

# 遺伝的アルゴリズムによる高速道路線形最適化のための 線形モデルの検討

山崎元也<sup>1</sup>・本郷廷悦<sup>2</sup>・比屋根一雄<sup>3</sup>・谷田部智之<sup>4</sup>

<sup>1</sup> 正会員 工博 日本道路公団東京管理局 加須管理事務所 (〒347-0013 埼玉県加須市大字北篠崎 90)

E-mail: motoya.yamasaki@jhnet.go.jp

<sup>2</sup> 正会員 工修 日本道路公団試験研究所 技術情報課 (〒194-0035 東京都町田市忠生 1-4-1)

E-mail: teietu.hongo@jhnet.go.jp

<sup>3</sup> 工修 三菱総合研究所 (〒100-8141 東京都千代田区大手町 2-3-6)

E-mail: hiya@mri.co.jp

<sup>4</sup> 工博 三菱総合研究所 (〒100-8141 東京都千代田区大手町 2-3-6)

E-mail: tyatabe@mri.co.jp

高速道路等のコスト縮減に対する技術開発が重要な課題となっている。その中でも高速道路のコストに大きな影響を与えるのは、道路線形を決定する路線選定の段階である。本論文では道路設計において最も基本的評価である道路線形に対する事業コスト、土工量コスト、安全性・走行性に関する評価方法を検討し、最適化手法の一つである遺伝的アルゴリズムを用い、設計者が与える制約条件の下で最適な縦断線形および平面線形を同時に探索する手法について提案する。従来手法で設計された高速自動車道の既往設計との比較検証し、提案手法の妥当性及び具体的な有効性について述べる。

**Key Words :** road design, horizontal and vertical alignments, genetic algorithms, optimization, highway

## 1. はじめに

高速道路事業のプロセスにおいて、高速道路の事業費に大きな影響を与えるのは、大まかな道路線形を決定する路線選定の段階である。道路線形の「コスト縮減」への対応は、単に建設コストだけの問題ではなく、道路構造令や設計要領などの規定を満足しながら、経済性、安全性、快適性、環境負荷の低減などの多くの評価項目をバランスよく満足した上で、渋滞解消、道路沿線の環境保全や安全性、走行性などの要求にも配慮したものでなければならない。

したがって、道路概略設計は道路事業において重要なプロセスと位置付けられており、このプロセスのシステム化についてさまざまな検討が行われている。例えば、新井ら<sup>1)</sup>は DTM(Digital Terrain Model)を利用して CAD(Computer Aided Design)で道路設計するための合

理的な手法を提案している。また、村上ら<sup>2)</sup>は CAD で道路設計する場合の DTM の有用性を示している。また、山崎ら<sup>3)</sup>は新しいデジタル地形データの活用方法を提案している。

このように設計を効率化する環境が整いつつある一方で、制約条件が厳しく、線形のわずかな変化が土工量に大きな影響を与える急峻な山岳地帯を通過する高速道路の線形設計においては、たとえ道路専用 CAD を利用したとしても、現時点では検討作業の大部分は人手で行っている。今後、道路設計計算に必要な地形情報や道路線形のデータがデジタル化されても、道路設計者が「最適」に近い道路線形を短時間に探索することは困難であることを意味している。そこで従来の道路設計者の経験と勘に頼ってきた道路線形の設計プロセスにおける作業の効率化には、設計者が設定した制約条件に対し、道路線形のシミュレーション(模擬実験)が

できるシステムおよび最適化を支援するための仕組みが必要である。・

本稿では、これまでに筆者らが開発した縦断線形最適化システム<sup>4)</sup>を拡張し、平面線形を含めた線形の最適化を検討する。まず、高速道路の線形形状を最適化するために適した道路線形の数式モデルの検討を行った。道路設計者が通常用い、縦断線形最適化でも採用した「片押し法」モデルの問題点を明らかにし、最適化問題を解決するに適した通過点モデルを提案する。

さらに、高速道路の線形の良し悪しを評価する手法のモデル化を行った。従来は道路設計者の経験と勘に頼ってきた部分である。評価尺度としては、最も重要なのは土工量および構造物の建設コストである。これらの他に、道路構造令や設計基準から与えられる制約条件や、より走行性に優れた線形を得るために線形希望条件、コントロールポイントの制約条件がある。

道路線形設計を「通過点」と線形要素の組み合わせ問題の最適化として扱い、平面線形および縦断線形の線形モデルおよび線形の評価方法を取り入れ、最適化問題を解く手法の1つである「遺伝的アルゴリズム」として定式化する。実際のデジタル地形データを利用した道路線形設計をシミュレーションすることにより、最適線形に近い道路線形を自動的に探索するシステム(OHPASS: Optimal Highway Path Automatic Search System)を構築する。

本稿では、提案手法の妥当性・有用性を実証するために、既に設計済みの高速道路 14km の区間を対象にして、本手法による計算結果を既往設計例と比較検討した。

## 2. 最適化に適した線形モデルの検討

### (1) 片押し法モデルの問題点

筆者らは、縦断線形のみを対象として、図-1に示すように放物線と直線の2種類の線形要素で構成され、各要素の端点における傾きと区間長で定義される縦断線

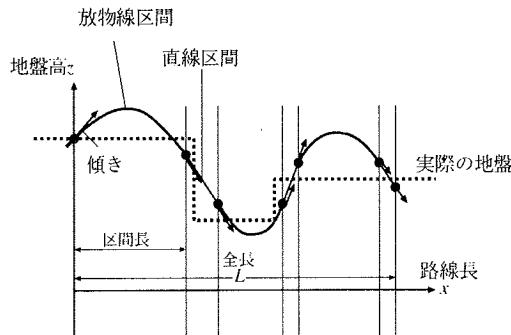


図-1 縦断線形モデル

形モデルを提案し、遺伝的アルゴリズムにより建設コストが最小となる線形を探索する手法を提案している<sup>4)</sup>。この縦断線形モデルは、あらかじめ設定されている始点から終点に向かって、線形要素を順々に接続するいわゆる「片押し法」に基づくモデルであり、道路設計者が一般に利用している方法に近い。縦断線形モデルにおいては変更可能なパラメータが少ない上、傾きについては変更できる範囲が限られているため、最適化手法が良好に機能し、十分最適に近い縦断線形が得られたと考えられる。

しかしながら、縦断線形と同様に片押し法により、平面線形を円弧と直線を線形要素で構成されるモデルとした場合、遺伝的アルゴリズムを用いた最適化には問題点があることが明らかになった。図-2は平面線形要素を接線方向角、区間長、曲線半径を用いて表し、片押し法に基づいて平面線形を前述の縦断線形と同様のGAを使って最適化したものである。左上から順に初期状態、10世代、20世代、50世代の状態を表す。この場合には、接線方向角の値域には制限がなく、初期状態ではランダムな値となるため図-2上に示すように広範囲に散らばった平面線形となる。最適化する際に探索範囲を広くするという点では意味があるが、実際にデジタル地形データは計画線形の近傍にしか存在しない。このためほとんどの線形では土工量等の算出ができず、無駄になってしまう。遺伝的アルゴリズムでは、評価値の計算ができない個体(この場合平面線形)のことを「不能個体」と呼ぶ。

また、図-2の収束状況からもわかるように、始点付近は急速に収束してしまい、世代が進んでも終点付近での探索しか行われていないため、真の最適解に近づくことが困難になっている。これは「過剰収束」問題と呼ばれ、最適化プロセスの途中で見つかった評価の優れたもののみを優先的に使うことにより生じる、遺伝的アルゴリズムだけでなく最適化問題全般によくある問題点である。

これら二つの問題点は、片押し法が抱える本質的な問題であると考えられる。すなわち始点付近の微少な変動が、片押し法では線形要素を順々に積み上げるため、終点付近では大きな変化となって現れてしまうからである。このため計画線形から大きく離れた線形、つまり不能個体が出現しやすくなり探索効率が極めて悪い。また、終点付近では評価が良い線形が得られた後に、始点付近を少しでも修正すると、終点付近の線形形状が大きく変化してしまうため、始点付近の探索が十分ではない。そこで、部分的に線形を変更できる、前半部分の変更が後半部分に影響しない線形モデルが必要である。

## 初期状態

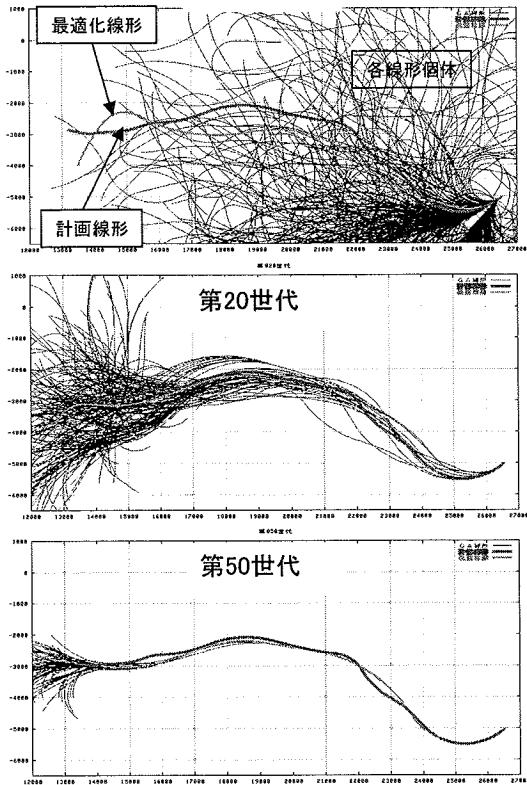


図-2 片押し法に基づく平面線形モデルの最適化

## (2) 通過点モデル

不能個体の出現や過剰収束の問題点を解決するために、「通過点線形モデル」と呼ばれる新しい道路線形モデルを提案する。高速道路の設計では、通常インターチェンジまたは他の道路との接続する場所と接線方向角があらかじめ決まっているため、通過点線形モデルでも平面線形の始点と終点の位置と接線方向角を既知の条件として与えられたときに、線形中に「通過点」とよぶ点を数点設定し、それらを通る道路線形を発生させる道路線形モデルである。例えは、図-3のように、始点および終点位置と接線方向角が与えられた2地点を結ぶ平面線形は、直線+曲線、曲線+直線、曲線+曲線のいずれかで生成することができる。ここで曲線区間とはクロソイド+円弧+クロソイドで構成される。同様に、標高と勾配が与えられた2地点を結ぶ、任意の区間長の縦断線形は、直線+放物線、直線+放物線、放物線+放物線のいずれかで生成することができる。

なお、曲線半径やクロソイドパラメータなどの道路線形パラメータを与えると片押し法では一意に線形を計算することが可能であるが、接線方位角および勾配が決ま

っている2地点が与えられた場合に、それらを端点とする道路の各パラメータを一意に求めることはできない。そこで、本稿ではいくつかの仮定を置くことによりこの問題を解決している。

## (3) 遺伝的アルゴリズムによる最適化

片押し法モデルでは、前半を変更した場合に後半部分も大きく変更されるため、一部の変更が全体への影響が大きく、最適化プロセスの連続性を無視することになる。道路線形を部分的に変更したり、前半のみ良い線形と後半のみ良い線形があった場合に組み合わせることでよりよい線形を得るという最適化プロセスが有効である。そうしたプロセスに適した手法として遺伝的アルゴリズム(GA)が考えられる。この場合、前半部と後半部を組み合わせる操作は「交叉」に相当し(図-4)、部分的に変更するということは「突然変異」に相当する(図-5)。

通過点モデルは、複数の線形から優れた部分を活用することにより全体の最適化を図るというGAの特性に合ったモデルである。GAによる最適化プロセスの中で

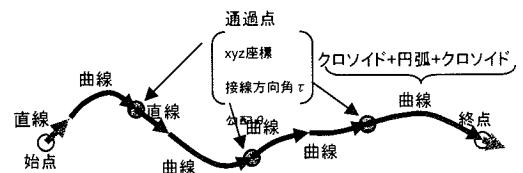


図-3 道路線形の通過点モデル

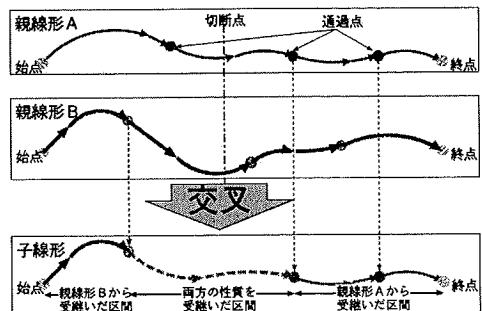


図-4 通過点モデルにおける交叉プロセス

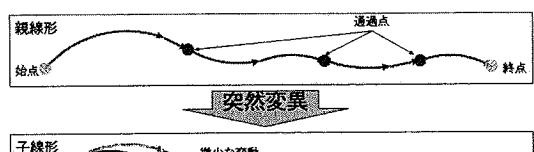


図-5 通過点モデルにおける突然変異プロセス

は、交叉による組み合わせ操作が中心になるため、初期状態から大きく異なる状態にはなりにくい。そのため、初期状態では探索範囲を広く取ることが局所解を避けることにつながる。そこで実際の最適化プロセスでは、計画線形を中心に、位置および勾配、接線方向角のいずれをパラメータとして通過点を表し、初期状態ではそれらのパラメータをランダムに決定している。

#### (4) 路線沿い座標系

通常、デジタル地形データは計画線形に沿った限られた範囲、幅 500m 程度しか作成しない。そのため、通常の 3 次元空間内で通過点をランダムに選ぶことを考えると、横断面の作成に必要な地形標高データが存在しないことが大半である。加えて、縦断線形に関しても地盤高から±50m 程度の位置しか通ることができない制約がある。そのため、不能個体の出現を抑えるためには、計画線形の近くを通るような線形でなければならぬ。そこで、この問題を解決するために、通過点の座標を計画線形に沿った座標系で表す、これを「路線沿い座標系」と呼ぶことにする。具体的には、計画線形の路線方向を W 座標、計画線形から横断方向へのずれを V 座標、計画高からの差分を Z 座標として表す。これにより、通過点の WVZ 座標の値を変化させる際に、上下限値さえ満たせば、計画線形の近傍に必ず存在することになる。

一般に、従来の計画線形は  $(x, y, z)$  と接線方向角  $\tau$ 、勾配  $\theta$  で定義される測点の集合で表されている。各測点に対して、図-6 のように路線方向を W 座標、横断方向を V 座標、垂直方向を Z 座標とする座標系、路線沿い座標系を考えると、通過点は座標  $(w, v, z)$ 、接線方向角  $\tau'$ 、勾配  $\theta'$  の 5 つのパラメータで表せる。そこで、座標  $w$  に最も近い測点 P (座標  $(p_x, p_y, p_z)$ )、接線方向角  $\tau_p$  を用いて、以下の式により測地座標系に変換できる。

$$x = p_x + v \cdot e_x \quad (1)$$

$$y = p_y + v \cdot e_y \quad (2)$$

$$z = p_z + z' \quad (3)$$

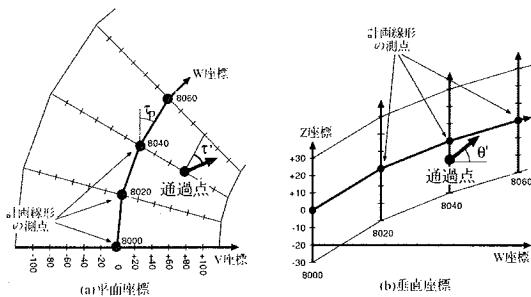


図-6 路線沿い座標系

$$\tau = \tau_p + \tau' \quad (4)$$

$$\theta = \theta' \quad (5)$$

ここで、ベクトル  $\vec{e} = (e_x, e_y)$  は測点 P における V 座標の単位ベクトルである。

### 3. 通過点平面線形モデル

前述したように、片押し法では途中区間のパラメータを微少に変化させるだけでも、それ以降の区間の線形が大きく変わってしまうという問題がある。そこで、各区間の境界における点の座標と接線方向角を与えた時に、各点を通るように直線、円弧、クロソイドでつなぐ方法を考える。なお、以下の議論では、日本道路公団内で通常使われている公共座標系を用いているものとし、簡単のために、始点 A の座標は原点かつ接線方向角は 0 である、つまり接線が X 軸に並行しているとする。これは平行移動+回転を使うことにより、点 A における局所座標を考えていることに等しいので、この仮定をおいても一般性は失わない。

#### (1) 平面線形の分類

原点 A と接線方向角  $\tau_f$  を持つ点 F( $f_x, f_y$ ) を結ぶ平面線形を考える。任意の円弧は、クロソイドー円弧ークロソイドで置き換えることができるので、簡単のために平面線形は円弧と直線のみで構成されるものとする。可能

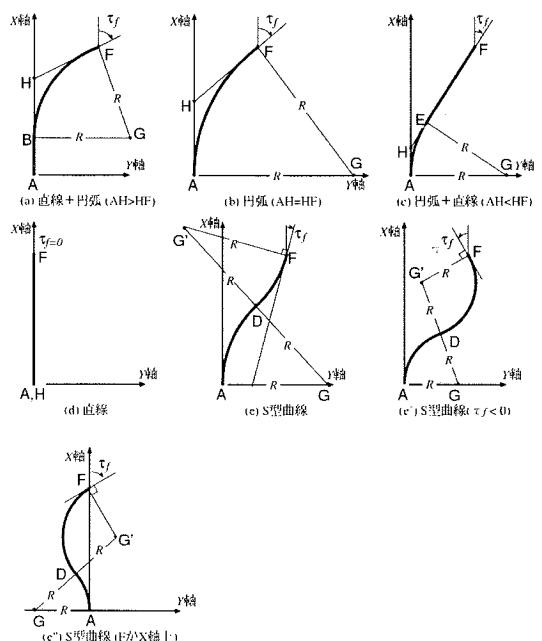


図-7 通過点モデルの平面線形要素の基本型

な限り少ない線形要素で構成とすると、 $\tau_f$  の大きさによって、図-7のように以下の 5 種類に分類できる。ただし、点 F の接線と X 軸の交点を H( $h_s, 0$ )とする。

- a) 直線 + 円弧:  $\tau_f > 0, h_s > 0$ かつ AH > HF
- b) 円弧:  $\tau_f > 0, h_s > 0$ かつ AH = HF
- c) 円弧 + 直線:  $\tau_f > 0, h_s > 0$ かつ AH < HF
- d) 直線:  $f_x = 0, \tau_f = 0$  (F が X 軸上)
- e) S 型曲線:  $\tau_f > 0, h_s < 0$  または  $\tau_f < 0$  または  $f_x = 0, \tau_f \neq 0$  (点 F が X 軸上)

このうち、b) 円弧と d) 直線となるのは接線方向角  $\tau_f$

などのパラメータが特定の場合に限られる。また、e) S 型曲線では 2 つの曲線半径のとりかたによっていろいろな場合を考えられるが、ここでは同一の曲線半径を持つものとし、平面線形は一意に決まるものとする。

## (2) 円弧 + 直線 / 直線 + 円弧の場合

まず、円弧 + 直線あるいは直線 + 円弧で構成される平面線形を考える。X 軸が接線である原点 A から、点 F への平面線形は点 F の座標と接線方向角によって、図-8(a)直線→円弧と(b)円弧→直線の場合がある。

### a) 接線との交点 H の座標( $h_s, 0$ )

点 H は X 軸上にあり、点 F の接線方向角  $\tau_f$  から次式で与えられる。

$$h_s = f_x - f_y / |\tan \tau_f| \quad (6)$$

### b) 円弧の始点 C, 終点 D の座標( $c_x, c_y$ ) ( $d_x, d_y$ )

#### ・ 直線→円弧の場合(AH > FH)

円弧区間始点 C は、次式で計算できる。

$$c_x = h_s - f_y / \sin \tau_f, c_y = 0 \quad (7)$$

円弧区間終点 D は点 F と同一である。

#### ・ 円弧→直線の場合(AH < FH)

円弧区間始点 C は点 A(=原点)と同一である。円弧区間終点 D は、次式で計算できる。

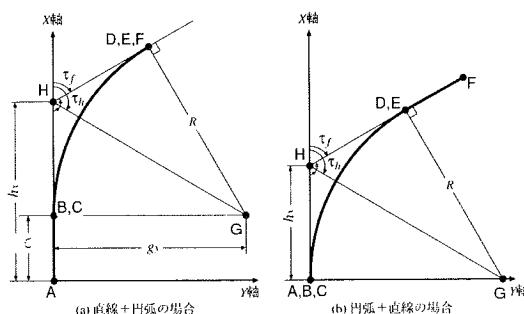


図-8 直線と円弧のみの平面線形モデル

$$d_x = h_s + h_s \cos \tau_f, d_y = h_s \sin \tau_f \quad (8)$$

### c) 円弧中心 G の座標( $g_x, g_y$ )

円弧中心 G の座標および曲線半径 R は次式で与えられる。

$$g_x = c_x \quad (9)$$

$$R = g_y = (h_s - c_x) / \tan \frac{\tau_f}{2} \quad (10)$$

また円弧区間長および円弧終点における接線方向角は次式で与えられる。

$$L_r = R \tau_f \quad (11)$$

$$\tau_d = \tau_f \quad (12)$$

### (3) S 型曲線の場合

区間終点の接線方向角によっては一つの曲線では接続できない場合がある。このような場合には、二つの曲線を S 型に接続する。

具体的には、図-9のように、点 F の接線と X 軸の交点 H が原点より下にある場合(a)、および、点 F の接線方向角  $\tau_f$  が負になる場合(b)である。

$$\tau_f < f_x / f_y \quad (13)$$

Y 軸上に第一の円弧の中心 H があり、点 F の接線方向角と垂直線上に第二の円弧の中心 G がある。このとき、二つの円弧の曲線半径 R を同一であるとすると、円弧中心 G,H は一意に決まる。

点 F から点 G への単位方向ベクトル  $\vec{v} = (v_x, v_y)$  は

次式で表せる。

$$v_x = \cos(\tau_f - \pi/2), v_y = \sin(\tau_f - \pi/2) \quad (14)$$

この時、円弧中心 G, H は次式で与えられる。

$$g_x = f_x + R v_x, g_y = f_y + R v_y \quad (15)$$

$$h_s = 0, h_y = R \quad (16)$$

二つの円弧の曲線半径 R が同一なことから、線分 GF = GD = DH = HA かつ、点 D は GH の中点である。したがって、次式が成り立ち、

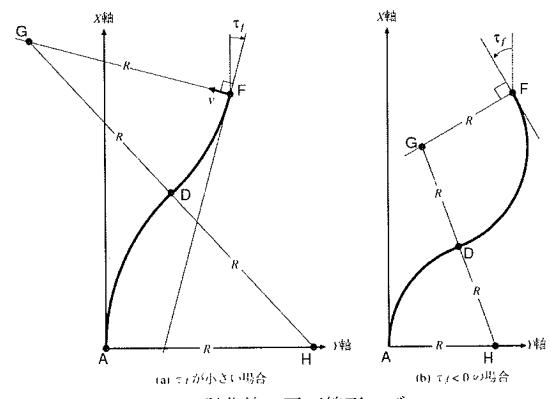


図-9 S 型曲線の平面線形モデル

$$(2R)^2 = (g_x - h_x)^2 + (g_y - h_y)^2 \quad (17)$$

$$= (f_x + Rv_x)^2 + (f_y + Rv_y - R)^2$$

展開すると  $R$  についての 2 次方程式となる。

$$(-2v_y - 2)R^2 + (2f_x v_x + 2f_y(v_y - 1))R + (f_x^2 + f_y^2) = 0 \quad (18)$$

$R > 0$  の解は次式で求められる。

$$R = \frac{-(2f_x v_x + 2f_y(v_y - 1)) - \sqrt{(2f_x v_x + 2f_y(v_y - 1))^2 + 8(v_y + 1)(f_x^2 + f_y^2)}}{-4(v_y + 1)} \quad (19)$$

二つの円弧の境界点 D の座標  $(d_x, d_y)$  および接線方向角  $\tau_d$  は次式で計算できる。

$$d_x = \frac{1}{2}(g_x + h_x) = \frac{1}{2}(f_x + Rv_x) \quad (20)$$

$$d_y = \frac{1}{2}(g_y + h_y) = \frac{1}{2}(f_y + Rv_y + R) \quad (21)$$

$$\tau_d = R \sin^{-1}(d_x / R) \quad (22)$$

以上の手順で求めた点 D を用いると、区間 AD と区間 DF はそれぞれ一つの円弧でモデル化可能である。

#### (4) クロソイドを含む平面線形

一つの円弧区間が与えられたとき、この円弧を「クロソイドー円弧ークロソイド」で置き換えることができる。しかし、曲線半径  $R$ 、クロソイドパラメータ  $A$ 、円弧長  $L_r$ 、クロソイド長  $L_c$  には制約条件があり、これらを単純に求めることができない。

そこで、まず原点 A から点 F までの区間を図-10のように、始点 A から終点 F まで 5 つの線形要素を

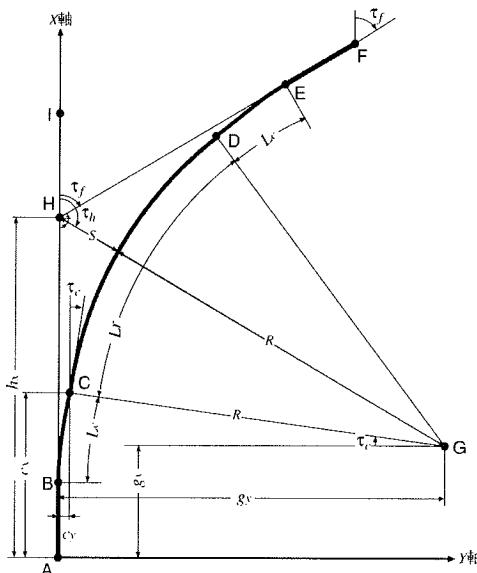


図-10 区間境界座標と接線方向角が与えられた場合の  
クロソイド線形モデル

A←直線→B←クロソイド→C←円弧→D

←クロソイド→E←直線→F

というような組み合わせを用いてモデル化する。

#### a) クロソイドを含む平面線形の一般形

接線方向角  $\tau_f$  を持つ終点 F の座標を  $(f_x, f_y)$  とする。

これまで同様に点 F から接線と X 軸との交点、すなわち始点 A の接線との交点を点 H( $h_x, h_y$ )とする。なお、交点 H が得られない場合には、平面線形が作成できない。また、角 AHF の二等分線上、点 H から距離  $S+R$  の位置に円弧の中心 G( $g_x, g_y$ )を置く。ここで、円弧の曲線半径  $R$ 、クロソイドパラメータ  $A$  を決めるとき、平面線形は一意に決定される。

クロソイド曲線の公式からクロソイド区間長  $L_c$  とクロソイド終点 C における接線方向角  $\tau_c$  は、曲線半径  $R$  とクロソイドパラメータ  $A$  から求められる。

$$L_c = A^2 / R \quad (23)$$

$$\tau_c = A^2 / (2R^2) \quad (24)$$

点 C の座標  $(c_x, c_y)$  はクロソイド曲線近似式(付録参照)を用いると以下のように表せる。

$$c_x = \omega_x(\tau_c, A) + b_x, \quad c_y = \omega_y(\tau_c, A) \quad (25)$$

ただし、ここでは点 B の X 座標  $b_x$  は未知であるため  $c_x$  も未定である。

円弧中心 G の座標  $(g_x, g_y)$  は点 C の座標と接線方向角  $\tau_c$  および曲線半径  $R$  から求められる。

$$g_x = c_x - R \sin \tau_c, \quad g_y = c_y + R \cos \tau_c \quad (26)$$

なお、ここで  $c_x$  は未知であるので、 $g_x$  も決まらない。

一方、円弧の中心 G は角 AHF の二等分線上に存在しなければならないので、角 IHG  $\tau_h$  を用いると、点 G は以下で表すことができる。

$$\tau_h = (\tau_f + \pi) / 2 \quad (27)$$

$$g_x = h_x + (S + R) \cos \tau_h \quad (28)$$

$$g_y = (S + R) \sin \tau_h \quad (28)$$

$g_y$  は既知であるので、距離 HG =  $S + R$  が求められ、 $g_x, c_x, b_x$  の順に求めることができる。

クロソイド DE とクロソイド BC は直線 GH に関して対称である。したがって、点 D は点 C から、点 E は点 B から求めることができる。点 C( $c_x, c_y$ ) と点 D( $d_x, d_y$ ) の中点 P( $p_x, p_y$ ) は線分 GH 上にあることから、以下のように表せる。

$$\frac{p_x - g_x}{h_x - g_x} = \frac{p_y - g_y}{h_y - g_y} \quad (29)$$

また、線分 CD と線分 GH は直行しているので、ベクトル GH とベクトル CP の内積は 0 になり、次式が得ら

れる。

$$(h_x - g_x)(p_x - c_x) + (h_y - g_y)(p_y - c_y) = 0 \quad (30)$$

ここで、 $\alpha = h_x - g_x$ ,  $\beta = h_y - g_y$  とおくと、

$$\beta(p_x - g_x) - \alpha(p_y - g_y) = 0 \quad (31)$$

$$\alpha(p_x - c_x) + \beta(p_y - c_y) = 0 \quad (32)$$

となり、この連立一次方程式により中点  $P$  が次式で得られる。

$$\begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} = \frac{1}{\alpha^2 + \beta^2} \begin{bmatrix} \beta & \alpha \\ -\alpha & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta g_x - \alpha g_y \\ \alpha c_x + \beta c_y \end{bmatrix} \quad (33)$$

クロソイドの終点 D および始点 E は次式で得られる.

$$\begin{bmatrix} d_x \\ d_y \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} p_x \\ p_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_x \\ c_y \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\begin{bmatrix} e_x \\ e_y \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha^2 + \beta^2} \begin{bmatrix} \beta & \alpha \\ -\alpha & \beta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta g_x - \alpha g_y \\ \alpha c_x + \beta b_y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \end{bmatrix} \quad (35)$$

なお、点 D, 点 E における接線方向角  $\tau_d, \tau_e$  および

円弧区間長  $L_r$  は以下で与えられる.

$$\tau_d = \tau_f - \tau_c \quad (36)$$

$$\tau_e = \tau_f \quad (37)$$

$$L_r = (\tau_f - 2\tau_c)R \quad (38)$$

### b) クロソイドー円弧ークロソイドモデル

前述の「直線—クロソイド—円弧—クロソイド—直線」モデルにおいて、曲線(クロソイド—円弧—クロソイド)を最長にとると、直線 AB と直線 EF の長さを 0 にすることができる。このとき図-11に示すように、 $A=B$ ,  $E=F$  となる。前述の直線を含むクロソイド線形モデルには、曲線半径  $R$  とクロソイドパラメータ  $A$  の二つのパラメータが使われている。直線区間を 0 にするという条件が追加されるために、 $R$  と  $A$  のいずれかを決めると他方のパラメータは自動的に決まる。しかしながら、クロソイドは近似式で表されているために、 $R$  から  $A$  を直接求めることはできない。そこで、 $A$  を変化させることにより  $b_x = 0$  となるような値を求める。この場合、前述のモデルと同じ式群により表現することができる。

### c) 曲線半径 $R$ とクロソイドパラメータ $A$ の算出手法

直線を含まない「クロソイドー円弧ークロソイド」モデルでは、曲線半径  $R$  とクロソイドパラメータ  $A$  は一方を決めると他方は自動的に定まるため、ここでは  $R$  の範囲を算出する。

曲線半径  $R$  が最大になるのは図-12(a)に示すようなクロソイド区間長  $L_c$  が 0 の場合である。点 F での垂線と Y 軸の交点が円弧中心 G となる。これは、角 AHF の二等分線と Y 軸の交点でもある。しがたって、曲線半径  $R$

はクロソイドを作る前の曲線半径  $R_{org}$  に等しい。

$$R_{\max} = h_x = |\tan \tau_h| = R_{org} \quad (39)$$

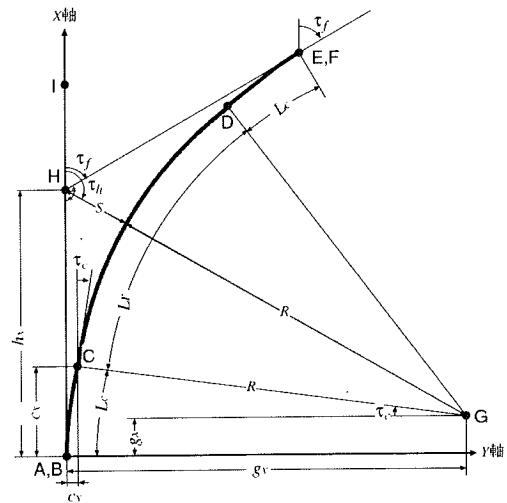


図-11 クロソイドー円弧ークロソイドの平面線形モデル

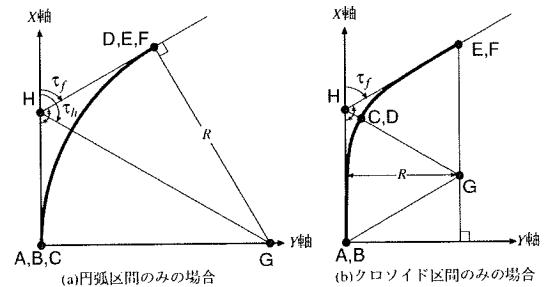


図-12 同一平面線形における曲線半径  $R$  の最大最小

一方、曲線半径  $R$  が最小になるのは図-12(b)に示すような円弧区間長  $L_r$  が 0 の場合である。このとき、円弧中心  $G$  は点  $F$  から  $Y$  軸に垂直に下ろした直線と、角 AHF の二等分線との交点となる。したがって、曲線半径  $R$  は点  $F$  の  $Y$  座標値に等しい。

$$R_{min} = f_v \quad (40)$$

d) 各パラメータの制約条件

上記の曲線半径  $R$  に対する幾何的な制約に加えて、クロソイドパラメータ  $A$  およびクロソイド長  $L_c = A^2/R$  にも構造令や設計要領で定められた道路設計上の制約が以下のようにいくつある。

- $A$  は  $R$  の  $1/3$  以上,  $R$  または  $1000\text{m}$  以下である.
  - クロソイド長  $L_c$  は  $70\text{m}$  以上かつ  $500\text{m}$  以下である.

$R_{\min}$  から  $R_{\max}$  の範囲に入る  $R$  はこれらの条件を満たす必要がある。しかしながら、これらの条件から直接世継を、音に染めるこ~~れ~~はできないため、実際に  $i$  を変

化させてクロソイドおよび円弧を持つ曲線を作り、二分法を用いて  $R_{\max}$  にできるだけ近い曲線半径  $R$  を求めるようにする。また、これらの手順で求めた  $R$  と同様の手順で最小となる  $R$  を求めたときに、それほど差が大きくならないことが簡単なシミュレーションにより確認されている。

## 4. 縦断線形モデル

### (1) 縦断線形の分類

座標と勾配が与えられた任意の 2 地点 A, F を結ぶ縦断線形を考える。簡単のために点 A を原点おく。これは点 A における局所座標を考えることと同じである。

原点 A から勾配  $\theta_a$ を持ち、標高差  $z_f$ 、水平方向に距離  $L$  の位置にある点 F に勾配  $\theta_f$ を持つ縦断線形を考える。可能な限り少ない線形要素で構成した場合には、図-13のように以下の5つに分類できる。なお、原点 A から傾き  $\theta_a$ を持つ直線を水平方向に距離  $L$  だけ延ばした点を H とする。また、点 F は点 H より標高が低いものとする。つまり、 $z_f < \theta_a L$  が成り立つ。

- (a) 直線 + 放物線:  $Z_f > \theta_a L$ ,  $Z_f > \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_f)L$
- (b) 放物線 + 直線:  $Z_f > \theta_f L$ ,  $Z_f < \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_f)L$
- (c) 放物線 + 放物線:  $Z_f < \theta_f L$
- (d) 直線:  $Z_f = \theta_f L$ ,  $\theta_a = \theta_f$
- (e) 放物線:  $Z_f = \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_f)L$

### (2) 縦断線形の基本型

放物線が一つの縦断線形は図-14のように「直線 - 放物線 - 直線」モデルとして表すことができる。このモデルでは、始点 A における勾配  $\theta_a$ 、距離  $L$  だけ離れた終点 F における勾配  $\theta_f$  の3つのパラメータで決まる線形を考える。

一般に、勾配  $\theta_0$ を持つ始点と勾配  $\theta_1$ を持つ終点を区間距離  $L$  で結ぶ放物線上の座標  $z(w)$  は次式で与えられる。

$$z(w) = \theta_0 w + \frac{1}{2L}(\theta_1 - \theta_0) \cdot w^2 \quad (41)$$

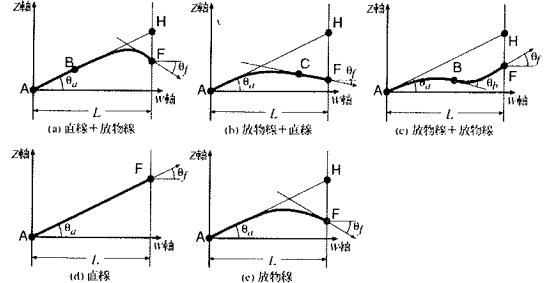


図-13 縦断線形モデルの分類

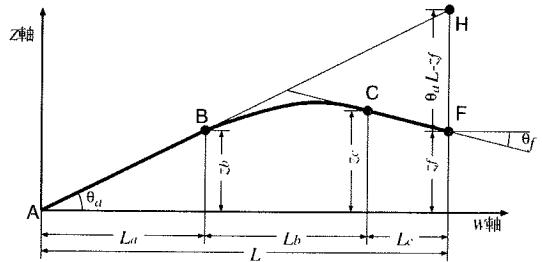


図-14 縦断線形モデルの基本型

この式から、図-14で示した変化する各点の z 座標を求めるところ以下のようになる。

$$z_b = z_a + \theta_a L_a \quad (42)$$

$$z_c = z_b + \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_f)L_b \quad (43)$$

$$z_f = z_c + \theta_f L_c = \theta_a L_a + \frac{1}{2}(\theta_f + \theta_a)L_b + \theta_f L_c \quad (44)$$

$$L = L_a + L_b + L_c \quad (45)$$

#### a) 直線 - 放物線の場合 ( $L_c = 0$ )

$L_c = 0$  より  $L_a = L - L_b$  が成り立ち、 $L_b$  について解くと以下のようになる。

$$L_b = \frac{2(\theta_a L - z_f)}{\theta_a - \theta_f} \quad (46)$$

#### b) 放物線 - 直線の場合 ( $L_a = 0$ )

同様に  $L_a = 0$  より  $L_c = L - L_b$  が成り立ち、 $L_b$  について解くと次式が得られる。

$$L_b = \frac{2(z_f - \theta_f L)}{\theta_a - \theta_f} \quad (47)$$

このとき、縦断曲線半径  $R$  は次式で与えられ、 $R > 0$  であれば凸型、 $R < 0$  であれば凹型縦断線形である。

$$R = \frac{L_b}{\theta_f - \theta_a} \quad (48)$$

#### c) S 型縦断線形

直線と放物線で接続できない場合には、図-15のように 2 つの放物線を接続した S 型の縦断線形にする必要がある。この場合各点の座標を求めるところ以下のようになる。

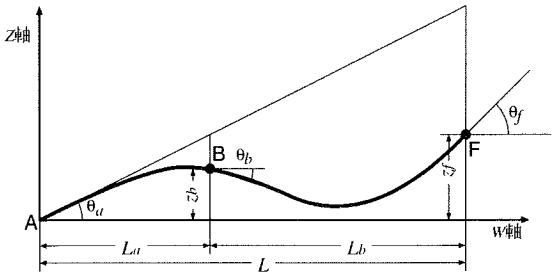


図-15 S型縦断線形モデル

$$z_b = \frac{1}{2}(\theta_b + \theta_a)L_a \quad (49)$$

$$z_f = \frac{1}{2}(\theta_f + \theta_b)L_b + z_b = \frac{1}{2}\theta_a + L_a + \frac{1}{2}\theta_bL + \frac{1}{2}\theta_fL_b \quad (50)$$

$$L = L_a + L_b \quad (51)$$

これらの式から点 B は自由に定めることができる。そこで簡単のために、 $L_a = L_b = 1/2 L$ 、つまり点 B を AF の中点とすると点 B の傾きおよび z 座標が定まる。

$$\theta_b = \frac{2z_f}{L} - \frac{1}{2}(\theta_a + \theta_f) \quad (52)$$

$$z_b = \frac{1}{8}(\theta_a - \theta_f)L + \frac{1}{2}z_f \quad (53)$$

このとき、二つの放物線の縦断曲線半径は次式で与えられる。

$$R_a = \frac{L_a}{\theta_b - \theta_a} \quad (54)$$

$$R_b = \frac{L_b}{\theta_f - \theta_b} \quad (55)$$

## 5. 道路線形の評価項目

上述の道路線形モデルに基づいて算出した道路線形を土工量コスト、構造物コスト、安全性・走行性の 3 つの点から評価、検討を行なう。

### (1) 土工量コスト

最も重要な経済性の指標は土工量コストである。土工量全体を縮小することと同時に、捨土・客土を削減し土工量バランスを考慮することが近年益々重要になってきている。それぞれの単価は実際に JH の設計業務で使われている既往設計結果や積算単価表から平均的な値を採用している。

- 土工コスト[円] = 挖削土量[m<sup>3</sup>] × 土工費単価
- 捨土コスト[円] = 捨土量[m<sup>3</sup>] × 捨土単価
- 客土コスト[円] = 客土量[m<sup>3</sup>] × 客土単価

実際のデジタル地形データを基に横断面を測点ごとに生成して掘削・捨土・客土量を積み上げる作業を行な

う。本稿では、JH の基本仕様に従い上下 2 車線を持ち、分離がないものとして横断面を設計している。分離によるコストへの影響は無視している。ただし、トンネルおよび橋梁に関しては上下分離しているものとした。

### (2) 構造物コスト

構造物コストとは橋梁およびトンネルの建設コストである。橋梁コストは、橋梁の構造によって決まるので、まず橋梁長および地盤高と計画高の差から、支間長や橋脚の本数・高さを算出する。そして、橋台、橋脚、上部構造物それぞれの単価を概算し、長さや面積を乗じて積算する。トンネルコストは、トンネル長から本体工単価を概算し、長さを乗じて積算する。

### (3) 安全性・走行性

土工量コストと構造物コストを最小にするには、地形に沿った線形を設計すればよいことになる。しかしながら、車両が高速に走行する高速道路であるからには、曲線半径が一定以上であることなど、各種の制約条件を満たさなければならない。また、学校や神社仏閣等のコントロール・ポイントを回避することも必要である。これらをすべて合わせて、ここでは安全性・走行性の評価と呼ぶことにする。

#### a) 線形制約条件

法令や設計基準により必ず満たさなければならない条件である。例えば、「最小曲線半径の順守」や「直線区間におけるサグの禁止」等がこれに含まれる。

#### b) 線形希望条件

安全性・走行性の観点から、できれば満たすべき条件である。「曲線半径は大きい方がよい」等がこれに含まれる。経験上望ましいとされている値以上であれば線形としての評価には影響しないものとする。

#### c) コントロールポイント

教育・宗教・産業施設等が存在するため、平面線形そのものが通過できない禁止区域と、道路や河川等の縦断線形で回避すべき条件がある。移転費用などの高いコストを負担すれば、許されるものもあるので、条件に合わないものを便宜上金額に換算する。

### (4) 最適化に用いる目的関数

建設コストである土工量コストと構造物コストはそれぞれの金額を数値として表現することが可能であり、本稿でいう線形の最適化はこのコストを最小化することが主要な目的である。しかしながら、上記(3)のような単純に数値で測れない指標も合わせて評価する必要がある。そのため、多目的最適化問題になる。そこで、すべてを金額として換算した上で次式の値を最小にする線形を

求めることが最適化とする。

$$f(\text{線形}) = (\text{土工コスト} + \text{捨土コスト} + \text{客土コスト}) \\ + (\text{トンネル建設コスト} + \text{橋梁建設コスト}) \\ + \text{安全性・走行性を犠牲にした場合の換算金額}$$

(56)

## 6. 遺伝的アルゴリズムによる最適線形探索手法

これまでに述べた平面線形および縦断線形の線形モデルに基づいた設計された線形を評価して最適なものを探る必要がある。そこで、最適化手法の1つである遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて、効率的に最適な線形を探査する。

### (1) GA による最適化の流れ

遺伝的アルゴリズムによる最適線形探索手法の流れを図-16に示す。まず最初に対象路線の計画線形が与えられる。対象路線の始点と終点の間に、路線沿い座標を用いて通過点をいくつか設定する。まず最初は乱数を用いてランダムに設定する。次に、道路線形の通過点モデルを用い、通過点を通る平面線形要素および縦断線形要素を生成する。さらに、デジタル地形データを用いて、線形上 20m 毎の各測点において横断面を生成し、盛土・切土あるいはトンネル・橋梁の構造物であるかを決定する。通過点から生成された線形要素や構造物から、各種の評価値(土工量コスト、構造物、安全性・走行性)を算出する。

遺伝的アルゴリズムでは、このように始点終点の間にある数点で構成される通過点の組を適当な(通常 100~1000 程度)組を生成し、それぞれの組の評価値を計算する。通過点の組を「個体」と呼び、1線形に対応する。評価の良い通過点の組だけを「選択」し、評価の悪い個体は削除する。次に、評価の良い個体同士を掛け合わせ(この操作を「交叉」と呼ぶ)、新しい個体、すなわち通過点の組を発生させる。また、評価の良い個体の一部だけを変えて(この操作を「突然変異」と呼ぶ)、新たな個体を発生させる。

以上の一連の操作が遺伝的アルゴリズムによる探索プロセスの1世代にあたる。この操作を連続させていくことにより、徐々に評価の高い個体、つまり最適な道路線形を探査する。

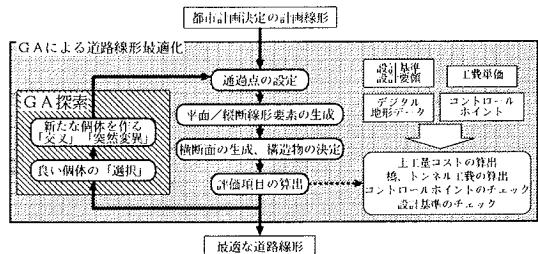


図-16 遺伝的アルゴリズムによる最適線形探索手順

### (2) 既往設計例との比較検証

提案した手法の有効性を検証するため、実際に約 14km の高速自動車道の道路概略設計(1/1,000)として設計された平面線形および縦断線形とシミュレーションした最適線形との比較を行なう。法令などの制限により区間長はあまり短くすることはできないため、初期値として 1000m から 2000m ごとに通過点を与えればいいことになる。本プロセスでは 8 点を与えている。なお、GA による最適化プロセスの過程では通過点の数は増減する。

この道路線形に対し、GA の 200 世代分のシミュレーションを、疑似乱数列を 100 回変えて行なった。実行時間は 1000 個体に対する 200 世代のシミュレーションで、平均約 38 分(=2300 秒)であった。これは、約 10 万本の線形を評価検討したことになる。なお、システムの実行環境は Pentium4 1.9GHz、メモリ 256MB である。ただし、十分に良い線形を得るには疑似乱数の系列を 100 回程度変えて、シミュレーションを行う必要があった。このため約 63 時間(=38 分 × 100 回)の実行時間を要することとなった。合計 1000 万本の線形を評価したことになる。

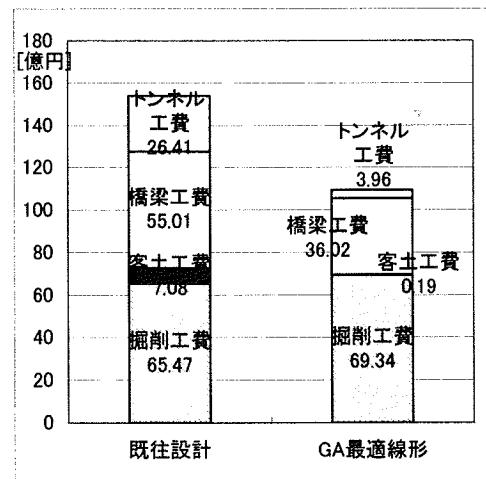


図-17 GA による最適線形と既往設計とのコスト比較

### a)コストの比較

ここで GA を使って求められた最適線形では、盛土量／切土量は共に約 4.5 百万 m<sup>3</sup>である。既往設計では、盛土量は約 4.9 百万 m<sup>3</sup>、切土量は約 4.3 百万 m<sup>3</sup>である。ほぼ同等の土工量が得られていると言つてよい。

一方で土工量バランスに注目すると、GA の最適線形では客土量が約 18 千 m<sup>3</sup>に対し、既往設計では約 668 千 m<sup>3</sup>になっている。土工量コスト自体は 69.53 億円(GA による最適化したもの)と 72.55 億円(既往設計)であり、多少の改善に止まっているが、土工量バランスが大きく改善されたと言える。

加えて、橋梁とトンネルのコストは大幅に削減されている。既往設計で 55.01 億円(計 760m, 8 ヶ所)であった橋梁コストは、36.02 億円(計 480m, 3 ヶ所)にまで減少した。通過する地点や計画高が最適化され、短く安い橋梁となった。トンネルに関しては、既往設計では 1 ヶ所(500m)のみ存在した。最適線形では縦断線形を改善することで 80m まで短縮し、26.41 億円から 3.96 億円へと大幅にコストが削減されている。

これらを合わせて、既往設計の総コストから約 28% のコスト削減を実現している最適線形を探索できた。

### b)線形形状の比較

既往設計の平面線形には、設計基準によれば望ましくないとされている卵型曲線の区間が 2 つ存在する。さらにこの区間では、最小曲線区間長の制約条件や、卵型曲線の半径比の制約条件を満たしていない。これはコントロールポイントの制約条件が厳しく、設計の自由度があまり無かつたためと想像される。それらは道路構造令による基準は満たしていること、コントロールポイントはすべて回避していることから設計上問題ない。

一方、GA による最適線形においては、卵型曲線は現れない。一ヶ所だけ同方向曲線が続く箇所があるが、1030m の直線が間に入っているため設計条件上問題はない。

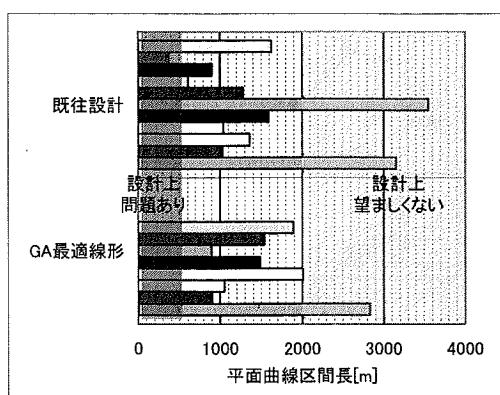


図-18 平面線形における曲線区間長の比較

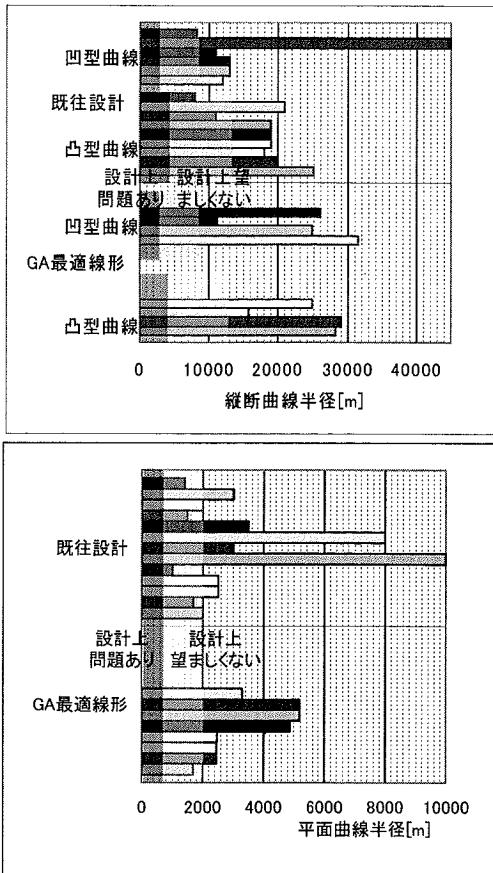


図-19 縦断曲線半径および平面曲線半径の比較

線形の滑らかさという観点では、平面曲線半径はできるだけ大きい方がいいと考えられる。道路構造令では、設計速度 80km/h の場合最小曲線半径は 280m または 400m とされているため、既往設計および最適化された線形ともに問題ない。しかしながら、JH の設計仕様では安全性を確保するため経験的に 2000m 以上が望ましいとされている。図-19 上に示すように既往設計でも、曲線半径がそれ以下になっている曲線が 4 つ(それぞれ 1000m, 1400m, 1500m, 1700m)存在する。GA による最適設計でも同様の曲線が 1 つ存在する。どちらの平面線形も走行性という評価では同程度であると言える。なお、設定されたコントロールポイントについては、既往設計および GA により最適化した線形のいずれもすべて条件をクリアしている。

縦断線形においても、図-19 下に示すように既往設計例、最適線形は共に地形に沿った滑らかな線形が得られており、いずれも安全性・走行性に優れた縦断線形であることが分かる。詳細に最小縦断曲線半径を比較すると、既往設計では 7900m(凸型)、8300m(凹型)に対

し、GA による最適線形では、15627m(凸型)、11216m(凹型)である。設計基準によると最小縦断曲線半径は 4500m(凸型)、3000m(凹型)であり、その 3~5 倍以上が望ましいとされている。既往設計では 3 倍未満であるが、GA による最適線形では 3 倍以上の条件もクリアしており、より良い走行性が得られている。

### c) 最適化された線形の概要

前述のようにコスト削減は、トンネルや橋梁を短くして、土工区間に変更したことによって実現されている。そこで、トンネル区間を短くした典型的な例を実際の地形に重ね合わせたものを図-20に示す。また、縦断線形および平面線形の中心線全体をそれぞれ図-21図-22に示す。

## 7. まとめ

### (1) 本研究の成果

本研究では、高速道路の道路線形設計を対象に、遺伝的アルゴリズム(GA)を用いて、最適に近い道路線形を探索できる手法を開発した。この手法を利用すると、JH の高速道路及び高規格幹線道路の概略・予備設計段階及び協議段階における路線修正等の業務を大幅に効率化できると期待される。

実際に高速自動車道の既往設計と比較検証した結果、事業費の低減、土工量バランス、線形改良等提案したモデルによる評価では既往設計を上回る道路設計が探索できた。以下に本研究の成果の特徴をまとめる。

#### a) 遺伝的アルゴリズムによる最適線形の探索

道路設計 CAD によらず未熟練設計者でも効率的に道路線形設計ができる。従来困難であった多様な線形を比較検討でき、人手の設計と同等以上の線形が得られる。

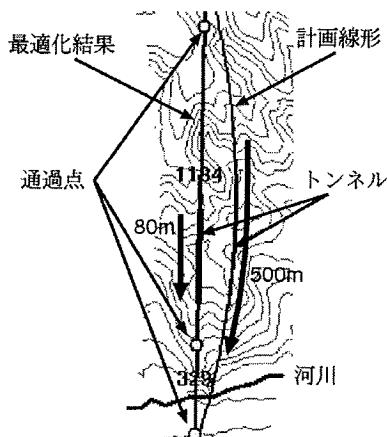


図-20 最適線形と計画線形の比較(トンネル区間)

### b) 道路線形の通過点モデル

通過点モデルにより最適線形の探索性能が飛躍的に向上した。通過地点から道路線形パラメータを逆算できるため、道路設計 CAD との連携により有用なツールとなりうる。

### (2) 問題点とその解決案

今回の手法開発および実証実験を通じて次の 3 つの問題点が明らかになった。

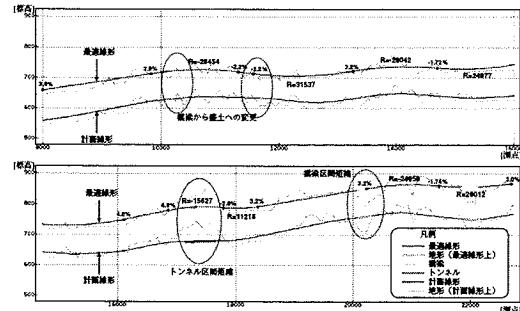


図-21 GA による最適線形と既往設計の縦断線形  
(比較のため上下にずらしている)

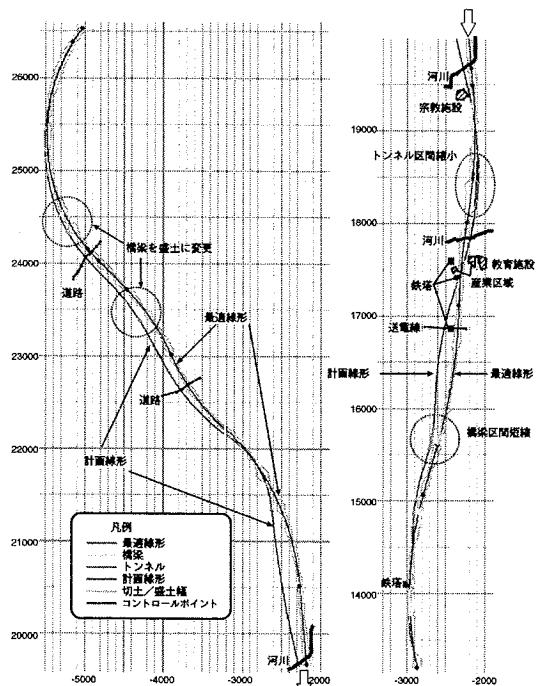


図-22 GA による最適線形と既往設計の平面線形

### a) 遺伝的アルゴリズムの局所収束問題

局所最適解に陥り、最適解に到達できないことがある。ユーザが通過点を指定して探索量を減らす、平面／縦断二段階 GA を採用する等の解決がありえる。

### b) 計算時間短縮の問題

通常一度の実行のみでは最適解が得られないことや条件を変更した場合には新たに最適化を行なう必要があり、何回も繰り返すためには、一回のシミュレーションに約 40 分を要している現在のシステムでは運用上問題にある。解決策として、土工量計算や制約条件チェックを高速化したり、PC クラスタの利用が考えられる。

### c) 道路線形モデルと評価関数の精緻化の問題

実際の道路設計とは異なる線形要素や構造物が生成されることがある。道路線形モデルの自由度を増す、橋梁・トンネル設置条件を見直す、等の改良が望まれる。

## (3) 将来への課題

将来への課題として、まず前述の 3 つの問題点の解決が挙げられるが、最も重要な課題は今回開発した「遺伝的アルゴリズムによる最適線形探索手法」の実証評価をさらに進めることである。また、国土地理院の数値地図を利用したルート構想段階や予備設計段階といった上流の設計段階への適用も課題の一つである。

また、この手法を用いることにより、既供用路線の線形再現シミュレーションにも応用できる可能性がある。さらにデジタル地形データ及び中心線形は GIS データでもあることから、管理段階での事故・渋滞の解析、ITS（高度情報交通システム）への適用も今後の研究課題としたいと考えている。

**謝辞:**本研究にあたり、北海道大学加賀屋誠一教授には遺伝的アルゴリズムの道路計画への適用について、有益なご助言、ご示唆を頂いた。東京大学森地茂教授には研究課題の将来性についての有意義なご指導、ご教示を頂いた。ここに謝意を表します。

## GENETIC ALGORITHMS BASED OPTIMIZATION OF 3-DIMENSIONAL ALIGNMENTS FOR HIGHWAYS

Motoya YAMASAKI, Teietsu HONGO, Kazuo HIYANE and Tomoyuki YATABE

A new highway design approach is proposed, which optimizes horizontal and vertical alignments simultaneously based on Genetic Algorithms (GAs). A new alignment model suitable for optimization problem is devised to solve a large-scale problem. Qualitative evaluation of construction cost is calculated from detailed digital terrain data. The alignments should satisfy tens of constraints and preferable conditions defined as Japanese highway standards for running safty. We developed the GAs based optimization system called 'OHPASS' Optimal Highway Path Automatic Search System.

## 付録 クロソイド曲線近似式

原点を始点とするクロソイド曲線上の接線角  $\tau$  である点の座標  $(\omega_x, \omega_y)$  は公共座標系で表すと、以下のように

になる。ただし、 $A$  はクロソイドパラメータである。

$$\begin{aligned}\omega_x(\tau, A) &= A\sqrt{2\tau} \times \left(1 - \frac{\tau^2}{10} + \frac{\tau^4}{216} - \frac{\tau^6}{9360} + \frac{\tau^8}{685440}\right) \\ \omega_y(\tau, A) &= \frac{A\sqrt{2}}{3} \tau \sqrt{\tau} \times \left(1 - \frac{\tau^2}{14} + \frac{\tau^4}{440} - \frac{\tau^6}{25200} + \frac{\tau^8}{2298240}\right)\end{aligned}$$

## 参考文献

- 1) 新井伸博・雄賀康治、岡林隆敏：数値地形モデル(DTM)の道路設計への適用、土木情報システム論文集、Vol.7, pp.153-160, 1998.
- 2) 村上修一、田中克則、加藤潔：JH技術業務におけるDTM(数値地形モデル)の活用に関する調査、日本道路公団試験研究所報告、Vol.34, 1997.
- 3) 山崎元也、本郷延悦、高橋広幸、安達伸一、大友正晴、加藤哲：新しいDMデータ仕様による道路設計CADへの活用と今後の展開、土木学会論文集、No.674/IV-51, pp.73-82, 2001.
- 4) 山崎元也、本郷延悦、比屋根一雄、谷田部智之：デジタル地形データと遺伝的アルゴリズムによる最適縦断設計の基礎的研究、土木計画学研究・論文集、Vol.18, No.1, pp.139-148, 2001.

(2003. 3. 8 受付)