

シールドトンネル縦横断面の地震時ひずみ評価

小池 武¹

¹正会員 工博 武蔵工業大学教授 工学部都市基盤工学科 (〒158-8557 東京都世田谷区玉堤1-28-1)

E-mail:tkoike@sc.musashi-tech.ac.jp

本論文は、3次元弾性波動理論に基づきトンネル縦横断面の地震時変位挙動について統一的に論じたものである。すなわち、応答変位法の枠内でトンネル縦横断面に対する統合的な耐震設計法を確立するために、円形断面を有するトンネルタイプの地中構造物の三次元地震時変位挙動に関する理論展開を行った。そして、トンネル縦横断面の構造物周辺部での連続条件・適合条件から、変位挙動に関する理論解を誘導し、自由地盤・地中構造物系の相互作用を評価した地盤ばねの解析的表現を得た。さらに、トンネル軸方向と横断方向の覆工の地震時軸ひずみ・曲げひずみ算定式を誘導した。数値理論解と既往耐震設計手法の結果を比較検討することにより、より合理的なトンネル耐震設計法確立のための方向性を提示した。

Key Words: tunnel, ground shaking, seismic response method, wave equation, strain, spring modulus

1. はじめに

1995年の兵庫県南部地震において地下構造物の一部に多大な被害が発生したことから、シールドトンネルをはじめとする地中構造物の耐震設計法について^{1), 2), 3), 4)}さまざまな研究・技術開発への取り組み^{5), 6), 7), 8)}がなされてきた。とくに、将来の大地震に対して有効かつ適切な耐震対策工法の開発を進めるには、トンネル覆工の地震時挙動を適正に評価できる耐震設計法を開発することが必須となる。

地盤震動により、トンネルタイプの地中構造物は縦断方向に伸縮するとともに横断面も変形する。従来は、縦横断面を統一的に議論できる理論解析手法が得られていないために、1つの地震動入力に対してトンネル構造物の縦断面・横断面別々に地震応答の最大値を求めるだけで、トンネル全体としての最大応答値について整合性のある議論を行うことができなかった。また、地盤ばねについても、縦断方向と横断方向それぞれ独立に理論解析解^{9), 10), 11), 12), 13), 14), 15)}が提案されてはいるが、両者の相互関係を確認することはできなかった。

本論文では、トンネルタイプの地中構造物の縦断・横断面に対する上述の不統一を解消し、地中構造物全体として整合性のある地震時挙動を論じるために、3次元弾性波動理論に基づき、地中構造物の縦横断面地震時変位挙動について統一的な理論

展開を試みたものである。

本論文では、応答変位法の枠内でトンネル縦横断面に対する統合的な耐震設計法を確立するために、円形断面を有するトンネルタイプの地中構造物の三次元地震時変位挙動に関する理論展開を以下の手順に従って行う。

- 1) 応答変位法に基づく地震震動モデルの設定
- 2) 自由地盤および表層地盤内のトンネル周辺地盤における三次元地震時地盤変位挙動の解析
- 3) トンネル縦断面における軸方向変位・軸直角方向変位および地盤ばねの解析的表現
- 4) トンネル横断面でのトンネル覆工内地震時軸ひずみ・曲げひずみ計算法の定式化

ここで、1)の地盤震動モデルとして既往の応答変位法に従うこととし、表層地盤内の水平方向変位成分に限定し、上下方向成分は取り扱わないこととする。

数値計算例では、応答変位法に基づく耐震設計の枠組みの中で、モデル地盤・トンネルに対するトンネル縦横断面の軸ひずみ・曲げひずみ・せん断ひずみを求め、トンネルに発生する最大ひずみと地盤ひずみとの関係および表層地盤周期との関係を検討する。これらの情報は、レベル2地震動に対するトンネル覆工の最大地震時ひずみ成分について有用な情報を提供できることになり、より合理的なトンネル耐震設計法の実現に役立つものと期待される。

2. 三次元変位場におけるトンネル周辺地盤の地震時変位挙動

(1) 自由地盤の変位挙動

地震波が工学的基盤に到達すると、表層地盤は地盤の固有周期に応じた振動特性を示す。地中構造物の耐震設計に用いる応答変位法では、表層地盤での一次モードによる正弦波形状の地盤変位応答を入力条件としている。ここでは、代表的地中構造物であるシールドトンネルを主たる議論の対象とするため、地震時地盤応答はこの応答変位法の入力条件に一致させることにする。したがって、表層地盤応答特性は工学的基盤から上方に伝播するSH波モデルで表現するものとする。

一方、水平方向に展開する地中線状構造物は一般的に水平方向に伝播する地震波による地盤震動の影響を受ける。このような地震波は、表面波モデルによって表現できるが、SH波モデルの震源から当該地盤への到着遅れに伴う位相差をもつ地震波の水平方向伝播によっても実現することができる。すなわち、表面波モデルの水平方向伝播速度は位相速度に関する分散特性曲線により与えることができるし、SH波モデルでは工学的基盤を伝播する速度によって規定することもできる。

ところで、図-1に示すように地震波の伝播方向が ξ 軸方向であり、トンネル軸(x 軸)との交差角度が $(\pi - \theta)$ で与えられている場合には、表層地盤の地盤変位振幅はつねにトンネル軸方向および軸直角方向成分の変位振幅に分割できる。これは、表面波モデルとして代表的なRayleigh波(の水平振動成分)やLove波の場合だけでなく、SH波モデルにおいても成立する。表層地盤内を水平方向に伝播する地震動について確立した設計モデルが存在しない現状を踏まえて、本論文では議論を簡便化するために、水平方向に伝播する地震波の種類を特定せず、少なくとも水平方向伝播速度 c_v 、波長 L_v 、波数 k_v そしてその変位振幅が正弦波形状で与えられる水平面内地盤変位応答を地震動入力条件とし

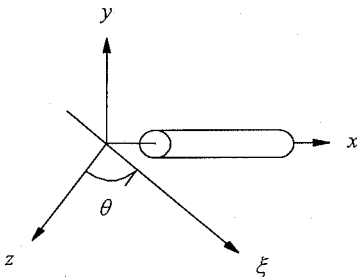


図-1 表層地盤中のトンネル配置とその座標系

て設定する。とくに、トンネル軸方向水平変位振幅を持つ地震波モデルを代表してRタイプ、トンネル軸直角方向水平変位振幅を持つ地震波モデルを代表してLタイプと呼ぶことにする。そして、これらの地震波をVタイプの記号で代表する。

図-2は表層地盤中をLタイプの地震波が水平方向に伝播する様子を一例として図示したものである。

一方、地震波の進行方向への伝播速度が c_v の場合、図-1の交差角度 θ がゼロ度でない限りトンネル軸方向の見掛けの伝播速度 c_a およびその見掛けの波長 L_a と見かけの波数 k_a はそれぞれ以下の式で表現できる。

$$c_a = \frac{c_v}{\sin \theta}, \quad L_a = \frac{L_v}{\sin \theta}, \quad k_a = k_v \sin \theta \quad (1)$$

以上の議論を踏まえて、トンネルが存在しない自由地盤における地震動の表層内水平方向地盤変位は次式で表現できるものとする。

$$u_G^\infty(t, \xi) = U_G(\omega) \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \exp\{i(k_v \xi - \omega t)\} \quad (2)$$

ここで、 y^* はトンネル深さ、 ω は入力地震波の円振動数そして $U_G(\omega)$ は自由地盤の地震動変位振幅である。

この自由地盤変位は、トンネル軸方向が x 軸となる図-1の円筒座標系に従う場合には次式のように表現できる。

$$u_G(t, r, \phi, x) = E(t, x) \exp(ik_v r \sin \phi \cos \theta) \underline{T}_V \quad (3)$$

ただし、

$$E(t, x) = U_G(\omega) \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \exp\{i(k_v x \sin \theta - \omega t)\} \quad (4)$$

そして、波形タイプごとの円筒座標系への変換係数 \underline{T}_V は、それぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} \underline{T}_R &= (T_{Rr}, T_{R\phi}, T_{Rx}) = (\cos \theta \sin \phi, \cos \theta \cos \phi, \sin \theta) \\ \underline{T}_L &= (T_{Lr}, T_{L\phi}, T_{Lx}) = (-\sin \theta \sin \phi, -\sin \theta \cos \phi, \cos \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

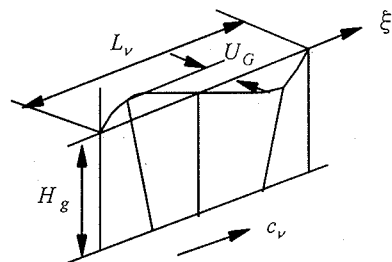


図-2 水平方向に伝播する地震波のモデル

(2) トンネル縦横断面の全体変位挙動特性と横断面での自由地盤相対変位挙動

トンネルが図-1に示すように表層地盤に平行なx軸方向に延びている時、水平方向に伝播する地震波がz軸に対して角度θで交差するz軸に沿って入射する場合のトンネルの地震時挙動について検討する。

地震波がトンネルに作用した時、トンネルには図-3に示すようにトンネル軸方向に地盤変位 U_x 、軸直角方向に地盤変位 U_z 、さらに横断面には上下端の相対変位 ΔU_z が自由地盤からの強制変位外力として作用する。地盤剛性とトンネル剛性の相違から、トンネル周辺地盤では自由地盤変位とトンネル変位の差異に起因する地盤ひずみが発生し、トンネル表面には図-7に示すさまざまな応力が作用することになる。すなわち、せん断応力 τ_{rx} により、トンネル軸方向には軸ひずみ ϵ_A が発生、せん断応力 τ_{rx} と $\tau_{r\phi}$ および直応力 σ_r によりトンネル軸直角方向には曲げひずみ ϵ_B が発生、そして横断面方向のトンネル覆工には、周辺地盤からトンネル表面に作用する直応力 σ_r とせん断応力 $\tau_{r\phi}$ によるトンネル覆工変位との相互作用から覆工内応力が発生することになる。

ところで、トンネル軸方向にはトンネル断面が常に円形断面を保持すると仮定して議論していることから、軸方向に沿って発生する軸力および曲げモーメントはトンネルが梁として挙動する場合に対応するものであり、一方、横断面内のトンネル覆工に発生する応力はトンネル断面の変形により発生する応力であることに留意することが必要である。

さて、図-3(3)に示すトンネル横断面内における地盤相対変位は、トンネル中心位置に対するy軸方向位置のz軸方向変位振幅の差として求められることから、式(2)および(3)を用いて次式で表すことができる。

vタイプの地盤相対変位

$$\Delta U_z(y) = E(t, x) t_{vz} \left\{ \cos\left(\frac{\pi y}{2H_g}\right) - \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \right\} \quad (6)$$

したがって、対応するせん断応力は次式で表すことができる。

vタイプのせん断応力度分布

$$q(y) = \mu \frac{d \Delta U_z(y)}{dy} = -\frac{\pi \mu E(t, x) t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y}{2H_g}\right) \quad (7)$$

ここで、 t_{vz} は入力地震波変位振幅の鉛直面内トンネル軸座標への変換係数であり、Rタイプ、Lタイプの地震動に対してそれぞれが以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} t_{Rz} &= (t_{Rz}, t_{Rx}) = (\cos \theta, \sin \theta) \\ t_{Lz} &= (t_{Lz}, t_{Lx}) = (-\sin \theta, \cos \theta) \end{aligned} \quad (8)$$

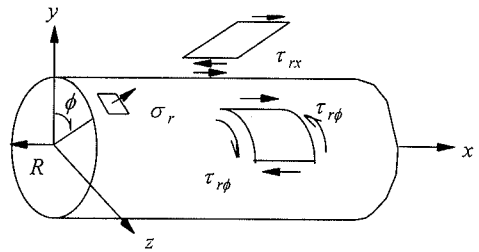


図-4 トンネル表面に作用するさまざまな応力

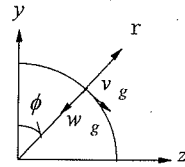
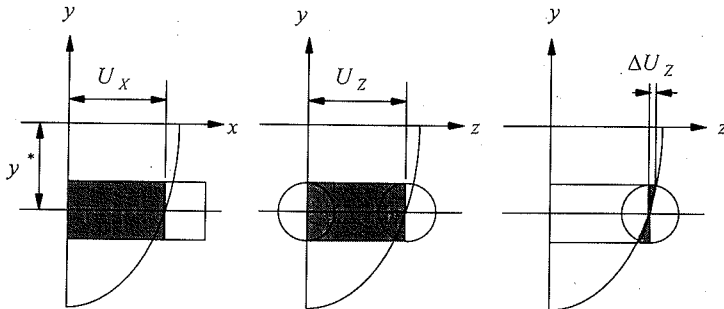


図-5 自由地盤相対変位のトンネル表面作用方向成分への分解



(1) 軸方向伸び (2) 軸直角方向曲げ (3) 横断面せん断変形

図-3 地震動によるトンネル変形の3モード

このとき、横断面内のトンネル変形に影響を与える自由地盤相対変位 Δu_G は、式(6)の相対変位を図-5に示すトンネル表面での法線方向と接線方向に分割することにより求められる。

$$\Delta u_G = (-w_g, v_g, 0) \quad (9)$$

ここで、

$$w_g(\phi) = -E(t, x) t_{vz} \cdot$$

$$\left\{ \cos\left(\frac{\pi y^* - R \cos \phi}{2 H_g}\right) - \cos\left(\frac{\pi y^*}{2 H_g}\right) \right\} \sin \phi \quad (10)$$

$$v_g(\phi) = E(t, x) t_{vz} \cdot$$

$$\left\{ \cos\left(\frac{\pi y^* - R \cos \phi}{2 H_g}\right) - \cos\left(\frac{\pi y^*}{2 H_g}\right) \right\} \cos \phi$$

ただし、 R はトンネル外半径 (図-4) を示す。

さらに、周辺地盤内応力は式(6)を微分して得られるせん断ひずみを用いて以下のように表現できる。

$$\sigma_g(\phi) = -\frac{\pi \mu E(t, x) t_{vz}}{2 H_g} \sin\left(\frac{\pi y^* - R \cos \phi}{2 H_g}\right) \sin(2\phi) \quad (11)$$

$$\tau_g(\phi) = \frac{\pi \mu E(t, x) t_{vz}}{2 H_g} \sin\left(\frac{\pi y^* - R \cos \phi}{2 H_g}\right) \cos(2\phi)$$

(3) トンネル周辺地盤の変位挙動

トンネル周辺地盤の変位挙動を記述する座標系を図-6のように設定する。

表層地盤の地震時挙動は、トンネルが存在しない場合には式(2)の自由地盤としての地震応答を示すが、トンネルが存在するとその周辺地盤では地盤剛性とトンネル剛性の違いおよびトンネル表面でのすべりの程度により、周辺地盤応答は上述の自由地盤応答とは異なる地盤応答特性を示す。このとき、トンネル周辺地盤の地震時挙動はトンネル表面から十分に離れた所では自由地盤応答に一致し、トンネル表面ではすべりが発生しない限りトンネルの地震時挙動に一致することになる。一方、トンネルから十分離れた遠方とトンネル表面の中間に位置するトンネル周辺地盤の変位挙動は

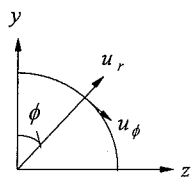


図-6 トンネル周辺地盤変位に関する座標系

大局的には自由地盤の変位挙動の影響に支配されるが、トンネル周辺ではトンネル自体の運動に起因する波動伝播による周辺地盤への影響が重ね合わされている状態にあると考えることができる。

いま、新たにトンネル起振地盤震動という概念を導入すると、トンネル縦断方向の周辺地盤変位挙動 \underline{u}^{Long} は、自由地盤変位挙動 \underline{u}_G と軸方向トンネル起振地盤震動 \underline{u}_i^{Long} の差分として次式で表現できる。

$$\underline{u}^{Long} = (u_r, u_\phi, u_x)^{Long} = \underline{u}_G - \underline{u}_i^{Long} \quad (12)$$

一方、トンネル横断面の周辺地盤変位挙動 \underline{u}^{Cross} は、自由地盤相対変位挙動 Δu_G と横断方向トンネル起振地盤震動 \underline{u}_i^{Cross} の差分として次式で表現できる。

$$\underline{u}^{Cross} = (u_r, u_\phi, u_x)^{Cross} = \Delta u_G - \underline{u}_i^{Cross} \quad (13)$$

このとき、トンネル起振地盤震動は以下の境界条件を満足しなければならない。

- 1) トンネル剛性の影響が及ばない十分遠方では、トンネル起振地盤震動はゼロに収束すること。本論文では、解析の簡便化のために、無限遠方でトンネル起振地盤震動がゼロに収束すると仮定する。
- 2) トンネル表面と周辺地盤間ですべりは発生せず、トンネル表面での周辺地盤変位はトンネル変位に一致するものと仮定する。

実地盤は、地表面を持つ半無限地盤であり、大口径トンネルの場合には地表面近くでもトンネル剛性の影響が無視し得ない場合も懸念されるが、ここでは解析上の簡便さを考慮して近似的に境界条件1)の仮定が成立するものとする。

軸方向・横断方向のトンネル起振地盤震動は、いずれもトンネル自体が軸方向および横断面内で振動することで、周辺地盤に波動を伝播させるものとして定義しているから、次の波動方程式を満足しなければならない。ただし、以下の展開ではトンネル起振地盤震動に関する軸方向と横断方向の区別が必要でない限り、両者を代表して \underline{u}_i で表現するものとする。

$$\rho_G \frac{\partial^2 \underline{u}_i}{\partial t^2} = (\lambda + \mu) \text{grad } \Delta_i + \mu \nabla^2 \underline{u}_i \quad (14)$$

ただし、 ρ_G , λ , μ は周辺地盤の密度およびラーメの定数であり、

$$\Delta_i = \text{div } \underline{u}_i \quad (15)$$

ところで、トンネル起振地盤震動 u_i に関する上記波動方程式の一般解を二つのポテンシャル $\Phi, \Psi = (\psi_r, \psi_\phi, \psi_x)$ を用いて次のように表現する。

$$u_i = (u_{ir}, u_{i\phi}, u_{ix}) = \text{grad } \Phi + \text{rot } \Psi \quad (16)$$

このとき、トンネル起振地盤震動に関する境界条件1)を満足するそれぞれのポテンシャルは、第一種ハンケル関数 $H_n^{(1)}$ を用いて次式⁶⁾で表現することができる。

$$\begin{cases} \Phi \\ \psi_r \\ \psi_\phi \\ \psi_x \end{cases} = \begin{cases} E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \zeta_n H_n^{(1)}(q_p r) \sin n \phi \\ E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n^1 H_n^{(1)}(q_s r) \cos n \phi \\ E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n^2 H_n^{(1)}(q_s r) \sin n \phi \\ E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n^3 H_n^{(1)}(q_s r) \cos n \phi \end{cases} \quad (17)$$

ここで、 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ は未定係数。

$$q_p = \varepsilon_v^p k_v \cos \phi, q_s = \varepsilon_v^s k_v \cos \phi, \alpha_1 = \frac{c_v}{c_s}, \alpha_2 = \frac{c_p}{c_s}$$

$$\varepsilon_v^p = \begin{cases} \sqrt{\frac{\alpha_1^2 - \alpha_2^2 \sin^2 \theta}{(\alpha_2 \cos \theta)^2}} & ; \alpha_1 \geq \alpha_2 \sin \theta \\ \sqrt{\frac{\alpha_2^2 \sin^2 \theta - \alpha_1^2}{(\alpha_2 \cos \theta)^2}} & ; \alpha_1 < \alpha_2 \sin \theta \end{cases} \quad (18)$$

$$\varepsilon_v^s = \sqrt{\frac{\alpha_1^2 - \sin^2 \theta}{\cos^2 \theta}}$$

ただし、 $\alpha_1 < \alpha_2 \sin \theta$ の場合はハンケル関数 $H_n^{(1)}(q_p r)$ を修正ベッセル $K_n(q_p r)$ で置き換えねばならない。

トンネル起振地盤震動の大きさは、トンネルと周辺地盤間の相互作用の結果として決定されるものである。したがって、式(17)の4組の未定係数は、上述の境界条件2)を考慮することで、後述するトンネル表面の変位挙動に対するトンネル覆工反力の釣り合い条件から算定することができる。

さて、式(17)を式(16)に代入することにより、トンネル起振地盤震動の各変位成分は上述の未定係数 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ を含んだままで式(19)の表現式を得る。したがって、トンネル軸方向と横断面方向のそれぞれの起振地盤震動は、トンネル変位に関する境界条件の与え方により区別することができる。また、対応する応力成分は式(20)中の周辺地盤変位 u の各成分 u_r, u_ϕ, u_x を起振地盤震動 u_i の各成分 $u_{ir}, u_{i\phi}, u_{ix}$ に置換することで求められる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \lambda \Delta + 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} \\ \tau_{r\phi} &= \mu \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_r}{\partial \phi} \right) \\ \tau_{rx} &= \mu \left(\frac{\partial u_r}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial r} \right) \\ \Delta &= \frac{1}{r} \frac{\partial (r u_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial u_x}{\partial x} \end{aligned} \quad (20)$$

3. 縦断方向のトンネル変位挙動

図-3(1), (2)に示すように、トンネルに対して自由地盤変位 U_1, U_2 が作用すると、 U_1 によりトンネル軸方向に伸び変形、 U_2 によりトンネルに曲げ変形が生じる。トンネルに発生する軸ひずみの大きさは、トンネルに作用する直応力およびせん断応力(図-4)によって決定されるが、これらの応力はトンネルと周辺地盤の相互作用そのものであり、トンネルと周辺地盤の剛性差に基づいて生成される。

(1) 計算方法

2. (2)においてトンネル縦断面方向挙動については、トンネル断面が常に円形断面を有する梁として取り扱えるとしているため、トンネルの軸方向変位挙動は軸方向変数 x のみの関数として簡易化して取り扱うことができる。トンネル縦断面方向の周辺地盤では式(12)が成立するため、トンネル表面上でのトンネル軸方向・軸直角方向(水平面内)の変位をそれぞれ u_{sa} および u_{sb} とすると、次式で表現できる。

$$\begin{aligned} u_{ir} &= E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \zeta_n \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_p r) + \frac{n}{r} \xi_n^3 H_n^{(1)}(q_s r) - (ik_v \cos \theta) \xi_n^2 H_n^{(1)}(q_s r) \right\} \sin(n \phi) \\ u_{i\phi} &= E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ -\zeta_n \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_p r) + (ik_v \cos \theta) \xi_n^1 H_n^{(1)}(q_s r) - \xi_n^3 \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_s r) \right\} \cos(n \phi) \\ u_{ix} &= E(t, x) \gamma_{vz} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ (ik_v \cos \theta) \zeta_n H_n^{(1)}(q_p r) + \frac{\xi_n^2}{r} \frac{\partial}{\partial r} [r H_n^{(1)}(q_s r)] - \frac{n}{r} \xi_n^1 H_n^{(1)}(q_s r) \right\} \sin(n \phi) \end{aligned} \quad (19)$$

$$u_{SA}(t, x) = u_G^{\infty} t_{ix} - U_{SA} \exp[i(k_v x \sin \theta - \omega t)] \quad (21)$$

$$u_{SB}(t, x) = u_G^{\infty} t_{iz} - U_{SB} \exp[i(k_v x \sin \theta - \omega t)]$$

ここで、 U_{SA}, U_{SB} は未定定数であり、それぞれのトンネル変位 u_{SA}, u_{SB} は以下に示すトンネルのつりあい式⁶⁾および境界条件を満足しなければならない。すなわち、

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 u_{SA}}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u_{SA}}{\partial x^2} &= P_A \\ \rho A \frac{\partial^2 u_{SB}}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u_{SB}}{\partial x^4} &= P_B + \frac{\partial M_B}{\partial x} \end{aligned} \quad (22)$$

ただし、 ρ, A, I, E はそれぞれトンネルの密度、断面積、断面二次モーメントそして覆工の弾性係数である。

$$\begin{aligned} P_A &= \int_0^{2\pi} \tau_{rx} \Big|_{r=R} R d\phi \\ P_B &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \sin \phi + \tau_{r\phi} \cos \phi) \Big|_{r=R} R d\phi \\ M_B &= \int_0^{2\pi} R \sin \phi \cdot \tau_{rx} \Big|_{r=R} R d\phi \end{aligned} \quad (23)$$

ここで、式(23)に用いられる応力 $\sigma_r, \tau_{r\phi}, \tau_{rx}$ はそれぞれ図-4に示すようにトンネル表面に作用する直応力およびせん断応力である。

ところで、式(22)の関係式は自由地盤とトンネル間の力の釣り合い式であることから、両者の相互作用を評価する関係式となる。同式に含まれる式(17)の未定係数 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ は、自由地盤とトンネル間の境界条件・連続条件を利用して以下のように決定することができる。

すなわち、トンネル軸方向挙動に関してはトンネルを円形断面を有する梁と仮定することで、境界条件はトンネル表面でのトンネル・周辺地盤の変位に関する次の連続条件から与えられる。

- (i) トンネル断面は常に円形である。
- (ii) トンネル表面でのトンネル・周辺地盤間変位の連続性；

$$(u_r, u_\phi, u_x)^{Long} = (u_{SB} \sin \phi, -u_{SB} \cos \phi, u_{SA}) \quad (24a)$$

- (iii) トンネル表面でのトンネル・周辺地盤間ひずみの連続性；

$$\frac{du_x^{Long}}{dx} = \frac{du_{SA}}{dx} - R \sin \phi \frac{d^2 u_{SB}}{dx^2} \quad (24b)$$

具体的には、式(17)の未定係数 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ およびトンネル変位は次式となる。

$$\begin{aligned} \zeta_n &= \xi_n^1 = \xi_n^2 = \xi_n^3 = 0, \quad n \geq 2 \\ \xi_0^1 &= \xi_1^1 = \xi_0^3 = 0 \end{aligned}$$

$$u_{SA} = q_s H_{0s} Q_A \xi_0^2 E(t, x) \quad (25)$$

$$u_{SB} = \left(\frac{H_{1p}}{R} \zeta_1 + \frac{\partial H_{1s}}{\partial r} \xi_1^3 \right) E(t, x)$$

ここで、

$$\begin{aligned} Q_A &= 1 + \left(\frac{k_v R \sin \theta}{q_s R} \right)^2 \frac{q_s H_{0p}}{q_p H_{1p}} \\ H_{0p} &= H_0^{(1)}(q_p R), H_{0s} = H_0^{(1)}(q_s R) \\ H_{1p} &= H_1^{(1)}(q_p R), H_{1s} = H_1^{(1)}(q_s R) \end{aligned} \quad (26)$$

そして、 ζ_0 は ξ_0^2 の関数として、また ξ_n^2, ξ_n^3 は ζ_n の関数として付録1に示される。したがって、残り2つの未定係数 ζ_p, ξ_n^2 は式(25)の u_{SA}, u_{SB} を式(22)に代入することにより決定することができ、最終的にトンネル軸方向変位に関する解析解が求められる。

トンネル変位挙動の解析解を応答変位法の表現方法に従って表示する。このとき、応答変位法で用いられる地盤ばねが解析解の形で表現できることになる。すなわち、応答変位法によれば、トンネル・自由地盤間の相互作用を評価する地盤ばねを用いると、トンネル変位応答は次式⁶⁾で表現できる。ここで、式(22)が慣性項を含む形で定式化されているのに対応して、次式も慣性項を考慮した定式化を行っている。

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial^2 u_{SA}}{\partial t^2} - EA \frac{\partial^2 u_{SA}}{\partial x^2} &= K_A (u_G^{\infty} t_{ix} - u_{SA}) \\ \rho A \frac{\partial^2 u_{SB}}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 u_{SB}}{\partial x^4} &= K_B (u_G^{\infty} t_{iz} - u_{SB}) \end{aligned} \quad (27)$$

ここで、トンネルと自由地盤を結ぶ地盤ばね K_A, K_B は周辺地盤のせん断弾性係数 μ と地盤ばね係数 K_A, K_B を用いて次式で与えるものとする。

$$K_A = k_A \mu, K_B = k_B \mu \quad (28)$$

上記の方程式(27)を解けば、軸方向および軸直角方向のトンネル変位は以下のように表現できる。

$$u_{SA} = \beta_{SA} u_G^{\infty} t_{ix}, \quad u_{SB} = \beta_{SB} u_G^{\infty} t_{iz} \quad (29)$$

ここで、

$$\begin{aligned} \beta_{SA} &= \frac{1}{1 + \left[1 - \left(\frac{c_a}{c_A} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{k_a}{\lambda_A} \right)^2} \\ \beta_{SB} &= \frac{1}{1 + \left[1 - \left(\frac{c_a}{c_B} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{k_a}{\lambda_B} \right)^4} \end{aligned} \quad (30)$$

ただし,

$$\lambda_A = \sqrt{\frac{K_A}{EA}}, \lambda_B = \sqrt{\frac{K_B}{EI}}, c_A = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, c_B = \sqrt{\frac{EI}{\rho A}} \cdot k_a \quad (31)$$

したがって、式(22)の解として得られたトンネル変位応答 u_{SA}, u_{SB} を式(29)に代入することにより、地盤ばね係数が以下のように求められる。

$$k_A = \frac{EA}{\mu} \cdot \frac{k_a^2 \left\{ 1 - \left(\frac{c_a}{c_A} \right)^2 \right\}}{\frac{u_{G1}^{\infty} t_{L1} - 1}{u_{SA}}}, \quad k_B = \frac{EI}{\mu} \cdot \frac{k_a^4 \left\{ 1 - \left(\frac{c_a}{c_B} \right)^2 \right\}}{\frac{u_{G1}^{\infty} t_{L1} - 1}{u_{SB}}} \quad (32)$$

(2) 地盤ばね

式(32)により求められた地盤ばね係数の解析的表現を以下に示す。

$$k_A = \frac{2\pi q_s R}{Q_A} \left[\frac{H_1^{(1)}(q_s R)}{H_0^{(1)}(q_s R)} + \left(\frac{k_v R \sin \theta}{q_s R} \right)^2 \left(\frac{2q_p}{q_s} - 1 \right) \right] \quad (33a)$$

$$k_B = \frac{\pi(P_1 + P_2)}{H_1^{(1)}(q_p R) + n_2 R \frac{\partial H_1^{(1)}(q_s r)}{\partial r} \Big|_{r=R}} \quad (33b)$$

ここで、 $H_{0p}, H_{0s}, H_{1p}, H_{1s}$ は式(26)による。

$$P_1 = H_{1p} \left[-\frac{\lambda}{\lambda + 2\mu} \cdot \frac{c_v^2}{c_s} (k_v R \sin \theta)^2 + 4 - 2(q_p R)^2 \right] - 2q_p R H_{0p} + H_{1s} (-2n_1 k_v R \sin \theta - 4n_2) + \frac{n_3}{2} + H_{0s} (2n_1 k_v R \sin \theta q_s R + 2n_2 q_s R) \quad (34)$$

$$P_2 = 2(k_v R \sin \theta)^2 (H_{1p} - q_p R H_{0p}) + H_{1s} k_v R \sin \theta \cdot \{ n_1 [(q_s R)^2 - (k_v R \sin \theta)^2] - n_2 (k_v R \sin \theta) \}$$

$$n_1 = \frac{n_{11} k_v R \sin \theta}{n_{12} - (k_v R \sin \theta H_{1s})^2 + (q_s R H_{0s})^2}$$

$$n_2 = \frac{q_p R H_{0p} - 2H_{1p} + k_v R \sin \theta H_{1s} n_1}{q_s R H_{0s} - 2H_{1s}} \quad (35)$$

$$n_3 = -4H_{1p} + 2q_p R H_{0p} + [4 - (q_s R)^2 n_2 + k_v R \sin \theta n_1] H_{1s} - n_2 q_s R H_{0s}$$

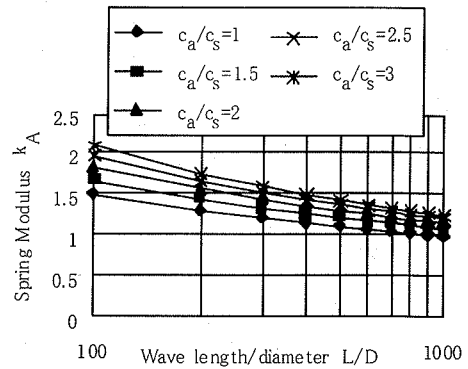
ただし,

$$n_{11} = 2H_{1p} H_{1s} + q_p R H_{0p} H_{1s} - q_p R q_s R H_{0p} H_{0s}$$

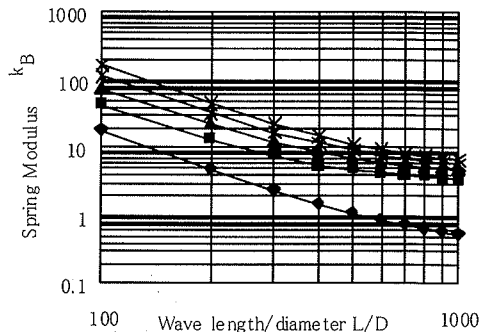
$$n_{12} = -q_s R [2 - (k_v R \sin \theta)^2] H_{0s} H_{1s} \quad (36)$$

図-7は、後述の表-1の条件下でLタイプの地震波について見かけの伝播速度 c_a の表層地盤せん断波速度 c_s との比をパラメータとし、横軸に地震波長・トンネル口径比 (L/D) をとった場合の地盤ばね係数 k_A, k_B の特性を検討したものである。同図によれば、 L/D が100から1000の範囲すなわち地震波の波長 L がトンネル口径 D の100~1000倍の範囲において、軸方向地盤ばね係数 k_A が1~2の値をとることを意味している。これは、口径が1m前後、地震波長として数100mを想定している水道施設耐震工法指針³⁾で $k_A=1.5$ を推奨していることの妥当性を示していると言えよう。一方、軸直角方向地盤ばね係数 k_B はおおむね0.6~200の範囲であり従来から推奨³⁾されていた $k_B=3$ という値は $c_a/c_s=1.5, L/D$ が1000付近、あるいは $c_a/c_s=1, L/D$ が250付近で成立するものであることがわかる。

ところで、Matsubara・Hoshiya¹⁰⁾らは平面ひずみ問題として取り扱うことで問題を簡略化した解法を示しているが、そこから誘導された地盤ばね係数は本論文で誘導した地盤ばね係数 k_A において波数 k_v が限りなくゼロに近い場合 ($k_v \approx 0, Q_A \approx 1$) に相当することになり、式(33a)は彼らの解を包含していることになる。



(1) 軸方向地盤ばね係数



(2) 軸直角方向地盤ばね係数

図-7 地盤ばね係数と地震波長・トンネル口径比 (L/D) の関係

4. 横断方向のトンネル変位挙動

(1) 計算方法

図-8, 9 はトンネル覆工に関する解析モデルである。

トンネル覆工変位が w, v で与えられるとき, 覆工内に発生する断面力は次式¹⁶⁾ となる。

$$\begin{aligned} N(\phi) &= -\frac{E\bar{A}_s}{R} \left[\kappa \frac{d^2 w}{d\phi^2} + (\kappa - 1) \frac{dv}{d\phi} + w \right] \\ Q(\phi) &= \frac{1}{R} \frac{dM}{d\phi} \\ M(\phi) &= -E\bar{A}_s \kappa \left(\frac{d^2 w}{d\phi^2} + w \right) \end{aligned} \quad (37)$$

ここで,

$$\bar{A}_s = \frac{A}{1-\nu^2}, \bar{I}_s = \frac{I_s}{1-\nu^2}, \kappa = \frac{\bar{I}_s}{R^2 \bar{A}_s} \quad (38)$$

ただし, A, I_s, ν_s は覆工の単位幅当りの断面積, 断面二次モーメントおよびポアソン比である。

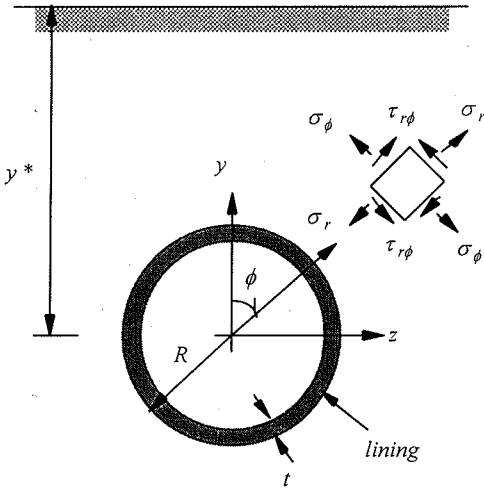


図-8 トンネルを含む周辺地盤の座標系と記号

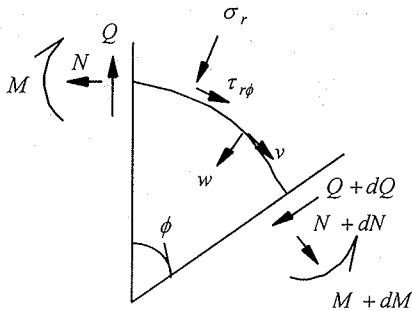


図-9 トンネルに作用するさまざまな力

このとき, 覆工内に発生する断面力と覆工に作用する地盤応力との釣合い条件は次式¹⁶⁾ で与えられる。

$$\begin{aligned} N &= -\frac{dQ}{d\phi} - R\sigma_r \\ Q &= \frac{dN}{d\phi} + R\tau_{r\phi} \end{aligned} \quad \text{at } r=R \quad (39)$$

トンネル覆工の変位と発生応力が, 自由地盤震動の変位・応力およびトンネル起振地盤変位・応力を用いて以下のように与えられるものとする。

$$\begin{aligned} w(\phi) &= w_g(\phi) - w_i(\phi) \\ v(\phi) &= v_g(\phi) - v_i(\phi) \\ \sigma_r(\phi) &= \sigma_g(\phi) - \sigma_i(\phi) \\ \tau_{r\phi}(\phi) &= \tau_g(\phi) - \tau_i(\phi) \end{aligned} \quad (40)$$

いま, 自由地盤変位・応力 $w_g, v_g, \sigma_g, \tau_g$ トンネル起振地盤変位・応力 $w_i, v_i, \sigma_i, \tau_i$ をそれぞれ次式のような級数展開で表示する。

$$\begin{aligned} w_g(\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} w_{gn} \sin(n\phi), v_g(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{gn} \cos(n\phi) \\ \sigma_g(\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{gn} \sin(n\phi), \tau_g(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} \tau_{gn} \cos(n\phi) \end{aligned} \quad (41)$$

ここで, $w_{gn}, v_{gn}, \sigma_{gn}, \tau_{gn}$ の具体的な表現形を付録3に示す。

$$\begin{aligned} w_i(\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} w_{in} \sin(n\phi), v_i(\phi) = \sum_{n=0}^{\infty} v_{in} \cos(n\phi) \\ \sigma_i(\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(A_n w_{in} + B_n v_{in} + A_n^* \frac{\partial w_{in}}{\partial r} \right) \sin(n\phi) \\ \tau_i(\phi) &= \sum_{n=0}^{\infty} \left(C_n w_{in} + D_n v_{in} + D_n^* \frac{\partial v_{in}}{\partial r} \right) \cos(n\phi) \end{aligned} \quad (42)$$

ただし, $A_n, B_n, A_n^*, C_n, D_n, D_n^*$ は以下の式により与えられる。

$$\begin{aligned} A_n &= -\frac{\lambda}{R}, B_n = \frac{n\lambda}{R}, A_n^* = -(\lambda + 2\mu) \\ C_n &= -\frac{n\mu}{R}, D_n = \frac{\mu}{R}, D_n^* = -\mu \end{aligned} \quad (43)$$

式(41), (42)を(40)に代入し, さらにそれを式(37), (39)に代入して得られる断面力と変形の関係およびトンネル覆工に関する釣り合い式から最終的に以下の関係式を得る。

$$(S_n^1 + RA_n)w_{in} + (-S_n^2 + RB_n)v_{in} + RA_n * \frac{\partial w_{in}}{\partial r} = -S_n^1 w_{gn} + S_n^2 v_{gn} - R\sigma_{gn} \quad (44)$$

$$(S_n^3 - RC_n)w_{in} + (nS_n^2 - RD_n)v_{in} - RD_n * \frac{\partial v_{in}}{\partial r} = -S_n^3 w_{gn} - nS_n^2 v_{gn} + R\tau_{gn}$$

ただし、

$$\begin{aligned} S_n^1 &= \frac{EA_s}{R} \left\{ (1 - \kappa n^2) + \kappa n^2 (1 - n^2) \right\} \\ S_n^2 &= \frac{EA_s}{R} (1 - \kappa)n \\ S_n^3 &= \frac{EA_s}{R} \left\{ -n\kappa(1 - n^2) + n(1 - \kappa n^2) \right\} \end{aligned} \quad (45)$$

ところで、式(39)は横断面方向における自由地盤とトンネル間の力の釣り合い式であることから、両者の相互作用を評価する関係式となる。同式を展開した式(44)には依然として式(17)の未定係数 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ が含まれているが、これらは自由地盤とトンネル間の境界条件・連続条件により決定することができる。

すなわち、式(42)のトンネル起振地盤変位と式(13)のトンネル周辺地盤の変位場の関係が図-6, 9より次式で与えられることに注意すると、

$$w_i = -u_{ir}^{Cross}, v_i = u_{i\phi}^{Cross} \quad (46)$$

トンネル起振地盤変位 w_i, v_i は、式(42)を用いて級数式表現ができる。トンネル起振地盤変位とその微係数に関する4個の連立方程式から、式(17)の未定係数 $\zeta_n, \xi_n^1, \xi_n^2, \xi_n^3$ を以下の関係式より求めることができる。

$$\begin{bmatrix} \zeta_n \\ \xi_n^1 \\ \xi_n^2 \\ \xi_n^3 \end{bmatrix} = \frac{1}{E(t, x) \nu_z} [Z_n]^{-1} \begin{bmatrix} -S_n^1 w_{gn} - R\sigma_{gn} \\ S_n^2 v_{gn} \\ -S_n^3 w_{gn} \\ -nS_n^2 v_{gn} + R\tau_{gn} \end{bmatrix} \quad (47)$$

ここで、マトリックス $[Z_n]$ の詳細については付録2に示す。

次に、トンネル覆工変位 $w(\phi), v(\phi)$ の第 n 次項が

$$w_n = w_{gn} - w_{in}, v_n = v_{gn} - v_{in} \quad (48)$$

であることに注意すると、トンネル覆工内に発生するひずみは次式で求めることができる。

表-1 数値解析に用いるトンネル諸元

項目	記号	単位	数値
口径	D	m	16
覆工厚	t	m	0.8
覆工剛性	E*	GPa	34.3
S波速度	c _s	m/s	120
P波速度	c _p	m/s	800
見かけの伝播速度	c _v	m/s	400
埋設深さ	y*	m	25
表層厚	H _g	m	50
入射角度	θ	degree	45
単位体積重量	γ	kN/m ³	16

軸ひずみ(周方向ひずみ)

$$\begin{aligned} \varepsilon_{hoop}(\phi) &= \frac{N(\phi)}{EA_s} = -\frac{1}{R} \left[\kappa \frac{d^2 w}{d\phi^2} + (\kappa - 1) \frac{dv}{d\phi} + w \right] \\ &= -\frac{1}{R} \sum_{n=1}^{\infty} \left[(1 - \kappa n^2) w_n + n(1 - \kappa) v_n \right] \sin(n\phi) \end{aligned} \quad (49a)$$

曲げひずみ

$$\begin{aligned} \varepsilon_{bend}(\phi) &= \frac{M(\phi)R}{EI_s} = -\frac{1}{R} \left(\frac{d^2 w}{d\phi^2} + w \right) \\ &= -\frac{1}{R} \sum_{n=1}^{\infty} (1 - n^2) w_n \sin(n\phi) \end{aligned} \quad (49b)$$

せん断ひずみ

$$\begin{aligned} \varepsilon_{shear}(\phi) &= \frac{Q(\phi)}{\mu A_s} = \frac{E\kappa}{\mu} \frac{d\varepsilon_{bend}}{d\phi} \\ &= -\frac{E\kappa}{\mu R} \sum_{n=1}^{\infty} n(1 - n^2) w_n \cos(n\phi) \end{aligned} \quad (49c)$$

(2) 数値計算結果

数値計算モデルとして、比較の便利さから志波・岡本¹³⁾のトンネルモデルと同一の値を採用した。トンネルおよび周辺地盤特性値は表-1に示す。

式(2)の $U_G(\omega)$ に対応する表層地盤の地震動変位振幅 $U_G(T)$ は、応答変位法に従って次式で表現できるものとする。

$$U_G(T) = \frac{2}{\pi^2} S_V(T) T \quad (50)$$

ここで、 $S_V(T)$ は速度応答スペクトル、 T は表層地盤の基本周期であり、 $T = 4H_g/c_s$ により算定する。

大規模地下構造物の耐震設計法・ガイドライン¹⁾はレベル2地震動の導入前に公刊されているため、レベル2地震動に対する速度応答スペクトルは便宜的に日本ガス協会高圧ガス導管耐震設計指針²⁾の

スペクトルを準用した。

図-10はトンネル覆工変位 $W(\phi)$, $V(\phi)$ と自由地盤変位に対するトンネル覆工の曲げ剛性の影響を示すものであり、縦軸は w_n/w_{gn} , v_n/v_{gn} 、横軸は覆工曲げ剛性比 EI/E^*I とした。ここで、 $n=1 \sim 10$ のいずれの項についても同一の特性を示すことから、 $n=1$ の場合を代表として図示している。同図によると、覆工曲げ剛性が大きい領域ではトンネル覆工は法線方向・接線方向変位ともに自由地盤変位に比較してほとんど変形しないことを示している。一方、法線方向変位に限定すると、剛性比が 10^{-4} 前後では自由地盤変位とトンネル覆工変位の位相が逆転する傾向を予想させ、さらに剛性比が小さくなり 10^{-6} 程度になると自由地盤とトンネル覆工はまったく等しい変形を示すことを示唆している。しかしながら、接線方向変位について見ると、法線方向変位の場合の傾向と異なり、剛性比の低下にしたがって次第に自由地盤変位に漸近する様子が見て取れる。

上記の観察は、トンネル覆工法線方向変位成分が覆工剛性に大きく依存して変形モードを変化させるが、接線方向変位成分は覆工剛性が小さくなるにしたがって単調に自由地盤変位モードに漸近する特徴を示すことを伺わせる。このトンネル覆工法線方向変位成分に関する特徴を概括的にまとめると、同図に示すように覆工剛性が相対的に大

きく覆工変位をほとんど発生しない領域(rigid)、覆工剛性が中間の大きさと自由地盤変位と逆位相の変位を発生させる領域(interactive)そして覆工剛性が過小のため自由地盤と同一の変位を示す領域(free)に分類することができる。

この傾向を確認するために、図-10の(A), (B), (C)の覆工剛性におけるトンネル覆工変位を図示したのが図-11である。同図はトンネル覆工変形に及ぼす覆工剛性 EI の影響を見るため、覆工のヤング率 E^* を1倍(A)、 10^{-4} 倍(B)、 10^{-6} 倍(C)とした時のトンネル円周に沿った変形挙動を(1)法線方向と(2)接線方向について図示したものである。いずれの図においても、トンネル覆工変位と同位置における自由地盤変位を重ねて示している。同図の結果は図-10の特徴から予想される傾向を示している。

ところで、志波・岡本¹³⁾によればトンネル覆工には軸ひずみより曲げモーメントによるひずみが卓越するとの指摘がなされているが、式(49a)(49b)の軸ひずみと曲げひずみはいずれも法線方向変位成分 w_n に依存しており、軸ひずみはさらに接線方向変位成分 v_n にも依存しているため、解析式の内容からは曲げひずみが軸ひずみよりも卓越すると断定できる理由が必ずしも存在しないことになる。

この状況を数値的に確認するために図-12を作成した。同図は、レベル2地震動に対し表層地盤の固有周期(Typical period)を横軸にとった場合のトンネルの縦断・横断方向の各種トンネル覆工ひずみと自由地盤ひずみとを比較したものである。同図の縦断・横断ひずみはいずれも覆工ヤング率が大きい場合は地盤ひずみよりも小さく、ヤング率が小さくなるにしたがって地盤ひずみに近づく様子が伺える。そして、トンネル横断面における軸ひずみと曲げひずみの大小関係について言えば、覆工剛性が大きい領域では軸ひずみが曲げひずみより大きく、覆工剛性が小さい領域では曲げひずみが軸ひずみを上回る傾向を示すことがわかる。図-10の結果によれば、志波らは覆工剛性が小さい領域の状況を指摘したことになる。このことから、彼らの解析はトンネル覆工変位が自由地盤に近い挙動を示しやすい特徴を有するのではないかとと思われる。

図-12についてレベル2地震動に対する耐震設計の観点から照査すると、トンネル縦断方向については自由地盤変位を超過することなく、軸方向最大ひずみ値も0.2%以内にとどまっており、鋼製セグメントから構成されるシールドトンネルでは鋼材の弾性限度付近のひずみが発生していること

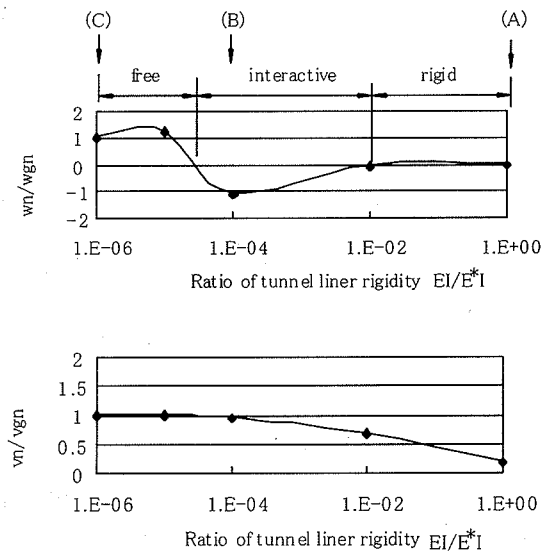


図-10 自由地盤変位に対するトンネル覆工の変形と曲げ剛性の関係

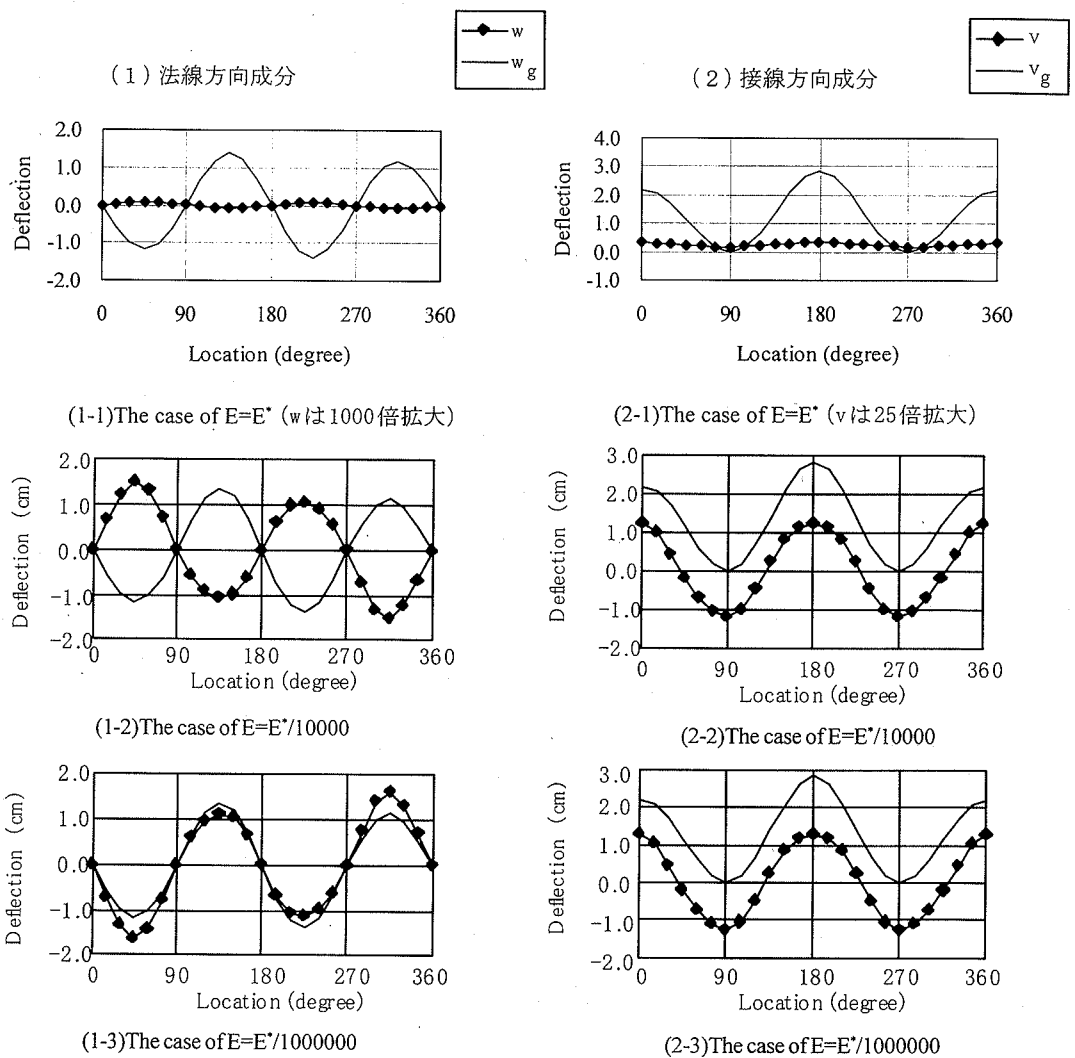


図-11 トンネル覆工の法線方向および接線方向の変形分布と対応する自由地盤変位分布

になる。一方、トンネル横断方向についてみると、覆工剛性が十分に大きい場合には軸ひずみ・曲げひずみ・せん断ひずみのいずれも地盤ひずみに比較して十分に小さく、耐震的には十分な安全性を示すことになるが、逆に覆工剛性が過小の場合には曲げひずみが地盤ひずみを上回り最大1%程度のひずみを発生しており、また軸ひずみも地盤ひずみレベルに到達するため耐震安全性を確保するには覆工剛性に関する適切な補強対策が必要となることを示唆している。

5. 結論

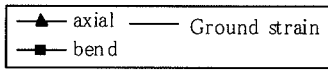
本論文では、3次元的波動理論に基づいてトンネルと周辺地盤の変位挙動をトンネル軸方向・軸直

角方向・横断面方向について統一的に検討できる理論解を誘導し、自由地盤とトンネル間の相互作用に関する定性的な特徴について検討した。

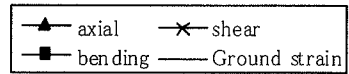
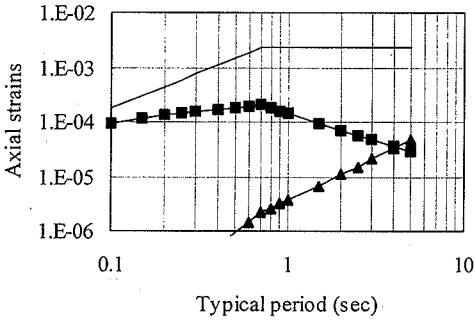
得られた成果は、以下のように纏めることができる。

(1) トンネル縦断面における軸方向・軸直角方向に関し、応答変位法に用いる地盤ばねの理論解を誘導した。軸方向ばね係数は、1～2の値であり既往水道施設耐震工法指針³⁾の推奨値1.5の妥当性を示している。しかし、軸直角方向ばね係数は0.6～200であり、その推奨値3.0の適用範囲には限界があることに留意する必要がある。

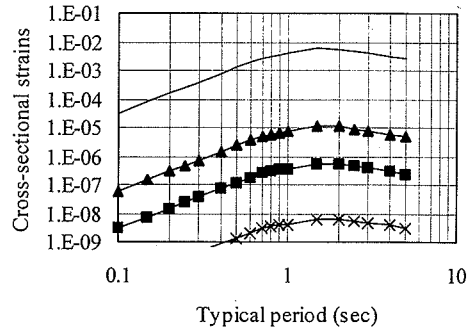
(2) トンネル横断面における覆工法線方向変位成分はトンネル覆工剛性に大きく依存して変形モードを変化させる。すなわち、十分に大きな覆工剛性



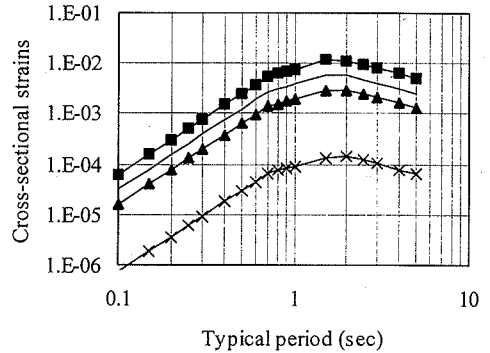
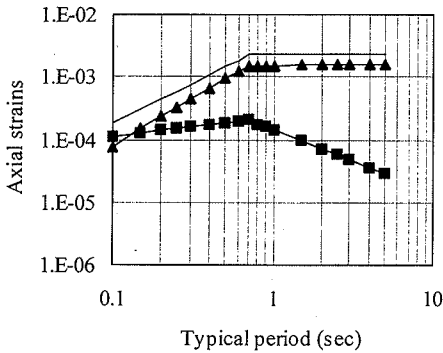
(A) 縦断面内の軸・曲げひずみ



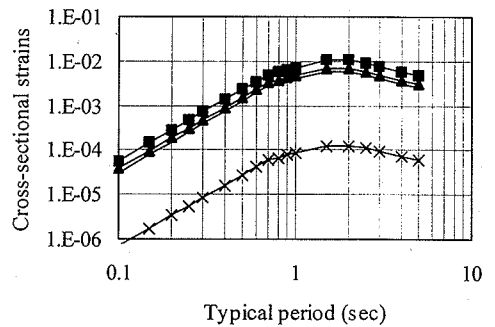
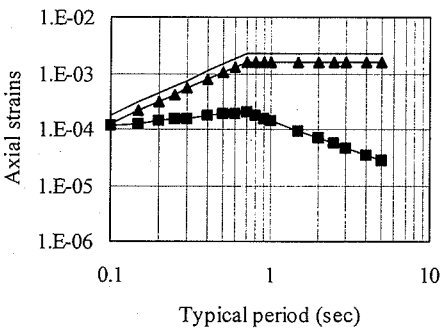
(B) 横断面内の軸・曲げ・せん断ひずみ



(1) The case of $E=E^*$



(2) The case of $E=E^*/10000$



(3) The case of $E=E^*/1000000$

図-12 レベル2地震動に対するトンネル覆工に発生するひずみと地盤ひずみ

ではトンネル覆工の法線方向変位は微小だが、覆工剛性が中間的大きさの場合には自由地盤変位と逆位相の変位を発生させ、さらに小さくなると自由地盤変位と一致する。一方、接線方向変位成分は覆工剛性が小さくなるにしたがって単調に自由地

盤変位モードに漸近する特徴を示す。

(3) レベル2地震動に対する応答変位法の耐震計算結果によれば、トンネル横断面における覆工剛性が大きい場合は軸ひずみが曲げひずみを上回るが、全般的に発生ひずみは地盤ひずみに比較して

十分に小さい値を示す。一方、覆工剛性が過小の場合には曲げひずみが地盤ひずみ・軸ひずみを上回り、1%程度の最大ひずみを発生させる懸念がある。

最後に、本論文では理論展開だけで十分な紙数を費やした事情から理論展開の妥当性・解析手法の適用性を検証するための数値計算結果に言及することができなかった。この点については今後の継続課題としたい。

付録1 $\zeta_0, \zeta_1^2, \zeta_1^3$ の関数表現

$$\zeta_0 = \frac{ik_v \cos \theta \xi_0^2 H_0^s}{\frac{\partial H_{0p}}{\partial r}}$$

$$\zeta_1^2 = m_1 \zeta_1 + m_2 J_1, \quad \zeta_1^3 = m_3 \zeta_1 + m_4 J_1$$

ただし、 J_1 は Bessel 関数であり、次式で定義される。

$$J_1 = J_1(k_v R \cos \theta)$$

そして、

$$m_1 = \frac{\left(2 \frac{H_{1p} H_{1s}}{R^2} - \frac{H_{1p}}{R} \frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{\partial H_{1p}}{\partial r} \frac{\partial H_{1s}}{\partial r} \right) (ik_v R^2 \sin \theta)}{\left(\frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{H_{1s}}{R} \right) \frac{d(rH_{1s})}{dr} - (ik_v R \sin \theta)^2 H_{1s} \frac{\partial H_{1s}}{\partial r}}$$

$$m_2 = \frac{i \left(\frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{H_{1s}}{R} \right) (ik_v R^2 \sin \theta)}{\left(\frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{H_{1s}}{R} \right) \frac{d(rH_{1s})}{dr} - (ik_v R \sin \theta)^2 H_{1s} \frac{\partial H_{1s}}{\partial r}}$$

$$m_3 = \frac{\frac{\partial H_{1p}}{\partial r} - \frac{H_{1p}}{R} - (ik_v \sin \theta) H_{1s} m_1}{\frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{H_{1s}}{R}}$$

$$m_4 = \frac{-ik_v \sin \theta H_{1s} m_2}{\frac{\partial H_{1s}}{\partial r} - \frac{H_{1s}}{R}}$$

付録2 マトリックス Z_n の構成要素

マトリックス Z_n は、第 n 項に対する 4 階複素マトリックスであり、各成分 z_{ij} は次式で与えられる。なお、数値評価をトンネル外面上で行うため、変数 r にはトンネル外半径 R を代入することになる。

$$z_{11} = (S_n^1 + RA_n) \frac{\partial}{\partial r} \{H_n^{(1)}(q_p r)\} + RA_n^* \frac{\partial^2}{\partial r^2} \{H_n^{(1)}(q_p r)\}$$

$$z_{12} = 0$$

$$z_{13} = -(S_n^1 + RA_n) \{ik_v \sin \theta H_n^{(1)}(q_s r)\} - RA_n^* \left\{ ik_v \sin \theta \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_s r) \right\}$$

$$z_{14} = (S_n^1 + RA_n) \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_s r) + RA_n^* \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_s r) \right\}$$

$$z_{21} = -(S_n^2 + RB_n) \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_p r)$$

$$z_{22} = -(S_n^2 + RB_n) \{ik_v \sin \theta H_n^{(1)}(q_s r)\}$$

$$z_{23} = 0$$

$$z_{24} = -(S_n^2 + RB_n) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_s r)$$

$$z_{31} = (S_n^3 - RC_n) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_s r)$$

$$z_{32} = 0$$

$$z_{33} = -(S_n^3 - RC_n) \{ik_v \sin \theta H_n^{(1)}(q_s r)\}$$

$$z_{34} = (S_n^3 - RC_n) \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_s r)$$

$$z_{41} = -(nS_n^2 - RD_n) \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_p r)$$

$$+ RD_n^* \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{n}{r} H_n^{(1)}(q_p r) \right\}$$

$$z_{42} = (nS_n^2 - RD_n) \{ik_v \sin \theta H_n^{(1)}(q_s r)\} - RD_n^* \{ik_v \sin \theta\} \frac{\partial}{\partial r} \{H_n^{(1)}(q_s r)\}$$

$$z_{43} = 0$$

$$z_{44} = -(nS_n^2 - RD_n) \frac{\partial}{\partial r} H_n^{(1)}(q_s r)$$

$$+ RD_n^* \frac{\partial^2}{\partial r^2} \{H_n^{(1)}(q_s r)\}$$

付録3 地震動入力の変位・応力の級数展開

(1) $w_g(\phi)$ の変位場

$$\begin{aligned}
 w_g(\phi) &= -U_G t_{vz} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{y^* - R \cos \phi}{H_g}\right) - \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \right\} \sin \phi \\
 &= -U_G t_{vz} \left[\cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ -\sin \phi + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \sin(2n-1\phi) \right\} \right. \\
 &\quad \left. - \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \sin(2n\phi) \right\} \right] \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} w_{gn} \sin(n\phi)
 \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 w_{g0} &= 0 \\
 w_{g1} &= -U_G t_{vz} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[-1 + \left\{ J_0\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_2\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] \\
 w_{g2n-1} &= -U_G t_{vz} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[(-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] ; n \geq 2 \\
 w_{g2n} &= U_G t_{vz} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[(-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n+1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] ; n \geq 1
 \end{aligned}$$

(2) $v_g(\phi)$ の変位場

$$\begin{aligned}
 v_g(\phi) &= U_G t_{vz} \left\{ \cos\left(\frac{\pi}{2} \frac{y^* - R \cos \phi}{H_g}\right) - \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \right\} \cos \phi \\
 &= U_G t_{vz} \left[\cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ -\cos \phi + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \cos(2n-1\phi) \right\} \right. \\
 &\quad \left. + \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n+1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \cos(2n\phi) \right\} \right] \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} v_{gn} \cos(n\phi)
 \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned}
 v_{g0} &= U_G t_{vz} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \\
 v_{g1} &= U_G t_{vz} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[-1 + \left\{ J_0\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_2\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] \\
 v_{g2n-1} &= U_G t_{vz} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[(-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] ; n \geq 2 \\
 v_{g2n} &= U_G t_{vz} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left[(-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n+1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right] ; n \geq 1
 \end{aligned}$$

(3) $\sigma_g(\phi)$ の応力場

$$\begin{aligned} \sigma_g(\phi) &= -\frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y^* - R \cos\phi}{2H_g}\right) \sin(2\phi) \\ &= -\frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \left[\begin{aligned} &\sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left(\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right) \sin(2n\phi) \\ &-\cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left(\left\{ J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_3\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \sin\phi \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n+3}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right) \sin(2n+1\phi) \end{aligned} \right] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \sigma_{gn} \sin(n\phi) \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \sigma_{g0} &= 0 \\ \sigma_{g1} &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_3\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \\ \sigma_{g2n+1} &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \cdot (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_{2n+3}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\}; n \geq 1 \\ \sigma_{g2n} &= -\frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \cdot (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n-2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\}; n \geq 1 \end{aligned}$$

(4) $\tau_g(\phi)$ の応力場

$$\begin{aligned} \tau_g(\phi) &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y^* - R \cos\phi}{2H_g}\right) \cos(2\phi) \\ &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \left[\begin{aligned} &\sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left(-J_0\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right) \cos(2n\phi) \\ &-\cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left(\left\{ J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_3\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \cos\phi \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+3}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \right) \cos(2n+1\phi) \end{aligned} \right] \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \tau_{gn} \cos(n\phi) \end{aligned}$$

したがって、

$$\begin{aligned} \tau_{g0} &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) J_0\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \\ \tau_{g1} &= -\frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \left\{ J_1\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) - J_3\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\} \\ \tau_{g2n+1} &= -\frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \cos\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \cdot (-1)^n \left\{ J_{2n-1}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+3}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\}; n \geq 1 \\ \tau_{g2n} &= \frac{\pi\mu U_G t_{vz}}{2H_g} \sin\left(\frac{\pi y^*}{2H_g}\right) \cdot (-1)^{n-1} \left\{ J_{2n}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) + J_{2n+2}\left(\frac{\pi R}{2H_g}\right) \right\}; n \geq 1 \end{aligned}$$

参考文献

- 1) 川島一彦, 杉田秀樹, 中島 燈: 大規模地下構造物の耐震設計法・ガイドライン(案), 土木研究所資料 3119号, 建設省, 1992.
- 2) 日本ガス協会: 高圧ガス導管耐震設計指針, 日本ガス協会, 2000.
- 3) 日本水道協会: 水道施設耐震工法指針・解説, 日本水道協会, 1997.
- 4) 日本下水道協会: 下水道施設の耐震対策指針と解説, 日本下水道協会, 1997.
- 5) Konagai, K.: Diagonal expansion and contraction of a circular tunnel during earthquakes, *Structural Eng./Earthquake Eng.*, JSCE, Vol. 15, No. 1, 91s-95s., 1998.
- 6) 小池 武, 今井俊雄: 強震地震動に対する地中管路の変位挙動解析, 土木学会, 構造工学論文集, Vol. 44A, pp. 1647-1658, 1998.
- 7) 高田至郎, 李 騰雁, モスタファ: 非線形特性を考慮したシールドトンネルの耐震設計法, 第10回日本地震工学シンポジウム論文集, 1998.
- 8) 鈴木猛康, 金 聲漢, 植村靖美: シールドトンネルの免震構造の地震応答評価のための解析法の提案, 第1回免震・制震コロキウム講演論文集, pp. 125-132, 1996.
- 9) Takada, S. and Nagao, S.: Dynamic frictional forces and efficiency of joint parts for seismic strength of buried pipelines, *U.S.-Japan Seminar on Earthquake Research with Emphasis on Lifeline Systems, Japan*, pp. 211-222, 1976.
- 10) 鶴飼恵一, 山口柏樹: 埋設管路の動的地盤反力に関する理論的研究, *土と基礎*, Vol. 19, No. 4, pp. 93-102.
- 11) Wang, J-N and Munfakh, G. A.: Seismic design of tunnels, *The third Conference of Earthquake Resistant Engineering Structures*, pp. 589-598, 2001.
- 12) Koike, T.: Structural strains of the buried pipeline under seismic risk, *Proceeding of the Trilateral Seminar Workshop on Lifeline Earthquake Engineering, Taipei*, pp. 281-295, 1985.
- 13) 志波由紀夫, 岡本 晋: シールドトンネルの横断面方向の地震時断面力の計算法, *土木学会論文集*, No. 437/I-17, pp. 193-202, 1991.
- 14) Matsubara, K. and Hoshiya, M.: Soilspring constants of buried pipelines for seismic design, *ASCE, EM*, Vol. 126, No. 1, pp. 76-83, 2000.
- 15) 何 川, 小泉 淳: 地震動が軸直角方向に作用する場合のシールドトンネルの模型振動実験とその応答解析, *土木学会論文集*, No. 624/III-47, pp. 145-164, 1999.
- 16) 臼木恒雄: 円弧の組み合わせよりなる中空断面をもつ地中埋設物の解析, *土木学会論文報告集*, 第322号, pp. 1-14, 1982.

(2002. 10. 2受付)

LONGITUDINAL AND TRANSVERSE STRAIN ESTIMATES OF SHIELD TUNNEL UNDER SEISMIC HAZARD

Takeshi KOIKE

This paper presents several derivations of 3-dimensional structural strains of a shield tunnel under an earthquake ground motion. Theoretical expressions including not only axial and bending strains but also cross-sectional strains of a tunnel are developed in order to discuss the applicability of spring modulus and current seismic design methods.

Numerical results suggest that the tunnel strains are dependent upon the lining rigidity, so that a tunnel with small lining rigidity shows a large bending strain exceeding the critical strain of 1% given in the current design method.