

移流モデルによる予測降雨場の誤差構造 のモデル化と降雨場の模擬発生

上川康人¹・小松良光²・椎葉充晴³・寶馨⁴

¹正会員 博(工) 京大工学部 防災研究所水災害研究部門 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

E-mail: tachikawa@mbox.kudpc.kyoto-u.ac.jp

²正会員 修(工) 大阪市水道局 (〒559-8558 大阪市住之江区南港北1-14-16)

³正会員 工博 京大工学部 工学研究科都市環境工学専攻 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町)

⁴フェロー会員 工博 京大工学部 防災研究所水災害研究部門 (〒611-0011 宇治市五ヶ庄)

移流モデルによる実時間予測降雨場の予測誤差構造をモデル化し、それに従う模擬的な降雨場を発生させるアルゴリズムを開発した。発生する可能性のある降雨場を多数模擬発生させることができれば、分布型洪水流出モデルを介して任意の地点での予測河川流量を、モンテカルロシミュレーション的に確率的に評価することが可能となる。移流モデルによる降雨場の予測誤差の統計的な特性を調査したところ、予測相対誤差は空間相関をもつ対数正規確率場としてモデル化できる可能性があることが分かった。そこで、共分散行列の平方根分解手法を用いた対数正規確率場の発生法を用い、模擬的な予測降雨場を多数発生させる手法を実現した。

Key Words : random field, short term rainfall prediction, translation model, prediction error structure

1. はじめに

本研究では、短時間降雨予測モデルによる予測降雨場の誤差構造を確率場としてモデル化し、それに従って降雨場を模擬的に発生させるアルゴリズムを開発することを目的とする。

河川流量を実時間で予測する場合、予測値とともにその予測誤差分散を提供することが重要となる。仮に流出モデルが十分な予測精度を持つとするならば、短時間降雨予測モデルによる予測降雨場とその予測誤差構造を時々刻々得て、それらを流出モデルを介して対象地点での河川流量の予測値の確率分布に変換することができれば、実時間流量予測の目的を達することになる。

こうした目的を実現するために、上林¹⁾はレーダー雨量計を用いた短時間降雨予測モデルにより流域平均雨量を予測し、予測雨量と予測誤差分散との関係式を事前に与えることで誤差分散の値を決定して河川流量を確率的に予測する手法を提案した。この手法では流域平均雨量の予測誤差の確率分布として正規分布を仮定し、それに従って予測降雨を多数発生させて、それらを貯留関数法を介することにより流量予測値の確率分布を得ている。また、Takasao *et al.*²⁾はこれまでに提案された短時間降雨モデルに予測誤差分散を提供する枠組みを加えるために、移流モデル³⁾の発達衰弱項を確率モデルで表現し流域平均雨量の予測誤差分散を解析的に導出して、その値が予測値と観測値とから得られた予測誤差分散とよく一致することを示した。

本研究ではこうした考え方をさらに進めて、降雨場の予測誤差構造を空間分布を考えた形で表現し、分布型流出モデルと組み合わせた実時間での河川流量の確率予測手法を構築することを最終的な目標とする。これを実現するために、まず短時間降雨予測モデルによる降雨場の予測誤差を確率場として表現することを考える。次に、これをもとに河川流量の予測値の確率分布を得ることを考える。ただし、この変換過程を解析的に求めることはほとんど不可能である。そこで、予測降雨とその予測誤差構造に従って降雨場を逐次多数発生させ、これらを分布型洪水流出モデルに入力して多数の流出シミュレーションを実行することにより、モンテカルロシミュレーション的に複数の対象地点での河川流量の予測値の最確値とその予測誤差分散を得ることを考える。

もちろん、実時間予測の精度を上げるためには、上で述べた降雨場の発生法に加えてカルマンフィルター理論等を導入して、流出モデルのモデル誤差や地上雨量・河川流量等の実時間観測値を考慮したアルゴリズムを開発することが必須である。本研究ではこうした予測システム開発の第一段階として、短時間降雨予測モデルによる実時間予測値の予測誤差構造のモデル化とそれに基づく予測降雨場の発生手法に焦点を当てる。

短時間降雨予測モデルとしては椎葉らによる移流モデル³⁾を採用し、国土交通省所管の深山レーダー雨量計による雨量強度データを用いて降雨の予測誤差構造を調査した。その結果、予測相対誤差は空間相関構造を

持つ対数正規確率場としてモデル化できる可能性があることが分かった。そこで、立川・椎葉⁴⁾の提案する共分散行列の平方根分解による対数正規確率場の発生法を用い、予測降雨場を模擬発生させる手法を実現した。以下、2. では、本研究で用いたデータと移流モデルの概要を述べる。3. では、予測降雨場の統計的特性の解析結果をもとに相対予測誤差の空間場を対数正規確率場としてモデル化する。4. では対数正規確率場の発生手法を概説し、5. でこの手法に基づいて予測降雨場を発生させた例を示す。

2. レーダー雨量データと移流モデルの概要

(1) レーダー雨量データ

建設省が京都府、大阪府、兵庫県との県境近くに設置した深山レーダー雨量計のレーダーデータを用いる。このレーダー観測システムは昭和56年3月に建設が完了し、昭和57年7月より運用が開始された。本研究では、この観測システムのうちレーダービームの仰角を固定した仰角固定観測によるレーダー雨量観測データを用いる。定量観測域の観測範囲は図-1(a)に示す半径120 kmの範囲内であり、受信電力値はレーダーサイトを中心とする半径120 km以内を方位方向に128等分、120 kmから198 kmまでを256等分、距離方向には3 kmごとの同心円で区切られた放射状メッシュ区画単位で得られる。この受信電力値を中北⁵⁾にならい3 km × 3 kmの矩形セルを単位とする240 km × 240 km (80 × 80 個)の正方形メッシュ区画直交座標系に変換した。次に、5分ごとに得られる受信電力値を、建設省によって同定された定数を用いて降雨強度に変換した。

(2) 移流モデル

短時間降雨予測モデルとして移流モデル³⁾

$$\frac{\partial z}{\partial t} + u \frac{\partial z}{\partial x} + v \frac{\partial z}{\partial y} = w$$

を用いる。zは降雨強度面、u, vは移流ベクトル、wは発達衰弱項、x, yは空間軸、tは時間を表す。ここで、u, v, wは空間座標による一次式として

$$u = c_1 x + c_2 y + c_3$$

$$v = c_4 x + c_5 y + c_6$$

$$w = c_7 x + c_8 y + c_9$$

と表現できるものとする。c₁ ~ c₉は推定されるべきパラメータである。u, v, wを位置座標の一次式とすることにより、c₁ ~ c₉の決定は線形最小二乗推定問題として定式化される。これにより、観測データが得られるごとにこれらのパラメータ値が更新され、逐次予測降雨場が得られる。ここでは、毎時、現在時刻を含めてそれまでの15分間に5分間ごとに得られるレーダー雨

量データを用いてパラメータ c₁ ~ c₆を決定し、1時間先までの降雨強度面を5分間隔で得た。ここで c₇ ~ c₉は常にゼロとし、発達衰弱項 wの値はゼロとした。

図-1(b)(c)に1989年9月5日午後0時15分の観測降雨画像と1989年9月5日午後0時に移流モデルを用いて予測した15分先予測降雨画像を示す。図-1(c)の上部の黒い部分は、推定された移流ベクトルによって外部から雨域が移動してくる部分であり、降雨強度を評価することができない領域を示している。

(3) 観測データと予測データの加工

移流モデルを用いることにより、空間分解能3 km、時間分解能5分の観測レーダーデータを用いて、毎正時、すわなち1時間ごとに、1時間先までの予測降雨を空間分解能3 km、時間分解能5分で算定する。次に、得られた予測降雨データを時間・空間的に平均化して時間・空間分解能の異なるデータを作成する。時間分解能は5分、15分、30分、60分の4通り、空間分解能は3 km、6 km、12 kmの3通り、それらの組み合わせで合計12種類の分解能の異なるデータを考える。これらのデータは、対象とする時間・空間分解能の中で単純に平均化することによって作成した。このとき、たとえば30分分解能データであれば、予測開始時から30分先までの平均化データと予測開始30分後から60分先までの平均化データの二つを作成し、新たに作成するデータの時間・空間が重ならないようにした。観測レーダーデータについても同様に平均化したデータを作成し、分解能ごとに予測誤差場の統計的な特性を分析する。以降、1989年9月5日午前10時から9月6日午前6時の間の前線性降雨によるデータを分析した。

3. 予測誤差構造のモデル化とその評価

(1) 予測誤差構造のモデル化

予測降雨の誤差構造をモデル化するために、予測誤差

$$E_a = R_o - R_p \quad (1)$$

および、観測誤差を予測降雨で正規化した相対予測誤差

$$E_r = (R_o - R_p)/R_p \quad (2)$$

を考える。ここで、R_oは深山レーダー雨量計による観測降雨場、R_pは移流モデルによる予測降雨場である。上記の演算は、対応する各格子ごとにこの演算を作用させ、二次元的な予測誤差の場 E_a, E_rを求める意味で用いている。なお、E_rに関して、ここでは R_p = 0のとき E_r = 0とせず検討を進める。

図-1(d)に予測誤差 E_aの空間分布を示す。この画像を見ると、予測誤差は空間的にランダムにばらつくのではなく、ある空間相関を持つ誤差構造を持つこと

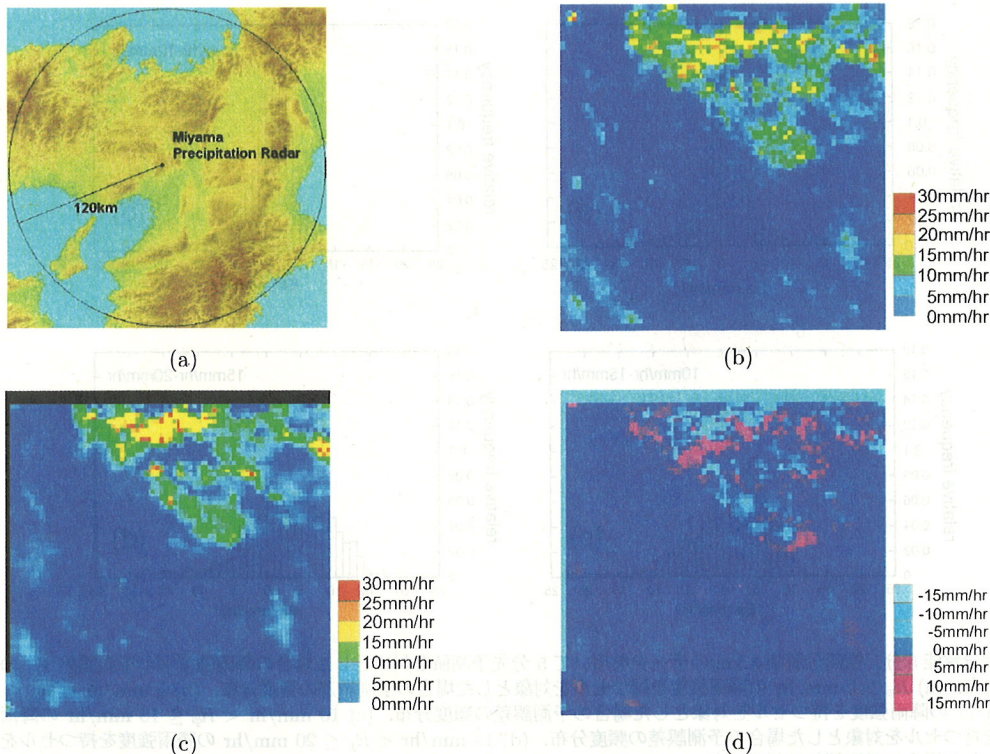


図-1 (a) 深山レーダーの定量観測域(半径 120km). (b) 観測降雨画像(1989年9月5日0時15分). (c) 移流モデルによる15分先予測降雨画像(1989年9月5日0時0分に予測). (d) 予測画像と観測画像との差画像.

が予想される。この予測誤差は、実際の雨域の移動と移流ベクトルによって予測される雨域の移動とのずれや、雨域の発達衰弱によって生じる観測降雨と予測降雨との違いによって生じる。ここではこれらすべてを含めた誤差を予測誤差としてモデル化することを考える。

こうした予測誤差の評価式が、ある確率分布モデル、または確率場モデルに従い、それらのモデルに従って E_a または E_r をシミュレーション発生させることが可能であれば、こうして発生させた E_a 、または E_r と移流モデルによる降雨予測値 R_p とを用いて

$$R = R_p + E_a \quad (3)$$

または

$$R = R_p \times E_r + R_p \quad (4)$$

とすることで、予測降雨場を多数模擬発生させることが可能となる。次に、ここで発生させた降雨場を分布型流出モデルに入力することにより、予測流量を確率的に評価することが可能となる。そこで、以下、 E_a 、 E_r の統計的な性質を分析する。

(2) 予測誤差 E_a の統計的性質

時間分解能5分、空間分解能3kmのデータを用いて5分先予測値の予測誤差 E_a (mm/hr) を計算した。対

象降雨期間中の毎正時に得た予測誤差をサンプルとして、降雨強度別に E_a の頻度分布を求めた結果を図-2に示す。(a)は予測降雨強度 $R_p > 0$ mm/hr のすべてのセルを対象とした場合、(b)は $5 \text{ mm/hr} < R_p \leq 10 \text{ mm/hr}$ のセルを対象とした場合、(c)は $10 \text{ mm/hr} < R_p \leq 15 \text{ mm/hr}$ のセルを対象とした場合、(d)は $15 \text{ mm/hr} < R_p \leq 20 \text{ mm/hr}$ のセルを対象とした場合の E_a の頻度分布である。頻度分布を計算する際、予測降雨強度が 0 mm/hr となる領域は除外した。これは、図-1を見ても分かるように、無降雨の領域が全対象領域の大部分を占めるため、この部分を含めると頻度分布図の形状に大きく影響を及ぼすからである。

この図から E_a は予測降雨強度ごとに異なった分布を示すことが分かる。 E_a に空間的な相関関係が無ければ、降雨強度ごとに予測誤差の確率分布関数を定めて予測誤差を発生させればよい。しかし図-1(d)に示すように、 E_a は空間的にランダムではなく、ある程度まとまった領域に正または負の値を示す領域が存在する。図-3は、ある時刻の E_a の空間相関係数を示したものである。10 km 程度の距離内では正の相関が存在することが分かる。

このような誤差構造、すなわち予測誤差が降雨強度ごとに異なった分布を示しかつ空間的な相関も有する

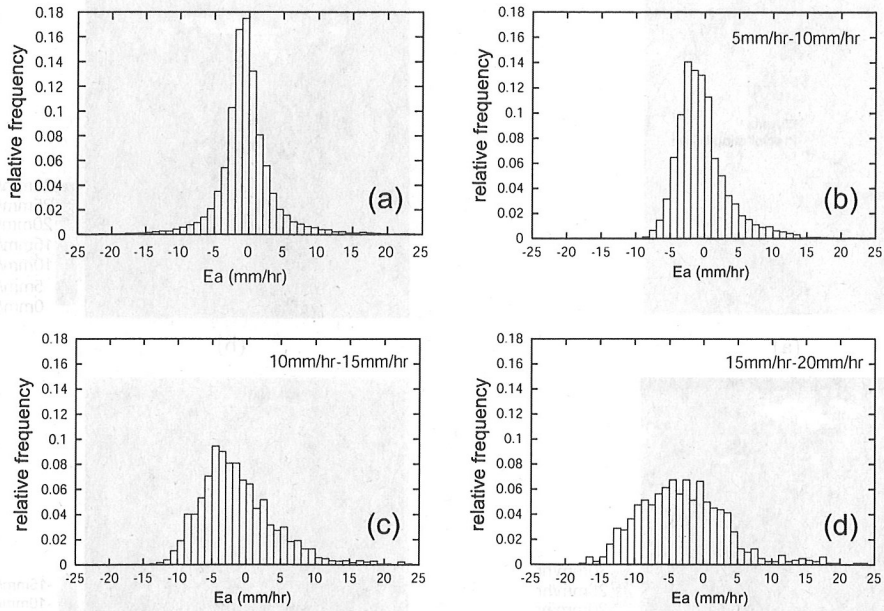


図-2 時間分解能 5 分，空間分解能 3 km のデータを用いて 5 分先予測値を対象とした場合の降雨強度別の予測誤差 E_a の頻度分布。(a) $R_p > 0$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測誤差の頻度分布。(b) 5 mm/hr $< R_p \leq 10$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測誤差の頻度分布。(c) 10 mm/hr $< R_p \leq 15$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測誤差の頻度分布。(d) 15 mm/hr $< R_p \leq 20$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測誤差の頻度分布。

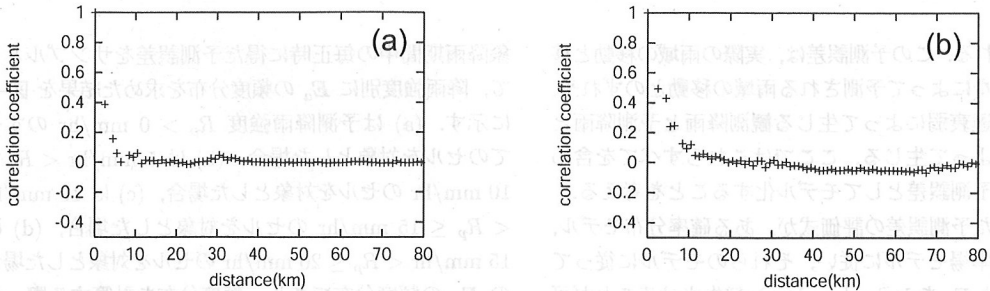


図-3 時間分解能 5 分，空間分解能 3 km のデータを用いた場合の予測誤差 E_a の空間相関係数。(a) 5 分先予測値の場合。(b) 60 分先予測値の場合。

構造を， E_a という表現形式でモデル化して，その統計的な性質を有する誤差場を発生させることは容易ではない。そこで，次に予測相対誤差に関する統計的特性を調査することにする。

(3) 予測相対誤差 E_r の統計的性質

時間分解能 5 分，空間分解能 3 km のデータを用いて 5 分先予測値の予測相対誤差 E_r を計算した。対象降雨期間中の毎正時に得た予測相対誤差をサンプルとして，降雨強度別に E_r の頻度分布を求めた結果を図-4 に示す。(a) は予測降雨強度 $R_p > 0$ mm/hr のすべてのセルを対象とした場合の E_r の頻度分布図，(b) は 5

mm/hr $< R_p \leq 10$ mm/hr のセルを対象とした場合，(c) は 10 mm/hr $< R_p \leq 15$ mm/hr のセルを対象とした場合，(d) は 15 mm/hr $< R_p \leq 20$ mm/hr のセルを対象とした場合の頻度分布図である。頻度分布図を計算する際， E_a と同様に予測降雨強度が 0 mm/hr となる領域は除いて計算した。

降雨強度によらず，どれも下限値が -1 の対数正規分布に近い分布形状を示している。下限値が -1 となるのは， $E_r = (R_o - R_p)/R_p$ として予測相対誤差を計算しているため， $R_o = 0$ のとき E_r は最小値 -1 を取るためである。このときの E_r のある時刻の空間相関係数を図-5 に示す。この場合も距離が 10 km 以内

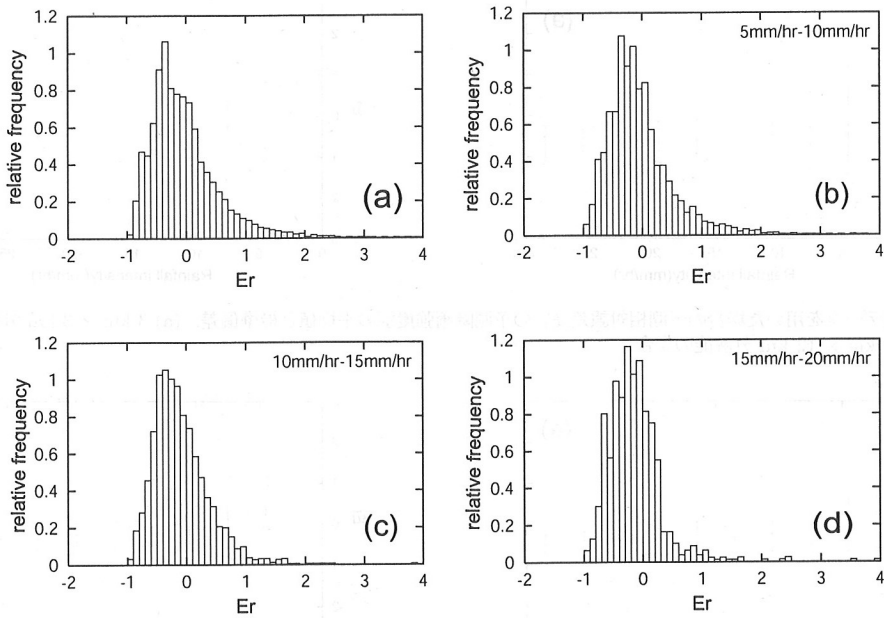


図-4 時間分解能 5 分、空間分解能 3 km のデータを用いて 5 分先予測値を対象とした場合の降雨強度別の予測相対誤差 E_r の頻度分布. (a) $R_p > 0$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測相対誤差の頻度分布. (b) 5 mm/hr $< R_p \leq 10$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測相対誤差の頻度分布. (c) 10 mm/hr $< R_p \leq 15$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測相対誤差の頻度分布. (d) 15 mm/hr $< R_p \leq 20$ mm/hr の降雨強度を持つセルを対象とした場合の予測相対誤差の頻度分布.

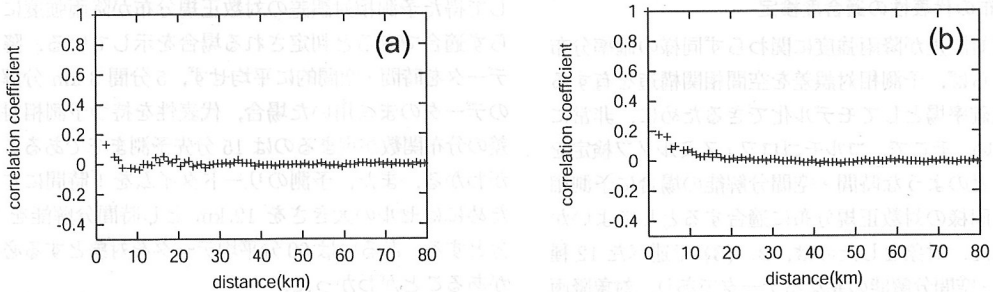


図-5 時間分解能 5 分、空間分解能 3 km のデータを用いた場合の予測相対誤差 E_r の空間相関係数. (a) 5 分先予測値の場合. (b) 60 分先予測値の場合.

では、 E_r は正の相関を示すことが分かる。この例のように、降雨強度に関わらず E_r が同様の分布形状を示すならば、 E_r は空間相関を有する対数正規確率場としてモデル化することが可能である。

そこで、空間分解能 3 km \times 3 km、時間分解能 5 分の観測値・予測値を基本とし、これらのデータを時間・空間的に平均化して分解能ごとに予測相対誤差の統計的特性を分析した。対象としたのは、2. (3) で述べた 12 種類の時間・空間分解能の異なるデータであり、対象降雨期間中の毎正時に得た予測相対誤差をサンプルとしている。60 分先の 5 分間予測値を対象とし、予測降雨強度別に E_r の平均値と分散を計算した例を 図-6

に示す。この図では、横軸に予測降雨 R_p (mm/hr)、縦軸に E_r を取り、平均値を中心として標準偏差分を平均値の上下に示している。空間分解能 3 km のデータの場合、降雨強度別に E_r の平均値・分散は同じ値を取るとはいないが、空間的に平均化すると、降雨強度ごとの E_r の平均値・分散の変動は小さくなること分かる。次に、時間的に平均化して作成した 60 分平均降雨を対象とした場合の結果を 図-7 に示す。降雨強度ごとの E_r の平均値・分散の変動はさらに小さくなること分かる。対象とする時間・空間分解能によっては予測相対誤差は降雨強度に関わらず同様の分布形状を示す可能性がある。

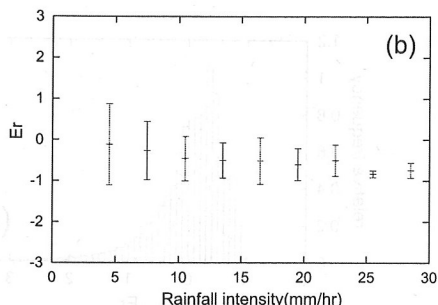
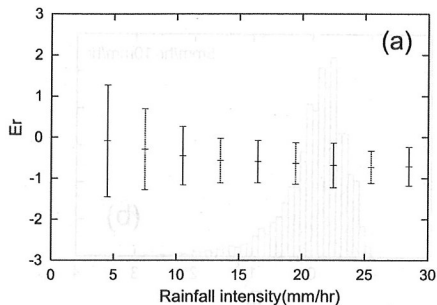


図-6 5分間データを用いた場合の予測相対誤差 E_r の予測降雨強度別の平均値と標準偏差. (a) 3 km × 3 km 分解能の場合. (b) 12 km × 12 km 分解能の場合.

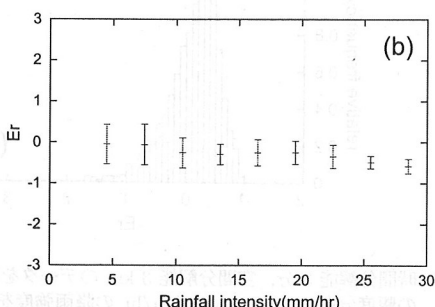
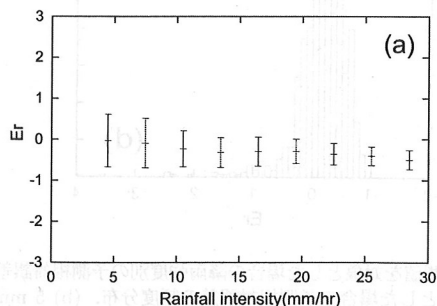


図-7 60分間平均データを用いた場合の予測相対誤差 E_r の予測降雨強度別の平均値と標準偏差. (a) 3 km × 3 km 分解能の場合. (b) 12 km × 12 km 分解能の場合.

(4) 分布の代表性の適合度検定

予測相対誤差が降雨強度に関わらず同様の確率分布を持つならば、予測相対誤差を空間相関構造を有する対数正規確率場としてモデル化できるために、非常に都合がよい。そこで、コルモゴロフ・スミルノフ検定を用いて、どのような時間・空間分解能の場合に予測相対誤差は同様の対数正規分布に適合するとしてよいかを検定した。対象としたのは、2. (3) で述べた12種類の時間・空間分解能の異なるデータであり、対象降雨期間中の毎正時に得た予測相対誤差をサンプルとして用いている。

ここでは降雨強度を、弱降雨 (4 mm/hr 以下)、中降雨 (4 mm/hr から 10 mm/hr)、強降雨 (10 mm/hr 以上) に分け、それぞれの階層で得られる予測相対誤差の頻度分布と、階層分けをせずすべての予測相対誤差の値を用いて最尤法によってあてはめた対数正規分布関数との適合度を考える。適合度の判定基準には、コルモゴロフスミルノフ検定の有意水準 5% を判定基準として用いる。弱降雨、中降雨、強降雨のすべての階層の予測相対誤差の頻度分布が全体の分布関数に適合していると判定されたとき、その分布関数が降雨全体の予測相対誤差を代表しているとみなすことにする。

上記の手順に従って相対予測誤差の代表性を検定した結果を表-1 にまとめる。丸印は降雨全体を対象と

して得た予測相対誤差の対数正規分布が降雨強度によらず適合できると判定される場合を示している。降雨データを時間・空間的に平均せず、5分間 3 km 分解能のデータのまま用いた場合、代表性を持つ予測相対誤差の分布関数が定まるのは 15 分先予測までであることがわかる。また、予測のリードタイムを 1 時間にするためにはセルの大きさを 12 km とし時間分解能を 15 分とする、あるいは 60 分平均データを対象とする必要があることがわかった。

(5) 相対予測誤差 E_r の統計的性質の持続性

次に相対予測誤差 E_r の統計的性質の持続性について調べる。予測対象時刻での E_r の分布関数と空間相関を定めるモデルパラメータを事前に得ることはできないので、これらの特性の時間的持続性が重要となる。

1989年9月5日午前10時から午後7時までの降雨データに対して、毎時最尤法を用いて予測相対誤差を対数正規分布に当てはめた結果を示す。図-8は5分先予測値 (3 km 空間分解能) および 60 分平均降雨予測値 (3 km 空間分解能) に対して毎時、対数正規分布を当てはめた場合の予測相対誤差の平均値と標準偏差である。これらの図を見ると、 E_r の平均値・標準偏差はともに時々刻々変化するものの、その変動は小さくかなりの持続性を持つことがわかる。

表-1 コルモゴロフ・スミルノフ検定を用いた適合度の検定結果.

rainfall data	cell size	5 min ahead	15 min ahead	30 min ahead	45 min ahead	60 min ahead
5 min mean intensity	3 km × 3 km	○	○	×	×	×
	6 km × 6 km	○	○	○	×	×
	12 km × 12 km	○	○	○	○	×
15 min mean intensity	3 km × 3 km	-	○	×	×	×
	6 km × 6 km	-	○	○	×	×
	12 km × 12 km	-	○	○	○	○
30 min mean intensity	3 km × 3 km	-	-	×	-	×
	6 km × 6 km	-	-	×	-	×
	12 km × 12 km	-	-	○	-	○
60 min mean intensity	3 km × 3 km	-	-	-	-	○
	6 km × 6 km	-	-	-	-	○
	12 km × 12 km	-	-	-	-	○

○ : 有意水準 5% を判定基準として, 弱降雨・中降雨・強降雨のすべての予測相対誤差の頻度分布が降雨全体から得られる予測相対誤差の分布関数に適合していると判定された場合.
 × : 有意水準 5% を判定基準として, 弱降雨・中降雨・強降雨の予測相対誤差の頻度分布が一つでも降雨全体から得られる予測相対誤差の分布関数に適合していないと判定された場合.

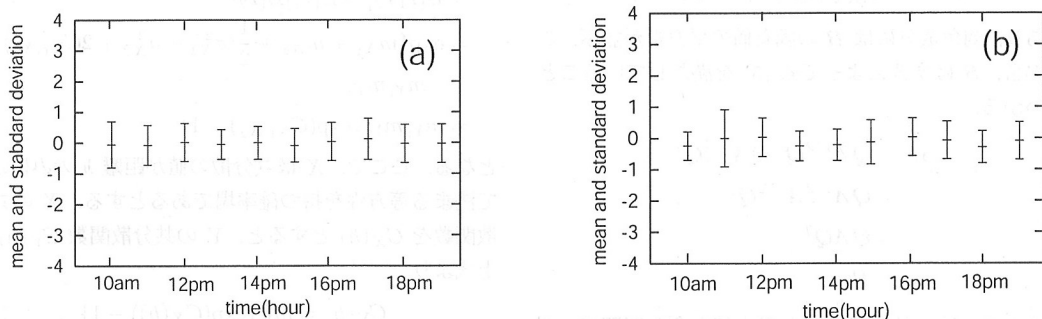


図-8 予測相対誤差 E_r を毎時, 対数正規分布に当てはめた場合の平均値, 標準偏差の変動. (a) 5 分間先予測値 (時間分解能 5 分, 空間分解能 3 km) の場合. (b) 60 分間先予測値 (時間分解能 60 分, 空間分解能 3 km) の場合.

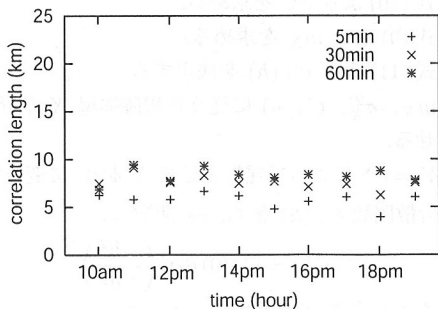


図-9 相関長さ a (km) の時間変化.

次に空間相関の持続性を見る. 図-9 は 1989 年 9 月 5 日午前 10 時から午後 7 時までの 5 分間データを用いて, 5 分先予測値, 30 分先予測値, 60 分先予測値に対する毎時の相関長さ a (km) の値を示したものである. ここで相関長さ a は, h を距離 (km) として各時刻での

予測相対誤差 E_r の空間相関係数 $\rho(h)$ を Gauss 関数

$$\rho(h) = \exp(-h^2/a^2)$$

で表した場合のパラメータである. a の値は最小二乗法によって求めた. 相関長さの時間変動は小さく, ほぼ一定の値を示すことが分かる.

4. 共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法

前章までの分析により以下のことがわかった.

- 予測相対誤差の頻度分布は対数正規分布関数でモデル化できる可能性がある.
- 予測相対誤差は空間的な相関関係がある.
- 分布関数のパラメータ, 相関長さ, とともに一兩程度ならばその値は持続性を持つ.

以下, こうした特性を有する確率場を発生させるシミュレーション手法を概説する. 詳しくは立川・椎葉⁴⁾を参照されたい.

(1) 正規確率場の発生法

$N \times N$ 次元の共分散行列 R を $N \times N$ 次元の対称行列 S の積

$$R = SS \quad (5)$$

に分解することを考える。もし、この行列 S を求めることができれば、 S に N 次元の互いに無相関の正規乱数ベクトル w を乗じてできるベクトル $y = Sw$ が求めるべき確率場となる。問題はどのように S を求めるか、または近似するかである。ここで S を

$$S = QA^{1/2}Q^T \quad (6)$$

と設定することを考える。右辺の Q , A は共分散行列 R を $R = QAQ^T$ として固有値分解してできる行列であり、それぞれ $N \times N$ 次元の直交行列、 $N \times N$ 次元の対角行列、 $A^{1/2}$ は A の平方根行列

$$A^{1/2} = \text{diag}(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_N})$$

であり、対角成分には R の固有値の平方根が並ぶ。この場合、 S は次式によって式 (5) を満たしていることがわかる。

$$\begin{aligned} SS &= QA^{1/2}Q^TQA^{1/2}Q^T \\ &= QA^{1/2}A^{1/2}Q^T \\ &= QAQ^T \\ &= R \end{aligned}$$

ここで、固有値の最小値と最大値を含む区間で \sqrt{x} を多項式

$$\sqrt{x} = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2 + \dots + \alpha_p x^p + \delta \quad (7)$$

で近似することを考える。ここで、 $\alpha_0, \dots, \alpha_p$ は定係数であり δ は近似誤差を表す。式 (6) 中の対角行列の対角成分に式 (7) を適用すると

$$\begin{aligned} S &= Q \begin{pmatrix} \alpha_0 + \alpha_1 \lambda_1 + \dots + \alpha_p \lambda_1^p + \delta_1 & & 0 \\ \alpha_0 + \alpha_1 \lambda_2 + \dots + \alpha_p \lambda_2^p + \delta_2 & & \\ & \ddots & \\ 0 & \alpha_0 + \alpha_1 \lambda_N + \dots + \alpha_p \lambda_N^p + \delta_N & \end{pmatrix} Q^T \\ &= Q(\alpha_0 I + \alpha_1 A + \dots + \alpha_p A^p + \Delta)Q^T \\ &= \alpha_0 I + \alpha_1 R + \dots + \alpha_p R^p + Q\Delta Q^T \quad (8) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\Delta = \text{diag}(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_N)$, I は $N \times N$ 次元の単位行列であり、上式の展開には

$$R^n = (QAQ^T)^n = QA^n Q^T$$

を用いた。結局、式 (8) に示すように、固有値の最大値と最小値を含む区間で \sqrt{x} を多項式で精度良く近似することができれば、 S の近似値を得ることができる。そこで、式 (6) の対角行列 $A^{1/2}$ を Chebyshev 多項式を用いて展開し、近似的に S を求める手法⁴⁾を採用する。

(2) 対数正規確率場

次に、対数正規分布に従う確率場を発生させることを考える。今、正規分布に従う二つの確率変数を

$$X_1 \sim N(m_{X_1}, \sigma_{X_1}^2), \quad X_2 \sim N(m_{X_2}, \sigma_{X_2}^2)$$

とし、 $Y_1 = e^{X_1}$, $Y_2 = e^{X_2}$ の共分散 C_{Y_1, Y_2} を考える。

$$m_{Y_i} = \exp\left(m_{X_i} + \frac{\sigma_{X_i}^2}{2}\right), \quad i = 1, 2 \quad (9)$$

$$\sigma_{Y_i}^2 = m_{Y_i}^2 \{\exp(\sigma_{X_i}^2) - 1\}, \quad i = 1, 2 \quad (10)$$

という関係式と、 X_1 と X_2 との共分散を C_{X_1, X_2} として

$$\begin{aligned} X_1 + X_2 \\ \sim N(m_{X_1} + m_{X_2}, \sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + 2C_{X_1, X_2}) \end{aligned}$$

であることを用いると

$$\begin{aligned} C_{Y_1, Y_2} &= E[Y_1 Y_2] - E[Y_1]E[Y_2] \\ &= \exp\{m_{X_1} + m_{X_2} + \frac{1}{2}(\sigma_{X_1}^2 + \sigma_{X_2}^2 + 2C_{X_1, X_2})\} \\ &\quad - m_{Y_1} m_{Y_2} \\ &= m_{Y_1} m_{Y_2} \{\exp(C_{X_1, X_2}) - 1\} \end{aligned}$$

となる。ここで、 X は共分散の値が距離 h のみによって決まる等方性を持つ確率場であるとする。 X の共分散関数を $C_X(h)$ とすると、 Y の共分散関数 $C_Y(h)$ は上式より

$$C_Y(h) = m_Y^2 \{\exp(C_X(h)) - 1\} \quad (11)$$

となる。以上をもとに、 m_Y , σ_Y^2 , $C_Y(h)$ を与えて等方性を持つ対数正規分布に従う確率場を発生させる手順は次のようになる。

- 1) 式 (10) より σ_X^2 を求める。
- 2) 式 (9) より m_X を求める。
- 3) 式 (11) より $C_X(h)$ を決定する。
- 4) m_X , σ_X^2 , $C_X(h)$ に従う正規確率場 X を発生させる。
- 5) $Y = e^X$ によって発生させた X を Y に変換する。共分散関数 $C_Y(h)$ を Gauss 関数

$$C_Y(h) = C_Y(0) \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right)$$

で与えると、式 (11) より

$$C_X(h) = \ln \left\{ \frac{C_Y(0)}{m_Y^2} \exp\left(-\frac{h^2}{a^2}\right) + 1 \right\}$$

となる。

5. 降雨場の発生例

以上の準備をもとに、共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法を用いて、予測降雨場を模擬発生させた。具体的な発生手順を以下に示す。

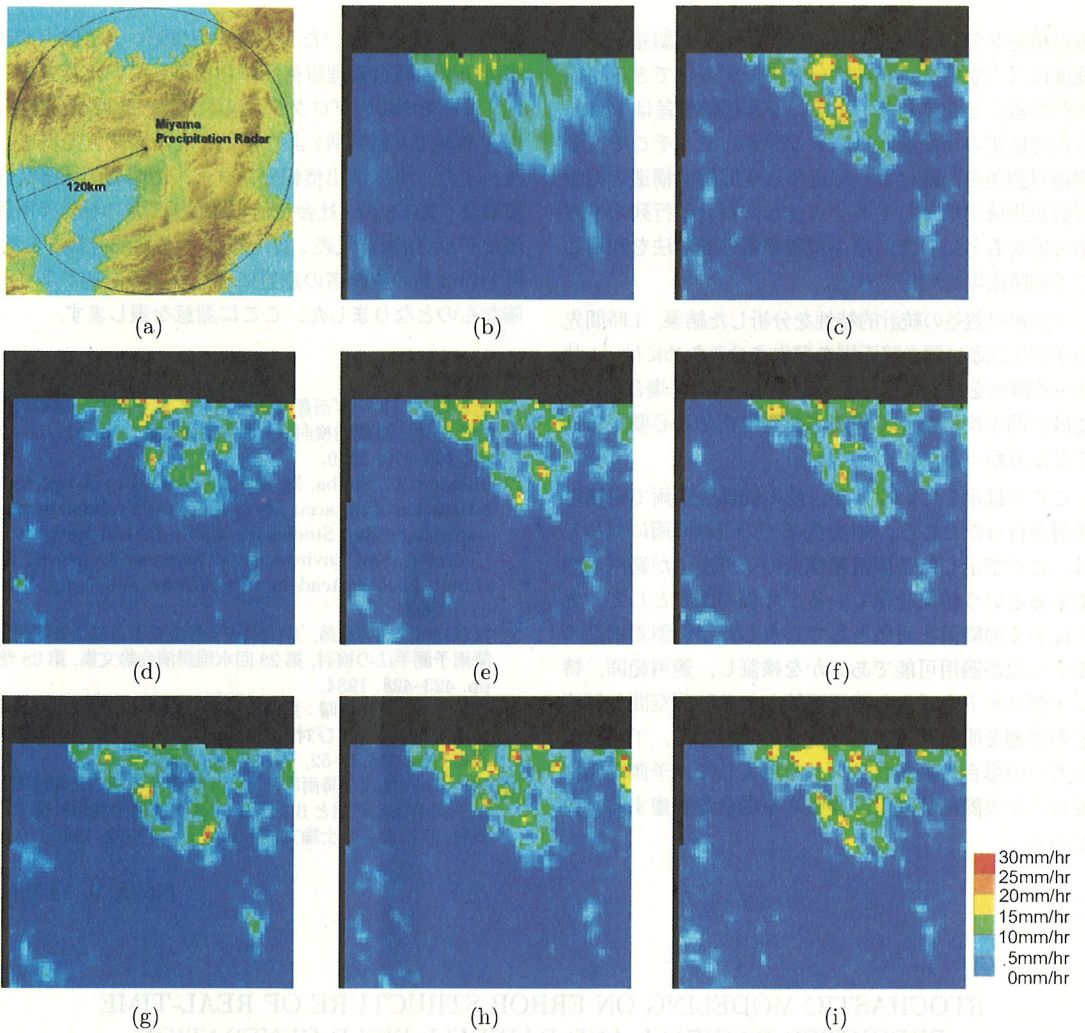


図-10 (a) 観測領域. (b) 移流モデルによる1時間先平均予測降雨. (c)~(i) 模擬発生させた1時間先平均予測降雨.

- 1) 深山レーダー雨量計から現在時刻 $t = t_1$ までの降雨強度データを得る.
- 2) 移流モデルを用いて将来時刻 $t = t_2 (> t_1)$ での予測降雨場 R_p を計算する.
- 3) $t = t_1$ 以前の数時間分のデータを用いて E_r の頻度分布を下限値 -1 を持つ対数正規分布に当てはめる.
- 4) $t = t_1$ 以前の数時間分のデータを用いて E_r の空間相関係数を Gauss 関数に当てはめる.
- 5) 共分散行列の平方根分解をもとにした確率場の発生法を用いて 3), 4) で得たパラメータを用いて対数正規確率場を発生させる.
- 6) 移流モデルから計算した予測降雨場 R_p と発生させた対数正規確率場 E_r とから $R = R_p \times E_r + R_p$ によって降雨場を多数、模擬発生させる.

この手順に従って発生させた降雨場の一例を 図-10 に示す. 1989年9月5日12時において, 移流モデルを用いて1時間先までの1時間平均値の降雨場を予測した場合を想定し, 7つの降雨場を発生させた. この例では, 空間分解能は $3\text{ km} \times 3\text{ km}$, 時間分解能は5分ごとに得られる予測値から60分平均値を求め, それを対象として予測降雨場を発生させた. 図中の黒い部分は, 推定された移流ベクトルによって雨域が領域外部から移動してくる部分であり, 降雨強度を評価することができない領域である.

6. 結論と今後の課題

本研究では, 深山レーダー雨量計から得られた降雨強度データを用いて, 移流モデルによる予測降雨場の

誤差構造を分析した。その結果、予測相対誤差は降雨強度によらず対数正規確率分布でモデル化できる可能性があることを示した。また、予測相対誤差は 10 km 以内では正の相関を持つことが分かった。そこで、予測相対誤差を距離によって定まる空間相関構造を持つ対数正規確率場としてモデル化し、共分散行列の平方根分解をもとにした対数正規確率場の発生法を利用して予測降雨場を発生させた。

予測相対誤差の統計的特性を分析した結果、1 時間先の予測を念頭に置き降雨場を発生させるためには、1 時間平均降雨を対象とする必要があり、また、場合によっては空間平均した上で降雨場を発生させる必要があることが分かった。

ここでは示していないが、他の前線性降雨で同様の検討を行ったところ、30 分先までの予測降雨に対しては、ここで示した予測誤差構造のモデル化が適用可能であるという結果を得ている。今後の課題として、さらに多くの降雨を対象としてこうした予測誤差構造のモデル化が適用可能であるかを検証し、適用範囲、特に予測リードタイムと適用可能となる時間空間分解能との関連を明らかにする必要がある。また、予測降雨がゼロの場合のアルゴリズムを導入して、予測降雨はゼロだが実際には降雨が存在する場合を考慮する必要がある。

謝辞：本研究で用いたレーダー雨量データは国土交通省淀川ダム統合管理事務所から提供していただきました。移流モデルのプログラムは中北英一助教授(京都大学大学院工学研究科)より提供いただき助言を得ました。また、(財)河川情報センター、戦略的創造研究推進事業(CREST)「社会変動と水の循環系の相互作用評価モデルの構築(代表: 寶 馨)」から援助を得ました。匿名の 3 名の査読者の意見により本論の記述がより正確なものとなりました。ここに謝意を表します。

参考文献

- 1) 上林好之：レーダ雨量情報を用いて洪水調節を確率的に行うための基礎的検討, 土木学会論文集, No. 441/II-12, pp. 169-175, 1989.
- 2) Takasao, T., Shiiba, M. and Nakakita, E.: A real-time estimation of the accuracy of short-term rainfall prediction using radar, *Stochastic and Statistical Methods in Hydrology and Environmental Engineering* (ed. K. W. Hipel), Kluwer Academic Publishers, vol. 2, pp. 339-351, 1994.
- 3) 椎葉充晴, 高榎琢馬, 中北英一: 移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討, 第 28 回水理講演会論文集, 第 28 巻, pp. 423-428, 1984.
- 4) 立川康人, 椎葉充晴: 共分散行列の平方根分解をもとにした正規確率場および対数正規確率場の発生法, 土木学会論文集, No. 656/II-52, pp. 39-46, 2000.
- 5) 中北英一: 地形が降雨場に及ぼす影響を考慮した短時間降雨予測手法の開発と 3 次元レーダー情報の利用に関する研究, 京都大学博士論文, 第 3 章, pp. 17-22, 1990.

(2002. 9. 11 受付)

STOCHASTIC MODELING ON ERROR STRUCTURE OF REAL-TIME PREDICTED RAINFALL AND RAINFALL FIELD GENERATION

Yasuto TACHIKAWA, Yoshimitsu KOMATSU, Michiharu SHIIBA and Kaoru TAKARA

To evaluate the uncertainty of a real-time river discharge prediction with a distributed rainfall-runoff model, an error structure of real-time rainfall prediction by a translation model is modeled as a spatial random field and predicted rainfall fields are simulated according to the characteristics of the prediction error structure. Characteristics of error structures of real-time predicted rainfall by a translation model are statistically analyzed, and a relative prediction error field is found to be modeled using a lognormal spatial random field. Then a method to generate rainfall fields with the uncertainty having lognormal spatial random field characteristics is realized with a factorization technique of covariance matrix decomposition into its square root matrix approximately by using the Chebyshev polynomials. The generated rainfall fields will be used to evaluate the uncertainty of real-time river discharge predictions with a distributed rainfall-runoff model on a Monte Carlo simulation framework.