

RBF ネットワークによる関数近似を用いた 既設構造物の最適耐震要素決定法に関する研究

井上幸一¹・中山弘隆²・吉森幸浩³

¹正会員 博(工) 三菱重工業(株) 広島研究所鉄構・土木研究室 (〒730-8642 広島市中区江波沖町 5-1)

²正会員 工博 甲南大学教授 理工学部情報システム工学科 (〒658-8501 神戸市東灘区岡本 8-9-1)

³正会員 リョーセンエンジニアズ(株) 技術計算センター (〒733-0036 広島市西区観音新町 1-20-24)

既設の構造物の耐震性向上を図る場合、本体強度や空間的制約のため比較的小規模な耐震要素を分散配置することが現実的と考えられる。しかし、その性能と配置の決定には多数回の応答解析を要し、かつ1回の解析時間も少なくないことが多いため、構造物が大規模になると実用的な時間内で最適な結果を得ることが困難な状況が予想される。そこで、ラディアル基底関数を用いたニューラルネットワークにより評価関数の予測近似を行い、この予測近似関数に基づく最適化を行うことで解析回数削減を図るものとした。斜張橋主塔の耐震対策の問題に対し本方法を適用した結果、従来法である古典的な数値最適化手法や遺伝的アルゴリズムに比べ大幅に少ない解析回数で比較的良好な結果を得た。

Key Words: seismic design, neural networks, radial basis function, optimization technique

1. まえがき

平成7年の兵庫県南部地震以降、既設構造物の耐震性が見直しが進められている。例えば、橋梁については平成8年に改定された道路橋示方書¹⁾において橋の供用期間中に発生する確率は低いが大きな強度を持つ地震動(以下レベル2地震と呼ぶ)に対する耐震性能の照査が義務づけられ、これに基づき供用中の都市内高速道路高架橋を中心に耐震補強工事が実施されてきている。

一方、高速道路高架橋以外のラーメン橋、アーチ橋や斜張橋など各種形式の比較的規模の大きい橋梁に関しても耐震検討が始められているものがある。しかし、この種の橋梁に補強を施すことは非現実的なものとなることが多く²⁾、実施工もふまえた有効な対策を見出すことが困難であることなどから、耐震対策の実施にまで至っていないものが多数ある。

そこで、既設の大型構造物に対し質量、ばね、ダンパなどの耐震要素を配置して地震応答を低減する方法^{2), 3)}が検討されてきている。このような対策を採る場合、空間的、強度的な制約により1箇所にて大型で大荷重の要素を集中的に用いることは困難であり、設置可能な箇所にて比較的小規模な要素を分散配置することが現実的であると考えられる。ただし、小型の耐震要素といえどもあまり

に多数配置する対策は施工や工事期間などの面から採用され難く、当然のことながら必要最小限の耐震要素を効率的に配置することが要求される。

上記のような要求に沿った耐震要素を決定するためには、通常多数の地震応答解析が必要になる。大型構造物が対象であれば1回の解析にも時間を要し、もはや試行錯誤的な検討では満足できる結果が得られなくなるであろう。また、通常感度を利用した最適化手法、あるいは最近有用性が認められて実用化された遺伝的アルゴリズム(GA)を用いても多数の解析が必要となり、所要の結果を得るには多大な時間を要するものと考えられる。

このような大規模構造物の最適設計を行う方法としては、解析モデルの簡略化がある。例えば、設計変数を限定したり、非線形性を等価線形的に置き換えるなどの方法が用いられる。この方法では、解析の精度を犠牲にしているので最適化の結果を別途所要精度の解析で確認する必要がある。場合によっては、真の最適解とかなりの差異を生じることも考えられる。

これに対し、解析精度を犠牲にすることなく、かつ少ない回数の解析で、厳密でなくともそこそこの最適解を求められればよいという考えもある。その手段としては、目的関数予測に基づく最適化が有望と考えられる。従来の数値的手法やGAでは、最適値探索において目的関数の

形状にあまり関心が払われていない。目的関数の形状が適切に予測できれば、最適化に要する構造解析回数が大幅に減らせる可能性が高いと考えられる。

目的関数の予測手法として応答曲面法が知られている。応答曲面法では、目的関数を展開するのに用いる基底関数として2次多項式を用いることが多い。このとき、不連続性のある関数に適用する場合には近似は極めて困難となり、その対策として設計空間をいくつかの領域に分割して近似することも考えられるが、分割方法や労力の問題から実用性が乏しい。

多項式関数は全域的な基底関数であるため、上記のような問題が生じる。そこで、本研究ではラディアル基底関数(RBF)と呼ばれる影響範囲が限定された関数を用いたニューラルネットワーク(以下、RBFネットワークと呼ぶ)により、目的関数の形状予測を行いながら最適解を探索する方法^{6), 9)}について検討する。

RBFネットワークは、パターン分類としては既に応用されているが^{6), 7)}、最適化への応用としては小規模な例題での試計算⁸⁾にとどまっている。本研究は、多変数の実際の最適化問題に対して適用を試みるものである。

2. 最適耐震要素決定法

試行錯誤的な検討では、合理的に多数の耐震要素の性能と配置を決定することはほとんど不可能である。これに対しては数理最適化手法の適用が不可欠と考えられ、本研究で提案する方法は以下のとおりである。

- ①可能性のある箇所全てに耐震要素を仮定し、その性能(質量、ばね定数、減衰係数、最大荷重など)が最適化問題における設計変数であるが、これが零をとる(即ち設置しない)ことができるものとしておく。
- ②上記の仮定の下では通常最適設計問題に比べ設計変数が多くなり、従って多数回の応答解析が必要になる。さらに、大規模構造物であれば1回の構造解析に要する時間が長く、そのため従来の最適化手法では所要の結果を得るためには多大な時間を要することになる。そこで、近似的な最適解であってもより少ない構造解析回数で見出すことのできる方法が必要となってくる。これに対し、4章に示すRBFネットワークによる関数近似を応用する。
- ③施工を考えると耐震要素の設置箇所数が少ないことが望ましいことが多く、この場合、非零要素ができるだけ少ない解を見出す必要がある。これに対する耐震要素決定の問題は、応答と設置数という2つの規準を考慮する多目的最適化問題になる。従って、評価関数は構造物の応答と耐震要素の設置数とを同時に考慮し、

その間のトレードオフを行うことができるものとする。そして、許容できる応答を得るために必要、かつできるだけ少ない設置数の要素の性能を探索する。

- ④耐震要素の性能に関しては、通常側面制約(上下限值)を考える。さらに、変位などの制約条件があれば、SUMT(Sequential Unconstrained Minimization Technique)⁹⁾などにより無制約問題に変換する。

3. 近似最適化の方法

本研究で提案する手法は、少ないサンプルデータから出発して関数近似を行いつつ、最適解を得るという方法である。

その手順は、大きく分けて以下の3つからなる。

- ① 関数形の予測
サンプルデータから基底関数を用いて関数形を近似する。
- ② 最適点の予測
近似された関数に対して、GAにより最適化を行う。
- ③ 構造解析
必要であればサンプル点を追加して①へ戻り、関数形近似を修正する。このサンプル点に対し、新たな構造解析が必要となる。

①で得られた近似目的関数は、既に設計変数の陽な関数として表されている。そこで、②の最適化では既存の最適化手法が適用できる。ここでは、大域的最適解を求めるのに効率的なGAを用いる。

与えられた問題の設計変数の次元が増えれば関数形の学習に数多くのデータを必要とし、さらに良い精度を得るためには必要なデータ数が増える。しかし、できるだけ少ないデータ数(解析回数)で、できるだけ精度の良い解を得るのが目標であるため効率的な学習が重要となってくる。即ち、本手法における最大のポイントは、上記③においてどのように追加学習データを選択するかである。

いくつかの数値実験によれば、精度の高い近似最適解を得るためには局所的な情報が必要であり、より良い目的関数の近似を得るためには大域的な情報が必要であることが知られている。

そこで、本手法では局所的な情報と大域的な情報の2つのデータを同時に追加して行くことにより効果的に最適化を図るものとする。即ち、現在の予測最適点近傍のより詳細な情報を得るために現在の最適点の近傍から選り出した点の一つ目の追加学習データとし、局所的な極値に収束することを防ぐために既学習データの密度が疎な部分のデータを二つ目の追加学習データとする。

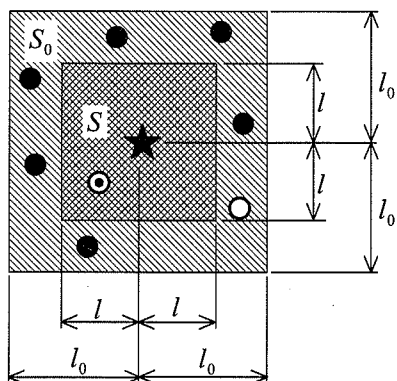


図-1 追加学習データの選び方

一つ目の追加学習データである最適値付近の点の選び方は、まず現在の予測最適点(★で示す)を中心とし、中心からの距離が l_0 であるような立方体 S_0 を考え(図-1参照)、 S_0 の内部に現在までに最適点が予測された回数 C_N を調べる。ここで、立方体に内接する球の半径が l_0 のとき、 S_0 は中心からの距離が l_0 であるということにする。次に、 C_N に応じて l の値を次式で与え、1辺の長さが l の立方体 S 内でランダムに選ばれた点を一つ目のデータとする(◎で示す)。

$$l = l_0 \times \frac{1}{C_N + 1} \quad (1)$$

二つ目の追加学習データは、立方体 S の外側で既に学習されたデータ(●で示す)の密度の低い場所にある点を選ぶ(○で示す)。既学習データの密度の調べ方としては、まず立方体 S の外側にランダムに多数の点を発生させ、発生させた各点と既に学習したすべての点との距離を調べ、距離の小さい方から k 個の距離の合計を計算する。この距離が最大のものを密度の低い点として採用する。

以上から、本手法のアルゴリズムは以下のようになる。

- Step-1 与えられたサンプルデータから基底関数により目的関数を予測する。
- Step-2 Step-1で求めた関数の最適値をGAにより求める。
- Step-3 GAで求めた現在の最適点近傍(S_0 内)での過去に最適点をとった回数 C_N を求める。
- Step-4 予測された目的関数に対する最適値を f_{imp}^* 、実際の目的関数に対する今までの最良値を $f_{current}^*$ 、 $|f_{imp}^* - f_{current}^*| \leq \epsilon$ となる回数を Y_N とする。 $Y_N \geq Y_0$ または $C_N \geq C_0$ となれば終了、そうでなければ l を式(1)により更新する。

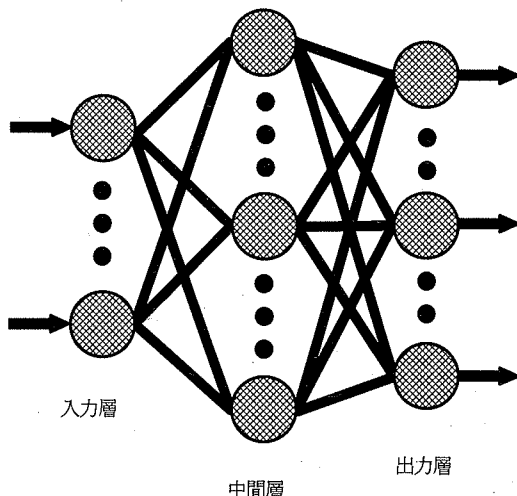


図-2 RBF ネットワークの構成

- Step-5 一つ目の学習データを現在の最適点付近、即ち S の内部からランダムに選ぶ。
- Step-6 二つ目の学習データを S の外側であり、かつ学習点の密度が疎な部分から選ぶ。
- Step-7 Step-1に戻る。

4. RBF ネットワーク¹⁰⁾

(1) ネットワークの構造

本研究では、影響範囲が限定される基底関数としてラディアル基底関数(RBF)を用いる。RBFとは、中心点から離れるにつれて値が単調に減少し、その等高線が超球になる関数のことを言い、代表的なものにガウス関数がある。 R^n 上でのガウス関数は、 $\mathbf{x} \in R^n$ に対し

$$f(\mathbf{x}) = \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{c}\|^2}{r^2}\right) \quad (2)$$

で表される。ここに、 $\mathbf{c} \in R^n$ はガウス関数の中心、 r は等高線の半径を制御するパラメータである。

RBF ネットワークは、中間層素子の出力関数としてRBFを用いるものであり、図-2のように入力層(素子数 n 個)、中間層(素子数 m 個)、出力層(素子数 l 個)の3層構造からなっている。各層は入出力の制御を行う素子から構成されており、荷重係数と呼ばれる重み付きの結線によって結ばれている。RBF ネットワークのデータの流れは入力層から出力層への一方通行であり、同じ層の素子同士は結合していない。

\mathbf{x} が入力層から伝わる入力データであり、 \mathbf{c} は基底の

中心である、また、 w_j を重み係数とする。
このとき、出力層素子からの出力は

$$O(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^m w_j h_j(\mathbf{x}) \quad (3)$$

で表される。

(2) 学習

ニューラルネットワークは、与えられたデータに対して最適な出力値を得るために学習を行う。出力値は、各中間出力からの出力と重みの積の総和で求まる。出力層で最適な出力を得るためには、最適な重み係数を決定する必要がある。つまり、RBF ネットワークの学習とは、最適な重み係数を求めることと同等である。

RBF ネットワークにおける学習用入力データ \mathbf{x}_i と対になる教師データを y_i ($i=1, \dots, p$)、中間素子数を m 個とするとときネットワークの出力値と教師データ(理想的な出力)との差の2乗和

$$\sum_{i=1}^p (y_i - O(\mathbf{x}_i))^2 \quad (4)$$

を考える。ネットワークと教師値の2乗誤差を表しているこの式が最小になれば良いが、さらに一部の素子だけが過剰に反応することを避けることによりノイズの影響をできる限り小さくするために、重みに抑制項を加え、

$$E = \sum_{i=1}^p (y_i - O(\mathbf{x}_i))^2 + \sum_{j=1}^m \lambda_j w_j^2 \quad (5)$$

が最小になるような重み w_j ($j=1, \dots, m$) を求める。これが、RBF ネットワークの学習である。 λ_j は一部素子の過剰反応を防ぐためのパラメータである。

具体的には、まず、式(5)の右辺をすべての w_j ($j=1, \dots, m$) について偏微分する。

$$\frac{\partial E}{\partial w_j} = 2 \sum_{i=1}^p (O(\mathbf{x}_i) - y_i) \frac{\partial O}{\partial w_j}(\mathbf{x}_i) + 2\lambda_j w_j \quad (6)$$

また、

$$\frac{\partial O}{\partial w_j}(\mathbf{x}_i) = h_j(\mathbf{x}_i) \quad (7)$$

を用いて、 $\partial E / \partial w_j = 0$ とすると次式を得る。

$$\sum_{i=1}^p O(\mathbf{x}_i) h(\mathbf{x}_i) + \lambda_j w_j = \sum_{i=1}^p y_i h_i(\mathbf{x}_i) \quad (8)$$

これを行列で表すと、

$$\mathbf{h}_j^T \mathbf{O} + \lambda_j w_j = \mathbf{h}_j^T \mathbf{y} \quad (9)$$

ここに、

$$\mathbf{h}_j = \begin{bmatrix} h_j(\mathbf{x}_1) \\ h_j(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ h_j(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{O} = \begin{bmatrix} O_j(\mathbf{x}_1) \\ O_j(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ O_j(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ \vdots \\ y_p \end{bmatrix} \quad (10)$$

さらに、すべての j をまとめて行列で表すと、

$$\mathbf{H}^T \mathbf{O} + \Delta \mathbf{w} = \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (11)$$

ここに、

$$\Delta = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \lambda_m \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1 \quad \mathbf{h}_2 \quad \dots \quad \mathbf{h}_m] \\ = \begin{bmatrix} h_1(\mathbf{x}_1) & h_2(\mathbf{x}_1) & \dots & h_m(\mathbf{x}_1) \\ h_1(\mathbf{x}_2) & h_2(\mathbf{x}_2) & \dots & h_m(\mathbf{x}_2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_1(\mathbf{x}_p) & h_2(\mathbf{x}_p) & \dots & h_m(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$h_j(\mathbf{x}_i) = \exp(-|\mathbf{x}_i - \mathbf{c}_j|^2 / r_j^2) \quad (14)$$

である。

ここで、ネットワークの出力 O は、すべての w と h の積の総和であるから、

$$O(\mathbf{x}_i) = \sum_{j=1}^m w_j h_j(\mathbf{x}_i) = \bar{\mathbf{h}}_i^T \mathbf{w} \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_i^T = [h_1(\mathbf{x}_i) \quad h_2(\mathbf{x}_i) \quad \dots \quad h_m(\mathbf{x}_i)] \quad (16)$$

となり、

$$\mathbf{O} = \begin{bmatrix} O(\mathbf{x}_1) \\ O(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ O(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{h}}_1^T \mathbf{w} \\ \bar{\mathbf{h}}_2^T \mathbf{w} \\ \vdots \\ \bar{\mathbf{h}}_p^T \mathbf{w} \end{bmatrix} = \mathbf{H} \mathbf{w} \quad (17)$$

と表せる。これらを用いると、式(11)は次のように書ける。

$$\begin{aligned} \mathbf{H}^T \mathbf{y} &= \mathbf{H}^T \mathbf{O} + \Delta \mathbf{w} \\ &= \mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{w} + \Delta \mathbf{w} \\ &= (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \Delta) \mathbf{w} \end{aligned} \quad (18)$$

よって、求める解は

$$\mathbf{w} = (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \Delta)^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y} \quad (19)$$

となる。

RBF ネットワークにおける学習は、逆行列 \mathbf{A}^{-1} を求めることに帰着される。RBF ネットワークの最大の特徴はこの点であり、連立線形方程式を解くことにより簡単に学習を行うことができる。非線形最適化の繰返し計算により学習する他のニューラルネットワークに比べると計算時間が短縮でき、また、逆行列を更新することで簡単に追加学習や忘却を行うことができる。

(3) 追加学習

RBF ネットワークにおいて情報の追加は、逆行列の更新と同等である。これは、ブロック行列の逆行列を利用することによって行うことができる。

いま、行列 $\mathbf{A} \in R^{m \times n}$ 、 $\mathbf{B} \in R^{n \times m}$ 、 $\mathbf{C} \in R^{m \times n}$ 、 $\mathbf{D} \in R^{m \times m}$ ($n > m$) が存在し、 \mathbf{A} 、 \mathbf{D} が正則ならば、

$$(\mathbf{A} - \mathbf{BDC})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} (\mathbf{D}^{-1} - \mathbf{CA}^{-1} \mathbf{B})^{-1} \mathbf{CA}^{-1} \quad (20)$$

となる。また、 \mathbf{A}_{11} と \mathbf{A}_{22} が正則であるとき、

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^{-1} + \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \Delta^{-1} \mathbf{A}_{21} \mathbf{A}_{11}^{-1} & -\mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \Delta^{-1} \\ -\Delta^{-1} \mathbf{A}_{21} \mathbf{A}_{11}^{-1} & \Delta^{-1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\Delta = \mathbf{A}_{22} - \mathbf{A}_{21} \mathbf{A}_{11}^{-1} \mathbf{A}_{12} \quad (22)$$

これより、RBF ネットワークの更新式が求められる。

まず、学習データの追加を考える。学習データの数が p 個のとき、新しい学習データ $(\mathbf{x}_{p+1}, \mathbf{y}_{p+1})$ を追加すると、このデータに対する中間素子の出力は、

$$\mathbf{h}_{p+1}^T = [h_1(\mathbf{x}_{p+1}) \quad h_2(\mathbf{x}_{p+1}) \quad \cdots \quad h_m(\mathbf{x}_{p+1})] \quad (23)$$

となり、中間層出力行列 \mathbf{H}_{p+1} は、データ数が p 個のときの行列を \mathbf{H}_p とすると、

$$\mathbf{H}_{p+1} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_p \\ \mathbf{h}_{p+1}^T \end{bmatrix} \quad (24)$$

と表される。よって、行列 \mathbf{A}_{p+1} は直前の行列を \mathbf{A}_p とす

ると、

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{p+1} &= \mathbf{H}_{p+1}^T \mathbf{H}_{p+1} + \Delta \\ &= \mathbf{H}_p^T \mathbf{H}_p + \mathbf{h}_{p+1} \mathbf{h}_{p+1}^T + \Delta \\ &= \mathbf{A}_p + \mathbf{h}_{p+1} \mathbf{h}_{p+1}^T \end{aligned} \quad (25)$$

と表されるから、その逆行列は式(20)を用いて次式で与えられる。

$$\mathbf{A}_{p+1}^{-1} = \mathbf{A}_p^{-1} - \frac{\mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{h}_{p+1} \mathbf{h}_{p+1}^T \mathbf{A}_p^{-1}}{1 + \mathbf{h}_{p+1}^T \mathbf{A}_p^{-1} \mathbf{h}_{p+1}} \quad (26)$$

次に、基底関数の追加を考える。基底関数の数が m 個の状態でも $m+1$ 番目に新しい基底関数を追加する場合、学習データ数が p 個なら、これら学習データに対する新しい基底関数の出力は、

$$\mathbf{h}_{m+1} = \begin{bmatrix} h_{m+1}(\mathbf{x}_1) \\ h_{m+1}(\mathbf{x}_2) \\ \vdots \\ h_{m+1}(\mathbf{x}_p) \end{bmatrix} \quad (27)$$

となり、新しい中間層出力は、

$$\mathbf{H}_{m+1} = [\mathbf{H}_m \quad \mathbf{h}_{m+1}] \quad (28)$$

となる。行列 \mathbf{A}_{m+1} は、以下ようになる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m+1} &= \mathbf{H}_{m+1}^T \mathbf{H}_{m+1} + \Delta_{m+1} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{H}_m^T \\ \mathbf{h}_{m+1}^T \end{bmatrix} [\mathbf{H}_m \quad \mathbf{h}_{m+1}] + \begin{bmatrix} \Delta_m & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \lambda_{m+1} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m & \mathbf{H}_m^T \mathbf{h}_{m+1} \\ \mathbf{h}_{m+1}^T \mathbf{H}_m & \lambda_{m+1} + \mathbf{h}_{m+1}^T \mathbf{h}_{m+1} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (29)$$

この逆行列は、式(21)を用いて以下のように求まる。

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m+1}^{-1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 0 \end{bmatrix} \\ &+ \frac{1}{\lambda_{m+1} + \mathbf{h}_{m+1}^T \mathbf{P}_m \mathbf{h}_{m+1}} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{H}_m \mathbf{h}_{m+1} \\ -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{H}_m \mathbf{h}_{m+1} \\ -1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_m = \mathbf{I}_p - \mathbf{H}_m \mathbf{A}_m^{-1} \mathbf{H}_m^T \quad (31)$$

5. 実構造問題への適用

筆者らのうちの一人は、斜張橋主塔の橋軸直角水平方向応答低減に対するケーブルへの質量付加の効果について検討した¹¹⁾。

この検討では、ケーブルの付加質量は塔、桁及びケーブルで構成される振動系においてケーブルの振動特性を変化させることにより塔と桁の運動エネルギーのバランスを変化させることが可能であるという斜張橋の振動特性を利用した耐震対策を提案し、主塔の応答を低減する各ケーブルへの付加質量決定に最適化手法を適用している。最適化は、主塔基部の曲げモーメントを最小にするケースと、塔基部曲げモーメントと同時に質量を付加するケーブル数をできるだけ少なくするケースなどを考えている。詳細は文献を参照されたいが、設計変数は20であり、最適化では多数回の構造解析が必要となっている。

そこで、この問題に対しRBFネットワークを適用して解析回数の低減効果を検討するものとする。

(1) 解析対象構造物

対象とする橋梁は、図-3に示す3径間連続鋼斜張橋である。ケーブルは10段の1面吊りであり、塔は1本柱形式である。この橋梁は道路橋一等橋として設計されたものであるが、耐震設計は平成8年以前の道路橋示方書に準じている。

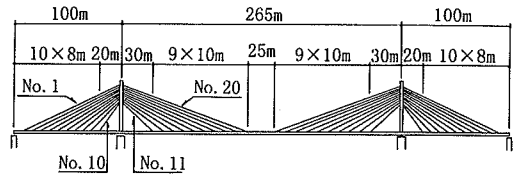
着目する応答としては、橋軸直角方向地震時の塔基部の曲げモーメントで代表とする。

解析モデルは文献11)に同じであり、その概要を図-4及び表-1に示す。解析モデルは、塔および桁には梁要素を用い、ケーブルにはプレストレスを含む死荷重張力に相当する幾何剛性を考慮したトラス要素を用いた有限要素モデルである。ヤング率は、塔および桁について $2.00 \times 10^9 \text{N/mm}^2$ 、ケーブルについて $1.95 \times 10^9 \text{N/mm}^2$ とした。各ケーブルは50分割して中間質点を設けており、モデル全体で要素数は1082、自由度数は2106である。

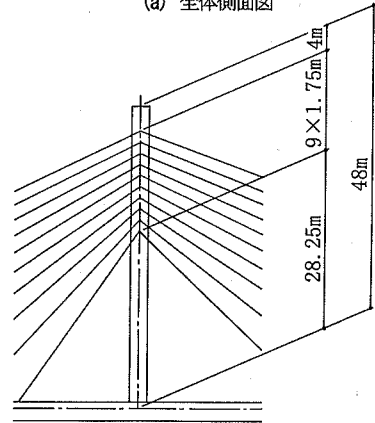
境界条件は、全支承ともY、Z方向固定、P2の塔支承のみX方向固定である。X軸周り、Y軸周りとZ軸周り回転は全支承とも自由である。

地震応答解析は応答スペクトル法を用い、応答計算に採用するモード数は100であり、100次モードは10Hzを上回っている。応答値の評価は、固有周期が接近した多数のモードが存在することから、次に示す完全2次結合式¹²⁾によるものとした。即ち、点 n の最大応答 x_n は

$$x_n = \sqrt{\sum_j \sum_k \alpha_{jk} \Phi_{nj} \Phi_{nk} S_j S_k} \quad (32)$$



(a) 全体側面図



(b) 主塔部拡大図

図-3 解析対象構造

ここに、 Φ_{nj} は n 点の j 次振動モード、 S_j は j 次振動に対する応答スペクトルである。また、 α_{jk} は j 次と k 次の振動モード間の連成が最大応答に及ぼす影響を表す以下の式で与えられる係数である。

$$\alpha_{jk} = \frac{2\sqrt{\beta_j \beta_k} \{(\omega_j + \omega_k)^2 (\beta_j + \beta_k) + (\omega_j^2 - \omega_k^2) (\beta_j - \beta_k)\}}{4(\omega_j - \omega_k)^2 + (\omega_j + \omega_k)^2 (\beta_j + \beta_k)} \quad (33)$$

ω_j 、 β_j はそれぞれ j 次振動の固有円振動数、減衰定数である。

入力は、道路橋示方書¹⁾の6.3に与えられるタイプIの第2種地盤に対する応答スペクトルを用いる。地域別補正係数は1.0、減衰定数別補正係数は道路橋示方書¹⁾の6.3による。なお、構造減衰はケーブルのみ0.16%とし、その他はすべて2%とした。

(2) 検討ケース

斜張橋ケーブルへの質量付加による耐震対策を決定する場合、応答を最小とすることがまず基本である。しかし、施工性や現地工事の労力を考えると質量を付加するケーブル本数を減らす方が望ましい場合も多いと考えられる。そこで、上記のような要求から以下の2ケースを考えた。

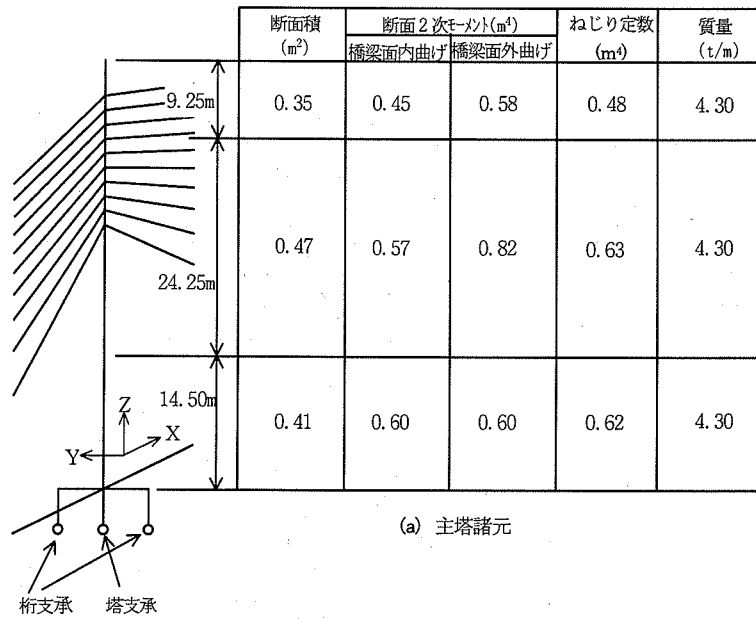


表-1 ケーブル諸元

No	断面積 (m ²)	質量 (t/m)	張力 (MN)
1	0.0192	0.160	7.34
2	0.0192	0.160	7.72
3	0.0192	0.160	8.08
4	0.0116	0.098	5.05
5	0.0116	0.098	5.17
6	0.0116	0.098	5.23
7	0.0072	0.060	3.21
8	0.0072	0.060	3.05
9	0.0072	0.060	2.70
10	0.0072	0.060	2.06
11	0.0072	0.060	1.64
12	0.0072	0.060	2.29
13	0.0072	0.060	2.71
14	0.0072	0.060	2.92
15	0.0116	0.098	4.85
16	0.0116	0.098	4.86
17	0.0116	0.098	4.77
18	0.0192	0.160	7.69
19	0.0192	0.160	7.39
20	0.0192	0.160	7.06

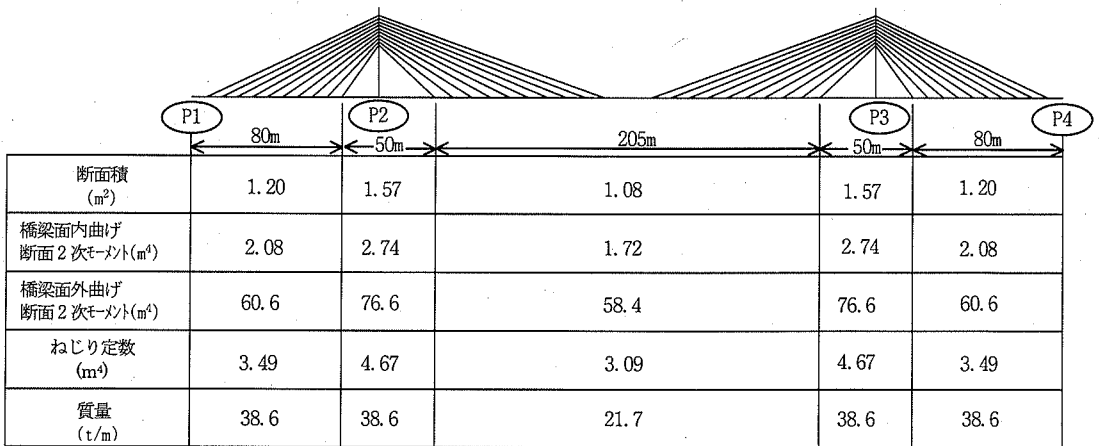


図-4 解析モデル概要

ケース1: 塔基部曲げモーメント M を最小にする。

ケース2: 目的関数として塔基部曲げモーメント M と質量付加するケーブル本数 N とを考える。即ち、次式を目的関数とする。

$$F = (M/M_0) + \alpha(N/N_0) \quad (34)$$

ここに、 α は曲げモーメントに対する質量付加ケーブル数の重みを表す係数、 M_0 と N_0 はそれぞれ目的関数中の曲げモーメントとケーブル本数とを正規化して取り扱うための定数で、前者はモーメントの次元を持ち後者

は無次元量である。ここでは、 M_0 を質量を付加しない場合の塔基部曲げモーメント $147.0\text{MN}\cdot\text{m}$ 、 N_0 を全ケーブル数 20 とした。

以上の2ケースいずれにおいても、設計変数は各ケーブルへの付加質量とケーブル自身の質量との比(付加質量比)とし、構造の対称性から変数の数は 20 とする。各ケーブルの付加質量比の下限は 0.0 、上限は 1.0 とする。

(3) 従来法の適用

ケース1では、設計変数を連続変数として差分により求めた微係数を用いて、準ニュートン法により計算を行った。なお、全域的な最適解を得るために5種類の初期値を用いた。結果を、次節に述べるRBFネットワークと比較して表-2に示す。ケーブル番号は、図-3(a)に示すとおりである。

次に、ケース2において質量を付加するケーブル本数 N を考えるということは、質量を付加する、またはしないという事象を扱うことになる。従って、この問題は離散変数を取り扱う組合せ最適化の問題となるためGAを適用し、最適化する。曲げモーメントに対する質量付加するケーブル数の重みを表す係数 α は1とした。

設計変数は全ケーブルとも上下限值の間を等分して8つの値

$$\{0.0, 0.14, 0.29, 0.43, 0.57, 0.71, 0.86, 1.0\}$$

を基にし、できるだけ付加質量の設置箇所を減らすことを狙って、付加質量の小さな0.14と0.29を省略して

$$\{0.0, 0.0, 0.0, 0.43, 0.57, 0.71, 0.86, 1.0\}$$

をとるものとした。さらに、人口サイズは100、終了条件は連続して10世代設計が更新されない場合とし、単純GA¹³⁾により最適化計算を行った。計算は乱数のシーズを変えて5回実施した。この結果を表-3に示す。5回の最適化の結果のばらつきは小さく、最良と平均はほぼ同じになっている。

(4) RBF ネットワークの適用

a) ケース1

従来法と同等の計算を実施するため、このケースではRBFネットワーク内での最適化に用いるGAは連続変数に対するアルゴリズムであるBLX- α ¹⁴⁾とした。また、RBFを特徴付けるパラメータには式(5)に現れる λ_i と半径がある。まず、 λ_i については、近似関数の円滑化と汎化能力に影響するが、今までの数値計算実績から一律0.01とした。また、基底関数の半径は、一般によく用いられている次式で与えられる目安の値¹⁵⁾を用いた。

$$r = d_{\max} / \sqrt[3]{nm} \quad (35)$$

ここに、 d_{\max} は基底の中心間の最大距離、 n はデータの次元、 m は基底関数の数である。

最初に与えた学習データは、全60個とした。その内訳は、順に20個の変数の内1個のみ上限値を与えて残り

表-2 ケース1の計算結果

		従来法	RBF ネットワーク	
			最良	平均
ケーブル 番号	1	0.32	0.04	0.40
	2	1.00	0.69	0.84
	3	0.49	0.18	0.51
	4	0.62	0.82	0.80
	5	0.81	0.57	0.64
	6	0.52	0.43	0.56
	7	0.49	1.00	0.39
	8	0.52	0.44	0.66
	9	0.48	0.94	0.50
	10	0.48	0.50	0.56
	11	0.50	0.45	0.47
	12	0.55	1.00	0.74
	13	0.70	0.85	0.71
	14	0.61	0.50	0.30
	15	0.61	1.00	0.58
	16	0.46	0.24	0.37
	17	0.22	0.10	0.13
	18	1.00	0.95	0.91
	19	0.98	1.00	0.94
	20	1.00	1.00	0.91
曲げモーメント(MN・m) (目的関数)		50.3	54.9	63.7
構造解析回数		1365	90	64.8

の19個は乱数を発生させて与えたものが全部で20個、順に20個の変数の内1個のみ下限値を与えて残りの19個は乱数を発生させて与えたものを全部で20個、順に20個の変数の内1個のみ中間値0.5を与えて残りの19個は乱数を発生させて与えたものを全部で20個である。

また、最適化の際の収束に関する3章に示す各パラメータは、 C_0 が20、 Y_0 が20とした。これらを増やせば関数近似の精度は向上するが、解析回数がふえることになる。ここでは、試算により C_0 と Y_0 を順次増加させてゆき、従来法の解析回数の1/10程度となる値で設定した。追加学習を行う際の近接領域を表すパラメータ l_i は0.1とした。この値は通常用いられる値に比べかなり小さいが、対象とする目的関数が多数の極値を有することが予め知られていたので¹¹⁾全域的な最適解を逃さないように設定した。さらに、近似関数の最適値を求めるためのGAについては、個体数10、世代数200とした。

追加学習点は乱数を発生させて作成するが、この試行を全部で10回実施した。全試行とも初期学習データは共通である。

10回の試行における最良解と平均値を表-2に示す。

解析回数には初期学習データを求めるための 60 回は含まれない。

目的関数の値に関し、従来法の結果と RBF ネットワークの最良解との差は 10%程度であり、平均値との差は 20%程度である。また、従来法と RBF ネットワークとで各設計変数の値も概ね対応したのとなっている。

RBF ネットワーク最適化は乱数に依存しており、試行回数を増やせば最適化の精度が向上すると考えられる。1 回の試行において平均的に従来法の 1/10 程度以下の解析回数で従来法と 20%程度の差の解が得られ、10 回の試行を合計すると従来法の 1/2 程度の解析回数で従来法と 10%程度の差の解が得られている。

b) ケース 2

RBF ネットワーク内での最適化に用いる GA を通常の離散変数に対するものとし、初期学習データを与える場合の中間値としては 0.57 を用いたこと以外はケース 1 と同じ条件で計算を実施した。

ケース 1 と同様に実施した 10 回の試行の結果を従来法と比較して表-3 に示す。解析回数は、RBF ネットワークは従来法の 1/30 程度となっている。表中の解析回数には初期学習データを求めるための 60 回は含まれない。

このケースでは、従来法の GA と同様に表に示すように RBF ネットワークの各試行のばらつきが小さくなっている。目的関数の値のうち曲げモーメントに関しては、RBF ネットワークの最良値と平均値のいずれも従来法との差はたかだか 10%程度である。

一方、もう一つの目的関数である質量付加ケーブル本数については、RBF ネットワークは全ケーブル数 20 本からは大きく減少しているものの、単純 GA には及ばない結果となっている。その結果、目的関数全体としては従来法より 50%程度大きくなっている。

以上のように、2 つの目的関数で RBF ネットワークの近似最適化の精度に差が生じていることについて、次に考察する。

(5) 考察

ケース 2 の目的関数は 2 種類の設計変数、ケーブルの付加質量比とケーブル本数の関数となっている。前者に対する目的関数の形状はケース 1 の結果から、変域においていくつかの極値は有するものの比較的滑らかなものと予想される。その結果、ケース 1 では滑らかな関数である RBF により適切に近似できたことから、良好な結果が得られたものと考えられる。また、ケース 2 においては付加質量比を離散量としたが、変域を 8 分割しているため関数の形状も滑らかさを保っていることから良好な結果が得られたものと思われる。

一方、ケーブル本数 N に関しては、付加質量比が 0.0

表-3 ケース 2 の計算結果

		従来法		RBF ネットワーク	
		最良	平均	最良	平均
ケーブル 番号	1	0.00	0.00	0.00	0.83
	2	0.00	0.00	0.00	0.09
	3	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	0.00	0.00	0.04
	5	0.00	0.00	0.00	0.00
	6	0.00	0.00	0.00	0.00
	7	0.00	0.00	0.00	0.00
	8	0.00	0.00	1.00	0.99
	9	0.00	0.00	0.00	0.10
	10	0.00	0.00	0.86	0.53
	11	0.00	0.00	0.00	0.00
	12	0.00	0.00	1.00	0.63
	13	0.00	0.00	0.00	0.13
	14	0.00	0.00	0.86	0.52
	15	0.00	0.00	0.00	0.00
	16	0.00	0.00	0.00	0.00
	17	0.00	0.00	0.00	0.00
	18	0.00	0.00	0.00	0.00
	19	0.71	0.74	1.00	1.00
	20	0.86	0.83	0.86	0.79
曲げモーメント (MN・m)		62.6	62.8	67.1	69.7
質量付加ケーブル数		2	2	6	6.2
目的関数		0.526	0.527	0.756	0.784
構造解析回数		4100	3780	139	133.3

である下限側境界をのぞき平坦であるが、下限側境界で階段状に減少し、目的関数の値は急激な変化を示す。このような急激な変化に対して RBF を用いた近似が容易でないことが、質量付加ケーブル本数の減少に影響しているものと考えられる。ケース 2 がケース 1 に比べ解析回数が増加していることは、RBF ネットワークが関数近似の精度を向上させようとしている可能性が高い。

RBF ネットワークにおいて近似精度をより向上させるためには基底関数を増やせばよいが、その場合には当然のことながら構造解析回数が増加し、RBF ネットワークを用いる本来の狙いである「構造解析の精度を犠牲にすることなく、できるだけ少ない回数の解析で、そこそこの最適解を求める」ことが達成できなくなってしまう。

実際の問題においては種々の状況が考えられるため、ケース 2 の結果の評価は容易ではない。ただし、実際の問題では RBF ネットワークと相对比较できる従来法による最適解は得られないことからケース 2 の結果を絶対評価すると、わずかに数本のケーブルに付加質量を与えることにより塔基部曲げモーメントを無対策時の半分以下に

できるという解は決して悪いものではないと考えられる。

6. 結論

本研究では、既設の構造物に対し各部に耐震要素を設置して耐震性を高める問題について検討した。種々の制約により大型で大荷重の要素を集中的に用いることは困難であり、設置可能な箇所に比較的小規模な耐震要素を分散配置することが現実的であると考へ、その性能と配置を決定する方法を提案した。提案手法では多くの設計変数を扱う必要があるが、多変数の数値最適化計算は多数回の構造解析が必要となり、大規模構造に対しては従来法では所要の結果を得るには多大な時間を要するものと予想される。これに対しては、評価関数の予測近似を行い、この予測近似関数に基づく最適化が有効と考へた。本研究では、精度の高い近似最適解を得るために局所的な情報と、より良い目的関数の近似を得るために大域的な情報との2つの学習データを同時に追加してゆく最適化のアルゴリズムを提案し、これを適用することとした。本研究で得られた結論を以下に要約する。

(1) 必要最小限の耐震要素の効率的配置は、可能性のある箇所全てに耐震要素を仮定し、その性能が零となる(即ち設置しない)ことができるものとしておき、応答と要素数とを考慮した評価関数を用いて最適化することにより達成できる。

(2) RBF ネットワークを用いた最適化を斜張橋のケーブル付加質量による主塔応答低減の問題に対し適用した。塔基部曲げモーメントのみを評価関数とした場合、従来法の1/10程度以下の解析回数で従来法と20%程度の差の解が得られ、1/2程度の解析回数で従来法と10%程度の差の解が得られた。

(3) 塔基部曲げモーメントに加え質量を付加するケーブル本数も評価関数に考慮した場合、RBF ネットワークによる最適化は従来法の1/30程度の解析回数で従来法よりも50%程度大きな評価関数の値が得られた。評価関数のうち塔基部曲げモーメントの値は従来法の結果と大差ないが、ケーブル本数に差が生じている。RBF による関数近似は塔基部曲げモーメントのように連続的に変化する関数に対しては良好であるが、ケーブル本数のように急激に変化する関数に対しては容易ではないと考へられる。

構造解析の回数が従来の1/10~1/30程度になれば、これまで不可能であった大規模構造物の最適化も実用的に達するものが少なくないと考えられる。そして、こ

れにより現状では手つかずの状態にある既設の大型構造物の実際的な耐震対策の検討が可能になるものと思われ、検討を進めてゆきたいと考えている。

謝辞:本研究において従来法として使用したGAならびにRBF ネットワーク内の離散型GAについて、北海学園大学杉本博之教授の支援をいただいた。厚く感謝する。

参考文献

- 1) 日本道路協会:道路橋示方書・同解説V. 耐震設計編, pp.7-12,1996
- 2) 岡俊蔵, 増田伊知郎, 古川謙一郎, 井上幸一, 明神久也:各種ダンバを適用した鋼橋の耐震性向上法, 第5回耐震補強・補修技術, 耐震診断技術に関するシンポジウム講演論文集, pp.31-38,2001
- 3) 井上幸一, 明神久也, 増田伊知郎, 中出收:軸力降伏型厚生ダンバを適用した鋼橋の耐震性向上法, 第5回地震時保有耐力法に基づく橋梁の耐震設計に関するシンポジウム講演論文集, pp.43-50,2002
- 4) 中山弘隆, 荒川雅生, 佐々木理恵:RBF ネットワークと遺伝的アルゴリズムによる未知目的関数の最適化, システム制御情報学会論文誌, Vol.13, No.3,pp.58-60, 2000
- 5) Nakayama,H., Arakawa,M. and Sasaki,R.:Simulation-Based Optimization Using Computational Intelligence, *Optimization and Engineering*, Vol. 3, Kluwer Academic Publishers, pp.201-214, 2002
- 6) 倉本和正, 鉄賀博己, 東寛和, 荒川雅生, 中山弘隆, 古川浩平:RBF ネットワークを用いた非線形がけ崩れ発生限界雨量線の設定に関する研究, 土木学会論文集 No.672/VI-50, pp.117-132, 2001.3
- 7) 倉本和正, 守川倫, 鉄賀博己, 荒川雅生, 中山弘隆, 古川浩平:斜面要因を考慮した斜面ごとの非線形がけ崩れ発生限界雨量線の設定方法とその崩壊予測精度, 土木学会論文集 No.706/VI-55, pp.67-81, 2002.6
- 8) 荒川雅生, 中山弘隆, 石川浩:ラディアルベース関数ネットワークと領域適応型遺伝的アルゴリズムを用いた最適設計, 日本機会学会論文集(C編)67巻655号, pp.202-212, 2001.3
- 9) R.H.ギャラガー, O.C.ツイエンキーヴィッツ共編, 戸川隼人監訳:最適構造設計 基礎と応用, 培風館, pp.143-174,1977
- 10) 最適設計ハンドブック編集委員会編:最適設計ハンドブック, 朝倉書店, pp.197-199,2003
- 11) 井上幸一, 杉本博之, 森下邦宏, 山本利夫, 古川浩平:ケーブルへの質量付加による斜張橋主塔の大地震対策に関する研究, 土木学会論文集 No.703/II-59, pp.29-38,2002.4
- 12) Kiureghian,A.Der:A response spectrum method for random vibration analysis of MDOF system, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, Vol.8, pp.222-229, 1981
- 13) 杉本博之, LU Bianli:工業最適化のための汎用GAプログラムについて, 北海学園大学学園論集第96号, pp.81-105,1998
- 14) Radcliffe,N.J.:Forma Analysis and Random Respectful Recombination, *Proc. of the 4-th Conference on Genetic Algorithms*, pp.222-229,1991
- 15) Haykin, S.:Neural Networks, *Comprehensive Foundation*, Macmillan College Publishing, pp.236-284, 1994

(2003.4.28 受付)

STUDY ON OPTIMIZATION OF ANTI-SEISMIC ELEMENTS FOR IN-SERVICE STRUCTURE BY RBF NETWORKS

Koichi INOUE, Hirotaka NAKAYAMA and Yukihiro YOSHIMORI

There are many in-service structures that require to be improved their anti-seismic property. It is practical in them to be installed a number of small anti-seismic elements by reason of strength and/or space. In this study, we propose an approximate optimization, that consists of the neural networks of Radial Basis Functions, to get an acceptable better solution, not the best solution. We made an attempt to apply the method to a problem in which we investigate the efficient arrangement of additional mass for cables to control the motions of a cable-stayed bridge. The results show that the proposed method can find out not so bad solutions within 1/10 or less times of analyses than the conventional optimization.