法の有効性を検証するために、常時微動のシミュレーションを行った。構造物モデルとして図-3のようなアーチ橋を考えた。常時微動シミュレーションでは、互いに独立な白色雑音でモデル化した外力をアーチ橋の桁の各節点に作用させた。アーチ橋の諸元は表-1に示したものである。構造同定の精度を検討するために、構造物モデルの振動特性を確定した。構造物は骨組構造でモデル化して、非減衰の固有値解析を行った。このアーチ橋の鉛直振動の振動数を表-2に示した。また、鉛直



a)  $p=30$



b)  $p=50$

図-7 ARモデルの固有値の変動

振動の振動モードを図-4に示した。1～8次振動は桁が振動する振動モードである。

白色雑音外力は、時間刻み  $\Delta t = 0.01$  (sec)として、正規性乱数により発生させたものである。平均値0、分散0.1である。白色雑音外力の例を図-5a)に示した。

常時微動シミュレーションでは、モデルアーチ橋の常時微動の中に含まれるモード振動特性(振動数、減衰定数)を明確にするために、モード解析法により応答解析を行った。構造物の減衰定数はモード減衰を用いて、各次モード共  $\eta_k = 0.02$  ( $k=1, \dots, 8$ )とした。8次振動まで考慮して、時間刻み  $\Delta t = 0.01$  (sec)としてRunge-Kutta法で計算した。常時微動を得るための着目点は、多くの桁振動の振動モードが含まれる支点に近い節点である着目点②とした。常時微動シミュレーションの標本関数として、初期条件の影響がある部分を除いた  $T=30$  (sec)以降の30秒間、 $N=3000$ 点の振動変位のデータを用いる。常時微動の例を図-5b)に示した。

### (2) ARモデルの固有値の変動

ARモデルでは、構造物の構造モデルに関わりなくモデル次数を決めるために、ARモデルの固有値の中から、

構造系に関する固有値を抽出する必要がある。FPEを計算しても、常に最小値が求められると限らない。そこで、ARモデルの次数を変化させて、固有値の分布を調べた。本論文では、データ数を多く取っているために、ARモデルのモデル次数<sup>3)</sup>は $\sqrt{N}$ を目安とした。

ARモデル次数  $p=50$  とした場合、FFTとMEMにより求めた着目点②の変位の常時微動のパワースペクトル密度を図-6に示した。FFTとMEMによるパワースペクトル密度は良い一致を示している。アーチ橋の常時微動の中には、アーチ橋振動の多くの高次振動が含まれているが、高次振動のピークは明確ではなくなる。この理由は、常時微動に振動変位を考えていること、また各次減衰定数に等しく  $0.02$  を用いていることによる。実橋の実測の場合でも、計測可能な振動数はあらかじめ求めることはできないので、常時微動から検出可能な振動数の上限を実測のパワースペクトルから決定する必要がある。

連続した常時微動シミュレーションより  $M=100$  個の着目点②の標本関数を取り出し、それぞれにARモデルを適合させた。固有値の分布を見るために、得られた固有値を複素平面に表示させたものが図-7である。図-7a)がモデル次数  $p=30$  の場合、図-7b)がモデル次数  $p=50$  の場合である。振動が安定な場合、すなわち減衰定数が正の場合、固有値は複素平面の半径1の円の内側に存在する。モデル次数  $p=30$  および  $p=50$  いずれの場合でも、100個の標本関数に関して、固有値の変動が少なくそれらが重なるものと、固有値が変動するものがあることが分かる。4章の(46)で述べたように、変動の少ないものが構造系の固有値に対応するもので、変動するものが外力系あるいは雑音の固有値に対応するものと考えられる。また、固有値の分布は、変動の少ない構造系の固有値から、変動する外力系の中に、明確な境界なく移行している。すなわち、低次振動の橋梁の振動特性を含んだ情報が、高次振動になるに従って、外乱(雑音)の中に埋もれていく状況が読み取れる。しかし、固有値の変動に着目すれば、構造系の固有値を抽出することが可能であることが確認できる。

## 6. 構造系振動数の抽出

### (1) 構造系振動特性の抽出法

次の課題は、図-7のような固有値の中から、構造系の固有値を抽出する手法を考えることである。変動の少ない構造系の固有値を抽出する方法として、2つの方法を考えた。第1の方法は、外力モデルの固有値が変動するという現象のみに着目した抽出法である。本論文では、この抽出法を「変動消去法」と呼ぶ。第2の方法は、固有値の領域を複素平面で限定し、その許容領域に含ま

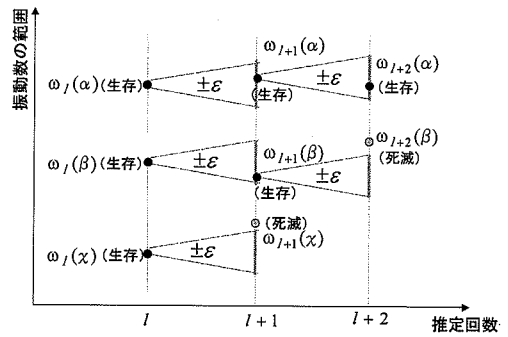


図-8 変動消去法の概要

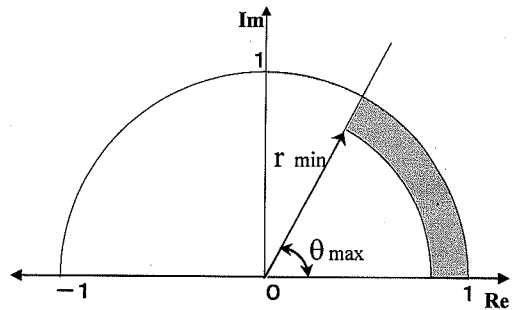


図-9 物理的特性法による許容存在範囲

れる固有値を抽出する方法である。本論文では、この方法を「物理的特性法」と呼ぶ。

#### a) 変動消去法による抽出

測定された標本関数より、ARモデルに適合させてすべての固有値を計算する。この固有値の中で、変動が $\pm\varepsilon$ 内にあるものを残し、それより変動の大きい固有値を消去する。このことで、変動の少ない固有値の存在範囲を絞り込む方法である。

1回目の計測データより計算された固有値に対応する振動数 $\omega_1(s)$  ( $s=1, \dots, m_1$ )において、 $\pm\varepsilon$ の範囲の変動幅 $\bar{\omega}_1(s)$ を次のように考える。1回目の操作で出る固有値の数は、添字をつけなくて  $s$  とする。

$$\omega_1(s)(1-\varepsilon) \leq \bar{\omega}_1(s) \leq \omega_1(s)(1+\varepsilon) \quad (s=1, \dots, m_1) \quad (47)$$

そこで、これらをまとめた振動数の存在領域 $\Omega_2$ は、

$$\Omega_2 = \bigcup_{s=1}^{m_1} \bar{\omega}_1(s) \quad (48)$$

で表される。2回目の計測において得られた固有値に対応する振動数 $\omega_2(s)$  ( $s=1, \dots, m_2$ )の中で、 $\Omega_2$ の中に入るものを選び出す。

$$\omega_2(s_2) \in \Omega_2 \quad (s_2=1, \dots, m_2) \quad (49)$$

これらの振動数 $\omega_2(s_2)$  ( $s_2=1, \dots, m_2$ )を生存させて、 $\omega_2(s)$  ( $s=1, \dots, m_2$ )の中の他の振動数は消去(死滅)させる。残った(生存)振動数より、次回の $\pm\varepsilon$ の変動幅の領域を

決める。

$$\omega_2(s_2)(1-\varepsilon) \leq \bar{\omega}_2(s_2) \leq \omega_2(s_2)(1+\varepsilon) \quad (50)$$

$$(s_2 = 1, \dots, m_2)$$

$$\Omega_3 = \bigcup_{s_2=1}^{m_2} \bar{\omega}_2(s_2) \quad (51)$$

この操作を  $k$  回繰り返して、次第に変動する推定振動数を振り落とす(死滅)。変動しない振動数を選別(生存)した結果、残った振動数の範囲  $\Omega_k$  が構造物の振動数の存在範囲になる。

このような操作を行うことにより、AR モデルの固有値の中より、変動しない固有値を抽出することができる。このアルゴリズムの概要を図-8 に示した。

### b) 物理的特性法による抽出

離散系の固有値は、(37)より

$$\lambda_k = e^{-h_k \omega_k \Delta t} (\cos \omega_{dk} \Delta t + i \sin \omega_{dk} \Delta t) \quad (52)$$

となる。複素平面上で極座標表示すると、

$$r = e^{-h_k \omega_k \Delta t}$$

$$\theta = \tan^{-1} \omega_{dk} \Delta t \cong \tan^{-1} \omega_k \Delta t \quad (53)$$

となる。減衰定数が小さい場合、 $\omega_{dk} \cong \omega_k$  と考えることができる。従って、求めようとする振動数の上限  $\omega_{\max}$  と、これ以上大きくならないと考えられる減衰定数  $h_{\max}$  を考えると、固有振動数の存在範囲は、

$$r_{\min} < r < 1 \quad : r_{\min} = e^{-h_{\max} \omega_{\max} \Delta t}$$

$$0 < \theta < \theta_{\max} \quad : \theta_{\max} = \tan^{-1}(\omega_{\max} \Delta t) \quad (54)$$

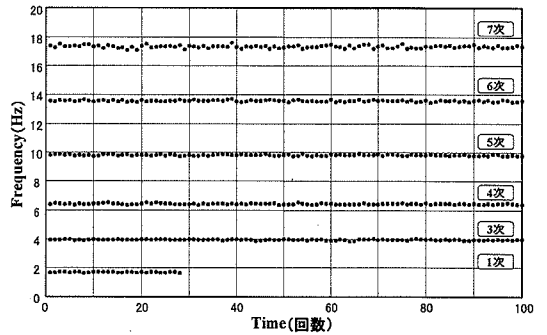
となる。固有値の存在範囲の概要を図-9 に示した。M 回の操作を繰り返し、この許容範囲内に存在する固有値が構造物に対応する固有値と考える。

## (2) 固有振動数推定の結果

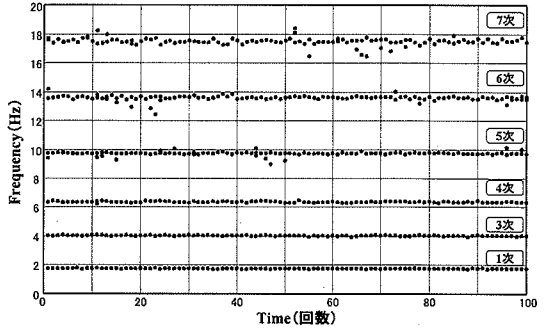
### a) 変動消去法による固有振動数の抽出

図-10は変動消去法により、着目点②のデータに基づき構造系の固有振動数を抽出した結果である。図-10a)は  $p=30$  の場合、図-10b)は  $p=50$  の場合の結果である。0~20Hzに対応する振動数を抽出した。100個の標本関数に対して逐次処理した結果を示した。横軸は処理回数を、縦軸は振動数を示している。2次振動を除いた1次~7次の振動数が自動的に求められている。2次振動は、着目点の関係で節になっているので、検出されていない。

$p=30$  のように、モデル次数が少ない場合、標本関数によって、推定振動数に偏りが生じると、図-10a)の1次振動のように、推定振動数を捕捉できない場合が生じる。またモデル次数を  $p=50$  のように大きくした場合、振動数の推定領域に、他の固有振動数が入り込み、同一領域に複数の振動数を捕捉することになる。振動数の変動幅  $\varepsilon$



a)  $p=30$



b)  $p=50$

図-10 変動消去アルゴリズムによる固有振動数推定

を小さくすると、わずかな変動で推定振動数を捕捉し損なう可能性が多くなる。逆に、変動幅  $\varepsilon$  を大きくすると、他の固有値が入り込み、推定振動数の変動が大きくなる。しかし、このようなアルゴリズムに基づいて、変動の少ない固有値を細くして、自動的に固有振動数を推定することの可能性が確認できた。

### b) 物理的特性法による固有振動数の抽出

$\Delta t$  で離散化された振動系の場合、固有値は  $e^{i\omega \Delta t}$  で表されるので、固有値の存在範囲は、 $0 < \omega < 2\pi / \Delta t$  となる。複素平面の第 I 象限の振動数の範囲は、 $0 < f < (1/\Delta t)(1/4)$  となり、本論文のシミュレーションにおける  $\Delta t = 0.01$  の場合では、 $0 < f < 25(\text{Hz})$  となる。推定する振動数の上限を  $f_{\max} = 20(\text{Hz})$ 、減衰定数の上限を  $h_{\max} = 0.05$  とした場合、固有値の許容領域は、図-11 のようになる。図-11は、モデル次数  $p=50$  の場合、着目点②の100個の標本関数より求めた固有値を示している。図から分かるように、変動の少ない固有値が抽出できている。図-12は、100本の標本関数に対して、逐次振動数を推定した結果である。図-12a)は  $p=30$  の場合、図-12b)は  $p=50$  の場合の結果である。変動消去法の場合と同じく、検出できない2次振動を除いて、1~7次の振動数が推定できている。推定された6次および7次振動を見ると、モデル次数  $p=50$  よりモデル次数  $p=30$  の場合のほうが変動は小さいが、しかし  $p=30$  より  $p=50$  の場合が、次章で述べるように、推定振動数の平均値の推定精度が改善されている。



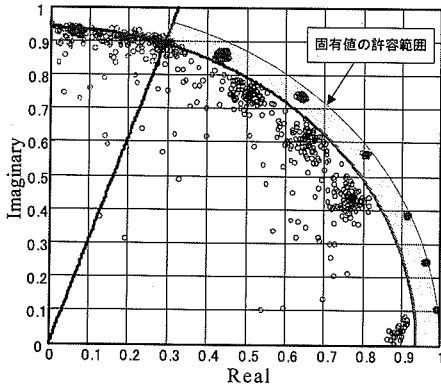


図-11 物理的特性による固有値の抽出

c) 提案する2手法に関する検討

これらの2手法を検討した結果、次のように整理できる。①変動消去法による固有振動数の推定では、固有振動数の変動幅ε(%)を仮定するだけで、変動しない固有値から固有振動数を捕捉することができる。しかし、現在のアルゴリズムでは、低域振動数のわずかな変動による振動数の推定の欠損や高域振動数の推定領域における複数の振動数推定などの問題を残している。一方、②物理的特性法による固有振動数の推定では、安定して固有振動数を抽出することができるが、上限の振動数 $\omega_{max}$ と最大減衰定数 $h_{max}$ を仮定する必要がある。しかし、現場計測では、常時微動のパワースペクトル密度を調べることで、推定すべき固有値の許容領域を決定することは可能である。特に最大減衰定数 $h_{max}$ は、通常の構造物であれば0.1より大きくなることはない。

この検討結果に基づいて、本論文では、安定した固有振動数の抽出が可能で、物理的特性法による固有振動数の推定法を採用する。しかし、変動消去法は、今後様々な改善が可能なアルゴリズムである。

7. 推定振動数の精度の検討

本手法の有効性を検討するために、M=100個の標本関数に対する推定固有振動数の精度について検討した。表-3は、アーチ橋の垂直振動の1次から7次までの推定振動数の平均値、推定精度および変動係数を示したものである。モデル次数p=30、p=50のときの結果を示した。モデル振動数は、骨組構造物モデルの固有値解析の結果であり、表-2に示したものである。推定誤差ε(k)は次のように定義した。

$$\varepsilon(k) = \frac{|\omega_k - \bar{\omega}_k|}{\omega_k} \times 100 \quad (55)$$

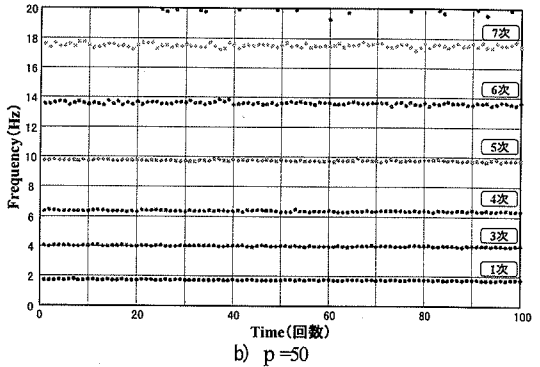
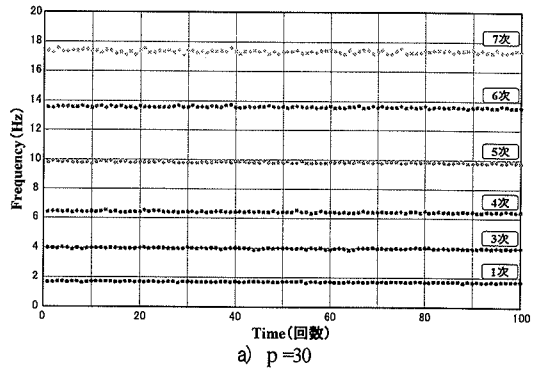


図-12 物理的特性による固有振動数の推定

表-3 推定振動数の精度

モデル振動数 (Hz)	推定平均値 (Hz)		推定値誤差 (%)		変動係数 (%)		
	p=30	p=50	p=30	p=50	p=30	n=50	
1次	1.742	<b>1.6957</b>	<b>1.7392</b>	2.6579	0.1607	1.2797	0.8567
2次	2.558	<b>2.7249</b>	<b>2.5394</b>	6.5200	0.7271	4.5400	0.8300
3次	4.018	<b>3.9652</b>	<b>4.0249</b>	1.3141	0.1717	0.7944	0.6509
4次	6.355	<b>6.4354</b>	<b>6.3722</b>	1.2651	0.2707	0.5703	0.4943
5次	9.734	<b>9.8253</b>	<b>9.7519</b>	0.9379	0.1839	0.3654	0.4112
6次	13.616	<b>13.5945</b>	<b>13.6151</b>	0.1579	0.0066	0.3663	0.5927
7次	17.607	<b>17.3424</b>	<b>17.5194</b>	1.5531	0.5484	0.5449	0.7066

ここに、 $\omega_k$ はモデル振動数であり、 $\bar{\omega}_k$ は推定平均値である。変動係数は、推定平均値に対する推定振動数の標準偏差の割合(%)である。

平均値と分散は、次のように逐次計算できる。

M個までの平均値 $\mu_M$ と分散 $\sigma_M^2$ が与えられている場合、データ $\omega_{M+1}$ が得られると、M+1個目の平均値 $\mu_{M+1}$ と分散 $\sigma_{M+1}^2$ は、次式で計算できる。

$$\mu_{M+1} = \frac{M}{M+1} \mu_M + \frac{1}{M+1} \omega_{M+1} \quad (56)$$

$$\sigma_{M+1}^2 = \frac{M}{M+1} \sigma_M^2 + \frac{M}{M+1} (\mu_M - \mu_{M+1})^2 + \frac{1}{M+1} (\omega_{M+1} - \mu_{M+1})^2 \quad (57)$$

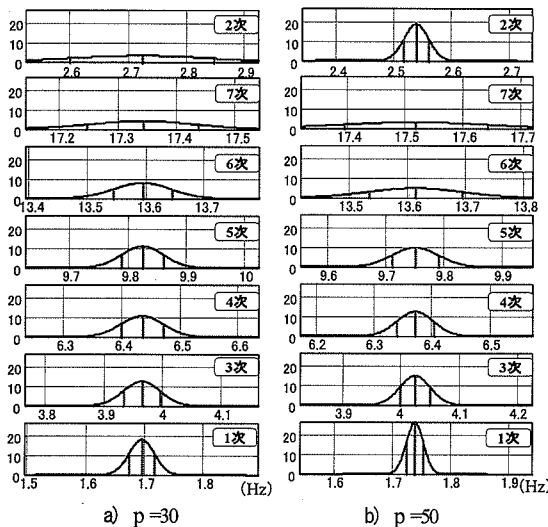


図-13 推定振動数の変動(M=100)

測定条件は、図-3の着目点②のデータより、1次と3～7次振動が推定できる。この点では、図-4の振動モード図で分かるように、2次振動が検出できないために、着目点⑥のデータより2次振動のみを推定した。表-3は、これらの推定結果を示したものである。

2次振動を除いて考えると、推定誤差はモデル次数  $p=30$  の場合では、推定誤差はほぼ2%程度以下であり、またモデル次数  $p=50$  の場合では、1%以下の推定精度を実現している。変動係数についても、モデル次数  $p=30$  の場合の上限が約13%、モデル次数  $p=50$  の場合では、上限が約0.9%となっている。着目点⑥で測定した2次振動の場合は、2次振動に対して1次振動と3次振動が近接しているために、推定精度が悪くなっている。推定誤差は、モデル次数  $p=30$  の場合、約6.5%であるが、モデル次数  $p=50$  の場合では、推定誤差は約0.73%と改善されている。さらに変動係数では、モデル次数  $p=30$  の場合、約4.5%であるが、モデル次数  $p=50$  の場合では、約0.83%と改善されている。

これらの結果より、数値シミュレーションによる検討であるが、推定誤差は1%以下で、変動係数においても1%以下となっている。

振動数の推定結果の平均値と分散が逐次求められるので、 $M=100$  回目の測定において、推定振動数の変動を正規分布と考慮して表示したものが図-13である。モデル次数  $p=30$  を図-13a)、モデル次数  $p=50$  を図-13b) に示した。

1次、3次～7次振動までが着目点②の推定結果である。2次振動数の推定結果は、着目点⑥のデータより求めた。統計的特質が若干異なるので、これは図-13の最上部に示した。本手法を適用すれば、高次振動数が自動的に推定でき、推定振動数の平均値と分散が逐次的に計算でき

るために、推定振動数の変動を逐次的に正規分布で表示できる。従って、推定振動数の統計的処理や、信頼性区間の評価が可能になる。

これらの検討結果より、本手法では常時微動測定より、オンラインで、自動的に高精度の振動数推定が実現可能であることが検証された。さらに、推定振動数の変動を正規分布と仮定した場合、逐次的に正規分布の形状を更新することができ、異常現象により、微細な振動数が変化した場合、この変化を検出する方法として活用することができるものと考えられる。

## 8. まとめ

構造物の損傷を構造物の振動数の変化から推測するためには、極めて高精度の振動数の計測が必要である。さらに、橋梁長期計測から変状を把握するためには、人間の操作を介在することなく、自動的に振動数を計測・表示することが必要になる。このような視点から、本研究は、①常時微動から高精度の振動数を推定すること、②人間の操作を介在することなく、自動的に振動数を計測・表示する計測器を実現するために、計測器の基本的な演算アルゴリズムを実現することを目的にしたものである。得られた結果を要約すると次のようになる。

- (1) 構造物の常時微動からARモデルを構成した場合、ARモデルの固有値より、変動の少ない固有値が構造物に対応し、変動の大きいものが外乱に対応する関係を示した。さらに、変動の大きさにより、構造物に対応する固有値と外乱に対応する固有値を分離可能なことを検証した。
- (2) ARモデルの固有値から構造物の固有値を抽出する手法として、固有値の変動のみから変動しない固有値を抽出する①変動消去法と、固有値の許容存在範囲を設定する②物理的特性法を提案した。アーチ橋による常時微動シミュレーションから物理的抽出法が有利であることを確認した。
- (3) 本手法で振動数を推定した結果、シミュレーションモデルと比べて、ほぼ1%以下の推定が実現できた。また100個の標本関数に対する推定において、ほぼ1%以下の変動で推定が可能であった。従来の手法と比較しても高い精度の推定が可能であることが確認できた。
- (4) 提案する手法は、手作業が介在することなく、自動的に高次の振動数まで推定が可能であることを、常時微動シミュレーションより確認した。
- (5) 加速度計を構造物に置くだけで、振動数を表示することが可能であり、振動数を直接表示する新しい振動計測のための計測器の実現が可能になった。

本論文では、平面構造物を対象に数値シミュレーションによる解析的検討を行い、本法の有効性を検証した。実構造物の挙動は3次元的であるため事象は複雑化し、近接固有値が存在する確率が高い。適切なモデル次数の設定法の確立やフィルタ処理法の導入により、対策を講じる必要がある。今後の課題として、多くの条件の異なった橋梁の常時微動シミュレーションに適用し、信頼性の高い手法にする必要がある。さらに、様々な外乱の環境にある実橋計測に適用し、現場で遭遇する雑音や変動に対応できる改善と工夫を行って、現場実測に適用できる信頼性を高める必要がある。

## 付録 ARMAモデルの誘導

(20) を要素ごとと書くと、次式になる。

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(k+1) &= \tilde{x}_2(k) + \tilde{b}_1 f(k) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (\text{A-1})$$

$$\tilde{x}_{n-1}(k+1) = \tilde{x}_n(k) + \tilde{b}_{n-1} f(k)$$

$$\tilde{x}_n(k+1) = -a_n \tilde{x}_1(k) - a_{n-1} \tilde{x}_2(k) + \dots - a_1 \tilde{x}_n(k) + \tilde{b}_n f(k)$$

$\tilde{x}_1(k) \sim \tilde{x}_n(k)$  を (20) の  $y(k)$  で表す。

$$\begin{aligned} \tilde{x}_1(k) &= y(k) \\ \tilde{x}_2(k) &= y(k+1) - \tilde{b}_1 f(k) \\ &\vdots \end{aligned} \quad (\text{A-2})$$

$$\tilde{x}_n(k) = y(k+n-1) - \sum_{s=1}^{n-1} \tilde{b}_s f(k+(n-1-s))$$

この方程式を上下逆にしてベクトル表示する。

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \begin{bmatrix} \tilde{x}_n(k) \\ \tilde{x}_{n-1}(k) \\ \vdots \\ \tilde{x}_1(k) \end{bmatrix}, \mathbf{y}(k) = \begin{bmatrix} y(k+n-1) \\ \vdots \\ y(k+1) \\ y(k) \end{bmatrix}, \mathbf{f}(k) = \begin{bmatrix} f(k+n-1) \\ \vdots \\ f(k+1) \\ f(k) \end{bmatrix} \quad (\text{A-3})$$

(A-2) は、次式のようにベクトル表示される。

$$\tilde{\mathbf{x}}(k) = \mathbf{y}(k) - \mathbf{G}\mathbf{f}(k) \quad (\text{A-4})$$

ここに、

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 0 & \tilde{b}_1 & \dots & \dots & \tilde{b}_{n-1} \\ 0 & 0 & \tilde{b}_1 & & \\ \vdots & & \ddots & & \\ \vdots & & & & \tilde{b}_1 \\ 0 & & & & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A-5})$$

である。

(A-1)の最後の式より、 $\mathbf{a} = [\mathbf{a}_1 \ \dots \ \mathbf{a}_n]$  とすると、

$$\tilde{\mathbf{x}}_n(k+1) = -\mathbf{a}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}_n f(k) \quad (\text{A-6})$$

となる。また (A-2) を (A-1)の最後の式に代入すると、

$$\mathbf{y}(k+n) = -\mathbf{a}\tilde{\mathbf{x}}(k) + \tilde{\mathbf{b}}\mathbf{f}(k) \quad (\text{A-7})$$

ここで、

$$\tilde{\mathbf{b}} = [\tilde{b}_1 \ \dots \ \tilde{b}_{n-1} \ \tilde{b}_n] \quad (\text{A-8})$$

である。

(A-7) に (A-4) を代入し、若干の式の操作をすると次式のようになる。

$$[\beta_1 \ \dots \ \beta_n] = [\tilde{b}_1 \ \dots \ \tilde{b}_n] \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{a}_1 & \dots & \dots & \mathbf{a}_{n-1} \\ 0 & 1 & \mathbf{a}_1 & \dots & \mathbf{a}_{n-2} \\ & & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & \mathbf{a}_1 \\ & & & & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{A-9})$$

この  $\beta_1 \sim \beta_n$  を用いると、

$$\mathbf{y}(k) = -\mathbf{a}\mathbf{y}(k-n) + \beta\mathbf{f}(k-n) \quad (\text{A-10})$$

の関係が得られる。ここに、

$$\beta = [\beta_1 \ \dots \ \beta_n] \quad (\text{A-11})$$

である。(A-10)において、外力に関する変数を置き換えるために、

$$\mathbf{e}(k) = \beta_1 \mathbf{f}(k-1)$$

$$\mathbf{b}_s = \beta_{s+1} / \beta_s \quad (\text{A-12})$$

とすると、

$$\mathbf{y}(k) + \sum_{s=1}^n \mathbf{a}_s \mathbf{y}(k-s) = \mathbf{e}(k) + \sum_{s=1}^{n-1} \mathbf{b}_s \mathbf{e}(k-s) \quad (\text{A-13})$$

の ARMA モデルが得られる。

## 参考文献

- 1) Chang, F.: *Proceeding of the International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford University, Stanford, CA, 1997.9
- 2) Chang, F.: *Proceeding of the 2<sup>nd</sup> International Workshop on Structural Health Monitoring*, Stanford University, Stanford, CA, 1999.9
- 3) Chang, F.: *Proceeding of the 3<sup>rd</sup> International Workshop on Structural Health Monitoring - The Demands and Challenges -*, Stanford University, Stanford, CA, 2001.9
- 4) 土木学会構造工学委員会橋梁振動モニタリング研究小委員会：橋梁振動モニタリングガイドライン，構造工学シリーズ10，土木学会，2000年10月。
- 5) 長松昭男：モード解析，培風館，1995年10月。
- 6) 岡林隆敏，原忠彦：道路橋振動特性推定における衝撃加振法の適用，構造工学論文集，Vol.34A，pp.731-738，1988年3月。

- 7) 岡林隆敏, 山森和博, 讚岐康博, 田村太一郎: 近接固有値を有する構造物の振動特性推定, 土木学会論文集, No. 633/ I-49, pp.93-102, 1999年10月.
- 8) 見戸清之, 阿部雅人, 藤野陽三, 依田秀則: レーザー常時微動計測手法の構築と構造物の損傷検出への応用, 土木学会論文集, No.689/ I-57, pp.183-199, 2001年10月.
- 9) 安藤幸治, 岩橋敏広: 時間領域のモード解析による振動系の動的特性の同定とその適用, 土木学会論文集, No. 450/ I-20, pp.151-160, 1992年7月.
- 10) 安部雅人, 藤野陽三, 長山智則, 池田憲二: 常時微動計測に基づく非比例減衰系の構造同定と長大吊橋への適用例, 土木学会論文集, No.689/ I-57, pp.261-274, 2001年10月.
- 11) Ljung, L.: *System Identification: Theory for the User(2nd edn)*, Prentice-Hall: Upper, Saddle River, NJ, USA, 1991.
- 12) Ghanem, R. and Shinozuka, M.: Structural-System Identification I : Theory, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.121, No.2, pp.225-264, 1995.2
- 13) Yun, C.B. and Shinozuka, M.: Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.8, No.2, pp.187-203, 1980.
- 14) 丸山収, 相沢旬, 星谷勝: ARMAモデルによる既存構造物の動特性の同定, 土木学会論文集, 第416号/ I-13, pp.439-447, 1990年4月.
- 15) 星谷勝, 斉藤悦郎: 線形多自由度系の動特性の推定, 土木学会論文集, 第344号/ I-1, pp.261-274, 1984年4月.
- 16) Hermann, T. and Pradlwarter, H.J.: Two-Step Identification Approach for Damped Finite Element Models, *Journal of Engineering Mechanics*, ASME, Vol.124, No.6, pp.639-647, 1998.
- 17) Quek, S. T., Wang, W. and Koh, C.G.: System Identification of Linear MDOF Structures under Ambient Excitation, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.28, pp.61-77, 1999.
- 18) Lus, H., Betti, R. and Logman, R.W.: Identification of Linear Structural Systems using Earthquake-Induced Vibration, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.28, pp.1449-1467, 1999.
- 19) 佐藤忠信, 竹井賢二: 適応型カルマンフィルタの構築とその応用, 土木学会論文集, No.584/ I-42, pp.163-173, 1998年1月.
- 20) Peeters, B. and De Roeck, G.: One-year monitoring of the Z24-Bridge: Environmental effects versus damage events, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.30, pp.149-171, 2001.
- 21) Huang, C.S. and Lin, H.L.: Model identification of structures from ambient vibration, free vibration, and seismic response data via a subspace approach, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.30, pp.1857-1878, 2001.
- 22) 飯國洋二: 適応信号処理アルゴリズム, 培風館, 2000年7月.
- 23) Masri, S.F., Nakamura, M., Chassiakos, A.G. and Caughey, T.K.: Neural Network Approach to Detection of Changes in Structural Parameters, *Journal of Engineering Mechanics*, ASCE, Vol.122, No.4, pp.350-360, April, 1996.
- 24) 長通伸幸, 香月智, 深和岳人: 複関数分類・学習ニューラルネットワークと構造モニタリングへの応用, 土木学会論文集, No.710/ I-60, pp.321-335, 2002年7月.
- 25) 松島学, 松井邦人, 大滝晋: 実測データに基づく基礎地盤系構造物の振動特性の同定, 土木学会論文集, No.465/ I-23, pp.127-136, 1993年4月.
- 26) 伊藤正美: システム制御理論, 昭晃堂, 1973年5月.
- 27) 中溝高好: 信号解析とシステム同定, コロナ社, 1988年3月.
- 28) 得丸英勝, 添田喬, 中溝高好, 秋月影雄: 計数・測定ーラダムデータ処理の理論と応用, 培風館, 1982年3月.
- 29) 金井浩: 音・振動のスペクトル解析, コロナ社, 1999年3月.
- 30) 星谷勝, 斉藤悦郎: データ解析と応用・カルマンフィルタを中心として, 鹿島出版, 1991年7月.
- 31) Akaike, H.: Statistical predictor identification, *Ann. Inst. Statist., Math.*, Vol.22, pp.203-217, 1970.
- 32) Akaike, H.: Autoregressive model fitting for control, *Ann. Statist., Math.*, Vol.23, pp.163-180, 1971.
- 33) 日野幹雄: スペクトル解析, 朝倉書店, 1977年10月.

(2003. 6. 12 受付)

## HIGH ACCURATE ESTIMATION OF STRUCTURAL VIBRATION-FREQUENCY BY AMBIENT VIBRATION WITH AR MODEL

Takatoshi OKABAYASHI, Toshihiro OKUMATSU and Yoshitaka NAKAMIYA

To detect the natural frequencies of the structures under subjection of various external forces, high accurate structural identification is indispensable. Also, automated monitoring system would be effective for long term vibration-monitoring at site. For the purpose of establishment of the High Accurate Structural Vibration-Estimation Method and realization of the automated measurement system, the authors proposed an analytical method, which consists of AR model by the structure's ambient vibration. This paper shows the details of the method and the results of simulation on an arch-bridge, held to verify its efficiency. As a result, this method was verified to be efficient for distinguishing the structure's proper frequencies from external ones in details.