土木学会論文集 No. 751／IV-62, 97-110, 2004. 1

評価費用を考慮したプロジェクトの事前・再評価問題

織田澤利守[1]・小林潔司[2]・松田明広[3]

[1]学生会員　工修　京都大学大学院博士後期課程　工学研究科都市社会工学専攻(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:ota@psa2.kuciv.kyoto-u.ac.jp
[2]フェロー会員　工博　京都大学教授　大学院工学研究科都市社会工学専攻 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:kkoba@psa2.kuciv.kyoto-u.ac.jp
[3]学生会員　京都大学大学院博士前期課程　工学研究科都市社会工学専攻(〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)
E-mail:matsuta@psa2.kuciv.kyoto-u.ac.jp

本研究ではプロジェクトの評価費用を考慮した事前・再評価モデルを提案する．その際，リアルオプション理論を用いて，プロジェクト再評価により生じる損失回避便益（中止オプション価値）とプロジェクト廃棄により過去にプロジェクトのために投下した費用（サンク費用）が無駄になることを回避する便益（タイミングオプション価値）を定式化するとともに，最適なプロジェクト実施のタイミング，プロジェクト破棄のタイミングを決定できるような評価ルールを求める方法論を提案する．本研究で提案する事前・再評価モデルの最適ルールは第２種フレドホルム型積分方程式の解として与えられることを示し，あわせてその解法を提案することとする．最後に，数値計算事例を用いて本研究で提案した事前・再評価システムの特性について考察する．

Key Words : *real option, pre-evaluation, re-evaluation, optimal stopping, evaluation cost*

1．はじめに

近年，公共事業の効率性やアカウンタビリティの向上を目的とした体系的な公共事業評価システムの構築が進められおり，公共事業の事前・再・事後評価制度の導入が検討されている[1]．時間軸上に沿って実施される評価制度が相互に有機的に連携し，公共事業の動的な評価システムとして効果的に機能するためには，プロジェクトの各評価制度間の論理的整合性を担保しうる総合的な評価フレームワークを確立する必要がある．

織田澤・小林は，プロジェクトの採択時点における費用便益分析と再評価時点における費用便益分析の間の論理的整合性を考慮したプロジェクトの事前・再評価モデル（以下，OKモデルと呼ぶ）を提案している[2]．OKモデルでは，再評価時点で獲得した新しい情報に基づいて，事前評価の時点で決定した結果を変更することのオプション価値を明示的に評価する．さらに，将来の再評価の時点でプロジェクトが中止される可能性を考慮しながら，プロジェクトの事前評価を行うことが可能となる．その上で，事前・再評価の相互作用を考慮したプロジェクト評価の方法論を定式化している．

OKモデルを用いれば，プロジェクトの事前・再評価問題を同時に統一的な枠組みの中で取り扱うことが可能となる．しかし，OKモデルはモデル構造を簡略化するために，事前評価・再評価の見直しの回数を外生的に与えるなど，いくつかの強い仮定を置いている．特に，評価回数を与件としたことにより，OKモデルで求めた評価ルールは最適ではなく次善ルールに留まるという理論的課題が残されている．また，現実には再評価を繰り返した場合には無視できない評価費用が発生する．したがって，事前・再評価の最適見直しの回数を決定するルールを求めることが重要な課題となる．

本研究では，OKモデルの枠組みを拡張し，事前・再評価の最適見直し回数を内生的に決定できるような事前・再評価モデルを提案する．さらに，拡張したモデルを用いて，事前・再評価問題を統一的に取り扱うことができるような評価フレームを開発する．以下，２．で本研究の基本的な考え方を明らかにする．３．で評価費用を考慮した事前・再評価モデルを定式化し，４．で事前・再評価問題の論理的な構造に関して考察する．５．では，数値計算事例を紹介する．

2．本研究の基本的立場

（１）従来の研究概要

不確実性下における多段階意思決定問題に関しては膨大な研究の蓄積があり[3]，土木計画学の分野でも研究の蓄積がある[4]．プロジェクトの不可逆性を明示的に考慮したような意思決定モデルに関しても研究が進展している[5),6]．将来のプロジェクト価値に不確実性が存

在する場合，意思決定を保留することにより「追加的な情報に基づいて合理的な意思決定を行うことができる」という準オプション価値を獲得することができる[7),8)]．準オプション価値を考慮した多段階意思決定モデルに関しても研究が蓄積された[9),10)]．中でも，Schmutzlerは計画プロセスにおける意思決定手続きを準オプション価値の観点から分類し，計画プロセスの効率性を比較検討している[10)]．多々納も計画プロセスにおける情報の価値，柔軟性の価値を定義し，計画プロセスの効率性比較を行っている[11)]．一方，ファイナンス分野では，Merton等によって金融オプション理論[12)]が開発され，積分方程式を用いたオプション評価の計算手法が提案されている[13),14)]．リアルオプション理論は，プロジェクトの投資機会をcall optionと解釈し，金融オプション理論を実物資産への投資意思決定問題へと応用したものである[15),16)]．準オプション価値は，プロジェクト実施のタイミングを合理的に決定することにより得られるタイミングオプションと解釈できる．リアルオプション理論に基づけば，タイミングオプションだけでなく多様なオプションの価値を計量的に評価できる枠組みを提供することができる[17)−21)]．また，土木計画の分野でもリアルオプション理論の適用研究が蓄積されている[22)]．例えば，慈道らは点検・修繕問題をリアルオプションモデルにより定式化し，積分方程式を解く問題へと帰着している[23)]．

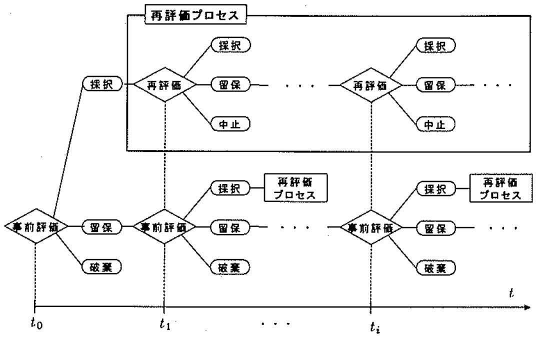
事前・再評価問題に着目した場合，1）プロジェクトの途中段階における再評価で，プロジェクトの中止を決定することができる中止オプションと，2）プロジェクトの実施時点を合理的に決定することができるタイミングオプションの双方を同時に考慮することが必要である．このような観点より，織田澤・小林は事前評価・再評価の見直し機能の導入がもたらすオプション価値を明示的に考慮したOKモデルを提案している[2)]．OKモデルは，準オプション価値を考慮した多段階意思決定モデル[10)]に，再評価プロセスを付加したにすぎない．しかし，このような簡単なモデルの修正により，プロジェクトの事前評価，再評価の見直し機能の導入がもたらす経済価値をプロジェクトの中止オプション価値とタイミングオプション価値として明示的に考慮することが可能となった．しかし，OKモデルでは，事前評価，再評価の見直し回数が外生的に与えられている．その結果，2．(3）で述べるような理論的限界を有している．本研究では，OKモデルの有する問題点を克服するために，OKモデルで無視していた事前・再評価費用を明示的に考慮するとともに，意思決定プロセスの最適停止タイミングを内生的に決定できるような事前・再評価モデルを提案することとする．そこでは，提案する事前・再評価モデルの最適ルールは第2種フレドホルム型積分方程式の解として与えられることを示し，あわせてその解法を提案することとする．

（2）オプション価値評価の必要性

純現在価値(NPV)法や費用便益比率(CBR)法に代表される伝統的な費用便益分析は，プロジェクト評価に関して暗黙のうちに非常に強い前提を設けている[2)]．1つは,「プロジェクトを今実施するか，もしくは2度と実施しないか」というnow-or-never原則に基づき，評価が行われるという点である．費用便益分析では，まったく偶発性の存在しない固定されたシナリオを想定している．すなわち，プロジェクトはスケジュール通り開始，あるいは完成し，ある一定期間にわたって便益を生み出すとされている．経済環境が悪化した際にプロジェクトを先送りにしたり，変更，あるいは放棄したりする可能性を一切考慮していない．いま1つには，プロジェクトへの投資が不可逆性を有することを無視している点である．投資対象がある特定の目的のみに用いられ，他の用途へ転用したり市場で売却できない場合，投資は不可逆性を有することになる．仮に，プロジェクトが中止になれば，すでに投下された投資費用は事後的には回収不能となり，全く無駄な投資となる．プロジェクトの事前・再評価問題を考える場合，プロジェクトがもたらす不可逆性を明示的に考慮する必要がある．公共事業評価に事前・再評価システムを導入する目的は，プロジェクトに関わるリスクを考慮にいれながら，プロジェクトの開始や継続，あるいは中止に関する意思決定を柔軟に実施することにある．したがって，now-or-never原則と不可逆性の無視という強い仮定を有する伝統的な費用便益分析を用いて，時間軸上に沿って行われるプロジェクトの事前・再評価を適切に実施することは困難である．プロジェクトの不可逆性，実施タイミングといった問題に合理的に対処するためには，意思決定における自由度をオプション価値として合理的に評価するとともに，事前評価と再評価の関連性を明示的に考慮したような公共事業評価システムを開発することが必要となる．

（3）評価費用と最適評価停止問題

OKモデルの理論的限界は，事前評価・再評価の見直し回数を外生的に与えている点にある．見直し回数が外生的に与えられるため，事前・再評価プロセスの最終ラウンドにおいて，プロセスの経過如何に関わらず必ずプロセスが打ち切られる．最終ラウンドでは，それ以降にプロセスを延期することが許されないため，プロジェクトの実施（完成），もしくは廃止をnow-or-never原則で決定せざるを得ない．事前・再評価の見直しの機会を考慮したとはいえ，OKモデルは依然としてnow-or-never



図－１　プロジェクト評価の構造(問題0)

の原則が有する問題点を完全には克服していない．さらに，見直しの回数が外生的に与えられるために，最終ラウンドに至るまでプロジェクトを廃止できないという問題点も生じる．この難点を避けるために，OKモデルでは事前・再評価のための評価費用を無視できると仮定していた．しかし，評価費用にプロジェクト実施の遅延に関わる費用も含まれると考えた場合，業績が悪化したプロジェクトを最終ラウンドまで継続せずに，途中年度で中止した方が望ましい場合も起こりうる．以上のようなOKモデルが有する問題点を克服するためには，評価費用を明示的に考慮するとともに，事前・再評価プロセスの終了時期を最適に決定できるような評価システムを開発することが望ましい．本研究では，プロジェクトの事前・再評価問題を無限的視野を持つ最適評価停止問題（以下，問題0と呼ぶ）として定式化する．本研究でとりあげる意思決定プロセスの構造を図－１に示している．事前評価プロセスの任意の時点において，１）プロジェクトの採択と２）破棄という終了オプションと，留保という継続オプションが必ず含まれる．再評価プロセスにおいても，採択・中止という終了オプションと留保という継続オプションが必ず含まれる．事前・再評価プロセスにおいて，終了オプションが１度でも選択された時点で，事前・再評価プロセスは終了する．継続オプションが選択される限り，プロセスは終了しない．このように無限的視野を持つ事前・再評価プロセスを導入することにより，のちに４.（２）で考察するように，プロジェクトの中止により無駄となる費用の存在がプロジェクト中止の意思決定に及ぼす影響を考慮することが可能となる．

３．基本モデルの定式化

（１）モデル化の前提条件

意思決定主体は初期時点より一定期間$\tau\ (>0)$毎にプロジェクトの事前評価を行い，「当該プロジェクトを開始するか」，「プロジェクトの開始を保留するか」，「意思決定プロセスを停止する（プロジェクト案を破棄する）か」を決定する．最初の事前評価を実施する初期時点をt_0とし，$i\ (i=1,2,\cdots)$回目の事前評価の見直しを行う時点を$t_i=t_0+i\tau$と表そう．プロジェクトの事前評価を実施するためには評価費用δ_1が必要となる．つぎに，ある評価時点t_iでプロジェクトが採択された場合を考えよう．プロジェクトは２段階にわけて実行されると考える．すなわち，第１段階では費用C_1が投下される．時点$t_{i+1}=t_i+\tau$より一定期間τごとにプロジェクトの再評価が実施され，「第２段階目の投資を実施するか」，「第２段階の投資を留保するか」，あるいは「第２段階の投資を中止する（プロジェクトを破棄する）か」を決定する．第２段階の投資を実施したり，投資を中止した時点で，再評価プロセスは終了する．いま，第j回目の再評価を行う時点を$t_k=t_i+j\tau$と表そう．ただし，$k=i+j$である．事前評価と同様に，再評価の実施には再評価費用δ_2が必要となる．再評価によりプロジェクトの継続が決定された場合，第２段階の投資費用C_2が投下される．一方，プロジェクトの中止が決定された場合，プロジェクトは廃棄される．その場合，それ以前にプロジェクトへ投下した費用は転用も市場での売買もできず，完全に埋没すると仮定する．

本モデルは，OKモデルと同様にプロジェクトに内在する不確実性として，社会経済環境の変化に伴うプロジェクト便益に関する不確実性のみに着目し，プロジェクトの進捗に関する不確実性や途中段階での事業改変の可能性は考慮しない．さらに，簡単のために，１）プロジェクトの投資は第１段階，第２段階の双方とも瞬時に完了する，２）第２段階の投資が終了した時点でプロジェクトは便益を発生する．３）事前評価，あるいは再評価の見直しは，ともに一定期間τごとに実施される．４）投資費用は時間を通じて一定と仮定する．以上の仮定は議論の見通しをよくするためのものであり，仮定を緩めても議論の本質は変化しない．

（２）プロジェクト価値の不確実性

時点t_iでプロジェクトが開始されたのち，ある一定の期間にわたってプロジェクトの実施・破棄に関する決定が留保され，時点$t_k=t_i+j\tau\ (j=1,2,\cdots)$に到達したとしよう．ただし，$k=i+j$である．時点$t_k$のプロジェクトの再評価により，「第２段階の投資を実施するか」，「投資を留保するか」，あるいは「プロジェクトを中止するか」を決定する局面を考える．時点t_kの再評価により第２段階の投資が決定されれば，プロジェクトは時点t_kで完了する．初期時点t_0から第１段階の投資が実施される時点t_iまでの期間$[t_0,t_i)$を第0期，第１段

階の投資から第2段階の投資が実施され，プロジェクトの施設建設が完了する時点t_kまでの期間$[t_i, t_k)$を第1期，プロジェクトの施設供用開始後の期間$[t_k, \infty)$を第2期と定義しよう．第0期および第1期ではプロジェクトは完成しておらず，プロジェクトによる便益は発生しない．事前評価においてプロジェクトの計画が破棄された場合，プロジェクトは第0期で終了する．再評価において第2段階の投資が中止された場合，プロジェクトは第1期で終了する．

いま，第0期，あるいは第1期のある評価時点t_iにおいてプロジェクトが完成した場合に獲得できる価値をB_iと表す．プロジェクト価値は，仮にその時点にプロジェクトが完成した場合に当該時点から将来にわたって発生する期待総便益の当該期価値を意味する．ただし，第2段階の投資が実施される前の時点では，プロジェクトが完成することはなく，実際にはプロジェクトによる価値は発生し得ない．この場合，その時点における経済環境の下で，仮想的にプロジェクトが完成したとするときに獲得される(潜在的な)プロジェクト価値を表すとする．なお，本研究では，プロジェクト価値の計測方法に関する議論は行わないが，伝統的な費用便益分析のために開発された手法を用いてプロジェクト価値が適切に計測されると考える．

意思決定主体は，各時点に実現する(潜在的な)プロジェクト価値を観測し，プロジェクトに関する決定を行う．プロジェクト価値にはリスクが存在し，各時点において観測されるプロジェクト価値は変動する．いま，時点t_iにおいて，将来時点t_{i+1}に実現するプロジェクト価値を確定的に把握できないが，その確率分布は既知であると仮定する．時点t_iにおいてプロジェクト価値$\hat{B}_i$が観測されたとしよう(記号「$\hat{\ }$」は確定値であることを表す)．このとき，時点t_{i+1}で観測されるプロジェクト価値B_{i+1}は，開区間$(0, \infty)$上の連続関数として定義される条件付き確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$（累積分布関数$F(B_{i+1}|\hat{B}_i)$）に従って分布すると考える．確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$は各時点t_i $(i = 0, 1, \cdots)$に対して定義されるが，その形式は時点t_iに依存しない．時点t_{i+1}のプロジェクト価値B_{i+1}の確率分布は時点t_iで観測されたプロジェクト価値$\hat{B}_i$のみに依存すると仮定する．さらに，同時確率密度関数

$$f^n(B_{i+n}, \cdots, B_{i+1}|\hat{B}_i) = f(B_{i+n}|B_{i+n-1}) \times \cdots \times f(B_{i+1}|\hat{B}_i) \quad (1)$$

を定義する．ここで，初期値$\hat{B}_i$からn期後のプロジェクト価値の確率分布を表す確率密度関数を

$$f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i) = \int_0^\infty \cdots \int_0^\infty f^n(B_{i+n}, \cdots, B_{i+1}|\hat{B}_i) \, dB_{i+n-1} \cdots dB_{i+1} \quad (2)$$

と定義する．この時，確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$は以下の条件を満足すると仮定する．すなわち，

1) $$\max_{B_{i+n} \in (0,\infty)} |f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i)| \leq M < \infty \quad \forall n \quad (3a)$$

2) 任意の$\hat{B}_i > \hat{\hat{B}}_i$と$B_{i+1} \in (0, \infty)$に対して

$$F(B_{i+1}|\hat{B}_i) \leq F(B_{i+1}|\hat{\hat{B}}_i) \quad (3b)$$

条件(3a)は確率密度関数$f_n(B_{i+n}|\hat{B}_i)$が上方に有界であることを意味している．条件(3b)は，$\hat{B}_i$の値が大きいほど，B_{i+1}の累積分布関数$F(B_{i+1}|\hat{B}_i)$が一様に右へシフトすることを意味する．すなわち，この条件は現在においてより高いプロジェクト価値が観測されるほど，将来により高いプロジェクト価値が実現する可能性が大きくなることを要求する．さらに，$dA(B)/dB > 0$が成立する任意の単調増加関数$A(B)$に対して

$$\Omega(\hat{B}_i) = \lambda \int_0^\infty A(B_{i+1}) f(B_{i+1}|\hat{B}_i) dB_{i+1} - A(\hat{B}_i) \quad (4)$$

を定義しよう．この時，任意の$\hat{B}_i > \hat{\hat{B}}_i$に対して

$$\Omega(\hat{B}_i) - \Omega(\hat{\hat{B}}_i) < 0 \quad (5)$$

が成立すると仮定する．これは，$\Omega(\hat{B}_i)$がプロジェクト価値の観測値$\hat{B}_i$に関して減少関数であることを意味する．λ $(0 \leq \lambda < 1)$は期間τ間の割引因子であり，$\lambda = \exp(-\rho\tau)$と表せる．$\rho$ (> 0)は割引率である．

（3）再評価問題のモデル化

時点t_iの事前評価においてプロジェクトが採択され，時点t_kでプロジェクトの再評価を行う問題に着目しよう．プロジェクトの再評価により，プロジェクト価値$\hat{B}_k$を観測したとする．再評価問題は，再評価時点t_kにおけるプロジェクト価値の観測値$\hat{B}_k$のもとで1）プロジェクトを継続するか，2）留保するか，あるいは3）中止するかを決定する問題として定式化できる．リアルオプション理論に基づけば，プロジェクトに関する意思決定は当該時点以降に獲得できる追加的なプロジェクトの経済価値に基づいておこなわれる．そのため，当該時点までにプロジェクトへ投下され，サンクした費用(評価費用を含む)は，当該時点におけるプロジェクトの意思決定に影響を与えないことに留意されたい．

時点t_kで第2段階の追加的投資が実施され，プロジェクトが完成した場合に獲得できるプロジェクトの期待総純価値の当該期価値（以下，期待純価値と呼ぶ）は，

$$P(\hat{B}_k) = \hat{B}_k - C_2 \quad (6)$$

と表される．一方，プロジェクトを中止する場合，スクラップ費用$-S$が必要となる．つぎに，再評価時点t_kでプロジェクトの実施・破棄に関する意思決定を留保し，プロジェクトを継続した場合を考えよう．この時，時点t_kから期間τだけ経た時点t_{k+1}において改めて再評

価が行われる．いま，時点t_kでプロジェクト価値$\hat{B}_k$が観測され，時点t_k以降に最適なプロジェクト選択が行われた場合に獲得できる期待純価値の最大値を最適値関数$\Phi(\hat{B}_k)$を用いて表そう．この時，再評価時点t_kでプロジェクト価値$\hat{B}_k$が観測された時に，時点t_{k+1}で実現する期待純価値$G(\hat{B}_k)$は

$$
\begin{aligned}
G(\hat{B}_k) &= E_f\left[\Phi(B_{k+1})|\hat{B}_k\right] \\
&= \int_0^{\infty} \Phi(B_{k+1})f(B_{k+1}|\hat{B}_k)dB_{k+1} \quad (7)
\end{aligned}
$$

と表される．ここに，記号$E_f[\cdot|\hat{B}_k]$は条件付確率密度関数$f(B_{k+1}|\hat{B}_k)$に関する期待値操作を表す．時点t_kにおいて意思決定を留保したことにより獲得できる期待純価値の当該期価値は$\lambda\{G(\hat{B}_k)-\delta_2\}$と表される．ただし，$\delta_2$は再評価費用である．この時，再評価時点$t_k$でプロジェクト価値$\hat{B}_k$を観測した時に，それ以降最適にプロジェクト選択を実施したことにより得られる経済価値の最大値$\Phi(\hat{B}_k)$は，

$$
\Phi(\hat{B}_k) = \max\left[P(\hat{B}_k),\ -S,\ \lambda\{G(\hat{B}_k)-\delta_2\}\right] \quad (8)
$$

と表せる．式(8)の右辺第1項は第2段階の投資を実施した場合に獲得できる期待純価値を，第2項は中止した場合のスクラップ費用を，第3項は意思決定を留保したときに獲得される期待純価値の当該期価値を表す．意思決定主体は，3つの選択肢の中で期待純価値が最も大きくなる選択肢を選択する．以下，表記の簡便化のために$\hat{B}_k$の下付き添え字kを省略する．いま，条件(3a),(3b),(5)が成立する場合，

$$
0 \le \lambda\frac{dG(\hat{B})}{d\hat{B}} \le \frac{dP(\hat{B})}{d\hat{B}} \quad (9)
$$

が成立する（**付録I参照**）ことに着目しよう．すなわち，式(8)の右辺の各項の$\hat{B}$に関する微係数は$-S$, $\lambda\{G(\hat{B})-\delta_2\}$, $P(\hat{B})$の順で大きくなる．また，$\hat{B}$は区間$(0,\infty)$で定義され，$\hat{B}\to\infty$の極限で$P(\hat{B})>\lambda\{G(\hat{B})-\delta_2\}$となることが保証される．したがって，式(8)より，以下の3つのケースが起こり得る．

1）**ケース1**　臨界プロジェクト価値$\hat{B}^*$が存在し，

$$
\Phi(\hat{B}) = \begin{cases} P(\hat{B}) & \hat{B}>\hat{B}^* \text{の時} \\ -S & \hat{B}\le\hat{B}^* \text{の時} \end{cases} \quad (10)
$$

が成立する．

2）**ケース2**　臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*, \underline{B}^*$ $(\overline{B}^*>\underline{B}^*)$が存在し，

$$
\Phi(\hat{B}) = \begin{cases} P(\hat{B}) & \hat{B}\ge\overline{B}^* \text{の時} \\ \lambda\{G(\hat{B})-\delta_2\} & \\ & \overline{B}^*>\hat{B}>\underline{B}^* \text{の時} \\ -S & \underline{B}^*\ge\hat{B} \text{の時} \end{cases} \quad (11)
$$

が成立する．

3）**ケース3**　臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$が存在し，

$$
\Phi(\hat{B}) = \begin{cases} P(\hat{B}) & \hat{B}>\overline{B}^* \text{の時} \\ \lambda\{G(\hat{B})-\delta_2\} & \\ & \hat{B}\le\overline{B}^* \text{の時} \end{cases} \quad (12)
$$

が成立する，

という3つのケースである．

ケース1は，任意の$\hat{B}$に対して，常に

$$
\lambda\left\{G(\hat{B})-\delta_2\right\} \le \max\left[P(\hat{B}),-S\right] \quad (13)
$$

が成立し，意思決定を留保する領域が消滅するケースである．本ケースが成立するための条件は，

$$
P(\hat{B}^*) = -S \quad (14)
$$

を満足する臨界プロジェクト価値$\hat{B}^*$に対して，

$$
\lambda\left\{\hat{G}(\hat{B}^*)-\delta_2\right\} \le -S \quad (15)
$$

が成立することである（**付録I参照**）．ただし，

$$
\begin{aligned}
\hat{G}(\hat{B}^*) &= \int_0^{\hat{B}^*} -S\cdot f(B|\hat{B}^*)dB \\
&+ \int_{\hat{B}^*}^{\infty} P(B)f(B|\hat{B}^*)dB \quad (16)
\end{aligned}
$$

である．条件(15)は，臨界プロジェクト価値$\hat{B}^*$において意思決定を留保した時に期待できる次期の期待プロジェクト価値が評価費用δ_2より小さくなることを意味している．条件(15)が成立する場合，意思決定の留保領域が消滅する．

つぎに，ケース2が成立する場合に着目しよう．いま，意思決定が留保されるようなプロジェクト価値を示す継続集合$\mathcal{D}$を

$$
\mathcal{D} = \{B|\underline{B}^* \le \hat{B} \le \overline{B}^*\} \quad (17)
$$

と定義しよう．この時，任意の$\hat{B}\in\mathcal{D}$に対して，

$$
\Phi(\hat{B}) = \lambda\left\{G(\hat{B})-\delta_2\right\} \quad (18)
$$

が成立する．式(7)を展開することにより，

$$
\begin{aligned}
G(\hat{B}) &= \int_0^{\underline{B}^*} -S\cdot f(B|\hat{B})dB \\
&+ \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} \Phi(B)f(B|\hat{B})dB \\
&+ \int_{\overline{B}^*}^{\infty} P(B)f(B|\hat{B})dB \quad (19)
\end{aligned}
$$

と表せる．式(18)より，継続集合$\mathcal{D}$内において

$$
\Phi(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \lambda\int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} \Phi(B)K(B,\hat{B})dB \quad (20a)
$$

$$
\begin{aligned}
\Theta(\hat{B}) = \lambda\Big\{ &\int_0^{\underline{B}^*} -Sf(B|\hat{B})dB \\
&+ \int_{\overline{B}^*}^{\infty} P(B)f(B|\hat{B})dB - \delta_2\Big\} \quad (20b)
\end{aligned}
$$

が成立する．ただし，

$$
K(B,\hat{B}) = f(B|\hat{B}) \quad (21)
$$

である．式(20a)は未知関数$\Phi(\hat{B})$に関する第2種フレドホルム型積分方程式となっている．積分方程式(20a)に解が存在し（**付録II**参照），それを$\Phi^*(\hat{B})$と表そう．最適値関数$\Phi^*(\hat{B})$に対して境界条件

$$\Phi^*(\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \tag{22a}$$

$$\Phi^*(\underline{B}^*) = -S \tag{22b}$$

が成立する．すなわち，再評価問題は積分方程式(20a)と境界条件(22a),(22b)を満足するような未知関数$\Phi^*(\hat{B})$と臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$,$\underline{B}^*$を求める問題(自由境界条件付き積分方程式問題)に帰着する．最後に，ケース3が生起する場合には，積分方程式(20a)を

$$\Phi(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \lambda \int_0^{\overline{B}^*} \Phi(B)K(B,\hat{B})dB \tag{23}$$

と修正し，境界条件(22a)のみを考慮すればいい．

（4）事前評価問題のモデル化

意思決定主体は初期時点より一定期間τ毎にプロジェクトの事前評価を行い，当該プロジェクトを開始するかどうかを決定する．いま，i $(i = 1, 2, \cdots)$回目の事前評価の見直しを行う時点$t_i = t_0 + i\tau$に着目する．事前評価の各時点において，1）プロジェクトを実施する，2）プロジェクトの実施を延期し，改めて事前評価を行う，3）プロジェクト案を廃止する，という選択肢が存在する．時点t_iで観測されるプロジェクト価値を$\hat{B}_i$と表そう．時点t_iにおいて時点t_{i+1}で観測されるプロジェクト価値B_{i+1}は不確実である．プロジェクト便益は第2段階の投資が完了した時点で発生する．このため，時点t_iで第1段階のプロジェクトを実施しても，時点t_{i+1}における再評価で観測されるプロジェクト価値は同じくB_{i+1}で表される．いずれの場合でも，時点t_iでは時点t_{i+1}で観測されるプロジェクトの期待純価値の確率分布のみを知ることができる．前述したように，時点t_iでプロジェクトの価値の観測値$\hat{B}_i$が得られた下での時点t_{i+1}におけるプロジェクト価値B_{i+1}の条件付き確率密度関数は$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$で表せる．

いま，時点t_iにおいてプロジェクトが採択され，第1段階の投資が実施された場合を考えよう．この時，時点t_{i+1}において再評価が実施される．時点t_iにおけるプロジェクト価値の観測値が$\hat{B}_i$の時，再評価時点t_{i+1}で獲得できるプロジェクトの期待純価値$G(\hat{B}_i)$は

$$\begin{aligned} G(\hat{B}_i) &= E_f[\Phi(B_{i+1})|\hat{B}_i] \\ &= \int_0^\infty \Phi(B_{i+1})f(B_{i+1}|\hat{B}_i)dB_{i+1} \end{aligned} \tag{24}$$

と表せる．第1期のプロジェクトの投資費用C_1は事前評価時点t_iで支払われると考えよう．この時，事前評価時点t_iにおいて実施したプロジェクトの期待純価値の当該期価値$Q(\hat{B}_i)$は次式で示される．

$$Q(\hat{B}_i) = \lambda\left\{G(\hat{B}_i) - \delta_2\right\} - C_1 \tag{25}$$

つぎに，事前評価時点t_iでプロジェクトの採択と破棄の双方を見送った場合を考えよう．この場合，期間τ後に改めて事前評価が行われる．時点t_{i+1}でプロジェクト価値$\hat{B}_{i+1}$が観測され，それ以降に最適なプロジェクト選択を行った場合に獲得できる期待純価値の最大値を最適値関数$\Psi(\hat{B}_{i+1})$で表そう．この時，事前評価時点t_iにおいてプロジェクトの採択及び破棄を留保したことにより時点t_{i+1}で獲得できる期待純価値$H(\hat{B}_i)$は

$$\begin{aligned} H(\hat{B}_i) &= E_f[\Psi(B_{i+1})|\hat{B}_i] \\ &= \int_0^\infty \Psi(B_{i+1})f(B_{i+1}|\hat{B}_i)dB_{i+1} \end{aligned} \tag{26}$$

と表される．したがって，時点t_iでプロジェクトの採択及び破棄を見送ったことの期待純価値の当該期価値は$\lambda\{H(\hat{B}_i) - \delta_1\}$と表せる．ただし，$\delta_1$は事前評価費用である．さらに，時点$t_i$でプロジェクト案を破棄したことにより得られる便益を0としよう．時点t_iでプロジェクト価値$\hat{B}_i$が観測され，それ以降最適なプロジェクト選択を実施したことにより獲得できる経済価値の最大値は最適値関数$\Psi(\hat{B}_i)$で表される．そこで，事前評価時点t_iにおける最適値関数を再帰的に定義すれば，

$$\Psi(\hat{B}_i) = \max\left[Q(\hat{B}_i),\ 0,\ \lambda\{H(\hat{B}_i) - \delta_1\}\right] \tag{27}$$

と定式化される．事前評価問題(27)においても，再評価問題(8)の場合と同様に3つのケースが発生する．いずれのケースにおいても，再評価問題と同様の議論が成立するが，読者の便宜を図るためケース2における意思決定ルールを記述しておく．なお，以下では$\hat{B}_i$の下付き添え字iを省略する．ケース2が成立する場合，式(27)において，ある臨界的な$\underline{B}^{**}$,$\overline{B}^{**}$($\underline{B}^{**} < \overline{B}^{**}$)が存在し，

$$\Psi(\hat{B}) = \begin{cases} Q(\hat{B}) & \hat{B} > \overline{B}^{**}\text{の時} \\ \lambda\{H(\hat{B}) - \delta_1\} & \\ & \overline{B}^{**} \geq \hat{B} \geq \underline{B}^{**}\text{の時} \\ 0 & \underline{B}^{**} > \hat{B}\text{の時} \end{cases} \tag{28}$$

が成立する．さらに，継続集合$\mathcal{C}$を

$$\mathcal{C} = \left\{\hat{B}|\underline{B}^{**} \leq \hat{B} \leq \overline{B}^{**}\right\} \tag{29}$$

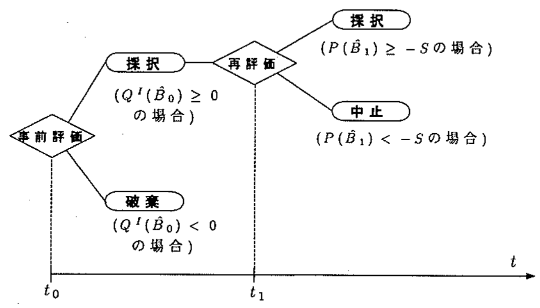
と定義すれば，任意の$\hat{B} \in \mathcal{C}$に対して

$$\Psi(\hat{B}) = \lambda\left\{H(\hat{B}) - \delta_1\right\} \tag{30}$$

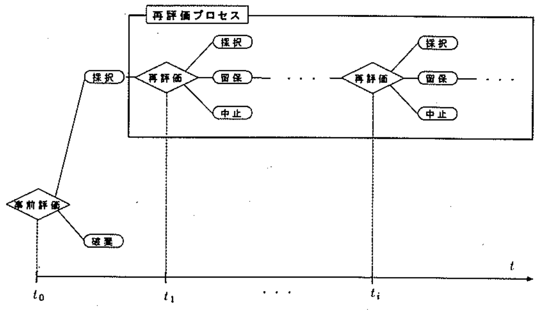
が成立する．再評価問題と同様の考え方に基づいて，事前評価問題も自由境界付き積分方程式

$$\Psi(\hat{B}) = \theta(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^{**}}^{\overline{B}^{**}} \Psi(B)K(B,\hat{B})dB \tag{31}$$

$$\theta(\hat{B}) = \lambda\left\{\int_{\overline{B}^{**}}^\infty Q(B)f(B|\hat{B})dB - \delta_1\right\}$$



図－2　プロジェクト評価の構造(問題I)



図－3　プロジェクト評価の構造（問題II）

subject to

$$\Psi^*(\overline{B}^{**}) = Q(\overline{B}^{**}) \tag{32a}$$

$$\Psi^*(\underline{B}^{**}) = 0 \tag{32b}$$

に帰着する．なお，事前問題において，意思決定を留保する領域が消滅する条件は

$$\lambda\left\{\int_{\hat{B}^{**}}^{\infty} Q(B)f(B|\hat{B}^{**})dB - \delta_1\right\} \leq 0 \tag{33a}$$

と表せる．ただし，$\hat{B}^{**}$は

$$Q(\hat{B}^{**}) = 0 \tag{34}$$

が成立する臨界プロジェクト価値を表す．

4．事前・再評価とプロジェクト価値

(1) プロジェクト評価の代替的構造

事前・再評価システムに評価の見直しの機会を導入することにより，将来における意思決定の柔軟性を担保するというオプション価値を獲得できる．本研究で提案した事前・再評価システムにおけるオプション価値を検討するために，1）事前評価・再評価の見直しを導入しない問題（問題I）と，2）再評価の見直しのみを導入した問題（問題II）を想定しよう．

図－2は，事前評価および再評価をそれぞれ1度だけ実施する問題Iの評価構造を示している．初期時点t_0で事前評価が行われ，プロジェクトを採択するか，破棄するかが決定される．事前評価の見直しは行われない．事前評価においてプロジェクトが採択された場合，時点t_0において第1段階の投資が実施され，その後一定期間経過した時点t_1で再評価が1度だけ実施される．再評価時点ではプロジェクトを完成するか，破棄するかが決定される．再評価時点t_1でプロジェクト価値$\hat{B}_1$が観測されたとしよう．この時，プロジェクトを完成するか，破棄するかは，プロジェクトを実施した場合の期待純価値$P(\hat{B}_1) = \hat{B}_1 - C_2$とスクラップ費用$-S$の大小関係で決定される．したがって，プロジェクト価値$\hat{B}_1$が観測された時に実現する期待純価値は

$$\Phi^I(\hat{B}_1) = \max\left\{P(\hat{B}_1),\ -S\right\} \tag{35}$$

と表せる．また，再評価時点においてプロジェクトの継続が正当化されるプロジェクトの期待純価値の最小値を表す臨界プロジェクト価値B_1^Iは次式で表される．

$$B_1^I = C_2 - S \tag{36}$$

つぎに，初期時点t_0においてプロジェクト価値$\hat{B}_0$が観測された場合を考えよう．初期時点で第1段階の投資を実施した場合の期待純価値の当該期価値は，

$$Q^I(\hat{B}_0) = \lambda\left\{E_f[\Phi^I(B_1)|\hat{B}_0] - \delta_2\right\} - C_1 \tag{37}$$

と表される．したがって，問題Iの初期時点においてプロジェクト価値$\hat{B}_0$を観測した時に実現するプロジェクトの期待純価値Ψ^Iは

$$\Psi^I(\hat{B}_0) = \max\left\{Q^I(\hat{B}_0),\ 0\right\} \tag{38}$$

と表せる．また，問題Iの事前評価におけるプロジェクト採択が正当化されるプロジェクトの期待純価値の最小値を表す臨界プロジェクト価値は

$$Q^I(B_0^I) = 0 \tag{39}$$

を満足するB_0^Iとして求まる．

図－3は事前評価を1回だけ実施した後，再評価プロセスへと移行する問題IIの評価構造を示している．初期時点でプロジェクトが採択された場合，時点t_0において第1段階の投資が実施され，その後一定の期間τ毎に再評価が実施される．問題IIは，問題0と全く同様の再評価プロセスを有する．したがって，再評価時点t_kにおいてプロジェクト価値$\hat{B}_k$が観測されたとき，それ以降最適なプロジェクト戦略を選択することにより獲得可能な期待純価値の最大値$\Phi(\hat{B}_k)$は式(11)によって表される．さらに，プロジェクト継続・中止に関する臨界プロジェクト価値も$\overline{B}^*$, $\underline{B}^*$で表される．つづいて，初期時点における事前評価を考えよう．問題IIでは事前評価の見直しは考えない．したがって，問題II

の事前評価は，初期時点において観測されるプロジェクト価値$\hat{B}_0$のもとでプロジェクトへの第１段階の投資を実施するか，あるいは計画を破棄するかのいずれかを選択する問題として

$$\Psi^{II}(\hat{B}_0) = \max\left\{Q(\hat{B}_0),\ 0\right\} \tag{40}$$

と定式化できる．ここで，$\Psi^{II}(\hat{B}_0)$は初期時点においてプロジェクト価値$\hat{B}_0$が観測された場合，問題IIの枠組みの中でそれ以降最適なプロジェクト戦略を選択することによって獲得可能となる期待純価値の最大値を表す．$Q(\hat{B}_0)$は式(25)によって表される．ここで，問題IIの事前評価におけるプロジェクト採択に関する臨界的なプロジェクト価値は

$$Q(B_0^{II}) = 0 \tag{41}$$

を満足するB_0^{II}として与えられる．

（２）再評価の見直しとオプション価値

事前評価，再評価の見直しというオプション価値の導入がプロジェクトの採択ルールやプロジェクト価値に及ぼす影響を分析しよう．まず，再評価時点t_1における問題Iの臨界プロジェクト価値B_1^Iと問題０の臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$，$\underline{B}^*$との間には

$$\underline{B}^* \leq B_1^I \leq \overline{B}^* \tag{42}$$

という関係が成立する(**付録III**参照)．式(35)より，問題Iの臨界プロジェクト価値B_1^Iはプロジェクトの期待純価値とスクラップ費用が等しくなる水準に求まる．これに対して，将来時点でのプロジェクト価値の変動リスクが存在するため，問題０においてプロジェクト採択が正当化されるための臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$は問題Iにおける臨界プロジェクト価値B_1^Iよりも大きくなる．一方，プロジェクトを一度中止すれば，プロジェクトを再開するために初期投資C_1が再び必要となる．しかし，プロジェクトを継続し続ける限り，初期投資額C_1は無駄な投資費用とはならない．このように初期投資費用が無駄になることを防ぐオプションの価値が存在するため，問題０の臨界プロジェクト価値$\underline{B}^*$は問題Iの臨界プロジェクト価値B_1^Iよりも小さくなる．

いま，再評価時点t_1でプロジェクト価値$\hat{B}_1$が観測されたとしよう．再評価の見直しの機会が有するオプション価値を，問題０の解として求まった最適値関数$\Phi^*(\hat{B}_1)$と再評価の見直しを許さない問題Iの最適値関数$\Phi^I(\hat{B}_1)$の差で定義しよう．すなわち，

$$\Delta^I(\hat{B}_1) = \Phi^*(\hat{B}_1) - \Phi^I(\hat{B}_1)$$
$$= \begin{cases} 0 & \hat{B}_1 > \overline{B}^* \text{の時} \\ \Phi^*(\hat{B}_1) - P(\hat{B}_1) & \overline{B}^* \geq \hat{B}_1 \geq B_1^I \text{の時} \\ \Phi^*(\hat{B}_1) - (-S) & B_1^I \geq \hat{B}_1 \geq \underline{B}^* \text{の時} \\ 0 & \hat{B}_1 < \underline{B}^* \text{の時} \end{cases} \tag{43}$$

が成立する．ただし，$\Phi^*(\hat{B}_1)$は$\overline{B}^* \geq \hat{B}_1 \geq \underline{B}^*$において$\Phi^*(\hat{B}_1) \geq \max\{P(\hat{B}_1),\ -S\}$を満たすことより，

$$\Delta^I \geq 0 \tag{44}$$

が恒常的に成立する．再評価の見直しの機会を導入することにより，初期時点t_0，再評価時点t_1で評価されるプロジェクトの期待純価値は必ず増加する．以上の議論を次の命題としてまとめる．

命題I　問題０の再評価における臨界プロジェクト価値$\overline{B}^*$，$\underline{B}^*$と問題Iの再評価における臨界プロジェクト価値B_1^Iの間に$\overline{B}^* \geq B_1^I \geq \underline{B}^*$が成立する．また，任意の$\hat{B}_1$に対して，最適値関数$\Phi^*(\hat{B}_1)$，$\Phi^I(\hat{B}_1)$の間に$\Phi^*(\hat{B}_1) \geq \Phi^I(\hat{B}_1)$という関係が恒常的に成立する．

（３）事前評価の見直しとオプション価値

問題０，問題I，及び問題IIの初期時点t_0における最適値関数$\Psi^*(\hat{B}_0)$，$\Psi^I(\hat{B}_0)$，$\Psi^{II}(\hat{B}_0)$の間の関係，ならびに臨界プロジェクト価値$\overline{B}^{**}$，$\underline{B}^{**}$およびB_0^I，B_0^{II}の間の関係を整理する．問題Iおよび問題IIの最適値関数$\Psi^I(\hat{B}_0)$，$\Psi^{II}(\hat{B}_0)$の間には，

$$\Psi^I(\hat{B}_0) \leq \Psi^{II}(\hat{B}_0) \tag{45}$$

が成立しする．さらに，問題Iおよび問題IIにおける臨界プロジェクト価値B_0^I，B_0^{II}の間に，

$$B_0^I \geq B_0^{II} \tag{46}$$

という大小関係が成立する(**付録III**参照)．また，問題IIの臨界プロジェクト価値B_0^{II}と問題０の臨界プロジェクト価値$\overline{B}^{**}$，$\underline{B}^{**}$との間には

$$\underline{B}^{**} \leq B_0^{II} \leq \overline{B}^{**} \tag{47}$$

という関係も成立する(**付録III**参照)．いま，初期時点t_0でプロジェクト価値$\hat{B}_0$が観測されたとしよう．事前評価の見直し機会の経済価値$\Delta^{II}(\hat{B}_0)$は，問題０の最適解である最適値関数$\Psi^*(\hat{B}_0)$と事前評価の見直しが許されない問題IIの最適値関数$\Psi^{II}(\hat{B}_0)$の差

$$\Delta^{II}(\hat{B}_0) = \Psi^*(\hat{B}_0) - \Psi^{II}(\hat{B}_0)$$
$$= \begin{cases} 0 & \hat{B}_0 > \overline{B}^{**} \text{の時} \\ \Psi^*(\hat{B}_0) - Q(\hat{B}_0) & \overline{B}^{**} \geq \hat{B}_0 \geq B_0^{II} \text{の時} \\ \Psi^*(\hat{B}_0) & B_0^{II} \geq \hat{B}_0 \geq \underline{B}^{**} \text{の時} \\ 0 & \hat{B}_0 < \underline{B}^{**} \text{の時} \end{cases} \tag{48}$$

により評価される．ただし，$\Psi^*(\hat{B}_0)$は$\overline{B}^{**} \geq B \geq \underline{B}^{**}$において$\Psi^*(\hat{B}_0) \geq \max\{Q(\hat{B}_0),\ 0\}$を満たすことより，

$$\Delta^{II}(\hat{B}_0) \geq 0 \tag{49}$$

が恒常的に成立する．したがって，事前評価の見直し機会を導入することにより，初期時点t_0で評価されるプロジェクトの期待純価値は必ず増加することが保証

される．以上の議論を次の命題としてまとめる．

命題 II　事前評価におけるプロジェクト採択に関する臨界プロジェクト価値$\overline{B}^{**}$, $\underline{B}^{**}$と問題I, 問題IIにおける臨界プロジェクト価値B_0^I, B_0^{II}の間に$B_0^I \geq B_0^{II}$, $\overline{B}^{**} \geq B_0^{II} \geq \underline{B}^{**}$が成立する．さらに，任意の$\hat{B}_0$に対して，最適値関数$\Psi^*(\hat{B}_0)$, $\Psi^I(\hat{B}_0)$および$\Psi^{II}(\hat{B}_0)$の間に$\Psi^*(\hat{B}_0) \geq \Psi^{II}(\hat{B}_0) \geq \Psi^I(\hat{B}_0)$が恒常的に成立する．

5．数値計算事例

（1）事前・再評価モデルの解法

前述したように，パラメータ値によって事前・再評価問題は3つの可能な解が存在する．事前問題，再評価問題において，条件(15),(33a)が成立する場合，臨界プロジェクト価値は式(14),(34)より簡単に求めることができる．積分方程式も解く必要がない．したがって，以下では，条件(15),(33a)が成立しない場合のみに着目する．この時，事前評価プロセスの最適値関数$\Psi(\hat{B})$，再評価プロセスの最適値関数$\Phi(\hat{B})$はいずれも積分方程式の解として求まることになる．さらに，事前評価問題の境界条件に再評価プロセスの最適値関数が用いられるという入れ子構造をしている．そのため，事前・再評価モデルの解を求めるためには，まず1）再評価問題の最適解（最適値関数）を求め，2）それを用いて事前問題の最適解を求めるという2段階のステップが必要となる．まず，ケース2が成立する場合について考察しよう．再評価問題を再掲すれば，

$$\Phi(\hat{B}) = \Theta(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} \Phi(B)K(B,\hat{B})dB \quad (50a)$$

$$\Phi(\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \quad (50b)$$

$$\Phi(\underline{B}^*) = -S \quad (50c)$$

と表される．通常の積分方程式問題と異なり，積分区間を定義する$\underline{B}^*$, $\overline{B}^*$が未知数となっている．ここで，ひとまず$\underline{B}^*,\overline{B}^*$が既知であると仮定しよう．さらに，

$$K_1(B,\hat{B}) = K(B,\hat{B}) \quad (51a)$$

$$K_n(B,\hat{B}) = \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} K_{n-1}(\xi,\hat{B})K(B,\xi)d\xi \quad (51b)$$

$$(n = 2,3,\cdots)$$

$$\Gamma(B,\hat{B}) = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(B,\hat{B})\lambda^{n-1} \quad (51c)$$

とすれば，積分方程式(50a)の解は，

$$\Phi^*(\hat{B}:\underline{B}^*,\overline{B}^*) = \Theta(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} \Gamma(B,\hat{B})\Theta(B)dB \quad (52)$$

と表される(**付録II**参照)．ここに，積分区間$\underline{B}^*,\overline{B}^*$が変化すれば最適値関数$\Phi^*(\hat{B}:\underline{B}^*,\overline{B}^*)$の関数形が変化することに留意しよう．すなわち，最適値関数は$\underline{B}^*,\overline{B}^*$をパラメータとする汎関数となっており，それを陽的な関数形として表現することは不可能である．このことに留意すれば，再評価問題は

$$\Phi^*(\hat{B}:\underline{B}^*,\overline{B}^*) = \Theta(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} \Gamma(B,\hat{B})\Theta(B)dB \quad (53a)$$

$$\Phi^*(\overline{B}^*:\underline{B}^*,\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \quad (53b)$$

$$\Phi^*(\underline{B}^*:\underline{B}^*,\overline{B}^*) = -S \quad (53c)$$

を満足する境界値$\overline{B}^*$, $\underline{B}^*$を求める問題に帰着する．さらに，積分区間パラメータ$\underline{B}^*$, $\overline{B}^*$は，5.（2）で詳述する手順により求めることができる．なお，ケース3が生起する場合には，下方の臨界プロジェクト価値$\underline{B}^*$を0に固定した上で，上述と同様の手続きを行うことにより，式(53a)-(53c)を

$$\Phi^*(\hat{B}:0,\overline{B}^*) = \Theta(\hat{B}) + \lambda \int_{0}^{\overline{B}^*} \Gamma(B,\hat{B})\Theta(B)dB \quad (54a)$$

$$\Phi^*(\overline{B}^*:0,\overline{B}^*) = P(\overline{B}^*) \quad (54b)$$

と修正すればよい．ただし，このとき境界条件(54b)のみが考慮されることに留意されたい．

以上の計算により求めた再評価問題の最適値関数を$\Phi^*(\hat{B})$と表そう．最適値関数$\Phi^*(\hat{B})$を用いれば，任意の時点でプロジェクトを実施した時に獲得できるの期待純価値$Q(\hat{B})$は

$$Q(\hat{B}) = \lambda \left\{ \int_0^{\infty} \Phi^*(B)f(B|\hat{B})dB - \delta_2 \right\} - C_1 \quad (55)$$

と表される．この時，事前評価問題は

$$\Psi(\hat{B}) = \theta^*(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^{**}}^{\overline{B}^{**}} \Psi(B)K(B,\hat{B})dB \quad (56a)$$

$$\Psi(\overline{B}^{**}) = Q(\overline{B}^{**}) \quad (56b)$$

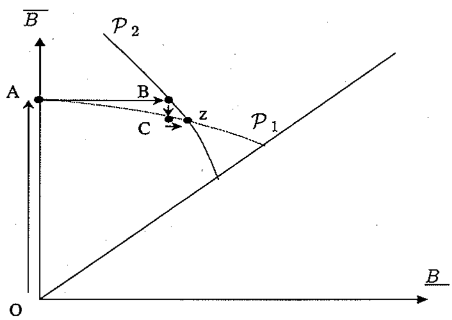
$$\Psi(\underline{B}^{**}) = 0 \quad (56c)$$

と表される．$\underline{B}^{**},\overline{B}^{**}$を与件とすれば，積分方程式(56a)の解は式(51c)で表される積分核$\Gamma(B,\hat{B})$を用いて，

$$\Psi^*(\hat{B}:\underline{B}^{**},\overline{B}^{**}) = \theta^*(\hat{B}) + \lambda \int_{\underline{B}^{**}}^{\overline{B}^{**}} \Gamma(B,\hat{B})\theta(B)dB \quad (57)$$

と表される．さらに，積分区間パラメータ$\underline{B}^{**}$, $\overline{B}^{**}$も次節で述べる方法により求めることができる．なお，事前評価においてケース3が生起する場合も，再評価の場合と同様に，下方の臨界プロジェクト価値$\underline{B}^{**}$を0に固定した上で，

$$\Psi^*(\hat{B}:0,\overline{B}^{**}) = \theta^*(\hat{B})$$



注）基本ケースにおける計算過程を図示している．

図－4　反復的計算過程

$$+\lambda\int_0^{\overline{B}^{**}}\Gamma(B,\hat{B})\theta(B)dB \quad (58a)$$

$$\Psi(\overline{B}^{**})=Q(\overline{B}^{**}) \quad (58b)$$

と修正すればよい．ただし，このとき境界条件(58b)のみが考慮されることに留意されたい．

（2）反復的計算手順

事前評価問題と再評価問題の数学的構造は同じである．そこで，再評価問題においてケース2が生起する場合をとりあげ具体的な解法を示す．再評価問題は式(53a)-(53c)を満足する境界値$\underline{B}^*,\overline{B}^*$を求める問題に帰着する．いま，半空間$\Omega=\{(\underline{B},\overline{B})|\overline{B}\geq\underline{B},\ \overline{B}\geq 0,\ \underline{B}\geq 0\}$上で2つのパス$\mathcal{P}_1$，$\mathcal{P}_2$を

$$\mathcal{P}_1=\{(\underline{B},\overline{B})|\Phi^*(\overline{B}:\underline{B},\overline{B})=P(\overline{B})\} \quad (59a)$$

$$\mathcal{P}_2=\{(\underline{B},\overline{B})|\Phi^*(\underline{B}:\underline{B},\overline{B})=-S\} \quad (59b)$$

を定義する．再評価問題の解$(\underline{B}^*,\overline{B}^*)$は，図－4に示すように，2つのパス$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$の交点（点$z$）として求まる．いま，2つのパスをある初期値（点$O$）から点$A\to B\to C\to$のように追跡し，パス$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$の交点を求める問題を考える．なお，式(59a),(59b)を定義するためには積分方程式(50a)の解$\Phi^*(\hat{B}:\underline{B},\overline{B})$を求める必要がある．

2つのパスの交点を求める方法に関しては不動点問題の分野で研究の蓄積がある[25]．最適値関数の関数形を求めることが不可能なため，ここでは最適値関数の微分係数に関する情報を必要としない簡便な方法を用いる．いま，パス$\mathcal{P}_1$は任意の$\underline{B}$に対して，$\Phi^*(\overline{B}:\underline{B},\overline{B})=P(\overline{B})$が成立するような$\overline{B}(\underline{B})$の組として求まる．任意の$B$に対して，最適関数値$\Phi^*(B:\underline{B},B)$を式(52)により計算できる．したがって，任意の$\underline{B}$に対して$\overline{B}(\underline{B})$を1次元探索手法により求めることができる．一方，パス$\mathcal{P}_2$に関しても任意の$\overline{B}$に対して$\Phi^*(\underline{B}:\underline{B},\overline{B})=-S$を満足する$\underline{B}(\overline{B})$を1次元探索により求めることができる．以上の手順を利用すれば，パス$\mathcal{P}_1,\mathcal{P}_2$の交点で定義される境界値$\underline{B}^*,\overline{B}^*$を図－4に示す手順で求めることができる．すなわち，1）$k=0$，$j=0$とし，$\underline{B}_k,\overline{B}_j$の初期値を与える．収束判定パラメータ$\varepsilon$を設定する（ステップ1）．2）1次元探索により$\overline{B}_{j+1}=\overline{B}(\underline{B}_k)$を求める（ステップ2）．3）1次元探索により$\underline{B}_{k+1}=\underline{B}(\overline{B}_{j+1})$を求める（ステップ3）．4）$|\underline{B}_k-\underline{B}_{k+1}|<\varepsilon$，$|\overline{B}_j-\overline{B}_{j+1}|<\varepsilon$の場合，$\underline{B}^*=\underline{B}_{k+1}$，$\overline{B}^*=\overline{B}_{j+1}$としステップ4へ進む．そうでない場合，ステップ2へ進む．5）$\underline{B}^*$，$\overline{B}^*$を与件として，第2種フレドホルム型積分方程式の解$\Phi^*(\hat{B}:\underline{B}^*,\overline{B}^*)$を求める．なお，継続集合$\mathcal{D}$が空集合となるケース1が生起する場合には，パス$\mathcal{P}_1$とパス$\mathcal{P}_2$が半空間$\Omega$上で交点を持たない．この場合，再評価を留保する領域が存在せず，再評価の見直しは実施されない．一方，ケース3が生起する場合は，上述のケース2の場合の計算アルゴリズムにおいて，$\underline{B}_k=0$と固定した上で，ステップ1→ステップ2→ステップ5の順に計算を進めることにより解を得る．

（3）数値計算結果と分析

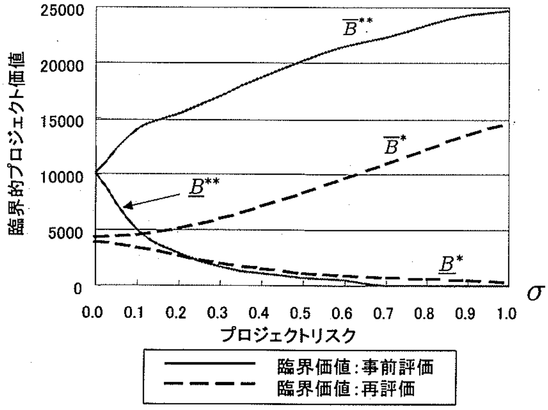
プロジェクト価値が幾何ブラウン過程に従う時，時点t_iにおける価値観測値$\hat{B}_i$の下での再評価時点t_{i+1}におけるプロジェクト価値B_{i+1}の条件付き確率密度関数$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)$は対数正規分布[24]

$$f(B_{i+1}|\hat{B}_i)=\frac{1}{\sqrt{2\pi\tau}\sigma B_{i+1}}\exp\left\{-\frac{(\ln B_{i+1}-\zeta)^2}{2\sigma^2\tau}\right\} \quad (60)$$

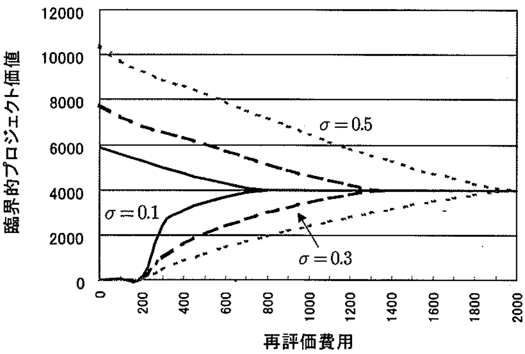
$$\zeta=\ln\hat{B}_i+\left(\mu-\frac{\sigma^2}{2}\right)\tau$$

で表される．なお，式(60)は条件(3a),(3b),(5)を満足する．数値計算事例を通じて4．で考察したような事前・再評価モデルの特性を再確認してみよう．数値計算にあたって，基本ケースのパラメータを$\sigma=0.3$，$C=10000$，$\kappa=0.5$，$\mu=0.02$，$\delta_1=100$，$\delta_2=500$，$S=1000,\rho=0.04$に設定した．基本ケースにおけるパラメータ値は仮想的に想定したものである．しかし，任意のパラメータ値に対して常に命題が成立するため，数値計算事例を通じて評価費用を考慮した場合の事前・再評価問題の定性的な構造を読みとることができる．

図－5はプロジェクトリスクσと再評価における臨界プロジェクト価値$\underline{B}^*$，$\overline{B}^*$の関係を表している．リスク以外のパラメータ値は基本ケースに設定している．同図に示すように，プロジェクトリスクσが大きくなるにつれて，臨界価値$\overline{B}^*$は大きくなり，逆に$\underline{B}^*$は小さくなる．言い換えれば，再評価において，意思決定を留保することが合理的となる領域（継続集合$\mathcal{D}$）の範囲が大きくなる．逆に，リスクが小さくなれば留保してもプロジェクト価値の変動が十分に期待できず継続領域は



図－5　リスクと臨界プロジェクト価値

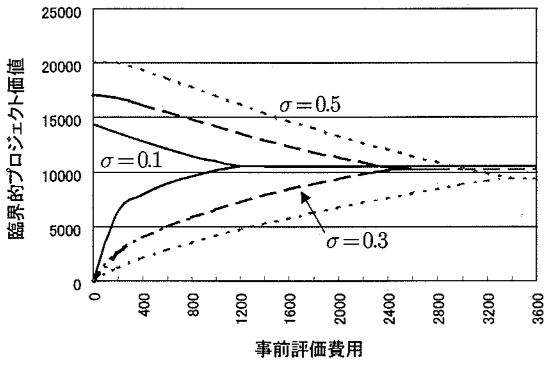


図－6　再評価費用と臨界プロジェクト価値

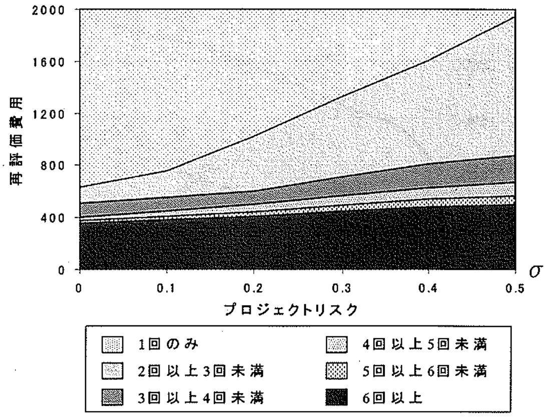
小さくなる．同図には，プロジェクトリスクσと事前評価における臨界プロジェクト価値$\underline{B}^{**}$, $\overline{B}^{**}$の関係を分析した結果も表している．事前評価における継続集合$\mathcal{C}$は，再評価における継続集合$\mathcal{D}$に比べ臨界プロジェクト価値が大きい範囲に分布している．再評価時点において，プロジェクト環境が悪化しプロジェクトを中止した場合，第1段階の投資額は回収不可能であり無駄な投資となる．したがって，事前評価においてはより慎重にプロジェクトの採択を行うことが望ましくなり，再評価問題より臨界プロジェクト価値が大きくなる．

図－6は再評価費用δ_2と再評価における臨界プロジェクト価値$\underline{B}^{*}$, $\overline{B}^{*}$の関係を表している．再評価費用が大きくなるほど，臨界価値$\overline{B}^{*}$が小さくなり，逆に$\underline{B}^{*}$が大きくなる．再評価費用が大きくなれば，将来必要となる再評価費用が大きくなる．その結果，意思決定を留保する価値が小さくなる．基本ケースの場合，再評価費用が1330を超えれば，$\underline{B}^{*}=\overline{B}^{*}$が成立し，継続集合$\mathcal{D}$が消滅する．言い換えれば，now-or-never原則で再評価が実施され，再評価の見直しは行われない．なお，このときの臨界プロジェクト価値は$B-C=-S$を満足することから，$\underline{B}^{*}=\overline{B}^{*}=4000$となる．同図では，リスクを$\sigma=0.1$および$\sigma=0.5$に設定した場合における再評価費用と臨界プロジェクト価値の関係も記述している．$\sigma=0.5$の場合，再評価費用が1330であっても，プロジェクトのリスクが大きくなることにより，意思決定を留保し再評価の見直しを行うことが望ましくなる．一方，$\underline{B}^{*}=\overline{B}^{*}$が成立する条件の下での臨界プロジェクト価値はいずれのσの値に対しても同一で4000となる．再評価問題の場合，第1期のプロジェクト費用はすでに埋没しており，プロジェクト便益と第2期のプロジェクト費用に基づいて再評価が実施される．評価費用が十分大きくなれば，now-or-never原則で再評価されるようになり，臨界プロジェクト価値は確定値$B=C+S$に一致する．したがって，σの値を変化させても$\underline{B}^{*}=\overline{B}^{*}=4000$が成立する．

図－7は事前評価費用δ_1と事前評価における臨界プロジェクト価値$\underline{B}^{**}$, $\overline{B}^{**}$の関係を表している．再評価と同様に，事前評価費用が大きくなるほど，臨界価値$\overline{B}^{**}$が小さくなり，逆に$\underline{B}^{**}$が大きくなる．さらに，基本ケースの場合，事前評価費用が1606を超えれば，$\underline{B}^{**}=\overline{B}^{**}$が成立し，継続集合$\mathcal{C}$が消滅する．すなわち，事前評価の見直しは行われない．なお，このときの臨界プロジェクト価値は，$Q(B)=0$を満足しなければならない．同図では，リスクを$\sigma=0.1$および$\sigma=0.5$に設定した場合における事前評価費用と臨界プロジェクト価値の関係も記述している．σが増加するにつれて，継続集合の範囲の大きさが拡大している．σが大きくなれば，プロジェクト価値の変動リスクが大きくなり，結果的に中止オプションの経済価値が大きくなる．このため，σが大きくなるほど継続集合の下限$\underline{B}^{**}$は下側にシフトする．一方，継続集合の上限$\overline{B}^{**}$はリスクσの増加とともに上側にシフトする．再評価問題の場合と異なり，事前評価問題においては第1期のプロジェクト費用は発生していない．第1段階の投資を実施した後，プロジェクト中止に伴って投下済みの費用が無駄になることを回避するために，σが増加するにつれより大きなリスクプレミアムを見込む必要がある．その結果，リスクσが大きくなるほど臨界プロジェクト価値$\overline{B}^{**}$は常に大きくなる．事前評価費用δ_1が十分に大きくなり，継続集合$\mathcal{C}$が消滅した（$\underline{B}^{**}=\overline{B}^{**}$が成立した）場合には，タイミングオプションは消滅し，中止オプションの価値のみが評価されるため臨界プロジェクト価値は小さくなる．なお，事前評価費用$\delta_1=0$の場合，プロジェクトを中止



図－7　評価費用と臨界プロジェクト価値



図－8　プロジェクトリスクと平均再評価回数

する必要がなくなるため，常に継続集合の下限$\underline{B}^{**}=0$が成り立つ．すなわち，プロジェクトが採択されない限り，事前評価プロセスは無限に継続される．

図－8はプロジェクトリスクσ及び再評価費用δ_2と第1回目の再評価時点で評価した期待再評価回数の関係を表している．その際，第1回の再評価時点で観測されたプロジェクト価値が4000であると仮定している．再評価時点で観測されるプロジェクト価値が留保領域の中に留まる限り，再評価プロセスは次の再評価時点まで継続することになる．期待再評価回数は初回の再評価の回数も含めて将来にわたって再評価が実施される回数の期待値を求めたものである．期待再評価回数が1回の場合は初回の再評価の結果に従って，再評価プロセスが直ちに終了することを表している．同図より，再評価費用が一定である限り，リスクが大きくなるほど期待評価回数は大きくなる．一方，リスクが一定である限り，再評価費用が大きくなるほど，期待再評価回数は小さくなることが理解できる．

6．おわりに

本研究では，事前・再評価問題を評価費用を明示的に考慮した最適評価停止問題として定式化した．その上で，プロジェクトの再評価プロセスにおける中止，及び継続のオプションを選択することがもたらすオプション価値を明示的に考慮した事前・再評価システムを提案した．さらに，最適評価停止問題の最適化条件が第2種フレドホルム型積分方程式を解く問題に帰着することを示し，その数値解法を提案した．本研究で提案した方法論は柔軟性が大きく，実用化をめざして各種の拡張が可能である．

なお，本研究では，議論の見通しをよくするため，問題を簡略化するためのいくつかの仮定を置いている．第1に，事前評価と再評価が同じ時間間隔で実施されると仮定している．事前評価と再評価のプロセスにおいて異なる時間間隔を導入しても本研究の議論はまったく影響を受けない．さらに，最適な評価時間間隔を求めるような事前・再評価モデルを定式化することも可能である．第2に，プロジェクトが2つの段階に分割されることを想定している．さらに，本モデルの枠組みを拡張することにより，プロジェクトの分割方法や回数を変化させたり，望ましい分割方法を求めるような評価モデルの定式化も可能である．このような拡張により，より実用的な事前・再評価システムを構築することが可能になると考える．第3に，本研究で提案した事前・再評価システムは，プロジェクトの実施可能性をプロジェクト価値のみに基づいて意思決定することを前提としている．現実には，プロジェクトに関わる当事者の合意形成の遅れなど，政治的フィージビリティの問題が，遅延リスクとしてプロジェクトの進捗に多大な影響を及ぼす場合も少なくない．筆者らは，すでに政治的なフィージビリティを考慮した事前・再評価モデルを提案している[26]．しかし，そこではプロジェクト価値の不確実性は考慮されていない．今後は，遅延リスク，経済的リスクの双方を同時に考慮したような事前・再評価システムを開発することが必要となろう．最後に，本研究では，再評価のプロセスをプロジェクト途中段階におけるプロジェクト戦略に関する再検討を行う機能として位置づけた．しかし，再評価の主な役割としては，当該プロジェクトの継続に関する意思決定を行う機能の他に，過去の投資判断の是非による将来の類似事業への示唆，将来予測の精度向上のためのデータ蓄積，事業遂行過程におけるアカウンタビ

リティーの確保等があげられる．プロジェクト評価の総合的フレームワークの構築には，再評価のこうした役割についても十分に考慮する必要があることは言うまでもない．

付録I　継続集合$\mathcal{D}$の存在条件

事前評価問題は再評価問題の解を境界条件とする入れ子構造をしている点を除き，両問題は構造的に同じである．以下では再評価問題のみに着目する．$P(\hat{B}) \leq -S$が成立する領域$\hat{B} \leq \hat{B}^*$において式(8)を次式のように書き換える．

$$\Phi(\hat{B}) = \max[-S,\ \lambda\{G(\hat{B}) - \delta_2\}]$$
$$= \max\left[-S,\ \lambda\left\{-\delta_2 + \int_0^\infty \Phi(B)f(B|\hat{B})dB\right\}\right]$$

ここで，確率密度関数$f(B|\hat{B})$が条件(3b),(5)を満足する場合，$d\Phi(\hat{B})/d\hat{B} \geq 0$が成立する．一方，$P(\hat{B}) \geq -S$が成立する領域$\hat{B} \geq \hat{B}^*$において，$\Upsilon(\hat{B})$を

$$\Upsilon(\hat{B}) = \Phi(\hat{B}) - P(\hat{B})$$
$$= \max\left[0,\ \lambda\left\{-\delta_2 + \int_0^\infty \Upsilon(B)f(B|\hat{B})dB + \int_0^\infty P(B)f(B|\hat{B})dB\right\} - P(\hat{B})\right]$$

と定義しよう．確率密度関数$f(B|\hat{B})$が条件(3b),(5)を満たすとき，$d\Upsilon(\hat{B})/d\hat{B} \leq 0$が成立する．以上の結果より，式(9)が成り立つ．つぎに，$\lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\} = -S$が成立すると仮定する．この場合，$P(\hat{B}^*) = -S = \lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\}$が成立し，$\underline{B}^* = \hat{B}^* = \overline{B}^*$．$\lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\} < -S$が成立する場合，$\lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\} < P(\hat{B}^*)$が成立．条件(9)より$\lambda\{\hat{G}(\hat{B}) - \delta_2\}$は領域$\hat{B} \geq \hat{B}^*$において$P(\hat{B})$と交点をもたない．よって，留保領域は存在しない．一方，$\lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\} > -S$が成立する場合，$\hat{B}^*$に対して$\Phi(\hat{B}^*) \geq \lambda\{\hat{G}(\hat{B}^*) - \delta_2\} > -S$が成立する．最適値関数$\Phi(\hat{B})$に関して条件(9)が成立することより，$\hat{B}^*$は留保領域に含まれる．よって，意思決定の留保領域が存在することがわかる．以上より，条件(15)は留保領域が存在しないための十分条件である．一方，意思決定の留保領域が存在しない場合，条件(15)が成立することは自明．したがって，条件(15)は留保領域が存在しないための必要十分条件である．

付録II　解核Γの存在条件

第2種フレドホルム積分方程式(50a)が式(52)と表されるための必要十分条件は，解核であるノイマン級数$\Gamma(B,\hat{B})$が収束することである．式(51a)-(51b)より，

$$K_n(B,\hat{B}) = \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} K_{n-1}(\xi,\hat{B})K(B,\xi)d\xi$$
$$= \int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*}\int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*}\cdots\int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} K(B,B_{n-1}) \cdots K(B_2,B_1)\cdot K(B_1,\hat{B})dB_{n-1}\cdots dB_1$$

が成り立つ．ここで，

$$K_n(B,\hat{B}) \leq \int_0^\infty\int_0^\infty\cdots\int_0^\infty f(B|B_{n-1}) \cdots f(B_1|\hat{B})dB_{n-1}\cdots dB_1$$
$$\equiv f_n(B|\hat{B}) \tag{61}$$

ここで，$f_n(B|\hat{B})$は，当該時刻において$\hat{B}$が観測された上で，期間$n\tau$後にBが実現する条件付き確率密度分布である．したがって，条件(3a)より，$K_n(B,\hat{B}) \leq M$が常に成立する．一方，$0 \leq \lambda < 1$より，ノイマン級数$\Gamma = \sum_{n=1}^{\infty} K_n(B,\hat{B})\lambda^{n-1}$は一様に絶対収束する．また，$\lambda$に対して，

$$\Gamma(B,\hat{B};\lambda) = K(B,\hat{B}) + \lambda\int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} K(\xi,\hat{B})\Gamma(B,\xi;\lambda)d\xi$$
$$\Gamma(B,\hat{B};\lambda) = K(B,\hat{B}) + \lambda\int_{\underline{B}^*}^{\overline{B}^*} K(B,\xi)\Gamma(\xi,\hat{B};\lambda)d\xi$$

を満足する連続な関数$\Gamma(B,\hat{B};\lambda)$が存在し，解関数の存在と一意性が保証される．

付録III　命題の証明

1)$\overline{B}^* \geq B_1^I \geq \underline{B}^*$の証明　定義より$\Phi^*(B)$, $P(B)$は単調増加関数．仮に$B_1^I < \underline{B}^*$ならば，$P(\underline{B}^*) > P(B_1^I) = -S = \Phi^*(\underline{B}^*)$．しかし，$\underline{B}^* \leq B \leq \overline{B}^*$において$\Phi^*(B) \geq P(B)$に矛盾．したがって，$B_1^I \geq \underline{B}^*$．同様に，仮に$B_1^I > \overline{B}^*$ならば，$-S = P(B_1^I) > P(\overline{B}^*) = \Phi^*(\overline{B}^*)$．しかし，$\underline{B}^* \leq B \leq \overline{B}^*$において$\Phi^*(B) \geq -S$に矛盾．したがって，$B_1^I \leq \overline{B}^*$．よって，$\underline{B}^* \leq B_1^I \leq \overline{B}^*$が成立．2) $B_0^I \geq B_0^{II}$の証明．式(44)より，$\Phi^*(B) \geq \Phi^I(B)$．さらに，式(25),(37)から$Q(B) \geq Q^I(B)$．よって，明らか．3) $\overline{B}^{**} \geq B_0^{II} \geq \underline{B}^{**}$の証明．定義より$\Psi^*(B)$, $Q(B)$は単調増加関数．仮に$B_0^{II} < \underline{B}^{**}$ならば，$Q(\underline{B}^{**}) > Q(B_0^{II}) = 0 = \Psi^*(\underline{B}^{**})$．しかし，$\underline{B}^{**} \leq B \leq \overline{B}^{**}$において$\Psi^*(B) \geq Q(B)$に矛盾．したがって，$B_0^{II} \geq \underline{B}^{**}$．同様に，仮に$B_0^{II} > \overline{B}^{**}$ならば，$0 = Q(B_0^{II}) > Q(\overline{B}^{**}) = \Psi^*(\overline{B}^{**})$．しかし，$\underline{B}^{**} \leq B \leq \overline{B}^{**}$において$\Psi^*(B) \geq 0$に矛盾．したがって，$B_0^{II} \leq \overline{B}^{**}$．よって，$\overline{B}^{**} \geq B_0^{II} \geq \underline{B}^{**}$が成立．4) $\Psi^*(B_0) \geq \Psi^{II}(B_0) \geq \Psi^I(B_0)$の証明．$Q(B_0) \geq Q^I(B_0)$より$\Psi^{II}(B_0) \geq \Psi^I(B_0)$は明らか．$\Psi^*(\hat{B}_0) - \Psi^{II}(B) = \max[0,(H_1(B_0)-\delta_1)\exp(-\rho\tau) - \max\{Q(B_0),0\}] \geq 0$．したがって，$\Psi^*(B_0) \geq \Psi^{II}(B_0) \geq \Psi^I(B_0)$が成立．

参考文献

1) 公共事業評価システム研究会：公共事業評価の基本的考え方, 国土交通省, 2002.

2) 織田澤利守, 小林潔司：プロジェクトの事前評価と再評価, 土木学会論文集, No.737/IV-60, pp.189-202, 2003.
3) たとえば, Maglin, S. A.: *Approaches to Dynamic Investment Planning*, North Holland, 1963.
4) たとえば, 長尾義三, 森杉壽芳, 吉田哲生：非弾力的需要のもとにおける段階建設について, 土木学会論文報告集, No.250, pp.63-83, 1976.
5) Arrow, K. J. and Fisher, A. C.: Environmental preservation, uncertainty, and irreversibility, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.88, pp.312-320, 1972.
6) Henry, C.: Investment decision under uncertainty, The irreversibility effect, *American Economic Review*, Vol.64, pp.1006-1012, 1974.
7) Johansson, P.-O.: *An Introduction to Modern Welfare Economics*, Cambridge University Press, 1991.
8) Johansson, P.-O. : *Cost-Benefit Analysis of Environmental Change*, Cambridge University Press, 1993.
9) Conrad, J. M.: Quasi-option value and the expected value of information, *Quarterly Journal of Economics*, Vol.94, pp.813-820, 1980.
10) Schmutzler, A. *Flexibility and Adjustment to Information in Sequential Decision Problems: An Systematic Approach*, Springer-Verlag, 1991.
11) 多々納裕一: 開発留保の便益と開発戦略, 応用地域学研究, No.3, pp.21-32, 1998.
12) Merton, R. C.: The theory of rational option pricing, *Bell Journal of Economics and Management Science*, Vol.4, pp.141-183, 1973.
13) MacKean, H.P.Jr.: Appendix: A free boundary problem for the heat equation arising from a problem in mathematical economics, *Industrial Management Review*, Vol.6, pp.32-39, 1965.
14) Kim, I.J.: The analytic valuation of American options, *The Review of Financial Studies*, Vol.3, pp.547-572, 1990.
15) Pindyck, R. S.: Irreversibility, uncertainty, and investment, *Journal of Economic Literature*, Vol.29, pp.1110-1148, 1991.
16) Dixit, A. K. and Pindyck, R. S.: *Investment under Uncertainty*, Princeton University Press, 1994.
17) Trigeorgis, L.(ed.): *Real Options in Capital Investment: Models, Strategies, and Applications*, Praeger, 1995.
18) Trigeorgis, L.: *Real Options: Managerial Flexibility and Strategy in Resource Allocation*, MIT Press, 1996.
19) Brennan, M. J. and Trigeorgis, L. : *Project Flexibility, Agency, and Competition: New Developments in the Theory and Application of Real Options*, Oxford University Press, 2000.
20) Copeland, T. and Antikarov, V.: *Real Options*, Texere, 2001.
21) Schwartz, E. S. and Trigeorgis, L. (eds.): *Real Options and Investment Under Uncertainty: Classical Readings and Contributions*, MIT Press, 2001.
22) 小林潔司, 横松宗太, 織田澤利守：サンクコストと治水経済評価：リアルオプションアプローチ, 河川技術に関する論文集, 第7巻, pp.417-422, 2001.
23) 慈道充, 小林潔司：不確実性下における最適点検・修繕ルール, 土木学会論文集, 登載決定.
24) たとえば, Baxter, M. and Rennie, A.: *Financial Calculus: An Introduction to Derivative Pricing*, Cambridge University Press, 1996.
25) たとえば, 小島政和：相補性と不動点, アルゴリズムによるアプローチ, 産業図書, 1981.
26) 織田澤利守, 四辻裕文, 小林潔司：遅延リスクとプロジェクト評価, 建設マネジメント問題に関する研究発表・討論会講演集, Vol.20, pp.147-150, 2002.

(2003.2.12　受付)

PRE- AND RE-EVALUATION OF PROJECTS WITH EVALUATION COSTS

Toshimori OTAZAWA, Kiyoshi KOBAYASHI and Akihiro MATSUTA

In this paper, a pre- and re-evaluation model with reference to evaluation costs is formulated to valuate the economic values of projets. Two types of option values, i.e., stopping options and timing options, are explicitly modeled by use of real option theory. The evaluation methodology is presented to determine the optimal timing of implementing new projects and that of scrapping existing projects. The optimal conditions of the model are given by Fredholm integral equations of type II. The solution algorithm to find out the optimal solution is also presented. The paper concludes by illustrating numerical examples to explain the properties of the pre- and re-evaluation systems presented in this paper.