

# 適応型モンテカルロフィルタ を用いた損傷同定について

吉田郁政<sup>1</sup>・佐藤忠信<sup>2</sup>

<sup>1</sup>正会員 工博 東電設計(株) 地盤・構造部 (〒110-0015 東京都台東区東上野3-3-3)  
E-mail: dyoshida@tepsco.co.jp

<sup>2</sup>正会員 工博 京都大学防災研究所 教授 地震災害部門耐震基礎分野 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

本論文では非線形、非ガウスの問題を扱うことができるモンテカルロフィルタに注目し、損傷現象に関する知見を反映させた非ガウスプロセスノイズを用いた損傷同定について論じた。本手法は乱数を用いる方法であるため、乱数の種によって同定結果が異なる場合がある。そこで、検出率(良好な同定結果が得られる比率)を用いて、損傷同定の安定性について検討を行った。また、最適な想定観測ノイズレベルは入力地震動の振幅レベルに依存するため、想定観測ノイズレベルを適応的に変化させるアルゴリズムの提案を行った。提案手法を用いて数値解析を実施し、サンプル数、観測位置や損傷位置と同定安定性の関係について、検出率をもとに検討を行った。

**Key Words :** damage detection, structural identification, Monte Carlo filter, process noise, adaptive filtering algorithm

## 1. はじめに

建造物の損傷状況を的確に把握することは重要なテーマであり、様々な非破壊試験法が研究、提案されている。地震によって生じた損傷状態を計測データから推定するヘルスマonitoring、損傷同定も取り組まれてきた重要なテーマの一つである。古くからもっとも広く使われてきた損傷同定手法としてカルマンフィルタを用いる方法<sup>1), 2), 3)</sup>など多数を挙げることができる。カルマンフィルタは時間方向に独立なガウスノイズを用いる方法であり、最小二乗法による目的関数を用いていると解釈することができる<sup>4)</sup>。中小被害が生じた建造物を考えた場合、全体的に損傷が生じて一様に剛性が低下するケースよりも、特定の箇所に損傷が集中し、特定の箇所の剛性だけが低下するケースの方が一般的であろう。また、損傷を受けると剛性、減衰比は地震中に急激に変化すると考えられる。このような特性を反映した損傷同定を行うには、非ガウス分布に従うプロセスノイズの方が好ましい<sup>5)</sup>。

非ガウスノイズや非線形のシステムを扱うにはなんらかの数値的な近似的表現が必要となる。文献6)に紹介されているようにいくつかの方法が提案されてきたが、状態量ベクトルの次元数が小さな問題

に適用が限られていた。それに対し、北川によって提案されたモンテカルロフィルタ<sup>6), 7)</sup>(以下、MCFと記す)は比較的規模の大きな問題にも適用できる方法として注目されている。MCFはモンテカルロシミュレーションのように多くのサンプルを発生させて状態量の確率的な分布特性を表現する方法であり、非ガウスノイズや非線形の状態方程式あるいは観測方程式で表現される問題に対しても適用することができる。

MCFを構造同定に用いた最初の例として佐藤・梶<sup>8)</sup>の研究をあげることができる。その後、Yoshida<sup>9)</sup>は部分観測を対象とした問題、非ガウスノイズを用いた問題に取り組み、ガウスノイズを用いた場合よりも良好な結果が得られることを示した。さらに、吉田・佐藤<sup>5)</sup>は軽微な損傷に注目して、自動的に特定の箇所にノイズを集中させることができる排他ノイズの提案を行い、少ない観測情報から損傷同定を行うことができる可能性を示した。

本論文ではさらなる性能の向上、損傷同定手法の安定性の把握を目指して以下のテーマについて論じる。

### 1) 安定性の評価(検出率)

MCFはモンテカルロシミュレーションのように乱数を用いる方法であるためその種によって結果が異

なる場合がある。著者らの過去の文献 5), 8), 9) でも一例を示しているだけで安定性 (再現性) については定性的にしか触れていなかった。そこで、本論文では同じ問題に対して乱数の種を変化させて 50 回の MCF を実施し、良好な結果が得られる比率を検出率と定義して、安定性の議論を行う。

## 2) 損傷同定のためのプロセスノイズ

損傷同定では、損傷分布の集中化や損傷の時間推移などを剛性や減衰比の変化として評価するが、その特性を反映したプロセスノイズを設定することにより、より安定した損傷同定を試みる。

## 3) 最適な想定観測ノイズレベルと適応型アルゴリズム

想定観測ノイズのレベルは同定結果に大きな影響を有しているが、これまではあまり論じてこなかった。上記の検出率をもとに最適想定観測ノイズレベルの検討、さらに、想定観測ノイズレベルを適応的に変化させるアルゴリズムの提案を行う。

## 4) サンプルサイズ、観測点、損傷点と安定性

検出率をもとにサンプルサイズと安定性の関係、観測点を一点とした場合の観測位置と安定性の関係、損傷位置と安定性の関係について議論を行う。

## 2. $\delta$ (デルタ) 関数によるモンテカルロフィルタ (MCF) の誘導

### (1) サンプルを用いた確率分布の近似表現

ある確率密度関数に従って発生させたサンプルをもとに、ディラックの  $\delta$  関数を用いてもとの密度関数を近似表現することができる。この近似式を用いて MCF のアルゴリズムの誘導、解釈を行い、その意味を明らかにする。なお、ここで示す誘導は、導かれる結果は文献 6), 7) と同じであるもののその過程は異なる。

非ガウスノイズ、非線形状態方程式、非線形観測方程式に対応できる一般的な非線形状態空間モデルは以下のように記述される。まず、状態方程式は、

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{w}_k) \quad (1)$$

と表される。ここで、 $\mathbf{x}_k$  は  $k$  ステップにおける状態量ベクトル、 $\mathbf{w}_k$  はプロセスノイズである。一方、観測方程式は次式で表される。

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}(\mathbf{x}_k, \mathbf{v}_k) \quad (2)$$

ここで、 $\mathbf{y}_k$  は  $k$  ステップにおける観測量ベクトル、 $\mathbf{v}_k$  は観測ノイズである。

式 (1) (2) が線形で、ノイズがそれぞれガウス分布に従う場合はカルマンフィルタ (以下、KF と記す) を適用することができる。それに対し、非ガウスノイズや非線形システムを扱う場合には、状態量ベクトルの確率分布が簡単な形では表現できないので、何らかの工夫が必要となる。MCF は多くのサンプルを用いて確率分布を近似的に表現する方法である。ある確率分布に従う  $n$  個のサンプルを発生させてその累積確率分布  $P(\mathbf{x})$  を以下のように近似的に表現する。

$$P(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n U(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \quad (3)$$

ここで、 $U$  はステップ関数であり、( ) 内の値が非負であれば 1、負であれば 0 であることを表す。また、上添え字 ( $j$ ) は実現されたサンプルを表すものとする。確率密度分布  $p(\mathbf{x})$  はその一階微分であることから次式で表される。

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(j)}) \quad (4)$$

ここで、 $\delta$  はディラックのデルタ関数である。

### (2) 時間更新アルゴリズム

$k-1$  ステップまでの観測情報が与えられた場合の  $k-1$  ステップの状態量の確率密度分布を  $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Y}_{k-1})$  と表す。大文字の  $\mathbf{Y}_{k-1}$  は  $k-1$  ステップまでの観測情報ベクトル全体を表し、次式で定義される。

$$\mathbf{Y}_{k-1} = (\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{k-1}) \quad (5)$$

確率分布  $p(\mathbf{x}_{k-1} | \mathbf{Y}_{k-1})$  に従う  $n$  個のサンプル (実現値) が得られたとする。

$$\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(1)}, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(n)} \quad (6)$$

以下、 $\mathbf{x}_{k1/k2}^{(j)}$  は  $p(\mathbf{x}_{k1} | \mathbf{Y}_{k2})$  に従う  $j$  番目のサンプルを表すこととする。各サンプルに関して状態方程式 (1) より 1 ステップ予測を行った結果を次のように表すこととする。

$$\mathbf{x}_{k/k-1}^{(j)} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_{k-1/k-1}^{(j)}, \mathbf{w}_k^{(j)}) \quad (7)$$

ここで、 $w_k^{(j)}$  はプロセスノイズのサンプル値である。 $x_{k/k-1}^{(j)}$  の密度関数  $p(x_k | Y_{k-1})$  は次のように変形できる。

$$\begin{aligned} p(x_k | Y_{k-1}) &= \iint p(x_k, x_{k-1}, w_k | Y_{k-1}) dx_{k-1} dw_k \\ &= \iint p(x_k | x_{k-1}, w_k, Y_{k-1}) p(x_{k-1}, w_k | Y_{k-1}) dx_{k-1} dw_k \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 $p(x_k | x_{k-1}, w_k, Y_{k-1})$  は不確定要因がなく確定的事であることから次式で表すことができる。

$$p(x_k | x_{k-1}, w_k, Y_{k-1}) = \delta(x_k - F(x_{k-1/k-1}, w_k)) \quad (9)$$

$p(x_{k-1}, w_k | Y_{k-1})$  についてサンプルを用いて次式で近似する。

$$\begin{aligned} p(x_{k-1}, w_k | Y_{k-1}) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_{k-1} - x_{k-1/k-1}^{(j)}) \delta(w_k - w_k^{(j)}) \end{aligned} \quad (10)$$

式(9)(10)を式(8)に代入すると次の関係が得られる。

$$\begin{aligned} p(x_k | Y_{k-1}) &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_k - F(x_{k-1/k-1}^{(j)}, w_k^{(j)})) \\ &= \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_k - x_{k/k-1}^{(j)}) \end{aligned} \quad (11)$$

以上が時間更新アルゴリズムの誘導であるが、通常のモンテカルロシミュレーション（以下 MCS と記す）と同様であることから、直感的にも理解しやすい。

### (3) 観測更新アルゴリズム

観測更新アルゴリズムに関しては多少煩雑になる。まず、次式のように式の変形を行っておく。

$$\begin{aligned} p(x_k | Y_k) &= p(x_k | y_k, Y_{k-1}) \\ &= \frac{p(x_k, y_k | Y_{k-1})}{p(y_k | Y_{k-1})} \\ &= \frac{p(y_k | x_k, Y_{k-1}) p(x_k | Y_{k-1})}{\int p(y_k | x_k, Y_{k-1}) p(x_k | Y_{k-1}) dx_k} \end{aligned} \quad (12)$$

式(11)を式(12)に代入するとサンプルを用いた次式が得られる。

$$p(x_k | Y_k)$$

$$= \frac{p(y_k | x_k, Y_{k-1}) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_k - x_{k/k-1}^{(j)})}{\int p(y_k | x_k, Y_{k-1}) \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_k - x_{k/k-1}^{(j)}) dx_k} \quad (13)$$

$p(y_k | x_k, Y_{k-1})$  は状態量  $x_k$  が与えられたときの観測量の確率分布を表し、観測量誤差の確率分布だけから決まるため、 $p(y_k | x_k)$  と単純化できる。 $p(y_k | x_k)$  は観測量  $y_k$  を固定して考えると状態量  $x_k$  に対する尤度を表している。サンプル値  $x_{k/k-1}^{(j)}$  に対する尤度  $q_k^{(j)}$  を次式のように定義しておく。本論文ではこの尤度計算の際に仮定したノイズ（確率分布）を想定観測ノイズと呼ぶ。

$$q_k^{(j)} = p(y_k | x_{k/k-1}^{(j)}) \quad (14)$$

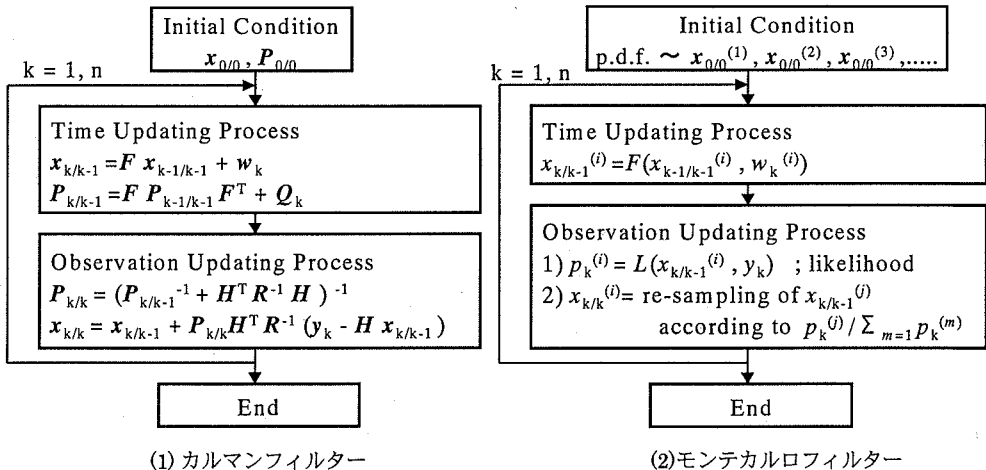
式(14)を式(13)に代入するとサンプルを用いた近似表現として次の式が得られる。

$$\begin{aligned} p(x_k | Y_k) &= \sum_{j=1}^n \left( \frac{q_k^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q_k^{(i)}} \right) \delta(x_k - x_{k/k-1}^{(j)}) \\ &= \sum_{j=1}^n a_k^{(j)} \delta(x_k - x_{k/k-1}^{(j)}) \end{aligned} \quad (15)$$

$$\text{ここで、} \quad a_k^{(j)} = \frac{q_k^{(j)}}{\sum_{i=1}^n q_k^{(i)}}$$

式(15)の最終的に得られた式を式(11)と比較すると同じサンプルを使って表されているものの、式(15)では各サンプルに重み  $a_k^{(j)}$  が乗じられていることがわかる。つまり、観測情報から決まる尤度比に従って各サンプルの重み  $a_k^{(j)}$  が与えられたと解釈することができる。

各サンプルの重みが等しくなるように、サンプル集合  $x_{k/k-1}^{(j)}$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  から尤度比に従って  $x_{k/k}^{(j)}$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  を抽出し直すこととする。この操作をリサンプリングと呼ぶ。たとえば、尤度比が全てのサンプルで等しければ、期待値的には全てのサンプルが一つずつリサンプリングされ両者は全く同じになるが、一般にはサンプルごとに尤度に差が生じるので大きいものは複数個選ばれ、小さいものは1個も選ばれないことが生じる。新たにリサンプリングさ



(1) カルマンフィルタ (2) モンテカルロフィルタ  
 図-1 カルマンフィルタとモンテカルロフィルタのアルゴリズムの比較

れたサンプル集合  $x_{k/k}^{(j)}$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  を用いることにより式(15)は次のように書き直され、観測更新アルゴリズムを得る。

$$p(x_k | Y_k) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \delta(x_k - x_{k/k}^{(j)}) \quad (16)$$

$k=k+1$  として式(7)から繰り返すことにより連続的に観測情報を処理することができる。

#### (4) カルマンフィルタとの比較

以上、MCF のアルゴリズムをカルマンフィルタ(以下、KF と記す)のアルゴリズムとあわせて図-1 にまとめて示す。全体的な流れは KF と同じであり、時間更新アルゴリズムと観測更新アルゴリズムから構成されている。違いは KF では確率的な特性が1次と2次のモーメント(平均と共分散)で表されるのに対して、MCF では多くのサンプルによって表される点である。観測更新は尤度によってサンプルが再抽出されるリサンプリングのステップになっている。つまり、尤度が大きい(観測情報との適合度が高い)サンプルほど次のステップに数多く生き残り、尤度の低いサンプルは消えることになる。

### 3. 損傷同定のための定式化

#### (1) 状態方程式と観測方程式

損傷同定のための状態空間法による定式化を示す。まず、状態量を次のように定義する。

$$x = \begin{pmatrix} x_a \\ x_b \end{pmatrix}, \quad \dot{x}_a = \begin{pmatrix} \ddot{u}_r \\ \dot{u}_r \end{pmatrix} \quad (17)$$

ここで、 $x_a$  は全自由度の応答を、 $x_b$  は推定したい剛性や減衰比などの構造パラメータを表している。状態方程式を以下の形で表す。

$$\dot{x}_{a,k} = F(x_{a,k-1}, x_{b,k-1}) + w_{a,k} \quad (18a)$$

$$\dot{x}_{b,k} = x_{b,k-1} + w_{b,k} \quad (18b)$$

ここで、 $F(x)$  は各自由度の動きに関する1ステップ予測を表す関数である。後述の数値計算例では線形加速度法を用いている。

一方、観測方程式は次式で与える。

$$y_k = Hx_k + v_k \quad (19)$$

ここで、 $H$  は観測点の位置を表す行列であり、観測点にあたる状態量の要素が1でそれ以外は0の行列である。

#### (2) プロセスノイズ

KF も MCF も時間更新アルゴリズムによって1ステップの予測を行い、その結果を次ステップにおける事前情報として観測更新アルゴリズムに引き継いでいる。プロセスノイズは1ステップ予測の状態量に対して加えられるノイズであり、小さくすると解の安定性が増すが観測情報への追従性が悪くなり、大きくすると追従性は増すが安定性が悪くなる<sup>10), 11), 12)</sup>。また、特定の状態量についてプロセスノイズを与えるとそこだけ更新の程度が大きくなる。構造物が損傷を受ける過程では、損傷の発生箇所が局在化すること、いったん損傷が発生するとその損傷が進展することなどが知られている。そこで、プロセスノイズとして各要素に同等に与える独立ノイ

ズと特定の要素に自動的に集中させることのできる排他ノイズの2つのノイズを設定して、構造損傷同定に対する有効性の比較を行う。

以下の例題ではプロセスノイズとして、独立UDノイズと排他UDノイズを用いる。UDノイズ<sup>5),9)</sup>は一様分布とディラックの $\delta$ 関数の和でその確率密度関数が表されるノイズである。

$$p(x) = \begin{cases} c_1\delta(x) + c_2 \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0 & x < a, \text{ or } x > b \end{cases} \quad (20)$$

$b, a$  は一様分布の上下限で  $b$  は正、 $a$  は負の値とした。 $c_1$  と  $c_2$  はディラック  $\delta$  と一様分布の比率を表す係数であり、両者の和は1である。

本論文では独立ノイズは空間方向(状態量間)にも時間的にも独立に発生させるノイズ、排他ノイズは空間的には一つの構造部材(以下、要素と記す)でしかノイズが発生せず、時間方向には相関を持って発生するノイズと定義する。通常のカルマンフィルターのプロセスノイズでは独立なガウス分布を用いていることになる。

本論文で用いる排他ノイズ発生フローを図-2に示す。その特徴を以下に述べる。

- 1) 最初のステップではランダムに選んだひとつの要素にだけプロセスノイズを与える。次のステップでは確率  $P_S$  で前のステップと同じ要素を選ぶ。それ以外の場合  $(1-P_S)$  は再びランダムに要素を選ぶ。
- 2) ある要素の剛性に正(負)のノイズを加える場合は、減衰に負(正)のノイズを加える。例えば、各ステップにおいて剛性が低下する場合は減衰が増加という拘束を与えることになる。ただし、その大きさは拘束しない。
- 3) 前のステップのノイズの符号と同じ符号のノイズを確率  $P_n$  で加える。例えば、一度剛性が低下した場合はその傾向が続きやすいことを意味している。

1)の操作により空間方向に損傷が集中することを表現することができる。2)では剛性が低下する場合には減衰が上昇することが多いという知見を導入することにより、推定の安定性を向上させることが期待できる。3)の操作では時間方向の損傷の相関を表すことができる。こうした操作は解に制約を与えることになるが、確率的な操作であるため緩やかな制約

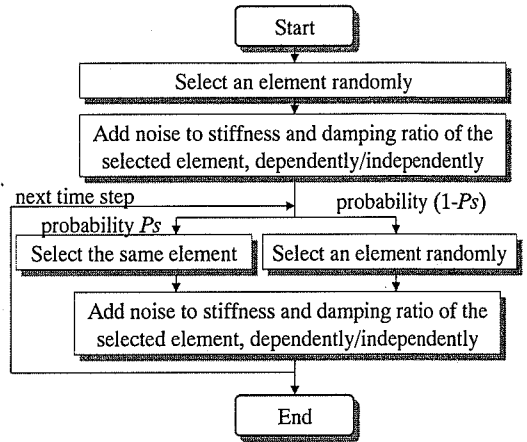


図-2 排他ノイズの発生フロー

となっている。制約に関わる仮定が妥当であればより少ない観測情報から推定が可能となる。操作2)3)は文献5)で提案した排他ノイズに今回新たに付け加えたものである。

#### 4. 観測ノイズと同定精度について

##### (1) 解析モデルと検討条件

図-3に示す5質点系モデルを用いて損傷同定の数値シミュレーションを行った。図中の丸の中に示した数字がノード番号を、モデル左側に示した数字が要素番号を表している。各質点の重量、初期剛性、初期減衰比は均質とし、それぞれ  $9.8 \text{ tf/m}^3$ 、 $400 \text{ tf/m}^2$ 、 $0.02$  とした。振動中に要素2で損傷が生じ、時刻4秒から4.1秒の間に剛性が400から360  $\text{tf/m}^2$ に、減衰比は0.02から0.04へ変化したと仮定した。この損傷による影響は小さく、1次固有振動数の変化は0.906Hzから0.901Hz、2次は2.64Hzから2.59Hz程度である。

未知量は各要素の剛性と減衰比とした。観測量は上記条件、剛性、減衰比の変化に従った順解析によって求めた各質点の応答加速度値にrms比で3%のホワイトノイズを加えて作成した。入力地震動は兵庫県南部地震(1995)神戸海洋気象台の記録(断層直交方向成分)を用いた。入力加速度時刻歴と節点1と5の応答加速度時刻歴を図-4に示す。

##### (2) MCFによる損傷同定例

観測点をノード4の1点だけとして損傷同定を行った。サンプルサイズは1000とした。想定する観測ノイズはガウス分布に従い、その標準偏差は50galとした。想定する観測ノイズとは実際に加え

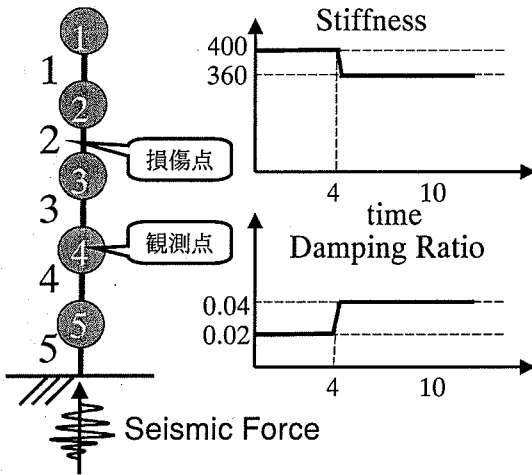


図-3 検証に用いたモデルと仮定した損傷

えられたノイズではなく、式(14)の尤度計算の際に仮定する確率分布を意味する。

まず、独立ノイズを用いた場合について述べる。剛性に対する UD ノイズのパラメタ (式(20)参照)  $a$ ,  $b$  は -2.0, 2.0,  $c_1$ ,  $c_2$  は 0.8, 0.2, 減衰比に対しては  $a$ ,  $b$  は -0.001, 0.001,  $c_1$ ,  $c_2$  は 0.8, 0.2 とした。要素 2, 3 について推定された剛性, 減衰比を図-5 に示す。MCF ではサンプル数だけ、この計算例では 1000 個の状態量ベクトルが得られる。すなわち、各要素について 1000 個の剛性, 減衰比が各時刻ごとに得られることとなる。これらについてのヒストグラムを作成し、時間方向につなげて表示すると図-5 のように推定値の確率密度分布の経時変化を示すことができる。

まず、損傷が生じた要素 2 に注目すると、やや不明瞭ではあるが剛性についてはある程度変化を捉えている。減衰比はピークが不明瞭になっており、変化の程度をとらえることが困難になっている。健全な要素の例として示した要素 3 の剛性, 減衰比とも推定値が変動しており、損傷箇所を適切に検出できていないことがわかる。他の健全な要素も同様に不安定になっている。

排他ノイズを用いた場合について図-6 に示す。UD ノイズに関するパラメタは独立ノイズと同様とし、3(2)で述べた排他ノイズのパラメタ  $P_n$ ,  $P_s$  は両方とも 0.9 とした。損傷が生じた要素 2 について注目すると剛性, 減衰比ともに 4 秒付近で非常にシャープに推定値の分布が変化しており、良好に物性値の変化を捉えていることがわかる。一方、健全な要素の例として示した要素 3 の物性は初期値のまま

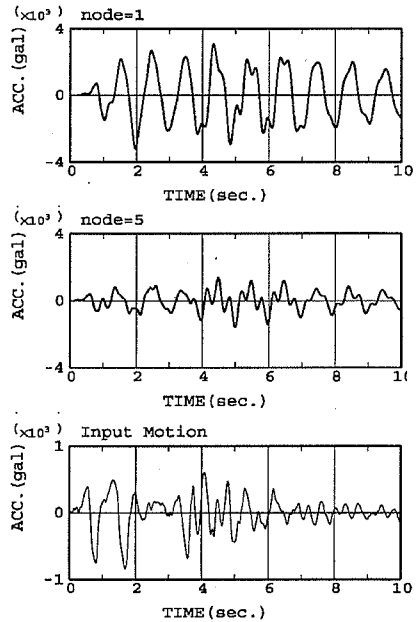


図-4 節点1,5の応答と入力時刻歴

比較的安定している。他の健全な要素の推定値も比較的初期値のまま安定しており、損傷箇所について適切な推定結果となっている。わずかに 1 点の観測情報から剛性, 減衰比両方の変化を捉えていることは注目に値する。

### (3) 検出率の導入

図-6 の例では良好な結果となったが MCF は乱数を使う方法であるため、その乱数の種によって結果が異なる場合がある。そこで、乱数の種を変えて同じ計算を何回か行ってみたところ、良好な結果が得られる場合とそうでない場合があることがわかった。そこで、損傷の検出率を定義して損傷同定の安定性を評価することとした。

まず、剛性や減衰比の推定値を最尤値から定義する。すなわち、図-5 に示したヒストグラムのもっとも高い点を推定値と定義する。逐次型損傷同定手法であってもある程度の情報量の蓄積が必要であることから、時刻 10 秒の時の推定値に注目し、真値との差がある一定以下であれば良好な結果が得られたと判断する。本研究では剛性に対しては 5%以下、減衰比に対しては 30%以下の誤差の場合に良好と判断した。図-7 に真の物性値と推定値の時刻歴を示す。剛性, 減衰比について、損傷を受けた要素 2 と損傷を受けていないその他の要素に分けて示した。時刻 10 秒付近にハッチングしている範囲が良好と判定する範囲である。剛性については全要素につい

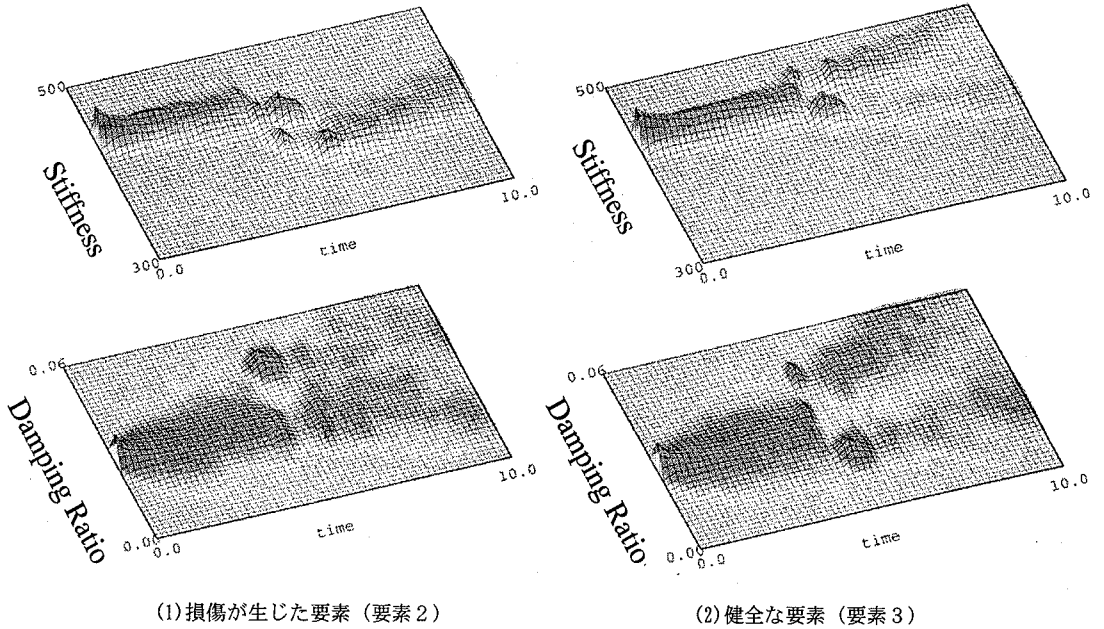


図-5 推定された剛性と減衰比の時刻歴 独立ノイズを用いた場合

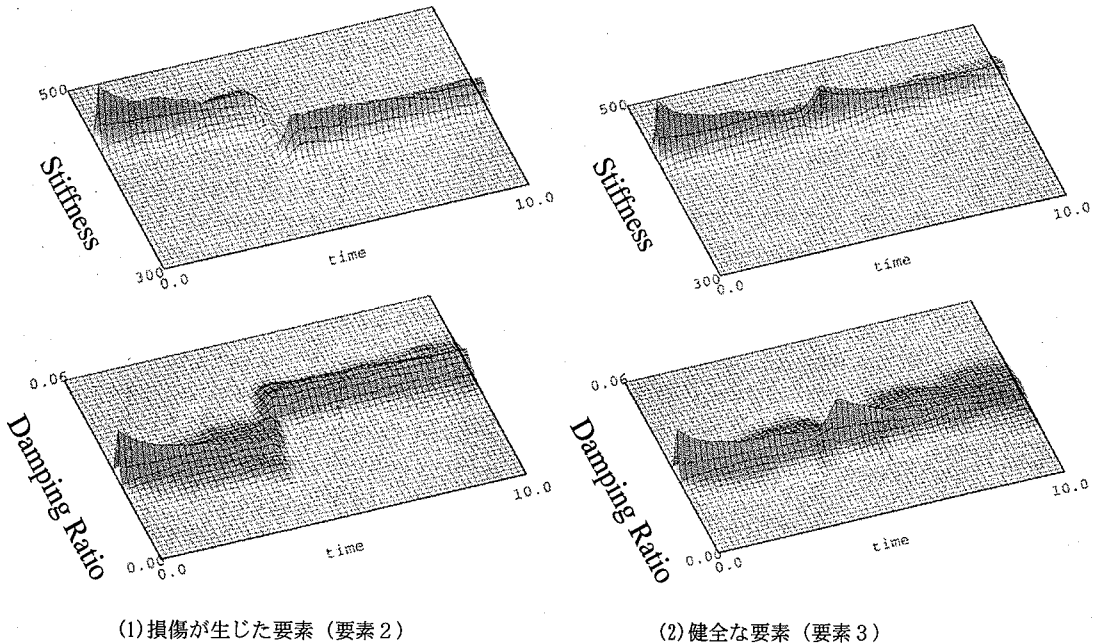
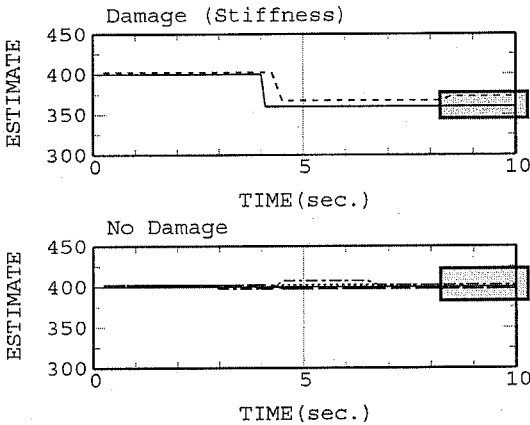


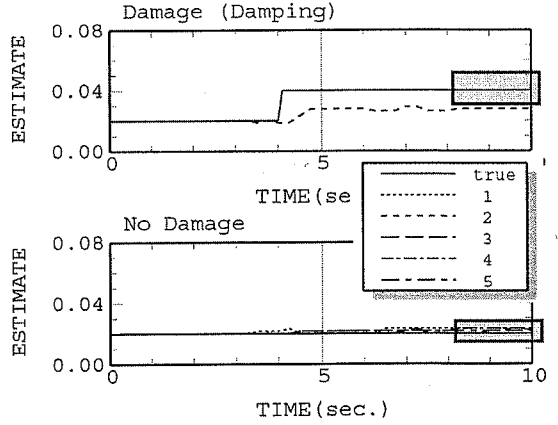
図-6 推定された剛性と減衰比の時刻歴 排他ノイズを用いた場合

て 5%範囲内に収まっており良と判定する。一方、減衰比については損傷を受けていない要素は範囲内に収まっているものの、要素2については微小な差ではあるが、領域外となっているため不良と判定する。乱数の種を変えて 50 回同じ条件の計算を行い、

上記の判定によって良好な結果と判定されるケースの比率を算定し、これを検出率と定義する。想定観測ノイズ 50gal、サンプルサイズ 1000 の条件で検出率の算定を行ったところ、剛性は 70%を超えたが、減衰比は 50%をやや下回る結果となった。



(1) 剛性の推定値と判定, 良



(2) 減衰比の推定値と判定, 不良

図-7 推定された物性値の判定 上段の図は損傷が生じた要素2, 下段はその他の4つの要素

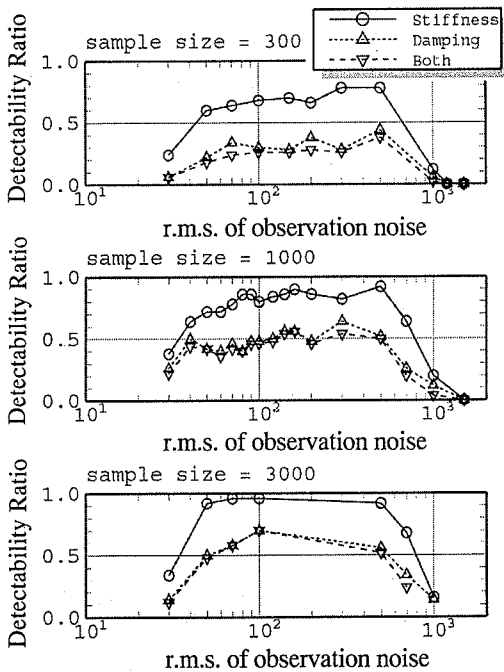


図-8 想定観測ノイズレベルと検出率, サンプルサイズの関係

なっている想定観測ノイズの標準偏差は数十から数百の比較的広い範囲に広がっている。サンプルサイズが大きくなるにつれて、検出率が高い領域も広がり、小さなノイズレベルでも検出率が高くなっている。

実際に加えられたノイズレベルは 20-30gal であるが、検出率が良好となる想定観測ノイズはそれよりも大きくなっている。その傾向はサンプルサイズが小さいほど強い。想定する観測ノイズレベルが小さいと式(15)に示した尤度比  $a_i^{(j)}$  のばらつきが大きくなり、リサンプルされずに捨てられるサンプルの比率が増え、サンプル数が少ない場合には生き残ったサンプルの多様性が失われる。そのため、サンプル数が小さいときは実際よりも大きな観測ノイズレベルを想定しないと生き残るサンプル総数が少なくなり検出率が悪くなると考えられる。

上記図-8の結果が入力地震動レベルによらず一般性があれば、サンプルサイズに応じて適切な想定観測ノイズレベルを図より決めればよいが、式(14)の尤度算定の式からも明らかのように入力や観測情報の振幅レベルに安定性は依存する。そのため、入力地震動に応じて適応的に適切な想定観測ノイズを決めることが好ましい。

(4) 想定する観測ノイズレベルと検出率

観測ノイズのレベルを 30gal から約 1000gal の範囲で 10 ケース程度想定し、検出率の算定を行った。サンプル数は 300, 1000, 3000 の 3 種類について検討を行った。剛性、減衰比、両方に関する検出率を図-8 に示す。全体的にサンプル数に応じて検出率が高くなり、サンプルサイズ 3000 では剛性の検出率は 90% を上回るケースもみられる。高い検出率と

(5) 適応型の観測ノイズ

図-8 に示したように最適な想定観測ノイズレベルは実際の観測ノイズと一致せず、サンプルサイズや入力の振幅レベルに依存する。そのため、適応的に、すなわち自動的に想定する観測ノイズレベルを決めることが好ましい。本研究では自動的に決める方法として適応ガウスノイズとランキングノイズの 2 種類を考えた。適応ガウスノイズではサンプルの



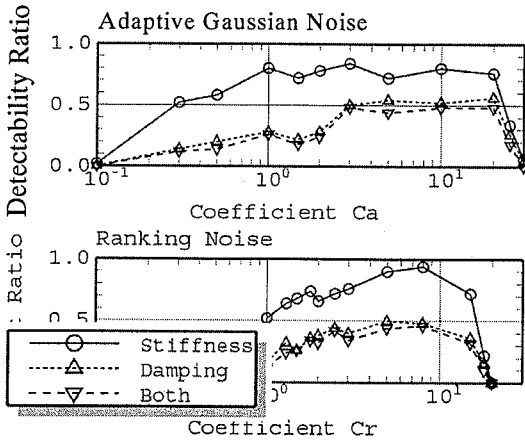


図-9 適応型観測ノイズレベルのパラメタと検出率の関係

ばらつきから想定する観測ノイズレベルを決める。各サンプルの状態ベクトルには全自由度の応答値の情報が含まれているため、各時刻ごとにサンプル個数分の応答値が得られていることになる。そこで、各観測点におけるサンプル応答値の標準偏差  $\sigma_{\text{sample}}$  を求め、それに係数  $C_a$  を乗じて想定観測ノイズの標準偏差  $\sigma_{\text{obs}}$  を定める。

$$\sigma_{\text{obs}} = C_a \sigma_{\text{sample}} \quad (21)$$

一方、ランキングノイズは観測情報との適合度の順位から尤度を定める。まず、観測ノイズがガウス分布に従うと仮定して仮の標準偏差を用いて仮の尤度を計算する。尤度は観測情報との適合度を定量化していると解釈でき、この適合度(尤度)が大きい順に各サンプルの順位  $n_r$  を決め、それに基づき次式でリサンプリングのための尤度  $q^{(j)}$  を定義する。

$$q^{(j)} = (C_r \times n_s - n_r) / n_s \quad (22)$$

ここで、 $n_s$  はサンプルサイズ、 $C_r$  はランキングノイズのための係数である。なお、仮の標準偏差の大きさは順位に関係しないため任意でよい。

図-9 に係数  $C_a$ 、 $C_r$  と検出率の関係を示す。サンプルサイズは 1000 とした。上記 2 種類の適応ノイズによる検出率には大差はなく、図-8 に示した固定の観測ノイズの場合(サンプルサイズ 1000)の最適な検出率とほぼ同程度となった。前述のように採択されずに棄却されるサンプルの比率(以下、棄却率、図中では discard ratio と記す)が高くなると検出率が悪くなると考えられる。図-10 に固定の観測ノイズレ

表-1 ケース番号と想定観測ノイズ(図-10)に対応

想定観測ノイズ	ケース		
	1	2	3
固定(Fixed noise)	30	100	700
適応ガウス $C_a$ (adaptive)	0.1	1.0	3.0
ランキング $C_r$ (ranking)	1.0	1.5	3.0

固定の場合はガウス分布の標準偏差 (gal)

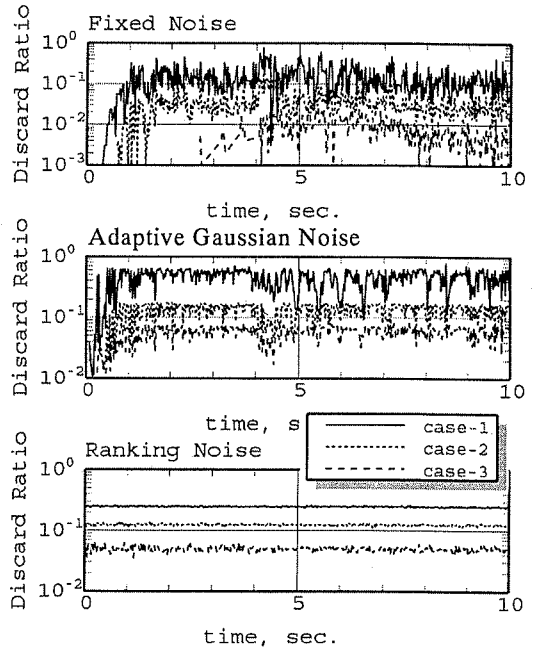


図-10 採択されなかったサンプルの比率 (discard ratio)

ベル、適応型観測ノイズレベルの場合の棄却率を示す。ケース番号とその場合の標準偏差あるいは係数を表-1 に示す。固定の観測ノイズレベルの場合は図からも尤度の式からも明らかのように入力地震動の振幅レベルに依存して棄却率が変化している。そのため地震動ごとに最適なレベルを検討する必要が生じる。それに対して適応型のノイズを用いる場合は振幅レベルによらず比較的安定した棄却率となっており、入力地震動の振幅レベルによらず安定した検出率が得られることが期待できる。

一例として、係数  $C_a=1.0$ 、 $C_r=1.5$  の場合についてサンプルサイズと検出率の関係を調べた結果を図-11 に示す。多少適応ガウスノイズの方が検出率が高いが、両者に大きな差はない。サンプルサイズとともに検

出率が高くなっており、適応ガウスではサンプルサイズ 10000 の場合 90%程度の高い検出率となっている。一方、減衰比はサンプルサイズ 10000 でも 50%を多少上回った程度であった。

### 5. 観測点、損傷点の位置と同定安定性

以上の検討では観測点をノード4、損傷箇所を要素2と固定していた。これらの観測点、損傷要素を変えた場合の検出率についても検討を行った。観測点はノード1, 2, 3, 4, 5のうちの1点とした場合に加え、観測点をノード1, 4の2点とした場合も考慮し、計6ケースを設定した。損傷点は要素1から5の5ケースを考え、観測点6ケースとの全ての組み合わせ30ケースについて検出率を算定した。その結果を図-12に示す。サンプル数は1000、想定観測ノイズは適応ガウス型  $C_0=1.0$ とした。

まず、剛性の検出率に注目して特徴を述べる。損傷要素が3の場合は全体的に検出率が低く、観測点数が1点の場合は一番良好な観測点4の場合でも50%をやや下回っている。損傷要素が2, 4, 5の場合は傾向が比較的類似しており、観測点が1の時だけ検出率がやや低く、その他の場合には70%前後で大差はない。損傷要素が1の場合は他と傾向が異なり、観測点1の時が検出率が高く、2, 3, 4では低い。観測点数を2点とすると当然のことながら1点の場合よりも検出率は高くなるが、最適な1点を選んだ場合と大差はない。

減衰比については全体的に検出率が低くなるものの、全体的傾向は剛性の場合とあまり変わらない。両方同時に判定した場合には減衰比の検出率よりも多少低くなるがほとんど差はなく、減衰が正しく推定できている場合には剛性も推定できていることがわかる。

### 6. 結論

本論文ではMCFを用いた損傷同定について、検出率を定義して手法の安定性を定量的に評価し、精度を向上させるための工夫について論じた。主な結論は以下のようにまとめることができる。

- 1) ディラックの $\delta$ 関数を用いてMCFのアルゴリズムの誘導、解釈を行った。
- 2) 損傷に関する特徴、空間方向の集中、剛性と減衰比の関係、時間方向の相関性を考慮した

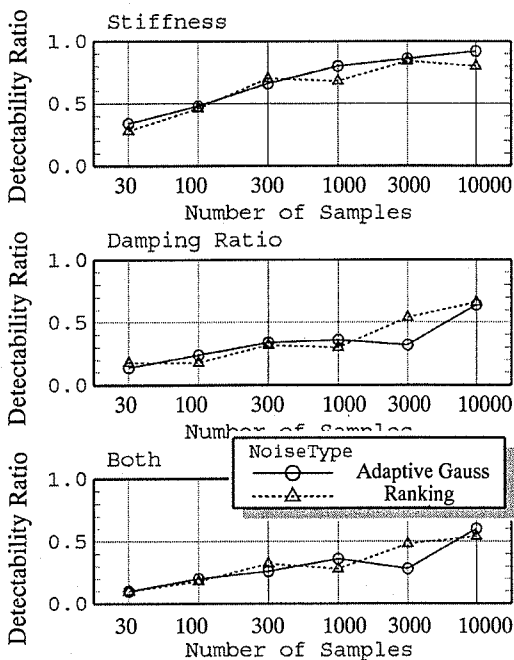


図-11 サンプルサイズと検出率

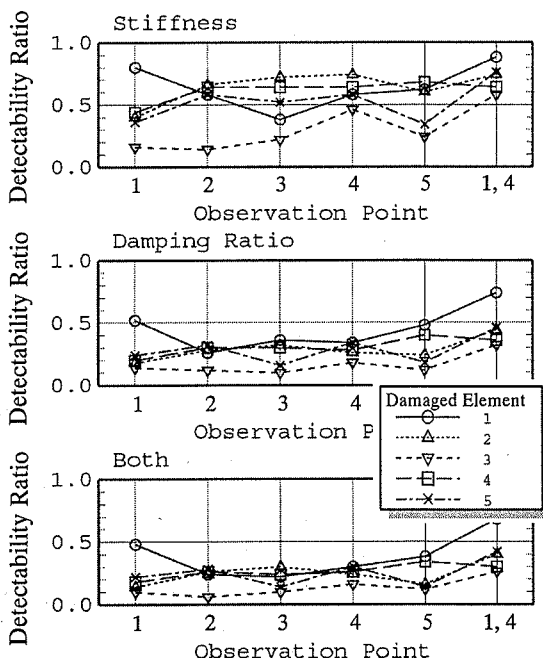


図-12 損傷位置、観測点と検出率の関係

プロセスノイズを提案した。

- 3) 検出率を導入して、最適な想定観測ノイズレベルの検討を行い、観測ノイズレベルを適切に変化させるアルゴリズムの提案を行った。

- 4) サンプル数, 観測位置や損傷位置と MCF による損傷同定の安定性の関係について, 検出率を基に定量的に示した.

実問題に適用する時には真値がわからないので検出率は定義できないが, 乱数の種を替えて何回かの計算を行い推定された物性値の安定性を確認する必要がある. 安定して同じ値が得られる場合には, 健全あるいは損傷と判じることができるが, 不安定な場合は損傷箇所や損傷程度の同定は困難である. しかし, その場合でもなにか不安定になる変化が生じていると判断することができる. こうした安定性の問題は, 本論文で示したように観測情報の量や質(位置), サンプルサイズなどに依存するためあらかじめ数値シミュレーションにより確認しておくことが好ましい.

カルマンフィルタなど, 独立ノイズを用いる方法では観測情報がある程度多い場合にしか適切に損傷を同定はできないが, MCF では損傷現象の特徴をプロセスノイズに反映することにより, 少ない観測情報から同定できる可能性が広がる. このようにノイズのガウス性を仮定することなく自由に知見を取りこめる点が MCF の大きな利点となっている. 今後は具体的な問題を対象に, 対象とする問題固有の条件を取りこんだ研究を進めていきたい.

Extended Kalman Filter, Journal of Engineering Mechanics, ASCE, Vol.110, No.12, 1984

- 3) 星谷勝, 斉藤悦郎: 建設技術者のためのデータ解析と応用, 鹿島出版会, 1991
- 4) W. メンケ (訳 柳谷俊, 塚田和彦): 離散インバース理論, 古今書店, 1997
- 5) 吉田郁政, 佐藤忠信: モンテカルロフィルタを用いた排他的非ガウスプロセスノイズによる損傷同定, 構造工学論文集, pp.429-436, 2002
- 6) 北川源四郎: モンテカルロ・フィルタおよび平滑化について, 統計数理, 第44巻第1号, pp.31-48, 1996
- 7) Kitagawa, G.: Monte Carlo Filter and Smoother for Non-Gaussian State Space Models, Journal of Computational and Graphical Statistics, Vol.5, No.1, pp.1-25, 1996
- 8) 佐藤忠信, 梶 啓介: モンテカルロフィルタを用いた構造同定, 土木学会論文集, No.675/I-55, pp.161-170, 2001
- 9) Yoshida, I.: Damage Detection Using Monte Carlo Filter Based on Non-Gaussian Noises, 8th International Conference on Structural Safety and Reliability, 2001
- 10) Koh, C.G. and See, L.M.: Identification and Uncertainty Estimation of Structural Parameters, J. Engrg. Mech., ASCE, Vol.120, No.6, pp.1219-1236, 1994
- 11) 吉田郁政, 豊田耕一, 星谷勝: 時間更新を考慮した逆解析と観測点配置の評価指数, 土木学会論文集, No.543/I-36, pp.271-280, 1996
- 12) 佐藤忠信, 竹井健二: 適応型カルマンフィルタの構築とその応用, 土木学会論文集, No.584/I-42, pp.163-173, 1998

#### 参考文献

- 1) Yun, C.-B. and Shinozuka, M.: Identification of Nonlinear Structural Dynamic Systems, ASCE, J. Struct. Mech., Vol.8, No.2, pp.187-203, 1980
- 2) Hoshiya, M. and Saito, E.: Structural Identification By

(2003. 6. 9 受付)

## DAMAGE DETECTION BY ADAPTIVE MONTE CARLO FILTER

Ikumasa YOSHIDA and Tadanobu SATO

A basic study is conducted on damage detection of a dynamic system using Monte Carlo filter(MCF) algorithm incorporated with Non-Gaussian process noise and knowledge based selection of process noise to detect structural damage. Because the MCF is a random sampling technique, the identified results are strongly affected by sampling realizations. In this paper we investigate the accuracy and stability of identifying process using the detectability ratio, which is defined as a ratio between the total and good results of identification. Because the optimal observation noise is related to the amplitude of input earthquake motion, we propose an algorithm which can control observation noise adaptively to the observation error level. Numerical examples reveal the effect of number of samples, observation locations, and damaged points on the stability and accuracy of identified results.