

地震時における橋桁の衝突現象の モデル化と実験的検証

阿部雅人¹・藤野陽三²・吉田純司³・朱平⁴・柳野和也⁵

¹正会員 Ph.D. 東京大学助教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷 7-3-1)

E-mail: masato@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

²フェロー会員 Ph.D. 東京大学教授 工学系研究科社会基盤工学専攻 (同上)

E-mail: fujino@bridge.t.u-tokyo.ac.jp

³正会員 博士(工) 山梨大学講師 工学部土木環境工学科 (〒400-8511 山梨県甲府市武田 4-3-11)

E-mail: jyoshida@ccn.yamanashi.ac.jp

⁴正会員 Ph.D. 科学技術振興事業団 研究員 社会技術研究システム推進室

(〒105-6218 東京都港区愛宕 2-5-1)

E-mail: zhu@popsvr.tokai.jaeri.go.jp

⁵正会員 修士(工) 日本道路公団 中部支社豊田工事事務所 (〒471-0831 愛知県豊田市司町 4-16)

1995年兵庫県南部地震において、桁間の3次元な衝突現象が原因と考えられる落橋の被害が報告されている。本研究では、桁間で生じる2次元および3次元の衝突現象を精緻に再現するモデルの構築を目的とする。まず、振動台を用いた模型実験を行い、桁と橋台あるいは桁間の衝突現象を明らかにした。次いで、既往の2次元剛体転倒モデルを拡張して桁の衝突に適用し、その有効性を示した。最後に、接触解析手法と衝突バネを融合して有限要素法による構造解析のための3次元衝突モデルを提案し、実験結果と比較してモデルの妥当性を示した。

Key Words: *elevated bridges, multi-dimensional pounding, finite element method, rigid body model, contact-friction model, image processing, shaking table experiment*

1. はじめに

1995年1月17日に発生した兵庫県南部地震は、高架橋に様々な形態の被害が生じうることを示したが、その中の1つとして支承や落橋防止装置の破壊を挙げることができる¹⁾。支承が破壊に至ると、桁に残留変位が生じたり、隣接桁あるいは橋台との衝突により次々に慣性力が伝達されていく「玉突き状態」が生じる可能性がある。阪神高速道路3号神戸線の落橋した高架橋は、このようなメカニズムで被災した典型的な例である。落橋防止装置では、装置を固定するウェブ周辺が装置の形状に損傷して破壊に至った事例がみられた(図-1)。このことは、固定部が橋軸直角方向の力を受けたことを示している。このような状況を考えると、桁間の衝突現象は、橋軸方向に加え橋軸直角方向や鉛直方向の影響を含む多次元な挙動として捉える必要がある。

また、兵庫県南部地震を契機に構造物の耐震性能向上を目的として積層ゴム支承に代表される免震デバイスが広く採用されるようになりつつある。こ

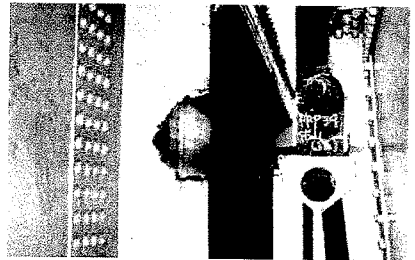


図-1 兵庫県南部地震での落橋防止装置の損傷

れらのデバイスの導入によって、橋脚天端に対する桁の相対変位が増加するため、桁間衝突によって、桁そのもの以外に支承や橋脚にも予期しない損傷を生じる可能性がある。さらに、震災後、PC鋼棒を用いた落橋防止装置や衝撃緩衝材など、新たな耐震装置の開発が行われている²⁾。将来の性能設計の移行を考慮すると、これらの耐震装置の要求性能を決定するためには、3次元な桁間衝突を再現できる精緻な力学モデルが必要となる。

古典力学においては、衝突の対象を質点あるいは剛体とみなし、運動量保存則と反発係数を用いて衝

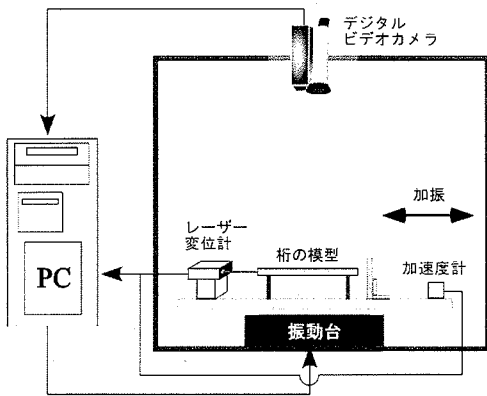


図-2 桁の衝突実験に用いた装置の概要

突の前後での速度を得る手法が提案されている³⁾。この手法は、物理的な意味が明確で、簡便にかつ比較的精度良く現象を再現できるという利点を有する。しかし、有限要素法を用いた一般的な構造解析モデルに導入することは困難である。

橋桁やビルの衝突では、衝突の対象間に衝突パネを挿入する手法が提案されている^{4)~11)}。衝突時のエネルギー損失を表現するため、ダッシュポットを併せて挿入することもある。このモデルは、物理的な意味が明確であり有限要素法による構造解析にも導入可能であるものの、現象を点同士の衝突として扱っていることから、2次元あるいは3次元の衝突現象を再現することができない。

車の衝突解析や塑性加工などの分野では、Lagrangeの未定乗数法を導入した有限要素法により、任意の接触現象をモデル化する手法が提案されている^{12), 13)}。この手法では、静的・動的を問わず、広範な接触現象をモデル化することが可能である。また、接触時に生じる材料の非線形性も併せて考慮することができる。しかしモデル化が極度に複雑であり、さらに解析の手続きおよび計算時間が膨大なものとなる。このことから、桁間の衝突現象を再現する手法として実用的ではないものと思われる。

本研究では桁間の多次元的な衝突現象を精緻に再現できる実用的な力学モデルの構築を目的とする。

具体的には、墓石などの2次元的な転倒現象を解析するために開発された既往の剛体転倒モデル¹⁴⁾を橋桁-橋台間の2次元的な衝突現象に拡張、適用する。このモデルは、剛体(質点)とパネを用いた構造解析モデルに導入することが可能である。剛体の転倒を含め、地震時の衝突問題は実験計測が難しいこともあって、過去の実験例が少なく、理論の検証も不十分であった。そこで本研究では、画像処理を応用した計測を導入した衝突実験を実施し、実験結果と比較することでモデルの妥当性を検討する。

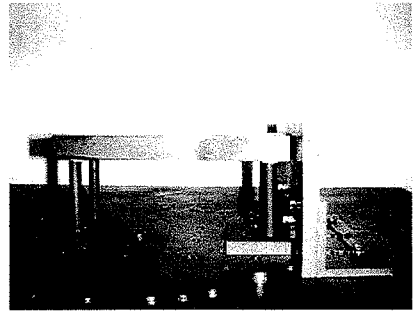


図-3 桁と橋台の衝突実験に用いた模型

さらに、点-平面間の接触解析手法と衝突パネの概念を融合して3次元衝突モデルを提案し、衝突実験結果と比較することでモデルを検証する。ここで提案するモデルは、3次元の衝突現象を精度よく再現可能な汎用的かつ実用的なモデルであり、また、有限要素法などのより一般的な構造解析モデルに導入することが可能である。

2. 画像計測を用いた橋桁の衝突実験

2元的な衝突現象について、定性的な知見を得、また後述する多次元衝突モデルを検証するためのデータを得ることを目的として、振動台を用いた桁と橋台、桁間の衝突実験を行った。ここでは、まず、本実験の具体的な内容について説明し、次いで2次元的な衝突現象について得られた知見を述べる。

(1) 実験装置の概要

本研究では、桁の衝突現象を定量的に把握するために、図-2に示すような実験装置を構築した。桁の模型は、図-3に示すように鋼板を4つの天然ゴムの脚で支えた構造であり、振動台に設置されている。この模型が振動台により加振され、橋台を想定した剛な壁に接触することで衝突が発生する。

本装置では、模型の変位応答をデジタルビデオカメラにより画像計測しており、記録した画像は実験後、まとめてDVキャプチャーボードを通してコンピュータに取り込んでいる。表-1に利用したデジタルビデオカメラの性能諸元を示す。また、画像計測の精度を検証することを目的として、桁の応答をレーザー変位計により、振動台の加速度を加速度計に計測している。これらの計測は、振動台への波形出力と併せてコンピュータから行っている。

表-1 利用したデジタルビデオカメラの諸元

デバイス名称	NV-DJ100 (Panasonic)
時間分解性能	30 [frame/sec]
空間解像度	720×465 [pixel]
撮影形式	CCD 固体撮影素子×3(RGB)
画像出力形式	Progressive
デジタル化	24bit カラーRGB.ビットマップ

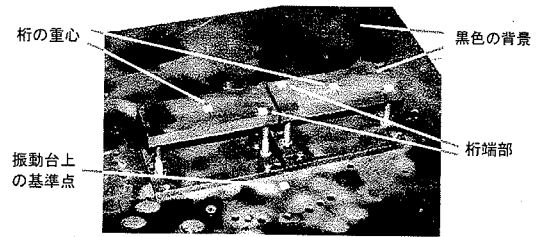


図-4 桁間での衝突実験において画像計測のために設定した標点 (白い点は標点)

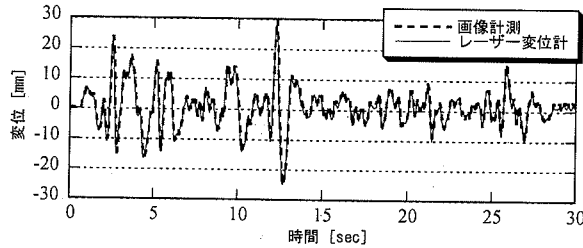


図-5 エルセントロ EW 成分を振動台に入力した場合における模型の変位応答の比較

表-2 桁の衝突実験の実験ケース

衝突の対象	直橋と橋台	斜橋(2種類)と橋台	直橋同士
加振角 [度]	0, 22.5, 45, 67.5	0, ±15, ±30, ±45, ±60	22.5
加振波(加速度)のタイプ	2.4 [Hz]の正弦波 エルセントロ地震波	2.6[Hz]の正弦波 エルセントロ地震波	2.4[Hz]の正弦波
正弦波の振幅 / G*	0.23, 0.4	0.23, 0.4	0.23, 0.4

* G は重力加速度を表す。

表-3 実験に使用した桁模型の構造諸元

模型	直橋①	斜橋①	斜橋②	直橋②
衝突の対象	直橋①と橋台	斜橋①と橋台	斜橋②と橋台	直橋①と直橋②
斜角 β [度]	----	60	45	----
桁の質量 [kg]	2.0			
桁の平面寸法 $a_0 \times b_0$ [mm]	190×70			
桁厚 [mm]	20			
固有振動数 f_x [Hz]	2.4	2.6	2.6	3.8
減衰比 h_x [%]	29	28	28	25
静止摩擦係数 $\mu_s, \bar{\mu}_s$	0.20			
動摩擦係数 $\mu_k, \bar{\mu}_k$	0.15			

(2) 画像計測

a) 計測手法

桁模型は、図-2に示すビデオカメラの位置から見た場合、2次元的な剛体運動を行う。ここでは、図-4に示すように桁の重心位置、端点および振動台上に白色の標点を設け、この標点に2値化処理することで標点の重心を算出して¹⁵⁾、それらの相対位置関係により桁の応答を算出した。ただし、ここで用いたデジタルビデオカメラは、24bitのRGBカラー画像を出力している。そこで標点を抽出する処理では、事前に8bitのグレースケールに変換¹⁶⁾した画像を用いている。

b) 計測精度の検証

画像計測における精度を検証するために、a)で説明した装置により模型を加振し、変位応答を計測した。振動台には、1940年Imperial Valley地震時にエルセントロで得られた地震波のEW成分をスケールリングして入力した。図-5に桁の変位応答の、画像計測結果とレーザー変位計による計測結果との比較を示す。図-5を見ると両デバイスによる計測結果は、応答の細部までよく一致しており、本実験において画像計測により得られる結果は十分な精度を有していることがわかる。

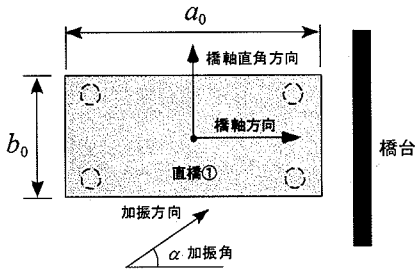


図-6 直橋と橋台の衝突実験

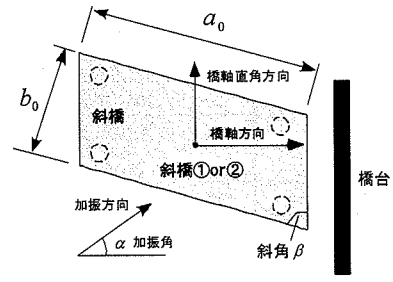


図-7 斜橋と橋台の衝突実験

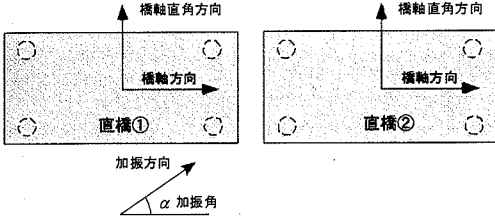


図-8 桁間での衝突実験

(3) 桁の衝突実験

a) 衝突実験の方法

橋桁で発生する様々な衝突現象の定量的なデータを得るために、表-2に示すようなケースの衝突実験を行った。ここに「直橋と橋台の衝突」、「斜橋と橋台の衝突」および「桁間での衝突」とは、それぞれ図-6、図-7および図-8のような実験ケースを示している。本実験は、1軸の振動台を用いているが図-6~8に示す加振角を変化させることで、モデルは2次元の衝突を生じることになる。なお、いずれのケースにおいても、桁モデルは同一の円形断面を有する脚4つに支持されている。

b) モデルの固有振動数と減衰比の同定

複数個のVoigtモデルに支持された剛体が、水平2方向の地震加速度 (\ddot{x}_0, \ddot{y}_0) を受ける場合の2次元の運動は、次式ようになる¹⁷⁾。

$$m\ddot{x} + c_x \cdot \dot{x} + c_y \cdot \dot{\theta} + k_x \cdot x + k_y \cdot \varepsilon_y \cdot \theta = -m\ddot{X} \quad (1a)$$

$$m\ddot{y} + c_y \cdot \dot{y} - c_x \cdot \dot{\varepsilon}_x \cdot \dot{\theta} + k_y \cdot y - k_x \cdot \varepsilon_x \cdot \theta = -m\ddot{Y} \quad (1b)$$

$$I\ddot{\theta} + c_x \cdot \varepsilon_y \cdot \dot{y} - c_y \cdot \varepsilon_x \cdot \dot{x} + c_\theta \cdot \dot{\theta} + k_x \cdot \varepsilon_y \cdot x - k_y \cdot \varepsilon_x \cdot y + k_\theta \cdot \theta = 0 \quad (1c)$$

ここに、

$$k_x = \sum_i k_x, \quad k_y = \sum_i k_y, \quad (2a)$$

$$c_x = \sum_i c_x, \quad c_y = \sum_i c_y, \quad (2b)$$

$$k_\theta = \sum_i k_x \cdot l_x^2 + \sum_i k_y \cdot l_y^2 \quad (2c)$$

$$c_\theta = \sum_i c_x \cdot l_x^2 + \sum_i c_y \cdot l_y^2 \quad (2d)$$

$$\varepsilon_x = \frac{\sum_i k_y \cdot l_x}{k_y}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sum_i k_x \cdot l_y}{k_x} \quad (2e)$$

であり、 (x, y) :重心の位置、 θ :重心回りの回転角、 m :

剛体の質量、 I :剛体の回転慣性、 (k_x, k_y) :各パネのx方向およびy方向における剛性、 (c_x, c_y) :各ダッシュポットのx方向およびy方向における減衰係数、 (l_x, l_y) :Voigtモデルが作用する点の重心に対する相対位置、である。上式を整理すると次式が得られる。

$$\begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 2h_x \omega_x & 0 & 2h_x \omega_x \bar{\varepsilon}_y \\ 0 & 2h_y \omega_y & -2h_y \omega_y \bar{\varepsilon}_x \\ 2h_x \omega_x \bar{\varepsilon}_y & -2h_y \omega_y \bar{\varepsilon}_x & 2h_\theta \omega_\theta \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} \omega_x^2 & 0 & \omega_x^2 \bar{\varepsilon}_y \\ 0 & \omega_y^2 & -\omega_y^2 \bar{\varepsilon}_x \\ \omega_x^2 \bar{\varepsilon}_y & -\omega_y^2 \bar{\varepsilon}_x & \omega_\theta^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \ddot{X} \\ \ddot{Y} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし、

$$z = i\theta \quad (4a)$$

$$(\omega_x^2, \omega_y^2, \omega_\theta^2) = (k_x/m, k_y/m, k_\theta/I) \quad (4b)$$

$$(h_x, h_y, h_\theta) = \left(\frac{c_x}{2m\omega_x}, \frac{c_y}{2m\omega_y}, \frac{c_\theta}{2I\omega_\theta} \right) \quad (4c)$$

$$(\bar{\varepsilon}_x, \bar{\varepsilon}_y) = (\varepsilon_x/i, \varepsilon_y/i) \quad (4d)$$

$$i = \sqrt{I/m} \quad (4e)$$

である。

式(3)より、実験で利用している桁モデルの振動特性を記述するためには、 $(\omega_x, \omega_y, \omega_\theta)$ および (h_x, h_y, h_θ) を定める必要がある。ここで本実験に利用しているモデルは、

$${}_i k_x = {}_j k_x = {}_i k_y = {}_j k_y, \quad (5a)$$

$${}_i c_x = {}_j c_x = {}_i c_y = {}_j c_y, \quad (5b)$$

満足する。ただし、 $i, j = 1, 2, 3, 4$ である。また、 m 、 I および (l_x, l_y) はモデルの材質、形状等から決定できる。従って式(2)、式(4)および式(5)を参照すると、 ω_x および h_x を同定すれば、モデルに含まれるすべてのパラメータを得ることができる。そこで、 ω_x および h_x を同定するために、まず振動台に1.0~8.0 [Hz]の振動数の正弦波を模型(橋軸方向)に入力する sweep 試験を行い、共振点の位置より ω_x を決定する。次いで ω_x を円振動数とする正弦波を振動台に入力し、実験での変位応答と、式(3)を計算して得られる応答との差の2乗が最小になるように h_x を同定した。各模

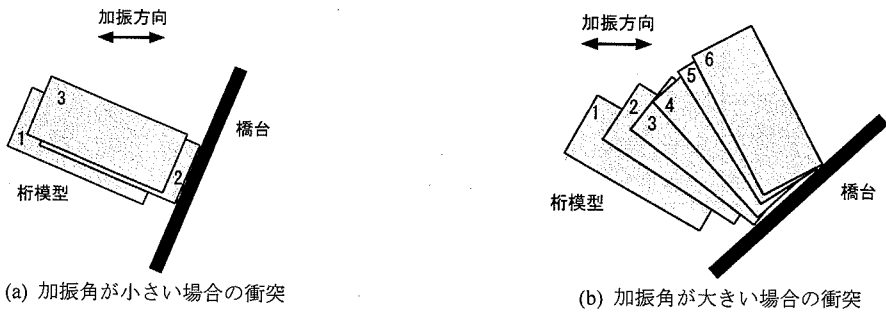
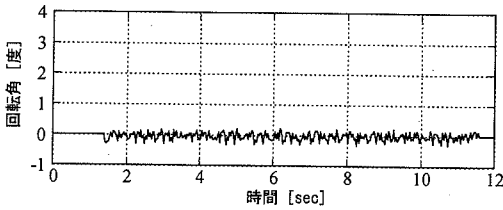
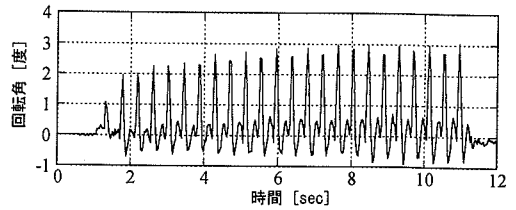


図-9 直橋と橋台の衝突実験における桁の運動



(a) 斜角 60° の模型による回転応答



(b) 斜角 45° の模型による回転応答

図-10 正弦波加振下での斜橋と橋台の衝突 (加振角 0°) における回転変位

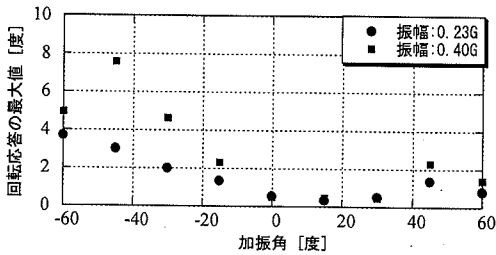


図-11 斜橋(斜角 60°)と橋台の衝突実験における加振角と回転応答の最大値との関係

型について得られた $f_s \equiv \omega_s / (2\pi)$ および h_s を表-2 に示す。なお、表中において μ_s 、 μ_k は、桁の接触面と橋台間の静止摩擦係数および動摩擦係数を表し、 $\bar{\mu}_s$ 、 $\bar{\mu}_k$ は桁端部の接触点と橋台間の静止摩擦係数および動摩擦係数を表すものとする。これらの摩擦係数は、バネばかりを模型に水平に取り付け、水平方向に作用する力を計測して決定した。

(4) 衝突実験の結果と考察

a) 直橋と橋台の衝突

正弦波での加振による直橋と橋台の正面衝突実験(加振角 0°)において、入力加速度が小さい場合に衝突してそのまま逆方向に変位する現象が生じ、入力加速度が大きい場合には連続的に2回衝突する現象が生じていた。なお、エルセントロ地震波を入力したケースにおいても、衝突のタイプとしてはこの2つのパターンが生じていた。

直橋と橋台の衝突実験において加振角が小さい場

合には、図-9 (a)に示すようにほとんど回転変位を生じないものの、橋軸直角方向には変位を生じる。このことから直橋が桁端部全面で衝突する場合、橋軸方向の力積の作用線は重心を通るので、橋軸直角方向の力積を考慮しないと、回転変位が生じる現象を説明することができない。このことから衝突現象のモデル化では、橋軸直角方向の力積を考慮する必要があるといえる。

一方、図-9 (b)に示すように、加振角度が大きい場合は、はじめに桁端部の1点で衝突し、その後もう一方の端部で衝突を起こす現象が生じた。この現象は、加振角が大きくなることにより桁の回転変位の影響が大きくなったため生じたものと考えられる。

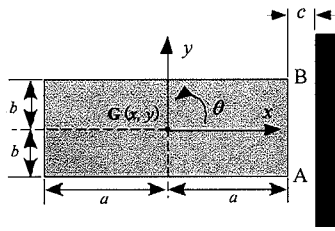
b) 斜橋と橋台の衝突

斜橋では、次式の条件¹⁸⁾を満たす場合に回転を生じる可能性がある。

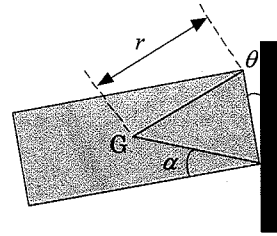
$$\frac{a_0 \sin 2\beta}{2b_0} \geq 1 \quad (6)$$

ここに a_0 は斜橋の長さ、 b_0 は斜橋の幅、 β は斜角である。斜角 60° の模型については、式(6)の左辺は 1.18 となり、斜角 45° の模型については、1.35 となる。どちらも回転条件の式を満たしているため、支承線と橋台が平行に衝突する場合においても、回転を生じる可能性を有している。また、この判定式より、斜角 45° の模型の方が回転を生じやすいことも分かる。

正弦波加振下における斜橋と橋台の正面衝突実験(加振角 0°)において、桁の斜角が 60° と 45° の場合の回転応答を図-10 に示す。回転条件判定式が 1



(a) 対象の寸法と座標系



(b) 回転運動を記述するための値

図-12 モデル化の対象となる構造の座標系および構造諸元の定義

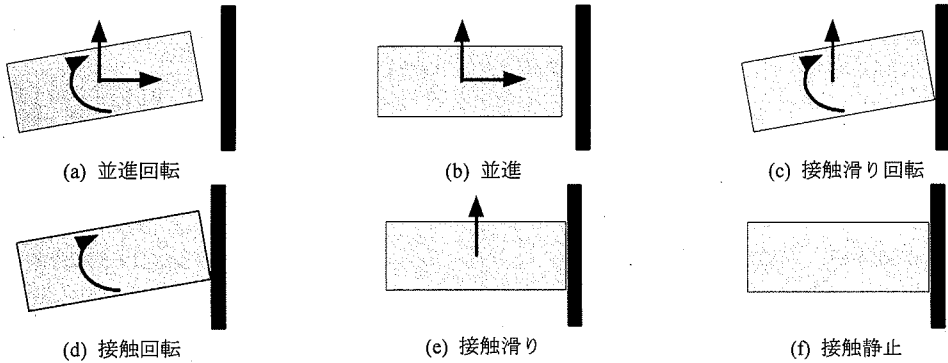


図-13 橋台との接触を含む桁の2次元剛体運動の分類

に近い斜角が 60° の場合は、回転変位は微小であるが、斜角が 45° の場合は、大きな回転変位が生じている。しがって文献 18) で述べるように、斜角が小さいほど斜橋は回転変位を生じ易いことが実験的に確認できた。なお、正面衝突で回転変位が小さい斜角 60° の場合であっても、図-11 に示すように、台を回転させ入力方向の角度を変化させた場合、大きな回転変位が生じていた。これは、橋軸方向に振動した場合より、橋軸直角方向に振動した場合の方が、慣性力と衝突力の幾何学的な関係より、回転変位が生じやすくなるためである。このことから斜橋の回転変位による落橋について考える場合、橋軸直角方向に振動する場合に重点をおいて検討する必要があると言える。

3. 2次元剛体衝突モデル

文献 14) では、墓石などの転倒現象を対象として、重力下における鉛直方向と水平方向の2次元運動を記述する理論を構築している。本研究では、文献 14) の理論に、支承部に相当する剛性と減衰を導入し、また水平2方向に運動するものと考えて、2次元の衝突現象に適用する。さらに、本文2節で述べた実験結果と比較し、モデルの妥当性を検証する。

(1) 接触を含む桁の剛体運動

以下では、図-12 に示す構造を対象として、運動を記述する。ただし、図-12 の構造では、桁に偏心率がないものとする。桁を剛体であると仮定すると、接触がない場合には、並進運動と回転運動をしていると考えられる。ここでは、後述する衝突の理論の展開を容易にするために、橋台と接触していない場合にも、回転を含む場合と含まない場合とに分けて考え、桁の運動を、図-13 に示すように a) 並進回転、b) 並進、c) 接触滑り回転、d) 接触回転、e) 接触滑り、f) 接触静止、の6つの状態に分類する。

a) 並進回転

橋台との接触がない場合には、式(1)において偏心率がない場合 ($\epsilon_x = \epsilon_y = 0$) を考えて以下のようなになる。

$$m\ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x = -m\ddot{X} \quad (7a)$$

$$m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -m\ddot{Y} \quad (7b)$$

$$I\ddot{\theta} + c_\theta \dot{\theta} + k_\theta \theta = 0 \quad (7c)$$

ただし、上式における記号の定義は、式(1)、(2)の場合と同様である。なお、この場合における桁と橋台間における橋軸方向および橋軸直角方向それぞれの単位質量当りの反力 R_x 、 R_y は、

$$R_x = R_y = 0 \quad (8)$$

である。

b) 並進

橋台との接触がなく並進のみが起こる場合の運動

表-4 接触滑り回転からの運動の遷移条件

条 件				衝突後の運動
$\dot{y} = 0$	$\theta = 0$	$\dot{\theta} = 0$	$R_x \geq 0$	接触静止
$\dot{y} \neq 0$				接触滑り
$\dot{y} = 0$	$ \theta < \pi/2$			接触回転
$\dot{y} \neq 0$				接触滑り回転
	$\theta = 0$	$\dot{\theta} = 0$	$R_x < 0$	並進
				$ \theta < \pi/2$

表-5 接触回転からの運動の遷移条件

条 件				衝突後の運動
$\theta = 0$	$\dot{\theta} = 0$	$R_y \geq 0$	$ R_x \leq \bar{\mu}_x R_x$	接触静止
			$ R_x > \bar{\mu}_x R_x$	接触滑り
$ \theta < \pi/2$	$ R_x \leq \bar{\mu}_x R_x$		接触回転	
	$ R_x > \bar{\mu}_x R_x$		接触滑り回転	
$\theta = 0$	$\dot{\theta} = 0$	$R_y < 0$		並進
$ \theta < \pi/2$			回転並進	

表-6 接触滑りからの運動の遷移条件

条 件				衝突後の運動
$\dot{y} = 0$	$a R_y \leq bR_x$	$R_x \geq 0$	$\mu_k \leq b/a$	接触静止
$\dot{y} \neq 0$				接触滑り
$\dot{y} = 0$	$a R_y > bR_x$		$\mu_k > b/a$	接触回転
$\dot{y} \neq 0$				接触滑り回転
		$R_x < 0$		並進

表-7 静止状態からの運動の遷移条件

条 件				衝突後の運動
$ R_x \leq \mu_x R_x$	$a R_y \leq bR_x$	$R_x \geq 0$		接触静止
$ R_x > \mu_x R_x$			$\mu_k < b/a$	接触滑り
$ R_y \leq \mu_y R_x$	$a R_y > bR_x$		$\mu_k > b/a$	接触回転
$ R_y > \mu_y R_x$			$\mu_k = b/a$	接触滑り回転
		$R_x < 0$		並進

方程式は、上述した式(7a,b)のみとなる。

c) 接触滑り回転

桁の端部のどちらか一方が、橋台と点接触しており、桁はその点を中心として回転しながら橋台面に沿って滑っている状態にあるとする。このとき、橋軸直角方向の運動方程式は、以下ようになる。

$$m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -m\ddot{Y} - mS_1 \bar{\mu}_k (-\ddot{X} - \dot{\theta}^2 r \cos \Omega + S_2 \dot{\theta} \sin \Omega) \quad (9)$$

ここに、

$$S_1 = \begin{cases} \text{sgn}(\dot{y}_0) & \dot{y}_0 \neq 0 \\ \text{sgn}(-\ddot{Y}) & \dot{y}_0 = 0 \end{cases} \quad (10a)$$

$$S_2 = \begin{cases} \text{sgn}(\theta) & \theta \neq 0 \\ \text{sgn}(\dot{\theta}) & \theta = 0, \dot{\theta} \neq 0 \\ \text{sgn}(\ddot{Y}) & \theta = \dot{\theta} = 0 \end{cases} \quad (10b)$$

$$\Omega = \alpha - |\theta| \quad (10c)$$

であり、 r は桁の端点から重心までの距離、 $\bar{\mu}_k$ は接触点での橋台間との動摩擦係数を表す。また、 y_0 のように右下に「0」が付いた値は、接触点での y の値を指す。例えば、ここで対象としている剛体の場合には、接触点は図-12(a)の点AあるいはBであり、これらの座標は以下の単一の式でまとめて表すことができる。

$$x_0 = x + r \cos \Omega \quad (11a)$$

$$y_0 = y - \text{sgn}(\theta) r \sin \Omega \quad (11b)$$

なお、接触点の橋軸方向では次式が成立する。

$$\ddot{x}_0 = \ddot{x}_0 = 0, \quad x_0 = a + c \quad (12)$$

ただし a は桁長の半分、 c は桁と橋台の遊間である。

一方、回転方向の運動方程式は、

$$m i^2 \ddot{\theta} + C_\theta \dot{\theta} + K_\theta \theta = -mr(\ddot{Y} - \dot{\theta}^2 r \cos \Omega + S_2 \dot{\theta} \sin \Omega) \times (S_2 \sin \Omega + S_1 \bar{\mu}_k \cos \Omega) \quad (13)$$

のように表され、また、橋軸方向の運動は回転によって支配されるので、

$$\ddot{x} = \dot{\theta}^2 r \cos \Omega - S_2 \dot{\theta} r \sin \Omega \quad (14a)$$

$$\dot{x} = -S_2 \dot{\theta} r \sin \Omega \quad (14b)$$

$$x = a + c - r \cos \Omega \quad (14c)$$

のように記述できる。このとき単位質量当たりの反力は、

$$R_x = \ddot{X} + \ddot{x} \quad (15a)$$

$$R_y = S_1 \bar{\mu}_k R_x \quad (15b)$$

となる。なお、端点の橋軸直角方向の速度は、次の式で表される。

$$\dot{y}_0 = \dot{y} + \dot{\theta} r \cos \Omega \quad (16)$$

d) 接触滑り回転

桁端部のどちらか一点が橋台に接触して、桁はその点を中心として回転している状態にある。したがって、接触点では次の関係が成り立つ。

$$\ddot{x}_0 = \ddot{x}_0 = 0, \quad x_0 = a + c \quad (17a)$$

$$\ddot{y}_0 = \ddot{y}_0 = 0 \quad (17b)$$

回転方向については、接触している桁端部を中心として、

$$m(i^2 + r^2)\ddot{\theta} + C_x \dot{x} r \sin \Omega + C_y \dot{y} r \cos \Omega + C_\theta \dot{\theta} + K_x x r \sin \Omega + K_y y r \cos \Omega + K_\theta \theta = r(S_1 \ddot{X} r \sin \Omega + \ddot{Y} \cos \Omega) \quad (18)$$

が成立し、また橋軸方向および橋軸直角方向の運動は、回転運動に支配され、

$$\ddot{x} = S_1 \dot{\theta}^2 r \cos \Omega - \dot{\theta} r \sin \Omega \quad (19a)$$

$$\dot{x} = -S_1 \dot{\theta} r \sin \Omega \quad (19b)$$

$$x = a + c - r \cos \Omega \quad (19c)$$

$$\dot{y} = -S_1 \dot{\theta}^2 r \sin \Omega - m \ddot{\theta} r \cos \Omega \quad (19d)$$

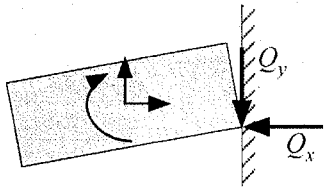
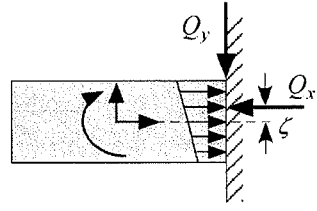
(a) $\theta \neq 0$ の場合(b) $\theta = 0$ の場合

図-14 回転並進状態からの衝突における単位質量当りの力積の概念図

$$\dot{y} = -\dot{\theta} r \cos \Omega \quad (19e)$$

$$y = y_0 + S_1 r \sin \Omega \quad (19f)$$

のようになる。桁と橋台間の単位質量当たりの反力は、次式で与えられる。

$$R_x = \ddot{X} + \ddot{x} \quad (20a)$$

$$R_y = \ddot{Y} + \ddot{y} \quad (20b)$$

e) 接触すべり

橋桁は橋台と接しているものの橋台面を滑るために、物体は摩擦力を受ける状態にある。したがって運動方程式は以下ようになる。

$$m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y = -m\ddot{Y} + S_3 \mu_x m\ddot{X} \quad (21a)$$

$$\ddot{x} = \dot{x} = 0, \quad x = c \quad (21b)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\theta} = \theta = 0 \quad (21c)$$

ただし

$$S_3 = \begin{cases} \text{sgn}(\dot{y}) & \dot{y} \neq 0 \\ \text{sgn}(-\dot{Y}) & \dot{y} = 0 \end{cases} \quad (22)$$

である。また、単位質量当たりの反力は、

$$R_x = \ddot{X} \quad (23a)$$

$$R_y = \ddot{Y} + \ddot{y} \quad (23b)$$

となる。

f) 接触静止

橋桁が橋台と接触していて一体となって動くため、橋桁は橋台に対して静止した状態になっている。したがって、運動方程式と単位質量当たりの反力は以下ようになる。

$$\ddot{x} = \dot{x} = 0, \quad x = c \quad (24a)$$

$$\dot{y} = \dot{y} = 0 \quad (24b)$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\theta} = \theta = 0 \quad (24c)$$

また、

$$R_x = \ddot{X} \quad (25a)$$

$$R_y = \ddot{Y} \quad (25b)$$

である。

以上の6つのパターンのうち、橋台と接している運動であるc)~f)の運動は、衝突に関係なく、運動の状態によって他の状態に移移することが考えられる。その移移条件を表-4~7に示す。

(2) 桁と橋台の衝突モデル

a) 衝突理論の概念

衝突現象は、1) 衝突している瞬間に作用する衝

突力は一般に時間によって変化する、2) 衝突の継続時間は一般的に非常に短い時間であるため、その評価が難しい、3) 物体端部における塑性変形を伴う現象である、のような点から非常に複雑な現象であると言われている。したがって従来から衝突現象を再現するモデルとしては、衝突瞬間の現象はブラックボックスとして、衝突時に作用する力積と衝突直前直後の運動量の変化が等しいことから、衝突後の速度を与えることが考えられている。また、質点の衝突問題において、衝突後の速度は反発係数を用いて与える方法が用いられている。これらは、衝突時における弾性伝播や塑性変形などの影響をすべて反発係数に集約していることを意味する。

ここでは衝突時に接触する剛体の端点において質点の衝突問題と同様の関係が成り立つと仮定し、衝突による力積を算出する。

b) 回転並進状態からの衝突： $\theta \neq 0$ の場合

はじめに最も一般的な現象として、図-14(a)のように回転並進の状態からの衝突のうち、角度があるために一点で衝突する場合について考える。衝突のモデルとしては、桁の移動量が遊間を超えた場合、力積を用いて衝突後の速度を以下の式のように与えるものを考える。

$$\dot{x}' = \dot{x} + Q_x \quad (26a)$$

$$\dot{y}' = \dot{y} + Q_y \quad (26b)$$

$$\dot{\theta}' = \dot{\theta} + \text{sgn}(\theta) \frac{r \sin \Omega}{i^2} Q_x + \frac{r \cos \Omega}{i^2} Q_y \quad (26c)$$

ただし Q_x および Q_y はそれぞれ橋軸方向および橋軸直角方向において、衝突により発生する単位質量当りの力積である。また、 \dot{x}' のように右肩に「'」がついた値は、衝突後の \dot{x} の値であるものとする。

橋軸方向の力積は通常良く用いられるが、橋軸直角方向の影響は無視されることが多い。しかし、実際には衝突時に摩擦力が作用するため、橋軸直角方向の速度も変化する事が考えられる。したがってここでは、橋軸直角方向の力積も考慮した。

一般に質点の衝突の場合には反発係数を用いて衝突後の速度を与えるが、剛体の衝突の場合についても、端点においては質点の衝突と同じ関係が成り立つものとする。橋軸方向、および橋軸直角方向における反発係数をそれぞれ e_x 、 e_y とすると、衝突直

表-8 回転並進からの衝突後の運動の遷移条件

条件				衝突後の運動	
$\theta \neq 0$	$\dot{x}'_0 < 0$			回転並進	
			$\dot{y}'_0 = 0$	接触回転	
			$\dot{y}'_0 \neq 0$	接触滑り回転	
	$\dot{x}'_0 > 0$		$ Q'_y \leq \bar{\mu}_s Q'_x$	接触回転	
			$ Q'_y > \bar{\mu}_s Q'_x$	接触滑り回転	
$\theta = 0$	$\dot{x}'_0 < 0$	$\theta' = 0$		並進	
		$\theta' \neq 0$		回転並進	
	$\dot{x}'_0 = 0$		$\dot{y}'_0 = 0$		接触静止
			$\dot{y}'_0 \neq 0$		接触滑り
	$\dot{x}'_0 > 0$			$ Q'_y \leq \bar{\mu}_s Q'_x$	接触回転
				$ Q'_y > \bar{\mu}_s Q'_x$	接触滑り回転

表-9 並進からの衝突後の運動の遷移条件

条件				衝突後の運動		
$\dot{y}' = 0$		$e_x = 0$		接触静止		
		$e_x \neq 0$		並進		
$\dot{y}' \neq 0$	$e_y = -1$	$e_x = 0$		接触滑り		
		$e_x \neq 0$		並進		
	$e_y \neq -1$	$\dot{x}'_0 < 0$		$\dot{y}'_0 = 0$	回転並進	
				$\dot{y}'_0 \neq 0$	接触回転	
		$\dot{x}'_0 = 0$		$\dot{y}'_0 = 0$		接触滑り回転
				$\dot{y}'_0 \neq 0$		接触滑り回転
$\dot{x}'_0 > 0$			$ Q'_y \leq \bar{\mu}_s Q'_x$	接触回転		
			$ Q'_y > \bar{\mu}_s Q'_x$	接触滑り回転		

表-10 接触滑り回転および接触回転からの衝突後の運動の遷移条件

条件				衝突後の運動
$\dot{x}'_0 < 0$	$\theta' = 0$			並進
	$\theta' \neq 0$			回転並進
$\dot{x}'_0 = 0$		$\dot{y}'_0 = 0$		接触静止
		$\dot{y}'_0 \neq 0$		接触滑り
$\dot{x}'_0 > 0$			$ Q'_y \leq \bar{\mu}_s Q'_x$	接触回転
			$ Q'_y > \bar{\mu}_s Q'_x$	接触滑り回転

後の端点の速度は以下のように与えられる。

$$\dot{x}'_0 = -e_x \cdot \dot{x}_0 \quad (27a)$$

$$\dot{y}'_0 = -e_y \cdot \dot{y}_0 \quad (27b)$$

また、端点の速度と重心の速度の関係は次のように与えられる。

$$\dot{x}_0 = \dot{x} + S_1 \dot{\theta} r \sin \Omega \quad (28a)$$

$$\dot{y}_0 = \dot{y} + \dot{\theta} r \cos \Omega \quad (28b)$$

ここで橋軸方向に作用する力積 Q_x は、橋軸直角方向の力積 Q_y に影響されないもの仮定して式(26), (27)

および(28)より、

$$Q_x = \frac{-(1+e_x) \{ \dot{x} + \text{sgn}(\theta) \dot{\theta} r \sin \Omega \}}{1 + \frac{r^2 \sin^2 \Omega}{i^2}} \quad (29)$$

となる。ここで e_x はよく知られている通常の変復係数で、衝突後の運動エネルギーが増加しないことを考えると以下の範囲内の値である。

$$0 \leq e_x \leq 1 \quad (30)$$

橋軸直角方向の力積 Q_y についても、式(29)と同様にして

$$Q_y = \frac{-(1+e_y) \left(\dot{y} + \dot{\theta} r \cos \Omega + \text{sgn}(\theta) \frac{r^2 \cos \Omega \sin \Omega}{i^2} Q_x \right)}{1 + \frac{r^2 \cos^2 \Omega}{i^2}} \quad (31)$$

となる。上式において e_y は接線方向の変復係数と呼ばれるもので、橋軸方向の変復係数と同様に衝突後の運動エネルギーが増加し得ないことを考えると以下の範囲の値である。

$$-1 \leq e_y \leq 1 \quad (32)$$

式(29)を用いると、衝突後の端点の速度を求めることができる。

$$\dot{x}'_0 = \dot{x}' + \text{sgn}(\theta) \dot{\theta}' r \sin \Omega \quad (33a)$$

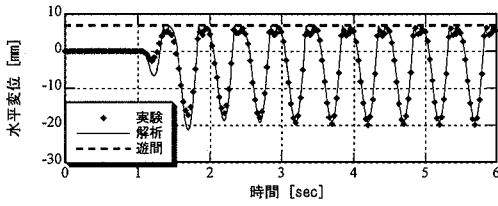


図-15 直橋と橋台の衝突実験において正弦波加振を行った場合の実験結果と解析の比較

$$\dot{y}'_0 = \dot{y}' + \dot{\theta}' r \cos \Omega \quad (33b)$$

ここで $\dot{x}'_0 > 0$ では、並進回転運動に移行し、 $\dot{x}'_0 = 0$ であれば滑り回転に移行する。一方、 $\dot{x}'_0 < 0$ であれば、桁はさらに付加的な力積を受けることになる。付加的な力積を加わる時は、桁端部の一転を中心として回転を始めるので、力積が加わる前後の角運動量をそれぞれ L_θ 、 L'_θ とすると以下のような関係が得られる。

$$L_\theta = i^2 \dot{\theta}' - \text{sgn}(\theta) \dot{x}' r \sin \Omega - \dot{y}' r \cos \Omega \quad (34a)$$

$$L'_\theta = (i^2 + r^2) \dot{\theta}' \quad (34b)$$

角運動量保存則より、 $L_\theta = L'_\theta$ が成り立つので、次式のように $\dot{\theta}''$ を求めることができる。

$$\dot{\theta}'' = \frac{i^2 \dot{\theta}' - \text{sgn}(\theta) \dot{x}' r \sin \Omega - \dot{y}' r \cos \Omega}{i^2 + r^2} \quad (35)$$

ただし $\dot{\theta}''$ のように右肩に「 $''$ 」がついた値は、付加的な力積が作用した場合の θ の値を指すものとする。この $\dot{\theta}''$ を用いると、衝突での力積 Q'_x 、 Q'_y は、橋軸方向について、

$$\dot{x}'' = \dot{x}' + Q'_x \quad (36a)$$

$$\dot{x}'' = -\text{sgn}(\theta) \dot{\theta}'' r \sin \Omega \quad (36b)$$

より、

$$Q'_x = -\dot{x}' - \text{sgn}(\theta) \dot{\theta}'' r \sin \Omega \quad (37)$$

となる。同様に橋軸直角方向についても同様に、

$$\dot{y}'' = \dot{y}' + Q'_y \quad (38a)$$

$$\dot{y}'' = -\dot{\theta}'' r \cos \Omega \quad (38b)$$

であるから、

$$Q'_y = -\dot{y}' - \dot{\theta}'' r \cos \Omega \quad (39)$$

となる。ここで力積 Q'_x 、 Q'_y は、独立ではなく、一般的な摩擦力と垂直抗力の関係が成立するものと考えられる。すなわち、

$$|Q'_y| \leq \bar{\mu}_x Q'_x \quad (40)$$

が成立する場合には、回転の中心となる桁の端点は静止したままであり、桁は回転運動の状態に移る。逆に式(40)が成立しない場合、端点は滑り始め、滑りを伴う回転運動の状態に移る。このとき、付加的な力積 Q'_x 、 Q'_y の間には、

$$|Q'_y| = \bar{\mu}_x Q'_x \quad (41)$$

が成立する。滑りを伴う回転運動では、

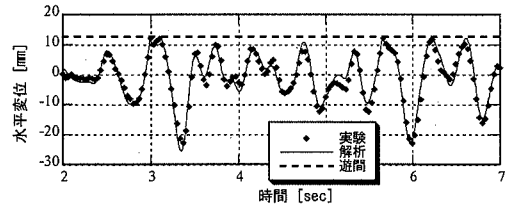


図-16 直橋と橋台の衝突実験においてエルセントロ地震波を入力した場合の実験結果と解析の比較

$$\dot{x}'' = \dot{x}' + Q'_x = -\text{sgn}(\dot{\theta}') \dot{\theta}' r \sin \Omega \quad (42a)$$

$$\dot{y}'' = \dot{y}' + Q'_y = \dot{y}' + \text{sgn}(\dot{y}'_0) \bar{\mu}_x Q'_x \quad (42b)$$

$$i^2 \dot{\theta}'' = i^2 \dot{\theta}' + \text{sgn}(\dot{\theta}') Q'_x r \sin \Omega + Q'_y r \cos \Omega \quad (42c)$$

となるから、これより

$$\dot{\theta}'' = \frac{i^2 \dot{\theta}' - \{\text{sgn}(\dot{y}'_0) \bar{\mu}_x r \cos \Omega + \text{sgn}(\dot{\theta}') r \sin \Omega\} \dot{x}'}{i^2 + \text{sgn}(\dot{y}'_0) \text{sgn}(\dot{\theta}') \bar{\mu}_x r^2 \cos \Omega \sin \Omega + r^2 \sin^2 \Omega} \quad (43)$$

を得る。これを式(42a,b)に代入すると \dot{x}'' 、 \dot{y}'' が得られる。

c) 回転並進状態からの衝突: $\theta = 0$ の場合

衝突時に回転角がない場合 ($\theta = 0$) は、橋軸方向の衝撃が桁と橋台の接触面全面に作用する。このとき完全平面衝突を仮定すると、力積は図-14(b)に示すような分布になると考えられる。ここで、桁端の中心軸から ζ 離れた点にこの分布力積と等価な集中力積が加わると考える。衝撃が速度の大きさに比例すると仮定し、集中力積が作用する位置はその点周りに分布力積に関する角運動量保存則が成り立つと考えると、接触面の中心から橋軸方向の衝撃の作用位置までの距離 ζ は、

$$\zeta = -\frac{b^2 \dot{\theta}}{3\dot{x}} \quad (44)$$

で与えられる。回転角がある場合と異なる点は、力積を受ける点が桁の端点から上述の集中力積の作用位置に移動することでだけである。したがって、b) で得られた方程式において

$$r \cos \Omega \Rightarrow a \quad (45)$$

のように置き換え、式(26c)、(29)および(31)において、

$$\text{sgn}(\theta) r \sin \Omega \Rightarrow -\zeta \quad (46)$$

式(33a)、(34a)、(36b)および(37)において

$$\text{sgn}(\theta) r \sin \Omega \Rightarrow \text{sgn}(\dot{\theta}') b \quad (47)$$

式(42a)、(42c)および(43)において

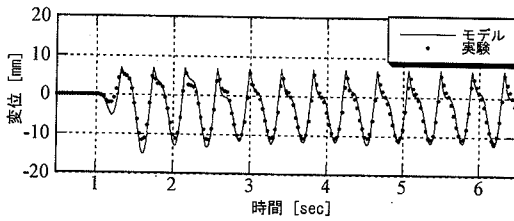
$$r \sin \Omega \Rightarrow b \quad (48)$$

のように置き換えればよい。

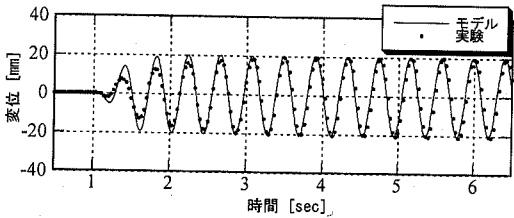
これまで述べてきたように衝突後に他の運動形態に移ることが考えられる。b) および c) で述べた回転並進状態からの運動の遷移条件を表-8 に示す。

d) 並進状態からの衝突

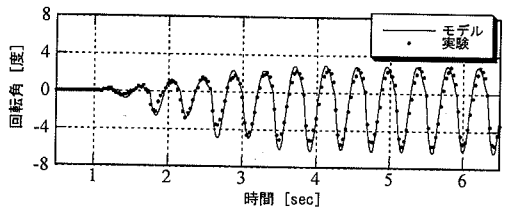
この場合は、基本的に c) で導かれた関係式が適用できる。ただし、次の関係が維持される。



(a) 橋軸方向の応答



(b) 橋軸直角方向の応答



(c) 回転方向の応答

図-17 正弦波加振下における直橋と橋台の衝突実験結果とモデルによる解析結果の比較

$$\theta = 0, \zeta = 0 \quad (49)$$

この状態からの衝突後の運動の遷移条件を表-9に示す。

e) 接触滑り回転状態からの衝突

この場合も基本的に c) で導かれた関係式が適用できる。ただし、次の関係が維持される。

$$\dot{x} = b|\dot{\theta}| \quad (50)$$

この状態からの衝突後の運動の遷移条件を表-10に示す。

f) 接触回転状態からの衝突

この場合についても c) で導かれた関係式が適用できる。ただし、次の関係が維持される。

$$\dot{x} = b|\dot{\theta}| \quad (51a)$$

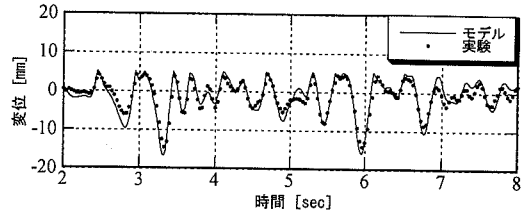
$$\dot{y} = -a\dot{\theta} \quad (51b)$$

なお、この状態からの衝突後の運動形態の遷移条件は、接触滑り回転状態からの衝突後の遷移条件と同じである。

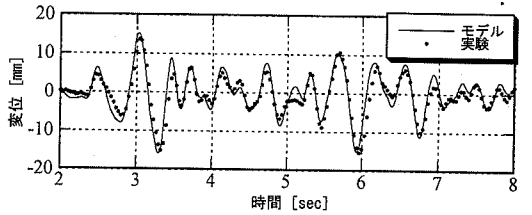
(3) 剛体衝突モデルの妥当性の検証

a) 1次元の衝突

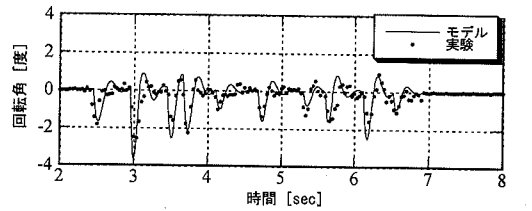
本文2節で述べた正弦波入力による直橋と橋台の衝突実験(加振角 0°)について、上述したモデルによって解析した結果と実験結果の比較を図-15に示す。ただし橋軸方向の反発係数 e_x は、正弦波入力



(a) 橋軸方向の応答



(b) 橋軸直角方向の応答



(c) 回転方向の応答

図-18 エルセントロ地震波で加振した場合の直橋と橋台の衝突実験結果とモデルによる解析結果の比較

を行った全実験結果に最も一致する値($e_x = 0.4$)を採用している。実験結果では、橋台との接触で2次元的な連続衝突が発生しているがモデルにより精度良く再現できることがわかる。

図-16にエルセントロ地震の加速度波形のEW成分を入力して実験を行った結果と解析結果の比較を示す。ここでも反発係数は、 $e_x = 0.4$ としている。

同じ地震波による振動のなかで、連続衝突が起きている場合と起きていない場合の見られるが、どちらも精度良く再現されていることがわかる。

以上より、1次元の桁と橋台の衝突は、上述したモデルにより精度よく再現できるといえる。

b) 2次元の衝突

2次元の衝突現象のシミュレーションを上述したモデルにより行うためには、橋軸直角方向の反発係数 e_y が必要となる。しかし、実験で得られた橋軸直角方向の速度応答では不連続な点は見られず、模型に作用する橋軸直角方向の力積は微小であるものと考えられる。このことより、橋軸方向の場合と同様にして実験結果から e_y を同定することは困難である。一方で、前述したように、橋軸直角方向の力積の影響を考慮しなければ、回転変位が生じる現象を説明することができない。従って本研究では、橋軸直角方向の反発係数が-1のときに橋軸直角方向の

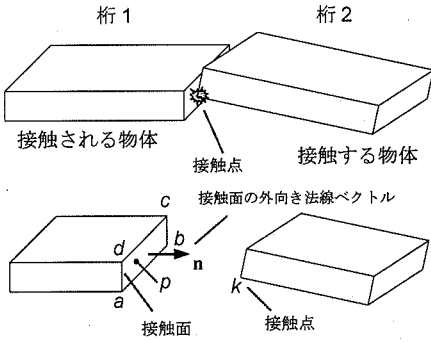


図-19 3次元接触モデルの概念図

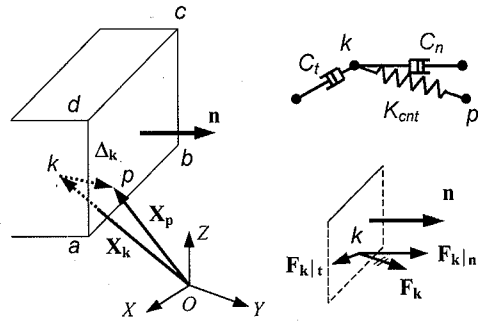


図-20 平面abcdと節点kが接触する際に作用する接触力のモデル化

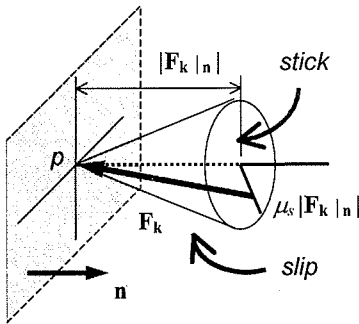


図-21 接触時に作用する摩擦力を用いた Slip 状態および Stick 状態の判定基準

力積がゼロとなることを考えて、橋軸直角方向の反発係数を $e_y = -0.9$ と定めることとする。

2次元的な衝突現象として、加振角が 45° での直橋と橋台の衝突実験の解析を行った。その結果を図-17に示す。図-17より接触滑り回転の状態を含め、モデルにより実験結果が精度よく再現されていることがわかる。さらに、エルセントロ地震波により加振した場合の直橋と橋台の衝突実験についても解析を行った。その結果を図-18に示す。図をみると正弦波入力と比較して回転角が小さく接触すべり回転のような状態は生じていないが、モデルによる解析結果と実験結果がよく一致していることがわかる。

以上より、本モデルにより桁と橋台間の橋軸方向ならびに橋軸直角方向における2次元的な衝突現象を精緻に再現できることがわかる。

4. 接触解析を用いた3次元衝突モデルの構築

本文3節で構築した2次元剛体衝突モデルは、2次元的な衝突現象を精緻に再現できる利点を有し、橋梁を剛体あるいは質点系モデルによりモデル化する場合に有用である。しかし、有限要素法を用いた

精緻な構造解析を行う場合に、このモデルを適用することは困難である。また、桁同士の衝突を再現するためには、更なる複雑な定式化が必要となる。

そこで、ここでは、任意の桁間衝突現象を簡易にかつ精度よく再現でき、有限要素法による構造解析に導入可能な3次元衝突モデルを提案する。モデルの詳細を以下で説明する。

(1) 3次元衝突モデル

a) モデルの基本概念

本モデルでは、任意の2つの桁が3次元的に衝突する現象を対象とする。図-19に、ここで提案する衝突モデルの概念図を示す。図-19において、衝突の対象となる平面abcdは、剛体であると仮定するが、必ずしも矩形でなくてもよい。また、点pは、物理的な接触点であるものとし、接触時には、その位置ベクトル \mathbf{p} および速度ベクトル \mathbf{V}_p が接触平面を構成する4点での値の関数であるものとする。

$$\mathbf{p} = \mathbf{p}(a, b, c, d) \quad (52a)$$

$$\mathbf{V}_p = \mathbf{V}_p(\mathbf{V}_a, \mathbf{V}_b, \mathbf{V}_c, \mathbf{V}_d) \quad (52b)$$

ただし、 a, b, c, d は点 a, b, c, d の位置ベクトルを表し、また、 $\mathbf{V}_i (i = a, b, c, d)$ は、各点での速度ベクトルである。

接触節点 k と接触面との重なり Δ_k および点 p に対する節点 k の相対速度ベクトル \mathbf{V}_{kp} は、それぞれ以下のように記述できる。

$$\Delta_k = \mathbf{X}_p - \mathbf{X}_k \quad (53a)$$

$$\mathbf{V}_{kp} = \mathbf{V}_k - \mathbf{V}_p \quad (53b)$$

ただし \mathbf{X}_p および \mathbf{X}_k は、解析において構造全体を記述する全体座標系における点 p および節点 k の位置ベクトルである。図-20に示すように、接触が起きた直後に、節点 k と点 p の間に、接触バネ K_{cnt} が作用し、接触により生じる荷重を算出するものとする。また、接触によるエネルギーの消失を表現するために、接触面に垂直な方向および接する方向に、それぞれ減衰係数 C_n, C_t を有するダッシュポットが併せ



図-22 接触により生じる幾何学的な拘束条件の概念図

て作用するものとする。節点 k に生じる接触による反力 F_k は、次式のようになる。

$$F_k = K_{cnt} \cdot \Delta_k \quad (54)$$

b) 接触の状態の記述

接触は、上述した接触節点 k が対象内部に含まれた時点で発生し、対象から外部に出た時点で終了するものとする。本モデルでは、接触状態を stick と slip の2つに分類し、stick 状態は、

$$|F_k|_t < \mu_s |F_k|_n \quad (55)$$

の条件下で発生し、一方 slip 状態は、

$$|F_k|_t \geq \mu_s |F_k|_n \quad (56)$$

の条件下で発生するものとする。ただし、 $F_k|_t$ および $F_k|_n$ は、それぞれ接触反力 F_k の接線方向成分および垂直方向成分であり、 μ_s は静止摩擦係数である。図-21 にこの条件の概念図を示す。図-21において、コーンは、反力 F_k の垂直成分に従って接触面に生じる静止摩擦力の最大値を表す。反力 F_k がコーン内部に位置する場合には、接触節点と接触面は一体となっている。従ってこのとき、接触節点と接触面の間に相対的な変位は生じず、接触の間一体化している。一方、 F_k がコーン上あるいは外部に位置する場合には、接触点は接触面に沿って滑り運動を生じる。

c) 接触現象により生じる接触面の拘束条件

2つの物体が衝突する場合には、幾何学的な適合条件を満足する必要がある。Stick 状態および slip 状態におけるこれらの条件の概念図を図-22 に示す。図-22 (a) に示すように stick 状態の接触において、節点 k は接触バネ K_{cnt} が作用することにより点 p に向かって戻る。一方、図-22 (b) に示す slip 状態の接触では、節点 k は p に向かって接触面に平行な平面内を移動することになる。結局、移動しながらの接触により節点 k は図中の節点 k' に更新され、接触点 p は点 k' の接触面への正射影位置 p' に移動する。

d) 接触節点に生じる反力

接触節点 k に生じる反力 R_k は、stick 状態と slip 状態でそれぞれ以下のようになる。

$$\text{Stick: } R_k = F_k + F_c|_n + F_f|_t \quad (57a)$$

$$\text{Slip: } R_k = F_k|_n + F_c|_n + F_f|_t \quad (57b)$$

ここに、 $F_c|_n$ および $F_c|_t$ は、それぞれ減衰力の接触平面に対する垂直成分と接面方向成分であり、次式で与えられる。

$$F_c|_n = -C_n \cdot V_{kp}|_n \quad (58a)$$

$$F_c|_t = -C_t \cdot V_{kp}|_t \quad (58b)$$

また、 $F_f|_t$ は動摩擦力であり、

$$F_f|_t = -\mu_k \cdot |F_k|_n \cdot \frac{V_{kp}|_t}{|V_{kp}|_t} \quad (59)$$

となる。ただし μ_k は動摩擦係数である。

e) 接触面に生じる反力

接触面の4つの点 a, b, c, d に作用する反力 R_i ($i = a, b, c, d$) は、次式のようになる。

$$R_{\text{surface}} \equiv \begin{Bmatrix} R_a \\ R_b \\ R_c \\ R_d \end{Bmatrix} = [T](-R_k) \quad (60)$$

ただし、 $[T]$ は反力の各節点への分散を表す行列であり、具体的な成分は後述する。

(2) 数値計算を行う上での補足

a) 接触モデルを導入した増分方程式

本節(1)で述べた接触モデルを有限要素法による動的解析に導入する場合には、時刻 $t + \Delta t$ での i 回目の収束計算における増分方程式は次式のようになる。

$$M \Delta \ddot{U}^{(i)} + C \Delta \dot{U}^{(i)} + {}^{t+\Delta t} K \Delta U^{(i)} = {}^{t+\Delta t} R - M {}^{t+\Delta t} \ddot{U}^{(i-1)} - C {}^{t+\Delta t} \dot{U}^{(i-1)} - {}^{t+\Delta t} F^{(i-1)} + {}^{t+\Delta t} R_{cnt}^{(i-1)} \quad (61)$$

ここに M : 質量マトリクス、 C : 減衰マトリクス、 ${}^{t+\Delta t} K$: 時刻 $t + \Delta t$ での接線剛性マトリクス、 $\Delta U^{(i)}$: i 回目の収束計算における変位ベクトル、 ${}^{t+\Delta t} R$: 時刻 $t + \Delta t$ での外力ベクトル、 ${}^{t+\Delta t} F^{(i-1)}$: 時刻 $t + \Delta t$ での i 回目の収束計算における内力ベクトルである。また ${}^{t+\Delta t} R_{cnt}^{(i-1)}$ は、 $(i-1)$ 回目の収束計算直後での接触力ベクトルであり、次式のようになる。

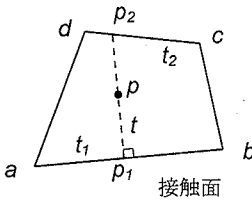


図-23 接触面内の点 p を特定するための変数の定義

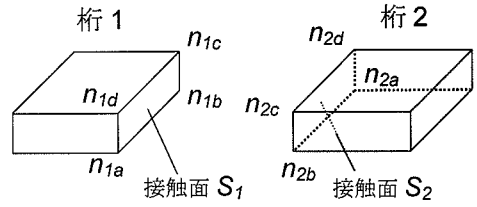


図-24 接触物体間における接触面および接触節点の定義

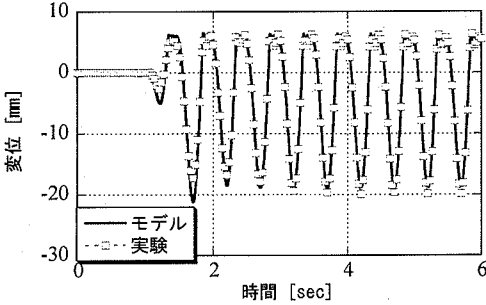


図-25 正弦波加振下(加振角 0°)での直橋と橋台の衝突実験結果とモデルによる解析結果の比較

$$\mathbf{R}_{\text{cnt}} = \sum_j \mathbf{R}_{\text{cnt}}|_j \quad (62)$$

ただし、 $\mathbf{R}_{\text{cnt}}|_j$ は要素レベルでの接触力ベクトルであり、具体的には以下ようになる。

$$\mathbf{R}_{\text{cnt}}|_j = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_k \\ \mathbf{R}_a \\ \mathbf{R}_b \\ \mathbf{R}_c \\ \mathbf{R}_d \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{R}_{\text{surface}} \end{Bmatrix} \quad (63)$$

b) モデルに含まれるパラメータ

本節で提案した衝突モデルには、接触を記述するパラメータとして K_{cnt} 、 C_n 、 C_t の3つが含まれる。本研究では、 K_{cnt} として、接触する梁要素の軸方向の剛性

$$K_{\text{cnt}} = \frac{EA}{L} \quad (64)$$

を用いることとする⁵⁾。ここに E 、 A および L は、それぞれ要素のヤング率、断面積および長さである。ただし、剛性の異なる2つの桁で衝突が発生する場合には、値の小さい剛性を採用するものとする。

一方、減衰係数 C_n および C_t は、それぞれの方向における反発係数 e_n および e_t を用いて次式により決定する⁹⁾。

$$C_i = 2\xi_i \sqrt{K_{\text{cnt}} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2}} \quad (65a)$$

$$\xi_i = \frac{-\ln e_i}{\sqrt{\pi^2 + (\ln e_i)^2}} \quad (65b)$$

ただし、 ξ_i ($i=n,t$) はそれぞれの方向の減衰比であり、 M_1 および M_2 は接触する2つの物体の質量である。なお、 M_1 および M_2 は、剛性の高い桁同士が衝突する場合には、桁が一体となって運動して衝突が発生していると考え、桁全体の質量を用いるものとする。一方、柔軟な桁においては、全体が長くかつ剛性も小さいことから、桁全体の質量を採用することは適切でないと考えられる。そこで、本研究では、柔軟な桁については離散化したときの衝突の対象となる1要素分の質量を用いるものとする。

c) 接触点の表現

式(52a)で示したように、接触点 p は、接触面の頂点位置の関数となり時刻により変化するため、数学的に定義する必要がある。本研究では、図-23に示すように、まず、線分 ab に垂直でかつ点 p を通る線を引き、線分 ab および cd との交点をそれぞれ p_1 、 p_2 とおく。すると、平面の中で次に接触する点の位置、すなわち新たな点 p の位置は、3つの変数

$$t = \frac{|p-p_1|}{|p_2-p_1|}, \quad t_1 = \frac{|p_1-a|}{|a-b|}, \quad t_2 = \frac{|p_2-c|}{|d-c|} \quad (66)$$

によって定めることができる。ただし p 、 p_1 および p_2 は、それぞれ点 p 、 p_1 および p_2 の位置ベクトルである。

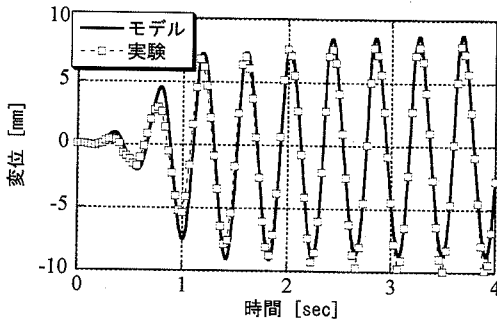
d) 接触反力の分配

式(60)に示すように、接触面において接触反力を節点に分配するために行列 $[\mathbf{T}]$ を用いている。ここでは、まず反力を点 p_1 、 p_2 に分配し、次いで $a \sim d$ の節点に振り分ける。すると、このときの分配を表現する行列 $[\mathbf{T}]$ は次式のように表される。

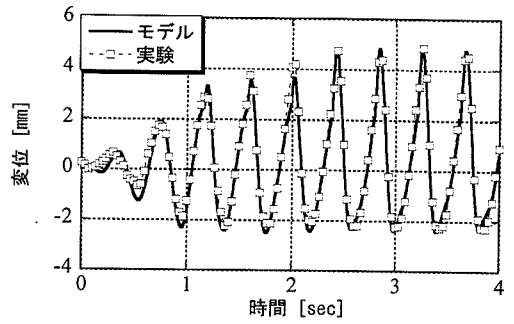
$$[\mathbf{T}] = [(1-t_1)(1-t) \quad t_1(1-t) \quad (1-t_2)t \quad t_2 t]^T \quad (67)$$

e) 接触節点と接触面の設定

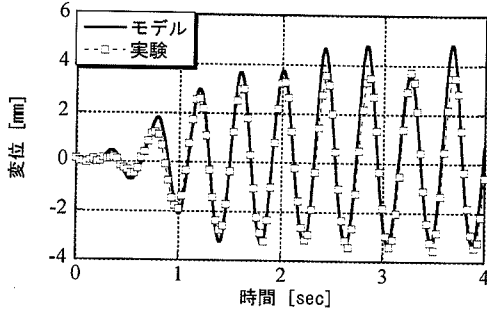
2つの桁における任意の衝突を再現するためには、接触節点と接触面を、各桁に設定する必要がある。例えば、図-24に示すように2つの桁をそれぞれ桁1、桁2とすると、桁1の節点が桁2の面に接触する場合には、これらを (n_{1a}, S_2) 、 (n_{1b}, S_2) ... とし、桁2の節点が桁1の面に接触する場合は (n_{2a}, S_1) 、 (n_{2b}, S_1) ... と定義する。これは2つの桁間で起こる接触の最も単純なケースの場合である。一般の接触問題においては、同時にではないが、一つの節点が



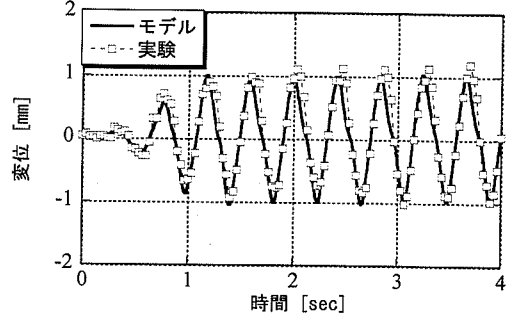
(a) 直橋①の橋軸方向の応答



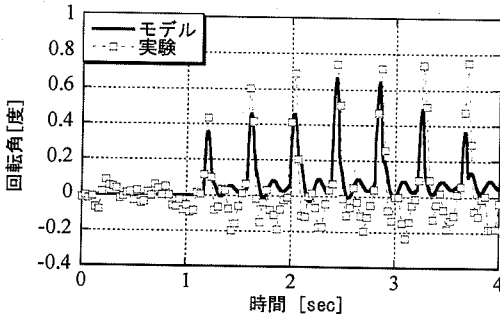
(b) 直橋②の橋軸方向の応答



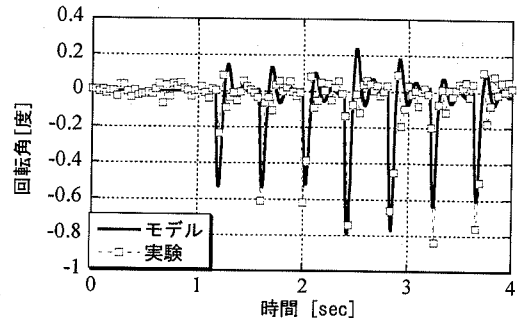
(c) 直橋①の橋軸直角方向の応答



(d) 直橋②の橋軸直角方向の応答



(e) 直橋①の回転方向の応答



(f) 直橋②の回転方向の応答

図-26 正弦波加振下(加振角 22.5°)における桁間の衝突実験結果とモデルによる解析結果の比較

2 つ以上の面と接触する場合も考えられる。もし、接触が構造物内の任意の節点位置で発生すると考える場合には、接触が発生する位置を特定するために、計算時間が増加するとともに、新たな探索アルゴリズムが必要となる。本研究では、桁間の衝突を対象として、比較的簡単な幾何学関係に基づくモデルの開発を目的としている。このことから衝突の間に大変形せず、自分自身に接触するという現象は発生しないものとする。この仮定より接触は桁間で任意であるものの、接触する対象は予め定義しておくことが可能となる。

(3) モデルの検証

本モデルの精度を検証するために、本文2節で述べた1次元および2次元の衝突実験結果とモデルによる解析結果との比較を行う。

a) モデルのパラメータ

モデルを用いた解析に必要なパラメータは、本文3節(3)および表-3の値を用いて

$$e_n = 0.4, e_t = 0.9 \quad (68a)$$

$$\mu_s = 0.20, \mu_k = 0.15 \quad (68b)$$

としている。

なお、本解析では、2つの反発係数として模型実験で定めた値を用いているが、実橋梁での値は上記のものとは異なり、かつ実験結果がないことが一般的である。本モデルを用いたこれまでの解析結果¹⁹⁾によると、2つの反発係数の値を大きく変えた場合でも、桁の変位応答には、ほとんど影響しないことがわかっている。同様の報告は、文献9)にも示されている。

式(68a,b)を式(64)および式(65)に代入して、接触時に作用する剛性 K_{cn} および減衰係数 C_n, C_t は、以下

のようになる。

$$K_{ent} = 1.55 \times 10^5 [\text{N/m}] \quad (69a)$$

$$C_n = 220 [\text{N} \cdot \text{sec/m}], C_r = 26.4 [\text{N} \cdot \text{sec/m}] \quad (69b)$$

b) 1次元的な桁と橋台の衝突

1次元の衝突として、本文2節で述べた直橋と橋台の衝突実験(加振角 0°)を取り上げ、上述したモデルにより解析を行った。図-25に実験で得られた応答と、モデルによる解析結果の比較を示す。図より、1次元での衝突現象は、本モデルにより精度良く再現できることがわかる。

c) 2次元的な桁間の衝突

複雑な衝突現象についてモデルの検証を行うため、本文2節での桁間の衝突実験(加振角 22.5°)について、モデルにより解析を行った。

図-26に実験結果とモデルによる解析結果との比較を示す。図-26をみると、橋軸方向、橋軸直角方向の応答については、両桁の応答とも実験結果とモデルがよく一致していることがわかる。一方、回転応答について実験結果とモデルによる解析結果を比較すると、全体的な挙動は一致しているものの、細部において両者の間に若干の差異がみられる。回転応答自信が非常に微小であることから、この差異は、桁模型の形状誤差や、桁模型の設置時における誤差、ならびに実験での画像計測における量子誤差などに起因しているものと推測される。

以上より、本モデルにより実際の3次元的な衝突現象を精緻に再現することが可能であるといえる。

5. まとめ

本研究では、地震時における橋桁の衝突現象を精緻に再現する多次元衝突モデルの構築を目的とした。得られた主たる知見は、以下のとおりである。

- 1) 1次元の振動台を用いて、桁と橋台、および桁間の衝突実験を行った。実験では加振角を変化させることで1次元および2次元的な衝突現象を再現することができた。また、計測では画像処理を用い、桁の橋軸方向、橋軸直角方向および回転方向における応答を、簡易かつ高い精度で得ることができた。
- 2) 振動実験の結果、桁が橋軸方向正面で衝突する場合においても、橋軸直角方向に応答を生じることがわかった。また、加振角が大きい場合には、桁が回転運動し、桁端部の平面における異なる2頂点で連続的に接触が起こる2次元的な衝突現象が確認できた。このことより、実際の桁間衝突は、多次元的な現象としてとらえる必要がある。
- 3) 既往の剛体転倒モデルを拡張して2次元的な桁

の衝突現象に適用し、モデルの妥当性を実験により検証した。その結果、モデルにより1次元および2次元の桁と橋台の衝突現象を精度よく再現できることがわかった。本モデルは、剛体(質点)とバネからなる橋梁の構造解析モデルに導入することが可能である。

- 4) 接触解析手法と衝突バネを融合し、3次元衝突モデルを提案した。また、モデルによる解析結果と、実験結果と比較したところ、桁間の多次元的な衝突現象を精緻に再現できることがわかった。本モデルは、点と面の接触を扱うことが可能である汎用的なものであり、有限要素法を用いた一般的な構造解析モデルに導入することが可能である。

参考文献

- 1) 兵庫県南部地震道路橋震災対策委員会：兵庫県南部地震における道路橋被災に関する調査報告書，建設省，1995。
- 2) 川島一彦，庄司学：衝突緩衝用落橋防止システムによる桁間衝突の影響の低減効果，土木学会論文集，No.612/I-46，pp.129-142，1999。
- 3) Goldsmith, W.: *Impact - The Theory and Physical Behaviour of Colliding Solids*; Edward Arnold, London, 1960。
- 4) Tseng, W.S., and Penzien, J.: Seismic Analysis of Long Multiple-Span Highway Bridges, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.4, pp.3-24, 1975。
- 5) Kawashima, K., and Penzien, J.: Theoretical and Experimental Dynamic Behavior of A Curved Model Bridge Structure, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.7, pp.129-145, 1979。
- 6) 川島一彦：動的解析における衝突のモデル化に関する一考察，土木学会論文報告集，No.308，pp.123-126，1981。
- 7) 渡邊学歩，川島一彦：衝突ばねを用いた棒の衝突の数値計算，土木学会論文集，No.675/I-55，pp.125-139，2001。
- 8) Papadarakis, M., Mouzakis, H., Plevris, N. and Bitzarakis, S.: A Lagrange Multiplier Solution Method for Pounding of Buildings during Earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.20, pp.981-998, 1991。
- 9) Anagnostopoulos, S.A.: Pounding of Buildings in Series During Earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.16, pp.443-456, 1988。
- 10) Ma, X., and Pantelides, C.P.: Linear and Nonlinear Pounding of Structural Systems, *Computers & Structures*, Vol.66, No.1, pp.79-92, 1998。
- 11) Jankowski, R., Wilde, K., and Fujino, Y.: Pounding of Superstructure Segments in Elevated Bridges during

- Earthquakes, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.27, pp.487-502, 1998.
- 12) Chaudhary, A.B., and Bathe, K.J.: A Solution Method for Static and Dynamic Analysis of Three-Dimensional Contact Problems with Friction, *Computers & Structures*, Vol.24, No.6, pp.855-873, 1986.
 - 13) Zhong, Z.H.: *Finite Element Procedures for Contact-Impact Problems*; Oxford University Press: Oxford, 1993.
 - 14) Ishiyama, Y.: Motions of Rigid Bodies in Response to Earthquake Excitations – Equations of motions and computer simulation, 日本建築学会論文報告集, No.314, pp.33-45, 1982.
 - 15) 三池秀敏, 古賀和利, 橋本基, 百田正広, 野村厚志 : パソコンによる動画像処理, 森北出版, 1993.
 - 16) 高田幹雄, 下田陽久監修: 画像解析ハンドブック, 東京大学出版会, 1991.
 - 17) 柴田明德: 最新建築学シリーズ9 最新耐震構造解析, 森北出版, 1981.
 - 18) 大塚久哲, 神田昌孝, 鈴木基行, 川伸雅秀: 斜橋の水平地震動による回転挙動解析, 土木学会論文集, No.570/I-40, pp.315-324, 1997.
 - 19) Zhu, P., Abe, M. and Fujino, Y.: Parametric Study of a 3D Pounding Model for Seismic Analysis on Elevated Bridges, 第6回地震時保有耐力法に基づく橋梁等構造の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp.129-132, 2003.
- (2003. 4. 23 受付)

MULTI-DIMENSIONAL MODELS OF POUNDING OF GIRDERS FOR ELEVATED BRIDGES AND THEIR EXPERIMENTAL VERIFICATION

Masato ABE, Yozo FUJINO, Junji YOSHIDA, Ping ZHU
and Kazuya YANAGINO

A report of recent severe earthquakes indicates that, in addition to the damage along longitudinal direction, lateral and rotation motions of bridge girders caused by pounding to adjacent girders can lead to unseating. This paper presents two multi-dimensional models that are practically suitable to precisely analyze pounding between bridge girders. One is a two-dimensional rigid body model, which is applicable to the analysis of spring-mass models. The other is a three-dimensional contact-friction model, which is developed by combining the concepts of the impact spring and contact analysis, and can be easily accommodated in finite element analyses. Two-dimensional girder pounding experiments were conducted and the motion was accurately measured using image analysis. Both models are found to well simulate the pounding effects in comparison with the experimental results.